

直觉模糊框架内的证据动态可靠性评估及应用

吴文华¹ 宋亚飞² 刘晶¹

(国防科技大学信息通信学院试验训练基地 西安 710106)¹ (空军工程大学防空反导学院 西安 710051)²

摘要 基于证据理论与直觉模糊集之间的关系,提出了一种新的证据可靠性评估方法,该方法可以在先验知识缺乏的情况下,对各证据源的可靠性进行评估。首先,将证据理论中的基本概率赋值函数(Basic Probability Assignment, BPA)转化为直觉模糊集;然后,通过直觉模糊集之间的相似度量对各BPA之间的相似度进行计算;在此基础上,提出证据支持度的概念,通过分析证据支持度与证据可靠性之间的关系,获得证据的相对可靠性和绝对可靠性;最后,基于证据折扣运算对原始证据进行修正,采用 Dempster 组合规则对修正后的证据进行组合。此外,基于直觉模糊框架内的证据可靠性评估,提出了一种多传感器融合方法,通过数值实验对该方法的性能进行了对比分析,结果表明,该方法可以实现对不可靠证据的有效评估。

关键词 证据理论,直觉模糊集,可靠性评估,传感器融合

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.12.025

Dynamic Reliability Evaluation Method of Evidence Based on Intuitionistic Fuzzy Sets and Its Applications

WU Wen-hua¹ SONG Ya-fei² LIU Jing¹

(Test Training Base, Information and Communication College, National University of Defense Technology, Xi'an 710106, China)¹

(Air and Missile Defense College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)²

Abstract This paper presented a new evidence reliability evaluation method based on evidence theory and intuitionistic fuzzy sets, which can conduct reliability evaluation for different evidence sources when the prior knowledge is lacked. Firstly, the basic probability assignment (BPA) is transformed to intuitionistic fuzzy sets. Then, the similarity among BPAs is calculated through the similarity measure of intuitionistic fuzzy sets. On this basis, the concept of evidence support degree is proposed, and the relative reliability and absolute reliability of evidence can be obtained by analyzing the relationship between supporting degree and reliability of evidence. Lastly, the original evidence is corrected based on evidence discounting operation, and the corrected evidences are combined by Dempster rule. Besides, this paper proposed a multi-sensor fusion method based on the evidence reliability evaluation considering intuitionistic fuzzy sets. Numerical experiment was conducted to analyze its performance. The results show that this method can effectively evaluate the unreliable evidences.

Keywords Evidence theory, Intuitionistic fuzzy sets, Reliability evaluation, Sensor fusion

1 引言

多源信息融合系统通过融合来自不同传感器的信息,提供可靠且可信的输出结果,目前基于多传感器的信息融合系统已被广泛应用于军事和民用领域中。作为一种有效的不确定信息融合工具,证据理论在多源信息融合中备受关注^[1-2]。在实际应用中,各传感器对环境的适应能力不尽相同,抗干扰能力也存在较大差异,因此各传感器输出证据的可靠性也不可能完全一样。为了削弱低可靠性证据给融合系统带来的不利影响,提高融合系统的鲁棒性,需要对传感器的可靠性进行评估,进而对证据源进行适当修正。Elouedi等曾在证据理论

框架内对目标分类问题中的传感器可靠性评估问题进行了研究^[3],该研究通过建立优化模型来评估传感器的可靠性,该模型的建立需要先验知识的支撑。Guo等从两个方面对文献[3]中的方法进行了拓展^[4];首先对文献[3]中的方法进行了改进,在此基础上对传感器的静态可靠性进行评估;然后基于两阶段学习训练模型,实现对动态可靠性的评估。在此之后,相关学者对证据动态可靠性评估进行了研究^[5-9],通过分析这些研究可知,证据动态可靠性评估最终归结为证据源之间相似度(距离度量)的问题,因此通过研究证据理论中BPA之间的相似度量,可以为证据动态可靠性评估提供新思路。

近年来,证据理论与其他不确定性理论之间的关系备受

到稿日期:2018-01-28 返修日期:2018-04-17 本文受国家自然科学基金项目(61703426,61273275,61573375,61503407,60975026)资助。

吴文华(1983-),男,硕士,讲师,主要研究方向为指控网络工程与防护、智能信息处理,E-mail:wuwenhua136692@163.com(通信作者);宋亚飞(1988-),男,博士,讲师,主要研究方向为面向态势感知的智能推理与决策;刘晶(1982-),女,硕士,讲师,主要研究方向为指控网络工程与防护。

关注,相关研究者逐渐意识到,多种理论的结合是解决证据理论中相关问题的有效途径^[10],文献[11-13]在直觉模糊框架内对证据理论中的证据评估、证据组合问题进行了深入研究,证明了在直觉模糊框架内研究证据理论的可行性与有效性^[11-13]。将证据理论与直觉模糊集相结合,可以综合利用各种形式的不确定信息,有利于专家知识、经验知识等不确定信息在直觉模糊集框架内进行统一建模,以便对参与融合的各种不确定信息进行综合评价。因此,可以基于直觉模糊理论与证据理论之间的关系,对证据相似度和距离度量进行研究,进而提出一种新的证据动态可靠性评估方法。

本文基于直觉模糊集与证据理论之间的关系,通过直觉模糊相似度来对证据源之间的支持度进行度量,并在此基础上实现对证据动态可靠性的评估;然后,基于证据折扣的思想对证据源进行修正;最终,提出了一种基于证据动态可靠性评估的多源信息融合方法。数值算例和对比分析表明,本文所提方法可以有效处理证据融合中的冲突信息,对多源信息融合系统的可靠性和鲁棒性的提升具有重要意义。

