第41卷 第7期 计 算 机 科 学 Vol. 41 No. 7
2014年7月 Computer Science July 2014

属性内-外融合与信息智能挖掘-分离

徐凤生[1] 于秀清[1] 史开泉[2]
(德州学院数学科学学院 德州 253023)[1] (山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)[2]

摘 要 P-集合(packet sets)是一个动态数学模型(动态信息模型,动态数据模型),P-推理是P-集合生成的一个动态推理,属性合取范式是P-集合中的元素与属性之间的逻辑特征。将P-集合、P-推理与属性合取交叉、渗透,给出属性内-融合及属性外-融合与属性内-外融合概念、属性内-外融合定理、属性内-外融合与属性合取范式扩展-收缩关系、扩展-收缩关系定理,以及P-推理与属性内-外融合智能生成。利用这些理论结果,给出属性内-外融合在信息智能挖掘-分离中的应用。属性融合(属性内融合、属性外-融合、属性内-外融合)是潜藏在P-集合内的一个重要应用特性。

关键词 P-集合,P-推理,属性合取,属性融合,融合智能生成,信息智能挖掘-分离,应用

中图法分类号 O144,TP18 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2014.07.053

Intenal-Outer Fusion of Attributes and Intelligent Digging-Seperation of Information

XU Feng-sheng[1] YU Xiu-qing[1] SHI Kai-quan[2]
(College of Mathematical Sciences, Dezhou University, Dezhou 253023, China)[1]
(School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, China)[2]

Abstract P-sets(packet sets) are a dynamic mathematical model(a dynamic information model, or a dynamic data model), while P-reasoning is a dynamic reasoning generated by P-sets. The attribute conjunctive normal form expresses logical implication between elements and attributes in P-sets. By using crossing and permeating among P-sets, P-reasoning and attributes, the concepts of attribute internal fusion, attribute outer fusion and attribute internal-outer fusion were proposed. Furthermore, the theorems about attribute internal-outer fusion, and the relations between attribute internal-outer fusion and attribute conjunctive normal form were obtained. The extension-shrinkage relation theorem and intelligence generation of attribute internal-outer fusion were given. On the end, attribute internal -outer fusion was applied to information intelligent digging-seperation. In the fact, attribute fusionin including attribute internal fusion, attribute outer fusion and attribute internal-outer fusion is an important characteristics hidded in P-sets.

Keywords P-sets, P-reasoning, Attribute conjunction, Attribute fusion, Intelligent generation of fusion, Information intelligent digging-seperation, Applications

1 引言

文献[1]给出属性融合概念,属性融合是潜藏在P-集合结构内的一个重要基本特性,这个特性没有引起人们太多的注意;属性融合表现出P-集合的动态特性。P-集合[2-4]是把动态特性引入到有限普通集合X内(有限普通经典集合X内,或有限普通静态集合X内),改进有限普通集合X得到的一个动态数学模型(动态信息模型,动态数据模型)。在一定条件下,P-集合被还原成有限普通集合X,在静态-动态的双重条件下,有限普通集合X是P-集合的特例,P-集合是有限普通集合的一般形式。P-集合在一类动态信息系统与一类动态信息研究中获得了多个应用[2-19]。"一类动态信息"是指:这类信息的信息元x_i的属性α_i满足"属性合取范式";或者$x_i\in X$的属性$\alpha_i=\bigwedge_{\lambda=1}^{k}\alpha_\lambda$。"另一类动态信息"是指:这类信息的信息元$x_j$的属性$\alpha_j$满足"属性析取范式";或者$x_j\in X$的属性$\alpha_j=\bigvee_{\lambda=1}^{k}\alpha_\lambda$,这里:$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是$X$的属性集合。

文献[2-6]给出P-集合(packet sets)的动态特性:I. 若在X的属性集合α内补充属性,α变成α^F,$\alpha\subseteq\alpha^F$;而且$\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F$,则$X$变成内P-集合$X^{\bar F}$(internal packet set $X^{\bar F}$),$X^{\bar F}\subseteq X$,而且$X_n^{\bar F}\subseteq X_{n-1}^{\bar F}\subseteq\cdots\subseteq X_2^{\bar F}\subseteq X_1^{\bar F}$。II. 若在$X$的属性集合$\alpha$内删除属性,$\alpha$变成$\alpha^{\bar F}$,$\alpha^{\bar F}\subseteq\alpha$;而且$\alpha_n^{\bar F}\subseteq\alpha_{n-1}^{\bar F}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^{\bar F}\subseteq\alpha_1^{\bar F}$,则$X$变成外P-集合$X^F$(outer packet set X^F),$X\subseteq X^F$,而且$X_1^F\subseteq X_2^F\subseteq\cdots\subseteq X_{n-1}^F\subseteq X_n^F$。III. 若在$X$的属性集合$\alpha$内补充属性同时删除属性,则$X$变成若干个集合对$(X_1^{\bar F},X_1^F),(X_2^{\bar F},X_2^F),\cdots,(X_n^{\bar F},X_n^F)$;$(X^{\bar F},X^F)$是有限普通集合$X$生成的P-集合。由I—III容易看到:$\alpha$内的属性变化($\alpha$内补充属性,$\alpha$内删除属性,$\alpha$内补充属性同时又删除属性),使得P-集合$(X^{\bar F},X^F)$存在。

把"信息融合(数据融合)"[20-25]概念引入到I—III中,重新解读P-集合结构与它的动态特性I—III得到新的启迪:A.

到稿日期:2014-04-29 返修日期:2014-05-28 本文受山东省自然科学基金(ZR2010AL019),山东省高校科技计划(J12LN92)资助。
徐凤生(1965—),男,硕士,教授,主要研究方向为信息系统理论与应用,E-mail:sxxxfs@126.com;**于秀清**(1968—),女,硕士,教授,主要研究方向为粗系统理论与应用;**史开泉**(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为粗系统理论与应用,E-mail:shikq@sdu.edu.cn(通信作者)。

在α内补充属性等价于α之外的属性α_i被融合到α内，α变成α^F，$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i\}$；因为$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i\}$的存在，有限普通集合$X$内的一些元素$x_i$从$X$内被删除，$X$变成内P-集合$X^{\bar{F}}$，$X^{\bar{F}}\subseteq X$。B.在$\alpha$内删除属性等价于$\alpha$内的属性$\alpha_j$被融合到$\alpha$外，$\alpha$变成$\alpha^{\bar{F}}$，$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\alpha_j\}$；因为$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\alpha_j\}$的存在，有限普通集合$X$外的一些元素$x_j$被补充到$X$内，$X$变成外P-集合$X^F$，$X\subseteq X^F$。C.在$\alpha$内补充属性同时删除属性等价于$\alpha$之外的属性$\alpha_i$被融合到$\alpha$内，同时$\alpha$内的属性$\alpha_j$被融合到$\alpha$外，$\alpha$变成$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i\}$与$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\alpha_j\}$；因为$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i\}$与$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\alpha_j\}$同时存在，有限普通集合$X$内的一些元素$x_i$从$X$内被删除，$X$外的一些元素$x_j$被补充到$X$内，$X$变成P-集合$(X^{\bar{F}},X^F)$。从新的启迪A－C中，人们能得到什么？或者，1°把α之外的属性α_i融合到α内定义成属性内-融合，把α内的属性α_j融合到α外定义成属性外-融合，把α之外的属性α_i融合到α内，同时α内的属性α_j融合到α外定义成属性内-外融合，人们能得到什么？2°若把P-集合、P-推理与属性合取交叉，能否智能地挖掘到不被人们事先知道的未知信息？3°.若把P-推理与属性融合交叉，属性融合具有什么样的智能特征？本文利用启迪A－C给出问题1°－3°的理论与应用讨论。