2 证据理论

2.1 基本概念

辨识框架(Discernment Frame)是证据理论中进行证据建模和证据组合的基础,通过辨识框架将命题与集合对应起来,从而实现从抽象逻辑概念向直观集合概念的转化^[1]。在证据理论中,对于一个判决问题而言,称其所有互不相容的结果组成的完备集合 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 为辨识框架。由辨识框架 Θ 的所有子集组成的集合称为 Θ 的幂集,记作 2^Θ ,其基数为 $2^{|\Theta|}$ 。也就是说,证据理论是基于辨识框架用集合来表示命题的,例如,盒子中共有红、黄、蓝3种颜色的球,用 x 代表任意取出一个球的颜色,则该问题的辨识框架为 $\Theta = \{\text{红}, \text{黄}, \text{蓝}\}$,则 $A = \{\text{红}\}$ 表示命题“取出的球是红色”, $A = \{\text{红}, \text{蓝}\}$ 则表示命题“取出的球可能是红色或蓝色”。

确定辨识框架 Θ 以后,该问题的决策者可以根据可用信息对其命题所对应的子集赋予相应的信任度,具体表现为基本概率分配函数、信任函数、似真函数等信任量化函数,这些函数分别从不同角度对信任度进行量化,各函数之间均存在对应关系。因此,通过其中一个函数可以同时获取其他所有函数。下面对证据理论中用来量化信任度的函数进行说明。

定义 1(基本概率分配函数(Basic Probability Assignment, BPA)) 设 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 为辨识框架,若函数 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$ 满足以下条件:

- 1) $m(\emptyset) = 0$;
- 2) $0 \leq m(A) \leq 1, \forall A \subseteq \Theta$;
- 3) $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$ 。

则称其为基本概率分配函数。

基本概率分配函数也被称为基本信任分配函数(Basic Belief Assignment, BBA)或 mass 函数。由于基本概率分配函数反映了证据对各子集的支持程度,通常将 BPA 与证据对应起来。 $\forall A \subseteq \Theta, m(A)$ 称为 A 的基本概率质量(Basic Probability Mass, BPM),表示证据对命题 A 的支持度。 $m(\emptyset) = 0$

表示空集的基本概率为 0。 $\sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1$ 表示所有子集(命题)赋予的 BPM 之和为 1。

定义 2(焦元) m 为辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 上的基本概率分配函数, $\forall A \subseteq \Theta$,若 $m(A) > 0$,则称 A 为 m 的焦元。

如果 $|A| = 1$,则 A 为单元焦元;若 $|A| \geq 2$,则 A 被称为复合焦元。所有焦元的并集称为 m 的核(Core),记为 C ,并称 m 聚焦在 C 上。

定义 3(信任函数(Belief Function)) m 为辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 上的基本概率分配函数, Θ 上的信任函数定义为函数 $Bel: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$,使得 $\forall A \subseteq \Theta$ 且 $A \neq \emptyset$,有:

$$Bel(A) = \sum_{X \subseteq A} m(X) \quad (1)$$

且满足 $Bel(\emptyset) = 0$ 。 $Bel(A)$ 的数值表示证据对 A 为真的信任程度。

定义 4(似真函数(Plausibility Function)) m 为辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 上的基本概率分配函数, Θ 上的似真函数定义为函数 $Pl: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$,使得 $\forall A \subseteq \Theta$,有:

$$Pl(A) = \sum_{X \cap A \neq \emptyset} m(X) = 1 - Bel(\bar{A}) \quad (2)$$

$Pl(A)$ 的取值称为 A 上的似真度,表示了 A 为非假的信任度。

由信任函数和似真函数的定义可知, $Bel(A)$ 和 $Pl(A)$ 分别代表了证据对 A 的支持度的最小值和最大值,通常用 $[Bel(A), Pl(A)]$ 来表示 A 的信任度区间, $Pl(A) - Bel(A)$ 在某种程度上反映了 A 的不确定程度^[14]。

定义 5(Dempster 组合规则(Dempster's Rule of Combination)) 设 m_1 和 m_2 是辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 上两个相互独立的基本概率分配函数,二者组合后得到新的 BPA 为: $m = m_1 \oplus m_2$,简记为 $m_{1 \oplus 2}$,对于 $\forall A \subseteq \Theta$,满足:

$$m_{1 \oplus 2}(A) = \begin{cases} \frac{1}{1-k} \sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C), & A \neq \emptyset \\ 0, & A = \emptyset \end{cases} \quad (3)$$

其中,

$$k = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B)m_2(C) \quad (4)$$

表示两证据间的冲突度, $k=1$ 表示 m_1 和 m_2 完全冲突,二者不能通过 Dempster 组合规则进行组合。

Dempster 组合规则可以推广到多组证据组合的情形。对于辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 上的 $p(p \geq 2)$ 组独立证据 m_1, m_2, \dots, m_p ,运用 Dempster 组合规则将它们组合后得到的证据为 $m_{1 \oplus 2 \oplus \dots \oplus p}$,对于 $\forall A \subseteq \Theta, m_{1 \oplus 2 \oplus \dots \oplus p}$ 满足:

$$m_{1 \oplus 2 \oplus \dots \oplus p}(A) = \begin{cases} \frac{1}{1-k_{1p}} \sum_{\cap A_i = A} \prod_{i=1}^p m_i(A_i), & A \neq \emptyset \\ 0, & A = \emptyset \end{cases} \quad (5)$$

其中, A_i 表示 m_i 的焦元; k_{1p} 是 p 个证据之间的冲突度,也称为全局冲突系数,表示为:

$$k_{1p} = \sum_{\cap A_i = \emptyset} \prod_{i=1}^p m_i(A_i) \quad (6)$$

通常将 $\cap A_i = \emptyset$ 条件下的 $\prod_{i=1}^p m_i(A_i)$ 称为局部冲突系数,显然全局冲突系数是所有局部冲突系数之和。

Dempster 证据组合规则满足交换律和结合律,这为多个证据的组合提供了方便,既可以通过串行计算将各个证据依次组合,也可以通过并行处理将若干个证据分别合成,然后再