本文的主要结果：将P-集合的结构、P-推理与属性合取交叉，给出属性内-融合及属性外-融合与属性内-外融合概念、属性内-外融合定理、属性内-外融合与属性合取扩展-收缩关系、P-推理与属性内-外融合智能生成以及属性内-外融合与信息智能挖掘-分离的应用。

为了便于讨论，方便符号与概念的引用，容易接受本文给出的结果，把P-集合结构、P-推理结构与属性合取范式结构简单引入到本文的第2节内，作为本文讨论的概念准备；P-集合、P-推理、属性合取的更多特征与应用见文献[2-19]。

2 P-集合，P-推理与属性合取范式

约定 1 U是有限元素论域，X是U上的有限普通元素集合(有限普通经典集合)；V是有限属性论域，α是V上的有限属性集合；$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$，$\bar{F}=\{\bar{f}_1,\bar{f}_2,\cdots,\bar{f}_m\}$是元素(属性)迁移族，$f\in F$，$\bar{f}\in\bar{F}$是元素(属性)迁移[2-19]。

文献[2-4]给出：

给定有限普通集合$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$是$X$的属性集合，称$X^{\bar{F}}$是$X$生成的内P-集合，简称$X^{\bar{F}}$是内P-集合(internal packet set)，而且

$$X^{\bar{F}}=X-X^- \tag{1}$$

X^-称作X的$\bar{F}$-元素删除集合，而且

$$X^-=\{x|x\in X,\bar{f}(x)=u\overline{\in}X,\bar{f}\in\bar{F}\} \tag{2}$$

如果$X^{\bar{F}}$的属性集合α^F满足

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i{}'|f(\beta_i)=\alpha_i{}'\in\alpha,f\in F\} \tag{3}$$

式(3)中$\beta_i\in V$，$\beta_i\overline{\in}\alpha$；$f\in F$把$\beta_i$变成$f(\beta_i)=\alpha_i{}'\in\alpha$，$X^{\bar{F}}\neq\emptyset$。式(1)中$X^{\bar{F}}=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}$，$p\leqslant q$；$p,q\in\mathbf{N}^+$。

给定有限普通集合$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$是$X$的属性集合，称$X^F$是$X$生成的外P-集合，简称$X^F$是外P-集合(outer packet set)，而且

$$X^F=X\cup X^+ \tag{4}$$

X^+称作X的F-元素补充集合，而且

$$X^+=\{u|u\in U,u\overline{\in}X,f(u)=x'\in X,f\in F\} \tag{5}$$

如果X^F的属性集合$\alpha^{\bar{F}}$满足

$$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\{\beta_i|\bar{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha,\bar{f}\in\bar{F}\} \tag{6}$$

式(6)中，$\alpha_i\in\alpha$，$\bar{f}\in\bar{F}$把α_i变成$\bar{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha$；$\alpha^{\bar{F}}\neq\emptyset$；式(4)中$X^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$，$q\leqslant r$，$q,r\in\mathbf{N}^+$。

由内P-集合$X^{\bar{F}}$与外P-集合X^F构成的元素集合对称作集合X生成的P-集合，简称P-集合(packet sets)，而且

$$(X^{\bar{F}},X^F) \tag{7}$$

有限普通集合X称作P-集合$(X^{\bar{F}},X^F)$的基集合(基础集合)。

利用式(3)得到：

$$\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F \tag{8}$$

由式(8)、式(1)得到内P-集合$X^{\bar{F}}$满足

$$X_n^{\bar{F}}\subseteq X_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq X_2^{\bar{F}}\subseteq X_1^{\bar{F}} \tag{9}$$

利用式(6)得到：

$$\alpha_n^{\bar{F}}\subseteq\alpha_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^{\bar{F}}\subseteq\alpha_1^{\bar{F}} \tag{10}$$

由式(10)、式(4)得到外P-集合满足

$$X_1^F\subseteq X_2^F\subseteq\cdots\subseteq X_{n-1}^F\subseteq X_n^F \tag{11}$$

利用式(9)、式(11)得到：

$$\{(X_i^{\bar{F}},X_j^F)|i\in I,j\in J\} \tag{12}$$

式(12)称作X生成的P-集合族，是P-集合的一般表达形式。I,J是指标集。

命题1 P-集合与有限普通集合X满足

$$(X^{\bar{F}},X^F)_{F=\bar{F}=\emptyset}=X \tag{13}$$

命题2 P-集合族与有限普通集合X满足

$$\{(X_i^{\bar{F}},X_j^F)|i\in I,j\in J\}_{F=\bar{F}=\emptyset}=X \tag{14}$$

文献[5,6]给出：

内P-集合$X_{k+1}^{\bar{F}}$的属性集合α_{k+1}^F与$X_k^{\bar{F}}$的属性集合α_k^F，$X_{k+1}^{\bar{F}}$与$X_k^{\bar{F}}$满足

$$\text{if }\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F,\text{then }X_{k+1}^{\bar{F}}\Rightarrow X_k^{\bar{F}} \tag{15}$$

式(15)称作内P-集合生成的内P-推理(internal packet reasoning)，简称内P-推理。$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$称作内P-推理条件，$X_{k+1}^{\bar{F}}\Rightarrow X_k^{\bar{F}}$称作内P-推理结论。

式(15)中，$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$与$\alpha_k^F\subseteq\alpha_{k+1}^F$等价；$X_{k+1}^{\bar{F}}\Rightarrow X_k^{\bar{F}}$与$X_{k+1}^{\bar{F}}\subseteq X_k^{\bar{F}}$等价。

外P-集合X_{k+1}^F的属性集合$\alpha_{k+1}^{\bar{F}}$与X_k^F的属性集合$\alpha_k^{\bar{F}}$，X_{k+1}^F与X_k^F，满足

$$\text{if }\alpha_{k+1}^{\bar{F}}\Rightarrow\alpha_k^{\bar{F}},\text{then }X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F \tag{16}$$

式(16)称作外P-集合生成的外P-推理(outer packet reasoning)，简称外P-推理。$\alpha_{k+1}^{\bar{F}}\Rightarrow\alpha_k^{\bar{F}}$称作外P-推理条件，$X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F$称作外P-推理结论。

P-集合$(X_{k+1}^{\bar{F}},X_k^F)$的属性集合$(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^{\bar{F}})$与$(X_k^{\bar{F}},X_{k+1}^F)$的属性集合$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^{\bar{F}})$，$(X_{k+1}^{\bar{F}},X_k^F)$与$(X_k^{\bar{F}},X_{k+1}^F)$满足

$$\text{if }(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^{\bar{F}})\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^{\bar{F}}),\text{then }(X_{k+1}^{\bar{F}},X_k^F)\Rightarrow(X_k^{\bar{F}},X_{k+1}^F) \tag{17}$$

式(17)称作P-集合生成的P-推理(packet reasoning)，简称P-推理；$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^{\bar{F}})\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^{\bar{F}})$称作P-推理条件，$(X_{k+1}^{\bar{F}},X_k^F)\Rightarrow(X_k^{\bar{F}},X_{k+1}^F)$称作P-推理结论。

式(17)中，$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^{\bar{F}})\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^{\bar{F}})$表示$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$，$\alpha_{k+1}^{\bar{F}}\Rightarrow\alpha_k^{\bar{F}}$；$(X_{k+1}^{\bar{F}},X_k^F)\Rightarrow(X_k^{\bar{F}},X_{k+1}^F)$表示$X_{k+1}^{\bar{F}}\Rightarrow X_k^{\bar{F}}$，$X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F$。

文献[1]给出：

给定有限普通集合$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$是$X$的属性集合，$\forall x_i\in X$的属性$\alpha_i$满足

$$\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t \tag{18}$$

称作 X 是具有属性合取范式特征的集合。

给定内 P-集合 $X^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}\subset U$，$\alpha^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_m\}\subset V$ 是 X^F 的属性集合，$\forall x_i\in X^F$ 的属性 α_i 满足

$$\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{m}\alpha_t \tag{19}$$

称 X^F 是具有属性合取范式扩展特征的集合。

给定外 P-集合 $X^{\bar{F}}=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}\subset U$，$\alpha^{\bar{F}}=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_\lambda\}\subset V$ 是 $X^{\bar{F}}$ 的属性集合，$\forall x_j\in X^{\bar{F}}$ 的属性 α_j 满足

$$\alpha_j=\bigwedge_{t=1}^{\lambda}\alpha_t \tag{20}$$

称 $X^{\bar{F}}$ 是具有属性合取范式收缩特征的集合。

式(18)—式(20)中，$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$ 是 P-集合的基集合；$p<q<r$；$\lambda<k$；$k<m$；$p,q,k,r,m,\lambda\in N^+$。

属性合取范式存在的事实与直接解释：

给定苹果集合(有限普通集合)$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2\}$ 是 X 的属性集合，$\alpha_1=$红色，$\alpha_2=$甜味；显然，$\forall x_i\in X$，x_i 具有属性 α_1,α_2；或者，$x_i\in X$ 的属性 $\alpha_i=\alpha_1\wedge\alpha_2=\bigwedge_{t=1}^{2}\alpha_t$。在 α 内补充属性 $\alpha_3=$山东烟台，α 变成 $\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_3\}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$，$X$ 变成 $X^F=\{x_1,x_4\}$；显然，$\forall x_i\in X^F$，x_i 具有属性 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$；或者，$x_i\in X^F$ 的属性 $\alpha_i=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\alpha_3=\bigwedge_{t=1}^{3}\alpha_t$。"属性合取范式"是 P-集合(或函数 P-集合)存在的逻辑"基石"。

利用 2 节中的预备概念，给出 3—5 节。

3 属性内-外融合与内-外融合定理

定义 1 称 α^F 是属性集合 α 生成 X^F 的属性内-融合，简称 α^F 是属性内-融合，如果存在属性集合 $\Delta\alpha\neq\emptyset$，$\Delta\alpha\cap\alpha=\emptyset$；$\alpha^F$，$\alpha$ 与 $\Delta\alpha$ 满足

$$\alpha^F=\alpha\cup\Delta\alpha \tag{21}$$

定义 2 称 $\alpha^{\bar{F}}$ 是属性集合 α 生成 $X^{\bar{F}}$ 的属性外-融合，简称 $\alpha^{\bar{F}}$ 是属性外-融合，如果存在属性集合 $\nabla\alpha\neq\emptyset$，$\nabla\alpha\subset\alpha$；$\alpha^{\bar{F}}$，$\alpha$ 与 $\nabla\alpha$ 满足

$$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\nabla\alpha \tag{22}$$

式(22)中，$\alpha^{\bar{F}}\neq\emptyset$

定义 3 称 $(\alpha^F,\alpha^{\bar{F}})$ 是属性集合 α 生成 $(X^F,X^{\bar{F}})$ 的属性内-外融合，简称 $(\alpha^F,\alpha^{\bar{F}})$ 是属性内-外融合，如果 α^F 是属性内-融合，$\alpha^{\bar{F}}$ 是属性外融合；α^F，$\alpha^{\bar{F}}$，$\Delta\alpha\neq\emptyset$，$\nabla\alpha\neq\emptyset$ 满足

$$(\alpha^F,\alpha^{\bar{F}})=(\alpha\cup\Delta\alpha,\alpha-\nabla\alpha) \tag{23}$$

式(23)表示 $\alpha^F=\alpha\cup\Delta\alpha$，$\alpha^{\bar{F}}=\alpha-\nabla\alpha$。

定义 4 称实数 r^F，$r^{\bar{F}}$ 分别是属性内-融合系数，属性外-融合系数，如果

$$r^F=\mathrm{card}(\alpha^F)/\mathrm{card}(\alpha) \tag{24}$$

$$r^{\bar{F}}=\mathrm{card}(\alpha^{\bar{F}})/\mathrm{card}(\alpha) \tag{25}$$

式(24)、式(25)中，card=cardinal number；α^F，$\alpha^{\bar{F}}$ 分别是 X^F，$X^{\bar{F}}$ 的属性集合。

称实数对 $(r^F,r^{\bar{F}})$ 是属性内-外融合系数，如果 r^F，$r^{\bar{F}}$ 分别是属性内-融合系数与属性外-融合系数。

由定义 1—4 得到：

定理 1(属性内-融合迭代生成定理) 属性内-融合 α_{k+1}^F，α_k^F 与 $\Delta\alpha_k$ 满足

$$\alpha_{k+1}^F=\alpha_k^F\cup\Delta\alpha_k \tag{26}$$

证明：取 $i=1,2,\cdots,n$，由式(21)得到 $\alpha_1^F=\alpha\cup\Delta\alpha$，令 $\alpha_1^F=\alpha$，得到 $\alpha_2^F=\alpha_1^F\cup\Delta\alpha_1=(\alpha\cup\Delta\alpha)\cup\Delta\alpha_1$，令 $\alpha_2^F=\alpha_1^F$，得到 $\alpha_3^F=\alpha_2^F\cup\Delta\alpha_2=((\alpha\cup\Delta\alpha)\cup\Delta\alpha_1)\cup\Delta\alpha_2$，…，令 $\alpha_n^F=\alpha_{n-1}^F$，得到 $\alpha_n^F=\alpha_{n-1}^F\cup\Delta\alpha_{n-1}=((((\alpha\cup\Delta\alpha)\cup\Delta\alpha_1)\cup\Delta\alpha_2)\cdots)\cup\Delta\alpha_{n-1}$。则对于任意的 $k\in N^+$，有 $\alpha_{k+1}^F=\alpha_k^F\cup\Delta\alpha_k$，得到式(26)；$\alpha_1^F,\alpha_2^F,\cdots,\alpha_n^F$ 满足 $\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_n^F$。

定理 2(属性外-融合迭代生成定理) 属性外-融合 $\alpha_{k+1}^{\bar{F}}$，$\alpha_k^{\bar{F}}$ 与 $\nabla\alpha_k$ 满足

$$\alpha_{k+1}^{\bar{F}}=\alpha_k^{\bar{F}}-\Delta\alpha_k \tag{27}$$

这里，$\alpha_{k+1}^{\bar{F}}\neq\emptyset$。

定理 2 的证明与定理 1 类似，略。

定理 3(属性内-外融合迭代生成定理) 属性内-外融合 $(\alpha_{k+1}^F,\alpha_{k+1}^{\bar{F}})$ 与 $\Delta\alpha_k$，$\nabla\alpha_k$ 满足

$$(\alpha_{k+1}^F,\alpha_{k+1}^{\bar{F}})=(\alpha_k^F\cup\Delta\alpha_k,\alpha_k^{\bar{F}}-\nabla\alpha_k) \tag{28}$$