将它们的结果进行组合。而且,对若干个相同的证据进行组合时,Dempster 规则表现出较强的聚焦性,即元素少的焦元的基本概率质量会提升,元素多的焦元的基本概率质量会降低,而且证据数量越大该现象越明显。使用 Dempster 规则对高冲突证据进行组合时也可能得到与直观分析相悖的结果,证据间冲突度的细微变化都可能带来组合结果的显著变化^[15-16]。

2.2 Shafer 折扣准则

在基于证据理论的目标融合识别系统中,获得各传感器的可靠性因子后,通常可基于此对传感器提供的证据对应的 BPA 进行折扣运算,实现对原始证据的修正,其中最经典的证据折扣运算为 Shafer 折扣准则^[17]。设辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 上的证据对应的 BPA 为 m , 该证据源的可靠性因子为 $\alpha, \alpha \in [0, 1]$, 由于证据源的可靠性因子与其对应的折扣因子成反比关系,通常采用折扣因子等于 1 减可靠性因子的形式,因此 Shafer 折扣准则可以表示为:

$$m^\alpha(A) = \begin{cases} \alpha \cdot m(A), & A \subset \Theta \\ \alpha \cdot m(A) + 1 - \alpha, & A = \Theta \end{cases} \quad (7)$$

显然,在式(7)中折扣因子为 $1 - \alpha$ 。Zhu 等^[18]对 Shafer 折扣准则进行了推广,其基本思想是折扣因子被当作是对当前证据的评价意见,并且扩展的折扣运算允许依据折扣因子的取值对原始证据进行增强、折扣和反对。

然而,对应用于目标融合识别的证据折扣理论来说,传感器的可靠性因子的取值范围通常为 $[0, 1]$, 大于 1 和小于 0 的可靠性因子在实际应用中并不多见,因此, Zhu 等对 Shafer 折扣准则的扩展更多的是在数学意义上的讨论,在应用中并不常见。

3 证据动态可靠性评估

现有的证据动态可靠性评估方法大都是基于“少数服从多数”的原则开展的,在多个传感器提供的证据中,如果某个证据被其他大多数证据支持,则可以认为该证据的可靠度较高;对于两个证据而言,如果它们之间存在较大的冲突,则至少有一个是不可靠的。因此,证据动态可靠性评估大都是基于证据间的冲突度量、距离度量进行的。

接下来,将在直觉模糊框架内对证据可靠性评估问题进行研究。

3.1 直觉模糊视角下的 BPA

经典的集合论是由德国数学家 Cantor 于 19 世纪末创立的,在经典集合论中,对于论域中的任何一个元素(对象),它与该论域中集合之间的关系只能是属于或不属于,即一个元素(对象)是否属于某一集合的特征函数的值域为 0 和 1 两个数,这种二值逻辑为现代数学的发展奠定了基础。而 Zadeh 模糊集的核心思想在于把特征函数的值域扩展到闭区间 $[0, 1]$ 上,称其为隶属度函数,而把取定的值称为元素相对于集合的隶属度。

定义 6(模糊集(Fuzzy Set, FS))^[19] 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为非空论域, X 上的模糊集 A 定义为:

$$A = \{\langle x, \mu_A(x) \rangle \mid x \in X\} \quad (8)$$

其中, $\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 为隶属度函数,表示 x 属于 A 的程度。

论域 X 上的所有模糊集可表示为 $FSs(X)$ 。在模糊集中, $\nu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$ 为 x 相对于 A 的非隶属度函数,因此 x 与 A 的关系完全由隶属度刻画。 $\mu_A(x)$ 越接近 1, 表示 x 属于模糊集 A 的程度越高; $\mu_A(x)$ 越接近 0, 表示 x 属于模糊集 A 的程度越低; 当 $\mu_A(x) \in \{0, 1\}$ 时, A 退化为经典集合, 相对于模糊集而言, 经典集合也称为精确集(Crisp Set, CS)。因此, 模糊集可以看作是经典集合的推广, 而精确集则是特殊的模糊集。

为了更好地对不确定性信息进行表述和建模, Atanassov 提出了直觉模糊集的概念^[20]。

定义 7(直觉模糊集(Intuitionistic Fuzzy Set, IFS)) 设 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为非空论域, X 上的直觉模糊集 A 定义为:

$$A = \{\langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle \mid x \in X\} \quad (9)$$

其中, $\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 和 $\nu_A(x): X \rightarrow [0, 1]$ 分别为 x 相对于 A 的隶属度函数和非隶属度函数, 且满足:

$$\mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1 \quad (10)$$

在直觉模糊集中, 由隶属度与非隶属和不大于一可以导出另一个参数, 即犹豫度函数 $\pi_A(x): X \rightarrow [0, 1]$, x 相对于 A 的犹豫度函数为:

$$\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x) \quad (11)$$

为方便起见, 在接下来的表述中, 用 $IFSs(X)$ 来表示论域 X 中的所有直觉模糊集; 单元素论域 $X = \{x\}$ 中的直觉模糊集可以简记为 $\langle \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle$ 或 $\langle \mu_A, \nu_A \rangle$, $A = \langle \mu_A, \nu_A \rangle$ 也常用来表示一个直觉模糊数(Intuitionistic Fuzzy Value, IFV)。

需要说明的是, 除了定义 7, 直觉模糊集还有其他表述方式, 已经有研究表明, 直觉模糊集与 Vague 集是等价的^[21]; 此外, 也可以用区间的形式来表述^[22], 直觉模糊集 $\langle \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle$ 可以用区间 $[\mu_A(x), 1 - \nu_A(x)]$ 来表示, $\mu_A(x)$ 和 $1 - \nu_A(x)$ 分别表示 x 属于 A 的隶属度的下界和上界, 这与区间模糊集的表述方式相似, 因此直觉模糊集与区间值模糊集之间可以互相转化。而且, 在证据理论中曾用区间 $[Bel(A), pl(A)]$ 来表示命题的信任度区间, 这一点与直觉模糊集的区域表示方法很接近。因此, 接下来将基于此对证据理论与直觉模糊集之间的相互关系开展深入研究。