这里，$\Delta\alpha_k\neq\emptyset$，$\nabla\alpha_k\neq\emptyset$。

证明由定理 1 与定理 2 直接得到，略。

推论 1 若 α_k^F 是 α 生成的属性内-融合，则 $\alpha_k^F\cap\alpha\neq\emptyset$。

推论 2 若 $\alpha_\lambda^{\bar{F}}$ 是 α 生成的属性外-融合，则 $\alpha_\lambda^{\bar{F}}\cap\alpha\neq\emptyset$。

定理 4(属性内-外融合二维空间定理) 属性内-外融合系数 $(r^F,r^{\bar{F}})$ 分别生成与单位圆○具有同圆心的外圆 $○^F$ 与内圆 $○^{\bar{F}}$，而且

$$○^{\bar{F}}\subset○\subset○^F \tag{29}$$

式(29)中"⊂"表示 $○^{\bar{F}}$ 被○包围，○被 $○^F$ 包围。

证明：给定属性集合 $\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$，属性内-融合 $\alpha^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_m\}$，属性外-融合 $\alpha^{\bar{F}}=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_\lambda\}$，$\lambda<k$；令 $r=card(\alpha)/card(\alpha)=1$ 是属性集合 α 自身融合系数。由式(24)、式(25)分别得到：$r^F>r$，$0<r^{\bar{F}}<r$；以坐标原点 o 为圆心，以 r 为半径作单位圆○；以坐标原点 o 为圆心，以 $r^F>r$ 为半径作圆 $○^F$；以坐标原点 o 为圆心，以 $r^{\bar{F}}<r$ 为半径作圆 $○^{\bar{F}}$，则有 $○^{\bar{F}}\subset○\subset○^F$，得到定理 4。

图 1 给出属性内-外融合的二维空间直观表示。

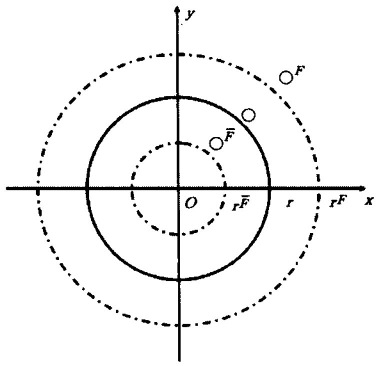

图 1 以 $r=1$ 为半径构成属性 α 的属性单位圆○，单位圆○用实线表示；以 $r^F>1$ 为半径构成属性单位圆○的外圆 $○^F$，外圆 $○^F$ 用虚线表示；以 $r^{\bar{F}}<r$ 为半径构成属性单位圆 O 的内圆 $○^{\bar{F}}$，内圆 $○^{\bar{F}}$ 用虚线表示；坐标原点是单位圆○、外圆 $○^F$ 与内圆 $○^{\bar{F}}$ 的公共圆心

推论 3 属性内-融合系数 r^F 是由数值 0 与 $r=1$ 构成的单位离散区间(0,1)的外点，或者

$$r^F\overline{\in}(0,1) \tag{30}$$

推论 4 属性外-融合系数 $r^{\bar{F}}$ 是由数值 0 与 $r=1$ 构成的单位离散区间(0,1)的内点，或者

$$r^{\bar{F}}\in(0,1) \tag{31}$$

推论 5 属性外-融合系数 $r^{\bar{F}}$ 与属性内-融合系数 r^F 构成的离散区间 $[r^{\bar{F}},r^F]$ 与单位离散区间(0,1)满足

$[r^F, r^F]\cap(0,1)\neq\emptyset$ (32)

属性内-外融合的直接意义与它在P-集合动态特性中的表现：

属性内-融合是指：属性集合α之外的属性α_i被融合到α内（或α_i被迁移到α内）；属性外-融合是指：属性集合α之内的属性α_j被融出到α外（或α_j被迁移到α外）；属性内-外融合是指：属性集合α之外的属性α_i被融合到α内同时属性集合α之内的属性α_j被融出到α外（或α_i被迁移到α内同时α_j被迁移到α外）。这里"融合"是动词[20-25]。属性内-融合、属性外-融合、属性内-外融合的存在，使得普通有限元素集合X生成P-集合(X^F, X^F)；P-集合(X^F, X^F)的动态特性来自第2节中的式(3)、式(6)中隐藏的属性内-融合、属性外-融合。P-集合(X^F, X^F)的动态特性间接地表示了属性内-融合、属性外-融合的存在。第2节中的式(3)、式(6)已经给出属性内-融合、属性外-融合的融合结构；式(8)、式(10)分别给出属性内-融合结果、属性外-融合结果；或许人们从式(3)、式(6)中还未悟出属性内-融合、属性外-融合的概念存在。P-集合(X^F, X^F)生成的信息融合（元素融合）、P-集合(X^F, X^F)的属性集合(α^F, α^F)生成的属性融合（属性内-外融合）或许正在逐步开发"大数据"的一些新的应用，或许正在逐步挖掘到潜藏在"大数据"中不被人们事先知道的新理论，或许正在逐步形成研究"大数据"理论模型与动态的方法；因为"大数据"本身具有动态特征：冗余数据被删除，缺失数据被补充。

4 属性内-外融合与属性合取扩展-收缩关系

定理5（属性内-融合与属性合取范式扩展关系） α^F是X的属性集合α生成的属性内-融合，或者

$$\alpha^F=\alpha\cup\Delta\alpha \tag{33}$$

的充分必要条件是$\forall x_i\in X^F$的属性$\alpha_i\in\alpha^F$满足属性合取范式扩展，而且

$$\alpha_i=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t \tag{34}$$

式(33)中，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$，$\alpha^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_m\}$是$X^F$的属性集合。

证明：1°设$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是$X$的属性集合，由2节中的式(1)—式(3)知：内P-集合X^F的属性集合

$$\begin{aligned}\alpha^F&=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_m\}\\&=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\cup\{\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_m\}\\&=\alpha\cup\Delta\alpha\end{aligned}$$

满足式(33)；由式(19)得到$\forall x_i\in X^F$的属性$\alpha_i\in\alpha^F$满足

$$\begin{aligned}\alpha_i&=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\alpha_k\wedge\alpha_{k+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_m\\&=(\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\alpha_k)\wedge(\alpha_{k+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_m)\\&=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t\end{aligned}$$

得到式(34)。

2°若$\forall x_i\in X^F$的属性集合$\alpha_i\in\alpha^F$满足$\alpha_i=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t$，由于

$$\begin{aligned}\alpha_i&=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t\\&=(\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\alpha_k)\wedge(\alpha_{k+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_m)\\&=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\alpha_k\wedge\alpha_{k+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_m\\&=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_m\}\\&=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_m\}\\&=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\cup\{\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_m\}\\&=\alpha\cup\Delta\alpha\end{aligned}$$

由式(21)得到：α^F是X的属性集合α生成的属性内-融合。

由1°与2°得到定理5。

定理6（属性外-融合与属性合取范式收缩关系） α^F是X的属性集合α生成的属性外-融合，或者

$$\alpha^F=\alpha-\nabla\alpha \tag{35}$$

的充分必要条件是$\forall x_j\in X^F$的属性$\alpha_j\in\alpha^F$满足属性合取范式收缩，而且

$$\alpha_j=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)-(\bigwedge_{t=\lambda+1}^{k}\alpha_t) \tag{36}$$

式(35)中，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_\lambda,\alpha_{\lambda+1},\cdots,\alpha_k\}$，$\alpha^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_\lambda\}$是$X^F$的属性集合。

证明与定理5类似，略。

由定理5与定理6可直接得到：

定理7（属性内-外融合与属性合取范式扩展-收缩关系） (α^F,α^F)是X的属性集合α生成的属性内-外融合，或者

$$(\alpha^F,\alpha^F)=(\alpha\cup\Delta\alpha,\alpha-\nabla\alpha) \tag{37}$$

的充分必要条件是$\forall x_i\in X^F$的属性α_i、$\forall x_j\in X^F$的属性α_j满足属性合取范式扩展-收缩，而且

$$(\alpha_i,\alpha_j)=((\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t,(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)-(\bigwedge_{t=\lambda+1}^{k}\alpha_t)) \tag{38}$$

推论6 若$\forall x_i\in X^F$的属性α_i满足属性合取范式扩展

$$\alpha_i=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t \tag{39}$$

则X^F的属性集合α^F是X的属性集合α的属性补充生成。

推论7 若$\forall x_j\in X^F$的属性α_j满足属性合取范式收缩

$$\alpha_j=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)-(\bigwedge_{t=\lambda+1}^{k}\alpha_t) \tag{40}$$

则X^F的属性集合α^F是X的属性集合α的属性删除生成。

推论8 若$\forall x_i\in X^F$的属性α_i、$\forall x_j\in X^F$的属性α_j满足属性合取范式扩展-收缩

$$(\alpha_i,\alpha_j)=((\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t,(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)-(\bigwedge_{t=\lambda+1}^{k}\alpha_t)) \tag{41}$$

则X的属性集合α内被补充一些属性，同时α内被删除另一些属性。

利用第3节中的属性内-外融合与第2节中的P-推理得到第5节。

5 P-推理与属性内-外融合智能生成

定理8（属性内-融合智能生成定理） 若存在$\nabla X\neq\emptyset$，∇X是X的删除$(X-\nabla X)$，则存在$\Delta\alpha\neq\emptyset$，$(\alpha\cup\Delta\alpha)$是被内P-推理智能生成$\alpha$的属性内-融合，如果$(\alpha\cup\Delta\alpha)$与$(X-\nabla X)$满足

$$\text{if } \alpha\Rightarrow(\alpha\cup\Delta\alpha),\text{then } (X-\Delta X)\Rightarrow X \tag{42}$$

式中，α是X的属性集合。

证明：若$\nabla X\neq\emptyset$，∇X是X内的删除$(X-\nabla X)$，则$(X-\nabla X)$与X满足式(15)中内P-推理结论：$(X-\Delta X)\Rightarrow X$，$(X-\nabla X)=X^F$；在内P-推理结论条件下，$X$的属性集合$\alpha$内被补充$\Delta\alpha\neq\emptyset$，$\alpha\cup\Delta\alpha=\alpha^F$；$\alpha$与$(\alpha\cup\Delta\alpha)$满足内P-推理条件$\alpha\Rightarrow(\alpha\cup\Delta\alpha)$，或者$(\alpha\cup\Delta\alpha)$是满足内P-推理结论$(X-\Delta X)\Rightarrow X$得到的$\alpha$智能生成；由式(21)得到$(\alpha\cup\Delta\alpha)$是$\alpha$的属性内-融合。

定理9（属性外-融合智能生成定理） 若存在$\Delta X\neq\emptyset$，ΔX是X的补充$(X\cup\Delta X)$，则存在$\nabla\alpha\neq\emptyset$，$(\alpha-\nabla\alpha)$是被外P-推理智能生成$\alpha$的属性外-融合，如果$(\alpha-\nabla\alpha)$与$(X\cup\Delta X)$满足

$$\text{if } (\alpha-\nabla\alpha)\Rightarrow\alpha,\text{then } X\Rightarrow(X\cup\Delta X) \tag{43}$$

式中，α 是 X 的属性集合。

证明：若 $\Delta X\neq\varnothing$，ΔX 是从 X 外对 X 的补充，$(X\cup\Delta X)$，则$(X\cup\Delta X)$与 X 满足式(16)中外 P-推理结论：$X\Rightarrow(X\cup\Delta X)$，$(X\cup\Delta X)=X^F$；在外 P-推理结论条件下，$X$ 的属性集合 α 内被删除 $\nabla\alpha\neq\varnothing$，$\alpha-\Delta\alpha=\alpha^F$；$\alpha$ 与$(\alpha-\nabla\alpha)$满足外 P-推理条件$(\alpha-\nabla\alpha)\Rightarrow\alpha$，或者$(\alpha-\nabla\alpha)$是满足外 P-推理结论 $X\Rightarrow(X\cup\Delta X)$得到的 α 智能生成；由式(22)得到$(\alpha-\nabla\alpha)$是 α 的属性外-融合。

由定理 8 与定理 9 直接得到：

定理 10(属性内-外融合智能生成定理) 若存在$(\nabla X,\Delta X)\neq\varnothing$，$\nabla X$ 是 X 的删除$(X-\nabla X)$，ΔX 是 X 的补充$(X\cup\Delta X)$；则存在$(\Delta\alpha,\nabla\alpha)\neq\varnothing$，$((\alpha\cup\Delta\alpha),(\alpha-\nabla\alpha))$是被 P-推理智能生成 α 的属性内-外融合，如果$((\alpha\cup\Delta\alpha),(\alpha-\nabla\alpha))$与$((X-\nabla X),(X\cup\Delta X))$满足

$$\text{if } (\alpha,(\alpha-\nabla\alpha))\Rightarrow((\alpha\cup\Delta\alpha),\alpha),\text{then } ((X-\nabla X),X)\Rightarrow(X,(X\cup\Delta X)) \tag{44}$$

式(44)中，$(\alpha,(\alpha-\nabla\alpha))\Rightarrow((\alpha\cup\Delta\alpha),\alpha)$，表示 $\alpha\Rightarrow(\alpha\cup\Delta\alpha)$，$(\alpha-\nabla\alpha)\Rightarrow\alpha$；$((X-\nabla X),X)\Rightarrow(X,(X\cup\Delta X))$ 表示$(X-\nabla X)\Rightarrow X$，$X\Rightarrow(X\cup\Delta X)$。

由定理 8－10 得到：

推论 9 若$(\alpha\cup\Delta\alpha)$是被内 P-推理智能生成的属性内-融合，则满足 $\alpha\Rightarrow(\alpha\cup\Delta\alpha)$，潜藏在 X 内的 X^F 被发现，$X^F\subseteq X$。

推论 10 若$(\alpha-\nabla\alpha)$是被外 P-推理智能生成的属性外-融合，则满足$(\alpha-\nabla\alpha)\Rightarrow\alpha$，潜藏在 X 外的 X^F 被发现，$X\subseteq X^F$。

推论 11 若$((\alpha\cup\Delta\alpha),(\alpha-\nabla\alpha))$是被 P-推理智能生成的属性内-外融合，则满足$(\alpha,(\alpha-\nabla\alpha))\Rightarrow((\alpha\cup\Delta\alpha),\alpha)$，潜藏在 X 内与潜藏在 X 外的(X^F,X^F)被发现，$X^F\subseteq X\subseteq X^F$。