对于直觉模糊集 $A \in IFSs(X)$, 当 $\pi_A(x) = 0$ 时, $\nu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$, 直觉模糊集 A 退化为 Zadeh 的模糊集。因此, 模糊集可以看作是特殊的直觉模糊集, 同样, 精确集也是直觉模糊集的一个特例。由此可见, 精确集、模糊集都可以在直觉模糊框架内统一表示。

近年来, 越来越多的学者开始关注直觉模糊集与证据理论之间的关系, 例如 Li 等从 Vague 集的角度分析证据理论^[23], 他们认为证据理论是一种特殊的 Vague 集, 并利用 Vague 集之间相似度的概念讨论了 BPA 之间的相似程度问题。由于 Vague 集与直觉模糊集是等价的, 因此从这个意义上讲, 证据理论也是直觉模糊集的特例。文献^[24-25]从证据理论的角度对直觉模糊集的相关概念进行了解释, 并提出了基于证据理论的直觉模糊数排序方法和决策规则; Yager 则直接从直觉模糊集的角度对证据理论进行研究^[10]。文献^[26]通过定义广义信任函数和广义似真函数来确定直觉模糊

集中的隶属度与非隶属度函数。下面将进一步分析证据理论中的 BPA 与直觉模糊集之间的关系。

从集合论的角度来看,证据理论中的辨识框架对应于直觉模糊理论中的论域。若将证据理论中辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 上的基本概率分配函数 m 看作是论域 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 的直觉模糊集 M , 则对于 Θ 中的元素 θ_i 而言,信任函数 $Bel(\theta_i)$ 表示 $\theta_i \in M$ 的隶属度, $Bel(\bar{\theta}_i)$ 即 $(1 - pl(\theta_i))$ 表示 θ_i 相对于直觉模糊集 M 的非隶属度函数。通过该方法,可以将基本概率分配函数的焦元进行简化,并全部聚焦在单元素焦元上,每个焦元的信任度为直觉模糊数 $\langle Bel(\theta_i), 1 - pl(\theta_i) \rangle$ 。此外,直觉模糊数 $\langle Bel(\theta_i), 1 - pl(\theta_i) \rangle$ 也可以看作是对象 θ_i 与判决问题真实解之间的匹配程度,比如在目标识别中, $\langle Bel(\theta_i), 1 - pl(\theta_i) \rangle$ 可以表示目标 θ_i 与真实目标之间的匹配程度。

另一方面,定义在论域 $X = \{x\}$ 上的直觉模糊集 $A = \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle$ 可以看作是对问题“ x 是否属于 A ”的回答,在该问题中,辨识框架为 $\Theta = \{\text{Yes}, \text{No}\}$, 根据隶属度函数和非隶属度函数的意义可得: $m(\{\text{Yes}\}) = \mu_A, m(\{\text{No}\}) = \nu_A, m(\Theta) = \pi_A$ 。因此 $A = \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle$ 对应于一个二分支持函数 m , 表示为:

$$\begin{cases} m(\{\text{Yes}\}) = \mu_A \\ m(\{\text{No}\}) = \nu_A \\ m(\Theta) = \pi_A \end{cases} \quad (12)$$

显然,该转换关系可以推广到任意论域上的直觉模糊集。基于以上分析,辨识框架上 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 的 BPA m 可以转化为 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 上的直觉模糊集,对应的直觉模糊集为:

$$\begin{aligned} A &= \langle \theta, \mu_A(\theta), \nu_A(\theta) \mid \theta \in \Theta \rangle \\ &= \langle \theta_1, Bel(\theta_1), 1 - Pl(\theta_1) \rangle, \langle \theta_2, Bel(\theta_2), 1 - Pl(\theta_2) \rangle, \dots, \langle \theta_n, Bel(\theta_n), 1 - Pl(\theta_n) \rangle \rangle \end{aligned} \quad (13)$$

对于焦元为单一元素的 BPA 而言,以 $\{\theta_1\}$ 为例, BPA 表示为 $m(\{\theta_1\}) = 1, m(\{\theta_2\}) = 0, m(\{\theta_3\}) = 0$, 则与其对应的直觉模糊集为 $A = \langle \theta_1, 1, 0 \rangle, \langle \theta_2, 0, 1 \rangle, \langle \theta_3, 0, 1 \rangle$, 等价于集合 $\{\theta_1\}$ 。

如果 BPA 完全聚焦于全集 Θ 上,即 $m(\Theta) = 0$, 则可以得到:

$$\begin{aligned} Bel(\theta_1) &= Bel(\theta_2) = Bel(\theta_3) = 0 \\ Pl(\theta_1) &= Pl(\theta_2) = Pl(\theta_3) = 1 \end{aligned}$$

与该 BPA 对应的直觉模糊集为 $A = \langle \theta_1, 0, 0 \rangle, \langle \theta_2, 0, 0 \rangle, \langle \theta_3, 0, 0 \rangle$ 。这表明该证据源的输出为全集 Θ , 对所描述的对象不提供任何信息。

需要说明的是,证据理论中的 BPA 与直觉模糊集之间的转换关系并不是一一对应的,而且二者之间的转换过程会带来一定的信息损耗,这不属于本文的研究范畴,在此不进行详细阐述。

3.2 基于直觉模糊集的证据支持度

证据理论中支持度的概念已经被用来对冲突证据进行修正^[9,27],支持度通常被认为是与证据相似度和证据距离密切

相关的一种度量,如果用 Sup 来表示证据支持度,对于 m_1 和 m_2 两个 BPA, 以下关系成立: $Sup(m_1, m_2) = Sup(m_2, m_1)$ 。如果分别用 Sim 和 Dis 来表示证据相似度和证据距离,则以下关系成立: $Sup(m_1, m_2) \propto Sim(m_1, m_2), Sup(m_1, m_2) \propto 1 - Dis(m_1, m_2)$ 。也就是说,两个证据间的相似度高,距离越小,彼此之间的支持度就越高,反之亦然。