定理 11(属性智能内-融合与智能内-挖掘定理) 若内 P-推理生成属性内-融合满足

$$\{\text{if } \alpha_k^F\Rightarrow(\alpha_k^F\cup\Delta\alpha_k),\text{then } (X_k^F-\nabla X_k)\Rightarrow X_k^F\mid k=1,2,\cdots,n\} \tag{45}$$

则 X_k^F 从大到小依次在 X 内被智能内-挖掘，而且

$$X_n^F\subseteq X_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq X_2^F\subseteq X_1^F \tag{46}$$

X_n^F 的属性内-融合系数 r_n^F 满足

$$r_n^F=\max_{k=1}^{n}(r_k^F) \tag{47}$$

定理 12(属性智能外-融合与智能外-挖掘定理) 若外 P-推理生成属性外-融合满足

$$\{\text{if}(\alpha_k^F-\nabla\alpha_k)\Rightarrow\alpha_k^F,\text{then } X_k^F\Rightarrow(X_k^F\cup\Delta X_k)\mid k=1,2,\cdots,n\} \tag{48}$$

则 X_k^F 从小到大依次在 X 外被智能外-挖掘，而且

$$X_1^F\subseteq X_2^F\subseteq\cdots\subseteq X_{n-1}^F\subseteq X_n^F \tag{49}$$

X_n^F 的属性外-融合系数 r_n^F 满足

$$r_n^F=\min_{k=1}^{n}(r_k^F) \tag{50}$$

推论 12 满足

$$\{\text{if } (\alpha_k^F,(\alpha_k^F-\nabla\alpha_k))\Rightarrow((\alpha_k^F\cup\Delta\alpha_k),\alpha_k^F),\text{then } ((X_k^F-\nabla X_k),X_k^F)\Rightarrow(X_k^F,(X_k^F\cup\Delta X_k))\mid k=1,2,\cdots,n\} \tag{51}$$

的(X_k^F,X_k^F)在 X 内与 X 外依次被智能挖掘，而且

$$(X_n^F,X_1^F)\subseteq(X_{n-1}^F,X_2^F)\subseteq\cdots\subseteq(X_2^F,X_{n-1}^F)\subseteq(X_1^F,X_n^F) \tag{52}$$

命题 3 被智能内-挖掘的 X_k^F 的元素 $x_i\in X_k^F$ 的属性 α_i 满足属性合取范式扩展，或者

$$\alpha_i=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t \tag{53}$$

命题 4 被智能外-挖掘的 X_λ^F 的元素 $x_j\in X_\lambda^F$ 的属性 α_j 满足属性合取范式收缩，或者

$$\alpha_j=(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)-(\bigwedge_{t=\mu+1}^{k}\alpha_t) \tag{54}$$

命题 5 被智能内-外挖掘的(X_k^F,X_λ^F)的元素 $x_i\in X_k^F$ 的属性 α_i，$x_j\in X_\lambda^F$ 的属性 α_j 满足属性合取范式扩展-收缩，或者

$$(\alpha_i,\alpha_j)=((\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)\bigwedge_{t=k+1}^{m}\alpha_t,(\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t)-(\bigwedge_{t=\lambda+1}^{k}\alpha_t)) \tag{55}$$

式(53)－式(55)中，$\mu<k$；$m,k,\mu,\lambda\in N^+$。

利用 2 节中的概念、模型以及第 3－5 节中的理论与结果，给出第 6 节。

6 属性内-外融合与信息智能挖掘-分离应用

约定 2 本节只给出属性内-融合与信息智能挖掘-分离应用的讨论；属性外-融合与信息智能挖掘-分离应用、属性内-外融合与信息智能挖掘-分离应用的讨论，略。本节的例子取自信息智能检索系统。为了简便，又不失理论和应用一般性，取信息智能检索系统的一个子系统(子系统已做了适当的简化)给出讨论。在本节中，第 2－5 节中的符号 X,X^F 分别用(x)，$(x)^F$表示；或者 $X=(x)$，$X^F=(x)^F$；(x)称作信息，$\forall x_i\in(x)$称作(x)的信息元；$(x)^F$称作内 P-信息，$\forall x_j\in(x)^F$称作$(x)^F$的信息元；不引起混乱与误解。

德州学院地处鲁北，是山东省省属综合性大学之一，在校学生 26000 余名。该校图书馆每天接待借书、还书的学生，教职工数千人，工作量之大给图书馆管理带来巨大的压力，给学生、教职工的教学、科研带来诸多不便。2010 年该校启动信息智能检索系统应用于图书管理(图书查询-检索)，系统运行数年，效果良好。

本节选择数学类图书智能检索给出讨论。(x)是数学类部分图书构成的信息，α 是(x)的属性集合((x)的特征集合)。

$$(x)=\{x_1,x_2,x_3,\cdots,x_9,x_{10}\} \tag{56}$$

$$\alpha=\{\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\} \tag{57}$$

式(57)中，α_0＝数学类，α_1＝基础类，α_2＝专业类，α_3＝算法类，α_4＝应用类。α_0 与 $\alpha_1-\alpha_4$ 分别构成属性划分 α_1^*，α_2^* α_3^*，α_4^*：

$$\begin{aligned}\alpha_1^*&=\{\alpha_0,\alpha_1\}\\ \alpha_2^*&=\{\alpha_0,\alpha_2\}\\ \alpha_3^*&=\{\alpha_0,\alpha_3\}\\ \alpha_4^*&=\{\alpha_0,\alpha_4\}\end{aligned} \tag{58}$$

$\forall\alpha_i^*$ 与 α 满足 $\forall\alpha_i^*=\{\alpha_0,\alpha_i^*\}\subset\alpha$，$i=1,2,3,4$。

利用 α_1^*，学生 A 取属性 β_1＝武汉理工大学出版社，β_2＝作者施伟斌，β_3＝出版时间 2009 年；$\beta_1,\beta_2,\beta_3\,\overline{\in}\,\alpha_1^*$；$\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 内融合到 α_1^* 内，A 得到

$$\alpha_A=\alpha_1^*\cup\{\beta_1,\beta_2,\beta_3\}=\{\alpha_0,\alpha_1,\beta_1,\beta_2,\beta_3\} \tag{59}$$

利用 α_3^*，教师 B 取属性 β_4＝高等教育出版社，β_5＝作者孔德兴，β_6＝出版时间 2010 年；$\beta_4,\beta_5,\beta_6\,\overline{\in}\,\alpha_3^*$，$\beta_4,\beta_5,\beta_6$ 内融合到 α_3^* 内，B 得到

$$\alpha_B=\alpha_3^*\cup\{\beta_4,\beta_5,\beta_6\}=\{\alpha_0,\alpha_3,\beta_4,\beta_5,\beta_6\} \tag{60}$$

利用内 P-推理

$$\begin{aligned}&\text{if } \alpha_1^*\Rightarrow\alpha_A,\text{then } (x)_A^F\Rightarrow(x);\\ &\text{if } \alpha_3^*\Rightarrow\alpha_B,\text{then } (x)_B^F\Rightarrow(x)\end{aligned} \tag{61}$$