基于直觉模糊集之间的相似度量可以对证据支持度进行量化,近年来,直觉模糊相似度的定义备受关注,涌现出了大量直觉模糊相似度量^[28-29],因此,可以基于直觉模糊集与证据理论之间的关系,在直觉模糊框架内对证据支持度进行度量,从而对证据可靠性进行评估。接下来,将采用基于欧氏距离的相似度量来计算证据支持度。

对于论域 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 上的直觉模糊集 $A = \langle \{x, \mu_A(x), \nu_A(x) \mid x \in X\} \rangle$ 和 $B = \langle \{x, \mu_B(x), \nu_B(x) \mid x \in X\} \rangle$, 基于欧氏距离的直觉模糊相似度表示为^[11]:

$$S_E(A, B) = 1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{(\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i))^2 + (\nu_A(x_i) - \nu_B(x_i))^2}{2}} \quad (14)$$

可以证明, $S_E(A, B)$ 满足关于直觉模糊相似度的公理化定义^[11]。

基于此,对于同一辨识框架内的两个 BPA m_1 和 m_2 , 可以按照如下步骤计算二者之间的支持度:

Step 1 根据式(1)和式(2),得到 m_1 和 m_2 对应的信任函数和似真函数。

Step 2 根据式(13),得到 m_1 和 m_2 对应的直觉模糊集 A_1 和 A_2 。

Step 3 根据式(14),计算直觉模糊集 A_1 和 A_2 之间的相似度量。

最终, A_1 和 A_2 之间的相似度即为 m_1 和 m_2 之间的支持度,即:

$$Sup(m_1, m_2) = Sup(m_2, m_1) = S_E(A_1, A_2)$$

根据直觉模糊相似度量度的性质可得: $m_1 = m_2 \Rightarrow Sup(m_1, m_2) = Sup(m_2, m_1) = 1$ 。

3.3 证据动态可靠性评估

假设某传感器网络由 N 个传感器组成,根据传感器 i 的输出,得到 BPA $m_i (i=1, 2, \dots, N)$ 。基于所有传感器对应的 BPA, 可以建立 BPA 间的支持度矩阵 (Supporting Degree Matrix, SDM), 表达式为:

$$SDM = \begin{pmatrix} Sup(m_1, m_1) & Sup(m_1, m_2) & \dots & Sup(m_1, m_N) \\ Sup(m_2, m_1) & Sup(m_2, m_2) & \dots & Sup(m_2, m_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Sup(m_N, m_1) & Sup(m_N, m_2) & \dots & Sup(m_N, m_N) \end{pmatrix} \quad (15)$$

矩阵中的第 j 列代表 m_j 被其他 BPA 支持的程度,因此 $m_j (j=1, 2, \dots, N)$ 从其他 BPA 获得的总支持度为:

$$Total_Sup(m_j) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N Sup(m_i, m_j) \quad (16)$$

一般情况下,如果一个证据得到的支持度越高,其可靠性就越高,反之亦然。因此,证据 m_j ($j=1,2,\dots,N$) 的可靠性可以通过式(17)进行计算:

$$R'(m_j) = \frac{Total_Sup(m_j)}{\sum_{j=1}^N Total_Sup(m_j)} \quad (17)$$

对于多源证据而言,通常将证据的可靠性的最大值设为1,因此在各个证据源中,可靠性最高的证据的可靠性因子为1,证据 m_j ($j=1,2,\dots,N$) 的可靠性可以通过式(18)进行修正:

$$R(m_i) = \frac{R'(S_i)}{\max_{j=1,2,\dots,N} \{R'(S_j)\}}, i=1,2,\dots,N \quad (18)$$

对比式(17)和式(18),可以得到证据的动态可靠性为:

$$R(m_i) = \frac{Total_Sup(m_i)}{\max_{j=1,2,\dots,N} \{Total_Sup(m_j)\}}, i=1,2,\dots,N \quad (19)$$

3.4 基于证据可靠性评估的信息融合策略

获得证据源的动态可靠性以后,可以基于证据可靠性因子对证据源进行修正,利用证据组合规则来实现对多源信息的融合。在此,采用证据折扣运算进行证据修正。对于 N 个传感器 S_1, S_2, \dots, S_N , 基于证据可靠性评估的数据融合策略可通过以下步骤实现:

Step 1 不确定信息建模。

在实际应用中,不确定信息通常以各种形式来表示,因此,在利用证据理论进行信息融合之前,需要将各种形式的不确定信息在证据理论框架内进行统一建模,得到各传感器输出的 BPA m_1, m_2, \dots, m_N 。

Step 2 计算两两证据源间的支持度。

1) 根据式(1)和式(2),得到两个证据源对应的信任函数和似真函数。

2) 根据式(13),得到证据源对应的直觉模糊集。

3) 根据式(14),计算直觉模糊集之间的相似度量。

4) 直觉模糊集之间的相似度记为两个证据源之间的支持度。

Step 3 计算证据源的动态可靠性。

根据证据源之间的相互支持度,得到如式(15)所示的支持度矩阵,然后根据式(16)和式(19)得到证据源的动态可靠性。

Step 4 修正原始证据源。

根据式(7)所示的证据折扣运算,对原始证据源进行修正,修正后的 BPA 为 $m_1^R, m_2^R, \dots, m_N^R$ 。

Step 5 基于 Dempster 规则进行证据组合。

根据式(3)所示的 Dempster 组合规则,对修正后的证据 $m_1^R, m_2^R, \dots, m_N^R$ 进行组合。

4 算例与分析

本节将本文所提的可靠性评估方法和信息融合策略应用于目标识别实践,并基于此对基于证据可靠性评估的信息融合方法的性能进行了分析。

首先,通过算例对本文所提方法的实施流程进行说明。

例 1 在基于多传感器的目标识别系统中, S_1, S_2, S_3 共同对同一目标进行识别,待识别的类别可能为 θ_1, θ_2 和 θ_3 。

因此,在该问题中,辨识框架为 $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ 。 S_1, S_2, S_3 输出的结果对应的 BPA 分别为:

$$m_1(\{\theta_1\}) = 0.6, m_1(\{\theta_2\}) = 0.1, m_1(\{\theta_3\}) = 0.2,$$

$$m_1(\Theta) = 0.1;$$

$$m_2(\{\theta_1\}) = 0.2, m_2(\{\theta_2\}) = 0.5, m_2(\{\theta_3\}) = 0.1,$$

$$m_2(\Theta) = 0.2;$$

$$m_3(\{\theta_1\}) = 0.4, m_3(\{\theta_2\}) = 0.1, m_3(\{\theta_3\}) = 0.2,$$

$$m_3(\{\Theta\}) = 0.3。$$

基于此,可以得到 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ 上的 3 个直觉模糊集:

$$A_1 = \{\langle \theta_1, 0.6, 0.3 \rangle, \langle \theta_2, 0.1, 0.8 \rangle, \langle \theta_3, 0.2, 0.7 \rangle\}$$

$$A_2 = \{\langle \theta_1, 0.2, 0.6 \rangle, \langle \theta_2, 0.5, 0.3 \rangle, \langle \theta_3, 0.1, 0.7 \rangle\}$$

$$A_3 = \{\langle \theta_1, 0.4, 0.3 \rangle, \langle \theta_2, 0.1, 0.6 \rangle, \langle \theta_3, 0.2, 0.5 \rangle\}$$

3 个 BPA 之间的支持度矩阵(SDM)表示为:

$$SDM = \begin{pmatrix} 1 & S_E(A_1, A_2) & S_E(A_1, A_3) \\ S_E(A_2, A_1) & 1 & S_E(A_2, A_3) \\ S_E(A_3, A_1) & S_E(A_3, A_2) & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.7058 & 0.8492 \\ 0.7058 & 1 & 0.7445 \\ 0.8492 & 0.7445 & 1 \end{pmatrix}$$

基于式(16)可以得到各证据源的总支持度分别为: $Total_Sup(m_1) = 1.5550$, $Total_Sup(m_2) = 1.4503$, $Total_Sup(m_3) = 1.5936$ 。

根据式(19)可以得到各证据源的动态可靠性分别为:

$$R(S_1) = 0.9758, R(S_2) = 0.9101, R(S_3) = 1。$$

利用各证据的动态可靠性对原始证据进行折扣运算,可得到折扣后的证据为: $m_1^R(\{\theta_1\}) = 0.5855$, $m_1^R(\{\theta_2\}) = 0.0976$, $m_1^R(\{\theta_3\}) = 0.1952$, $m_1^R(\Theta) = 0.1218$; $m_2^R(\{\theta_1\}) = 0.1820$, $m_2^R(\{\theta_2\}) = 0.4550$, $m_2^R(\{\theta_3\}) = 0.0910$, $m_2^R(\Theta) = 0.2719$; $m_3^R(\{\theta_1\}) = 0.4$, $m_3^R(\{\theta_2\}) = 0.1$, $m_3^R(\{\theta_3\}) = 0.2$, $m_3^R(\Theta) = 0.3$ 。

通过 Dempster 组合规则对折扣后的证据进行组合可得最终融合结果为: $m(\{\theta_1\}) = 0.6585$, $m(\{\theta_2\}) = 0.1601$, $m(\{\theta_3\}) = 0.1459$, $m(\Theta) = 0.0305$ 。

由此,3 个传感器对待识别目标的综合识别结果表明该目标的类型为 θ_1 。

该算例表明,本文所提方法可以在缺乏先验知识的前提下对多源不确定信息的动态可靠性进行评估,经过证据修正后可以得到合理的融合结果。在该算例中,我们可以发现第二个传感器输出的 BPA m_2 与其余两个有较大差别,因此获得的支持度较低,本文所提方法可以较好地处理多源证据中的冲突证据,与其余两个证据源存在较大差异的 m_2 的动态可靠性明显低于 m_1 和 m_3 ,很好地减少了 m_2 对最终融合结果的影响。

接下来,利用文献[9]中的算例来对本文所提方法在多源信息融合中的性能进行对比分析。

例 2 5 个传感器 S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 在同一时间内联合对某海上目标进行探测识别,该目标的可能类别组成集合为 $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ 。基于 5 个传感器的识别结果可以得到辨识框架 $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ 上的 5 组证据源,各 BPA 如表 1 所列。

表 1 各传感器识别结果对应的 BPA

Table 1 BPAs corresponding to each sensor's recognition results

	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5
$\{\theta_1\}$	0.80	0.40	0	0.30	0.45
$\{\theta_2\}$	0.10	0.20	0.95	0.20	0.10
$\{\theta_3\}$	0	0.10	0.05	0.25	0
$\{\theta_1, \theta_2\}$	0	0.30	0	0.20	0
$\{\theta_2, \theta_3\}$	0	0	0	0	0.15
Θ	0.10	0	0	0.05	0.30

从表 1 可以看出,证据源 m_1, m_2, m_4 和 m_5 倾向于将目标识别为 θ_1 ,而 m_3 更加支持类别 θ_2 ,根据“少数服从多数”的原则,需要降低 m_3 的动态可靠性来减少其对最终识别结果的影响。基于本文所提出的基于直觉模糊集的证据动态可靠性评估方法,可以得到各 BPA 的动态可靠性分别为: $R(S_1)=0.8684, R(S_2)=0.9844, R(S_3)=0.6645, R(S_4)=0.9711, R(S_5)=1$ 。

可以看出, m_3 的动态可靠性明显低于其余 4 个 BPA,与直观分析一致。利用证据折扣运算对证据源进行修正后,再使用 Dempster 组合规则对修正后的证据进行组合可以得到融合结果为: $m(\{\theta_1\})=0.6923, m(\{\theta_2\})=0.2823, m(\{\theta_3\})=0.0100, m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0142, m(\Theta)=0.0002$ 。