A、B 分别得到信息(图书)$(x)_A^F$，$(x)_B^F$：

$$(x)_A^{\bar{F}}=\{x_2\} \tag{62}$$

$$(x)_B^{\bar{F}}=\{x_7\} \tag{63}$$

$(x)_A^{\bar{F}},(x)_B^{\bar{F}}$ 满足

$$(x)_A^{\bar{F}}\cap(x)_B^{\bar{F}}=\varnothing \tag{64}$$

信息$(x)_A^{\bar{F}}$(基础类图书)的属性(特征)α_i 满足属性合取范式扩展

$$\alpha_A=(\alpha_0\wedge\alpha_1)\bigwedge_{k=1}^{3}\beta_k \tag{65}$$

信息$(x)_B^{\bar{F}}$(算法类图书)的属性(特征)α_j 满足属性合取范式扩展

$$\alpha_B=(\alpha_0\wedge\alpha_4)\bigwedge_{t=4}^{6}\beta_t \tag{66}$$

利用第 5 节中的属性内-融合智能生成与式(58)—式(66)得到:$(x)_A^{\bar{F}},(x)_B^{\bar{F}}$ 分别是满足 α_1^*,α_3^* 的属性内-融合,由式(61)中的内 P-推理得到的$(x)_A^{\bar{F}},(x)_B^{\bar{F}}$ 分别从(x)内被智能挖掘-分离,满足式(64)。图 2 给出信息智能检索系统的子系统简化框图,子系统的始端与末端在图中被简化,略去。

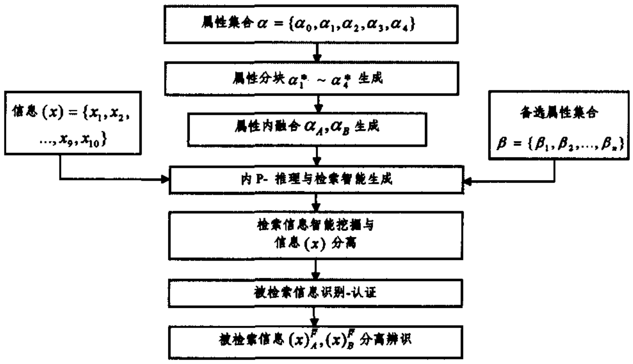

图 2　图书信息智能检索系统的子系统框图

由图 2 容易得到信息智能挖掘-分离算法,算法略。

应用结果分析与系统对应用结果的认证:

在应用例子中,(x)是数学类图书信息,$\forall x_i\in(x),i=1,2,\cdots,10$ 具有属性集合(特征集合)$\alpha_i^*,i\in(1,2,3,4)$;令 $\alpha^*=\{\alpha_1^*,\alpha_2^*,\alpha_3^*,\alpha_4^*\}$,分别取 $\alpha_1^*\in\alpha^*,\alpha_3^*\in\alpha^*$;利用 3 节中的式(21),对 α_1^*,α_3^* 生成属性内-融合 α_A,α_B;$\alpha_A=\alpha_1^*\cup\Delta\beta_1',\alpha_B=\alpha_3^*\cup\Delta\beta_2',\Delta\beta_1'=\{\beta_1,\beta_2,\beta_3\},\Delta\beta_2'=\{\beta_4,\beta_5,\beta_6\}$;利用内 P-推理,从$(x)$内智能挖掘到数学类图书信息$(x)_A^{\bar{F}},(x)_B^{\bar{F}}$。挖掘$(x)_A^{\bar{F}},(x)_B^{\bar{F}}$ 的过程中,属性内-融合 α_A,α_B 是在满足内 P-推理结论$(x)_A^{\bar{F}}\Rightarrow(x),(x)_B^{\bar{F}}\Rightarrow(x)$下得到的;或者,在满足内 P-推理结论条件下,属性内-融合 $\alpha_A=\alpha_1^*\cup\Delta\beta_1',\alpha_B=\alpha_3^*\cup\Delta\beta_1'$被智能生成。由 α_A,α_B 的智能生成,$(x)_A^{\bar{F}},(x)_B^{\bar{F}}$ 从(x)内被分离(或从(x)内找到$(x)_A^{\bar{F}},(x)_B^{\bar{F}}$)。式(65)、式(66)给出图书信息$(x)_A^{\bar{F}},(x)_B^{\bar{F}}$ 满足属性合取范式扩展。本节给出的结果式(56)—式(61)、式(62)与式(63)得到正在使用的信息智能检索系统(图书智能检索系统)的认证。

7　讨论

P-集合是把动态特征引入到有限普通集合 X 内(经典有限普通集合 X 内)、改进有限普通集合 X 得到的一个动态信息(数据)模型,P-集合的动态特征来自对有限普通集合 X 内的元素删除、补充;换一种等价的说法,P-集合的动态特征来自对有限普通集合 X 的属性集合 α 内的属性补充、删除。用信息(数据)融合[20-25]的概念重新解读 P-集合的动态特性得到新的认识:属性集合 α 内的属性补充、属性删除、属性集合 α 内补充属性同时删除属性是属性融合的 3 种形式:α 外的属性被融合到 α 内,α 内的属性被融合到 α 外,α 外的属性被融合到 α 内同时 α 内的属性被融合到 α 外。利用这个新的认识,本文把 P-集合、P-推理及属性合取 3 个概念交叉、渗透,给出属性内-外融合与信息智能挖掘-分离的理论与应用研究,给出一些新的理论结果与应用。属性内-融合、属性外-融合与属性内-外融合概念一直潜藏在 P-集合的结构式(1)—式(7)中,在这之前并没有被人们发现与应用。事实上,在动态信息挖掘研究中,属性内-融合、属性外-融合与属性内-外融合却被人们自觉或不自觉地使用着;属性内-融合、属性外-融合与属性内-外融合中的一些基本理论结果未被人们发现,未被人们使用。在"大数据"理论与应用的研究中,本文中给出的理论讨论与理论结果或许给人们带来新的启迪;因为"大数据"与大数据具有的属性集合共存。"大数据"中的子数据删除、子数据的补充与属性集合内属性补充、属性集合内属性删除相对应。

参 考 文 献

[1]　史开泉. P-信息规律智能融合与软信息图像智能生成[J]. 山东大学学报:理学版,2014,49(4):1-17

[2]　史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报:理学版,2008,43(11):77-84

[3]　Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications,2009,9(2):209-219

[4]　史开泉. P-集合与它的应用特性[J]. 计算机科学,2010,37(8):1-8

[5]　史开泉. P-集合,逆 P-集合与信息智能融合-过滤辨识[J]. 计算机科学,2012,39(4):1-13

[6]　史开泉. P-推理与信息的 P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学,2011,38(7):1-9

[7]　赵树理,吴松丽,史开泉. 内 P-推理信息恢复与属性潜藏推理发现[J]. 计算机科学,2013,48(10):209-213

[8]　张环理,范成贤,史开泉. P-集合与内 P-信息的显性-隐性特征[J]. 山东大学学报:理学版,2013,48(10):29-34

[9]　吴松丽,巍葆雅,史开泉. 外 P-信息显性-隐性分离与显性-隐性分离定理[J]. 山东大学学报:理学版,2013,48(9):85-89

[10]　吴松丽,范成贤. 外 P-推理信息与属性潜藏特征[J]. 山东大学学报:理学版,2013,48(10):35-40

[11]　赵树理,范成贤,史开泉. 外 P-信息生成与它的推理-搜索发现[J]. 山东大学学报:理学版,2012,47(11):99-104

[12]　于秀清,徐凤生,史开泉. 风险投资亏损的 P-推理发现与应用[J]. 计算机科学,2013,40(8):227-232

[13]　徐凤生,于秀清,史开泉. 内 P-推理与内收敛信息的辨识[J]. 计算机科学,2012,39(3):212-215

[14]　张景晓,徐凤生,史开泉. P-集合与它的动态等价类特征[J]. 计算机科学,2012,39(4):246-249

[15]　闫立梅. P-模糊集$(A^{\bar{F}},A^{F})$及其应用[J]. 计算机科学,2011,38(5):194-198

[16]　于秀清. 迭代 F-内嵌入信息生成及其遗传发现-应用[J]. 系统工程与电子技术,2011,33(12):2691-2695

[17]　李豫颖,范成贤,史开泉. 混合记忆信息与记忆筛选[J]. 系统工程与电子技术,2011,33(8):1824-1828

[18]　Fan Cheng-xian, Lin Hong-kang. P-sets and the reasoning-idengtification of disaster information[J]. International Journal of Convergence Information Technology,2010,7(1):337-345