融合结果显示,待识别目标的类别为 θ_1 ,这与大部分传

感器的输出结果一致, m_3 的低动态可靠性极大地降低了其对最终结果的影响。

为对比分析本文所提方法的性能,表 2 列出了基于不同证据组合方法对 5 组证据依次进行融合时获得的融合结果。可以看出,经典 Dempster 组合规则无法处理冲突证据源 m_3 的影响,当 m_3 参与融合后,融合结果对 θ_1 的支持度为 0,这显然与大多数传感器的识别结果不一致,因此经典 Dempster 组合规则在处理高冲突证据方面具有较大的局限性。在考虑证据可靠性的情况下,证据源 m_3 被赋予较低的可靠性,因此其对融合结果的影响将大大降低。文献[9]和文献[27]中的方法分别利用证据距离 d_j 和证据不一致性度量 $Dis mP$ 来进行可靠性评估,可以看出在对 m_1, m_2, m_3 进行融合时,虽然 θ_1 的支持度有所下降,但 θ_1 仍然被赋予较高的支持度;当 m_4 和 m_5 参与融合时, θ_1 获得的支持度逐渐提升,最终融合结果将目标识别为 θ_1 。与文献[9]和文献[27]的对比可以看出,使用本文所提方法依次进行融合时,融合结果表现出了相同的变化趋势,最终的识别结果也保持一致。尽管使用本文方法获得的识别结果中对 θ_1 的支持度略低于文献[9]和文献[27]中的方法,但这并不影响最终决策,而且更有利于降低决策风险,该方法获得的融合结果能够在保证决策可靠性的同时,进一步增强决策的安全性,提供更具指导性的决策结果。

表 2 基于不同方法获得的融合结果

Table 2 Fusion results obtained by different methods

	m_1^2	m_1^3	m_1^4	m_1^5
经典 Dempster 组合规则	$m(\{\theta_1\})=0.8451$	$m(\{\theta_1\})=0$	$m(\{\theta_1\})=0$	$m(\{\theta_1\})=0$
	$m(\{\theta_2\})=0.0986$	$m(\{\theta_2\})=0.9948$	$m(\{\theta_2\})=0.9965$	$m(\{\theta_2\})=0.9971$
	$m(\{\theta_3\})=0.0140$	$m(\{\theta_3\})=0.0052$	$m(\{\theta_3\})=0.0035$	$m(\{\theta_3\})=0.0029$
	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0423$			
文献[27]方法	$m(\{\theta_1\})=0.7659$	$m(\{\theta_1\})=0.6239$	$m(\{\theta_1\})=0.6858$	$m(\{\theta_1\})=0.7528$
	$m(\{\theta_2\})=0.1166$	$m(\{\theta_2\})=0.2791$	$m(\{\theta_2\})=0.2645$	$m(\{\theta_2\})=0.2217$
	$m(\{\theta_3\})=0.0294$	$m(\{\theta_3\})=0.0252$	$m(\{\theta_3\})=0.0146$	$m(\{\theta_3\})=0.0096$
	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0881$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0718$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0351$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0159$
文献[9]方法	$m(\{\theta_1\})=0.7503$	$m(\{\theta_1\})=0.7157$	$m(\{\theta_1\})=0.7670$	$m(\{\theta_1\})=0.8254$
	$m(\{\theta_2\})=0.1196$	$m(\{\theta_2\})=0.1598$	$m(\{\theta_2\})=0.11655$	$m(\{\theta_2\})=0.1424$
	$m(\{\theta_3\})=0.0319$	$m(\{\theta_3\})=0.0308$	$m(\{\theta_3\})=0.0194$	$m(\{\theta_3\})=0.0120$
	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0957$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0913$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0477$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0198$
	$m(\Theta)=0.0025$	$m(\Theta)=0.0024$	$m(\Theta)=0.0004$	$m(\Theta)=0.0002$
本文方法	$m(\{\theta_1\})=0.8451$	$m(\{\theta_1\})=0.5317$	$m(\{\theta_1\})=0.5969$	$m(\{\theta_1\})=0.6923$
	$m(\{\theta_2\})=0.0986$	$m(\{\theta_2\})=0.4070$	$m(\{\theta_2\})=0.3596$	$m(\{\theta_2\})=0.2832$
	$m(\{\theta_3\})=0.0141$	$m(\{\theta_3\})=0.0170$	$m(\{\theta_3\})=0.0137$	$m(\{\theta_3\})=0.0100$
	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0423$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0443$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0296$	$m(\{\theta_1, \theta_2\})=0.0142$
	$m(\Theta)=0.0011$		$m(\Theta)=0.0002$	

结束语 本文在直觉模糊框架内提出了一种证据动态可靠性评估方法,该方法基于证据理论与直觉模糊集之间的关系,将基本概率赋值函数转化为直觉模糊集,然后,基于直觉模糊相似度获得各证据源的支持度,依据“少数服从多数”的规则,获得各证据源的动态可靠性;最后,基于所提的证据可靠性评估方法,提出了一种基于证据可靠性评估的信息融合策略。通过数值算例对本文所提方法的实施流程和性能进行了分析,结果表明,直觉模糊框架内的证据可靠性评估方法能够有效处理多源证据中的冲突证据,有效削弱低可靠性信息对融合结果的影响;对比分析表明,本文所提信息融合策略能够较好地适用于多源信息融合,该融合策略在进一步提升决策结果的可信

性的同时,还能够降低决策风险,增强决策的合理性。

参 考 文 献

[1] DEMPSTER A P. Upper and lower probabilities induced by a multiple valued mapping [J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(2): 325-339.

[2] XU X B, ZHANG Z, LI S B, et al. Fault Diagnosis Based on Fusion and Updating of Diagnosis Evidence [J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(1): 107-121. (in Chinese)

徐晓滨, 张颖, 李世宝, 等. 基于诊断证据静态融合与动态更新的故障诊断方法[J]. 自动化学报, 2016, 42(1): 107-121.

杨辉华, 张晓凤, 谢谱模, 等. 基于布谷鸟搜索的多处理器任务调度算法[J]. 计算机科学, 2015, 42(1): 86-89.

- [11] NAWI N M, KHAN A, REHMAN M Z. A new back-propagation neural network optimized with cuckoo search algorithm[M]// Computational Science and Its Applications — ICCSA2013. Springer Berlin Heidelberg, 2013: 413-426.
- [12] VALIAN E, MOHANNA S, TAVAKOLI S. Improved cuckoo search algorithm for feedforward neural network training[J]. International Journal of Artificial Intelligence & Applications, 2011, 2(3): 36-43.
- (上接第 165 页)
- [3] ELOUEDI Z, MELLOULI K, SMETS P. Assessing Sensor Reliability for Multisensor Data Fusion Within the Transferable Belief Model [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 2004, 34(4): 782-787.
- [4] GUO H W, SHI W K, DENG Y. Evaluating Sensor Reliability in Classification Problems Based on Evidence Theory [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, 2006, 36(5): 970-981.
- [5] SCHUBERT J. Conflict management in Dempster-Shafer theory using the degree of falsity [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2011, 52(3): 449-460.
- [6] JOUSSELME A L, GRENIER D, BOSSE E. A new distance between two bodies of evidence [J]. Information Fusion, 2001, 2(2): 91-101.
- [7] KLEIN J, COLOT O. Automatic discounting rate computation using a dissent criterion [C]// Proceedings of the Workshop on the Theory of Belief Functions, Brest, France, 2010: 1-6.
- [8] YANG Y, HAN D, HAN C. Discounted combination of unreliable evidence using degree of disagreement [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2013, 54(8): 1197-1216.
- [9] LIU Z G, DEZERT J, PAN Q, et al. Combination of sources of evidence with different discounting factors based on a new dissimilarity measure [J]. Decision Support Systems, 2011, 52(1): 133-141.
- [10] YAGER R R. An intuitionistic view of the Dempster-Shafer belief structure [J]. Soft Computing, 2014, 18(11): 2091-2099.
- [11] SONG Y F, WANG X D, LEI L, et al. An evidential view of similarity measure for Atanassov's intuitionistic fuzzy sets [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2016, 31(6): 1653-1668.
- [12] SONG Y F, WANG X D, LEI L, et al. Combination of interval-valued belief structures based on intuitionistic fuzzy set [J]. Knowledge-Based Systems, 2014, 67: 61-70.
- [13] LI X N, SONG Y F, QUAN W. Evaluating evidence reliability based on intuitionistic fuzzy MCDM model [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2016, 31(3): 1167-1182.
- [14] SMETS P. Data fusion in the transferable belief model [C]// Proceedings of the 3rd International Conference on Information Fusion, Paris, France, 2000: 21-33.
- [15] ZADEH L A. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination [J]. AI Magazine, 1986, 2(1): 85-90.
- [13] WANG H S, WANG Y N, WANG Y C. Cost Estimation of Plastic Injection Molding Parts through Integration of PSO and BP Neural Network [J]. Expert Systems with Applications, 2013, 40(8): 418-428.
- [14] NURY A H, HASAN K, ALAM M J B. Comparative study of wavelet-ARIMA and wavelet — ANN models on temperature time series data in northeastern Bangladesh [J]. Journal of King Saud University-Science, 2017, 29(1): 47-61.
- [15] NXP. KL25 Sub-Family Reference Manual [DB/OL]. [2014-10-12]. <http://www.nxp.com>.
- [16] FLOREA M C, JOUSSELME A L, BOSSE E. Robust combination rules for evidence theory [J]. Information Fusion, 2009, 10(2): 183-197.
- [17] SHAFER G. A Mathematical Theory of Evidence [M]. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1976.
- [18] ZHU H, BASIR O. Extended Discounting Scheme for Evidential Reasoning as Applied to MS Lesion Detection [C]// 7th International Conference on Information Fusion, Stockholm, Sweden, 2004: 280-287.
- [19] ZADEH L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.
- [20] ATANASSOV K T. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.
- [21] BUSTINCE H, BURILLO P. Vague sets are intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1996, 79(3): 403-405.
- [22] HONG D H, KIM C. A note on similarity measures between vague sets and between elements [J]. Information Sciences, 1999, 115(1): 83-96.
- [23] LI J P, YANG Q B, YANG B. Dempster-Shafer theory is a special case of Vague sets theory [C]// Proceedings of the 2004 International Conference on Information Acquisition, Hefei, 2004: 50-53.
- [24] DYMOVA L, SEVASTJANOV P. An interpretation of intuitionistic fuzzy sets in terms of evidence theory: Decision making aspect [J]. Knowledge-Based Systems, 2010, 23(8): 772-782.
- [25] DYMOVA L, SEVASTJANOV P. The operations on intuitionistic fuzzy values in the framework of Dempster-Shafer theory [J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 35(9): 132-143.
- [26] XING Q H, LIU F X. Method of determining membership and nonmembership function in intuitionistic fuzzy sets [J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 393-397. (in Chinese)
邢清华, 刘付显. 直觉模糊集隶属度与非隶属度函数的确定方法 [J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 393-397.
- [27] DENG Y, SHI W K, ZHU Z F, et al. Combining belief functions based on distance of evidence [J]. Decision Support Systems, 2004, 38(3): 489-493.
- [28] BACCOUR L, ALIMI A M, JOHN R I. Similarity measures for intuitionistic fuzzy sets: State of the art [J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2013, 24(1): 37-49.
- [29] SONG Y F, WANG X D, QUAN W, et al. A new approach to construct similarity measure for intuitionistic fuzzy sets [J/OL]. Soft Computing. <https://doi.org/10.1007/100500-017-2912-0>.