[19] Lin Hong-kang, Fan Cheng-Xian. The dual form of P-reasoning and idengtification of unknown attribute[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2012, 6(1): 121-131

[20] Robinson G D, Harry N. Evaluation of two applications of special mixing models to image fusian[J]. Remote Sensenvirion, 2000(71): 272-281

[21] Figue J, Grabisch M, Charbonnle M P. A method for still image interpretation relying on a multi algorithems fusion scheme, Application to human face characterization[J]. Fuzzy sets and Systems, 1999(103): 317-337

[22] 董志荣. 再论信息融合[J]. 舰船论证参考, 2002(4): 8-12

[23] 董志荣. 论信息融合[J]. 情报指挥控制系统与仿真技术, 2001(7): 27-36

[24] 杨宝强, 等. 信息融合技术研究及其应用[J]. 空军工程大学学报, 2005, 5(2): 41-44

[25] Waltz, Llinas J. Multisensor data fusion[M] // Artech House, LNC, 1990: 47-92

(上接第 253 页)

表 4 所列的不完备决策表中，所有概念决策依赖有：$a_2a_4 \to d_1$，$a_1a_2a_4 \to d_1$，$a_2a_3a_4 \to d_1$，$a_1a_2a_3a_4 \to d_1$。

在决策组中，不同的条件属性（或属性集）相对于决策属性集 D 的重要性程度可能不同。为了度量决策组 $(U/B', B) \xrightarrow{Rough} (U/D', D)$ 中某些条件属性（或属性集）$B_1 \subseteq B$ 相对于决策属性集 D 的重要程度，设 $(\mathscr{U}_B, \vartheta_S^B) \in \mathscr{B}(S)$，$R_1 = (\vartheta_S^B)'$，$R_2 = (\vartheta_S^{B-B_1})'$，我们定义了如下所示的基于相容概念的属性重要性因子：

$$\rho_{BD}(B_1) = \frac{1}{|U|}\left(\left|\bigcup_{Y \in \mathscr{U}_D} \underline{R_1}Y\right| - \left|\bigcup_{Y \in \mathscr{U}_D} \underline{R_2}Y\right|\right)$$

其中，

$$\underline{R_1}Y = \bigcup_{X \subseteq Y \text{ and } X \in \mathscr{U}_B} X, \underline{R_2}Y = \bigcup_{X \subseteq Y \text{ and } X \in \mathscr{U}_{B-B_1}} X$$

显然，$\rho_{BD}(B_1)$ 越大，B_1 相对于 D 则越重要。例如，在表 4 中，我们可以得到决策组

$$(\{126, 3456\}, a_2a_4) \xrightarrow{Rough} (\{1236, 3456\}, d_1)$$

则 a_2 和 a_4 相对于 d_1 的重要性因子分别为 0 和 1，显然，相对于决策属性 d_1，条件属性 a_4 的重要性明显要强于 a_2。

事实上，鉴于 a_2 相对于 d_1 的重要性为零，即使将决策组 $(\{126, 3456\}, a_2a_4) \xrightarrow{Rough} (\{1236, 3456\}, d_1)$ 中的条件属性 a_2 去掉，对该决策组中的确定性和不确定性决策规则（决策及相应的确定性因子）也没有任何影响。

结束语 本文把形式概念分析引入到离散的不完备信息系统中，探讨了形式概念分析在不完备信息系统中的知识获取。通过构建不完备信息系统中的相容概念格，对不完备信息系统中的一些常见问题（如上下近似算子、核、约简等）的求解进行了研究，并且讨论了相容概念在不完备决策表中的应用。把形式概念分析引入到不完备信息系统中，有助于我们从形式概念分析的角度更好地理解并解决粗糙集中的一些问题。对于一些特殊的粗糙集模型（如变精度粗糙集模型、模糊粗糙集模型和概率粗糙集模型等），我们将继续研究如何与形式概念分析进行更为广泛的融合。

参 考 文 献

[1] Pawlak Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11: 341-356

[2] Chouchoulas A, Shen Q. Rough set-aided keyword reduction for text categorization [J]. Applied Artificial Intelligence, 2001, 15(9): 843-873

[3] Swiniarski R W, Skowron A. Rough set methods in feature selection and recognition [J]. Pattern Recognition Letters, 2003, 24: 833-849

[4] Hu Yi-chung. Rough sets for pattern classification using pairwise-comparison-based tables [J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37: 7330-7337

[5] 李永敏, 朱善军, 陈湘辉, 等. 基于粗糙集模型的数据挖掘模型[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 1999(1): 110-113

[6] 张颖淳, 苏伯洪, 曹娟. 基于粗糙集的属性约简在数据挖掘中的应用研究[J]. 计算机科学, 2013, 40(8): 223-226

[7] Wille R. Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts [C] // Rival I, ed. Ordered Sets. Dordrecht Reidel, 1982: 445-470

[8] Tonella. Using a concept lattice of decomposition slices for program understanding and impact analysis [J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2003, 29(6): 495-509

[9] Arevalo G, Mens T. Analyzing object-oriented application frameworks using concept analysis [C] // LNCS. 2002, 2426: 53-63

[10] Kaytoue M, Duplessis S, Kuznetsov S O, et al. Mining gene expression data with pattern structures in formal concept analysis [J]. Information Sciences, 2011, 181(10): 1989-2001

[11] 谢志鹏, 刘宗田. 概念格与关联规则发现[J]. 计算机研究与发展, 2000, 37(12): 1415-1421

[12] 沈夏炯, 刘宗田. 形式概念分析方法与软件过程改进[J]. 计算机科学, 2003(7): 103-105

[13] Kent R E. Rough concept analysis [J]. Fundamenta Informaticae, 1996, 27: 169-181

[14] Yao Yi-yu. A comparative study of formal concept analysis and rough set theory in data analysis [C] // Proceedings of the 3rd International Conference on Rough Sets and Current Trends in Computing, RSCTC'04. LNCS3066, 2004: 59-68

[15] Lai Hong-liang, Zhang De-xue. Concept lattices of fuzzy contexts: formal concept analysis vs. rough set theory [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2009, 50(5): 695-707

[16] Wang Hong, Zhang Wen-xiu. Relationships between concept lattice and rough set [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2006, 4029: 438-547

[17] Kang Xiang-ping, Li De-yu, Wang Su-ge. Rough set model based on formal concept analysis [J]. Information Sciences, 2013, 222: 611-625

[18] Wei Ling, Qi Jian-jun. Relation between concept lattice reduct and rough set reduct [J]. Knowledge-Based Systems, 2010, 23(8): 934-938

[19] Ganter B, Wille R. Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations [M]. Berlin, Springer-Verlag, 1999

[20] 张文修, 梁吉业, 李德玉, 等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2004

[21] Leung Yee, Li De-yu. Maximal consistent block technique for rule acquisition in incomplete information systems [J]. Information Sciences, 2003, 153: 85-106