

基于双图正则的半监督 NMF 混合像元解混算法

邹 丽¹ 蔡希彪¹ 孙 静² 孙福明¹

(辽宁工业大学电子与信息工程学院 辽宁 锦州 121001)¹

(大连理工大学软件工程学院 辽宁 大连 116024)²

摘 要 在高光谱图像中混合像元普遍存在,这极大地阻碍了高光谱遥感技术的发展进程,因此,在利用光谱图像的过程中,如何准确高效地进行混合像元解混是一个关键问题。对于高光谱图像混合像元分解,使用原始的非负矩阵分解(Nonnegative Matrix Factorization, NMF)算法面临一些困难:首先,其目标函数为非凸函数,难以求解得到全局最优解;其次,混合像元中并不存在纯像元。为了解决这些问题,文中提出一种新的算法——基于双图正则的半监督 NMF(Dual graph-regularized Constrained Nonnegative Matrix Factorization, DCNMF)混合像元解混算法。该算法采用了梯度下降法和迭代更新法则,既考虑了高光谱数据流形与光谱特征流形的几何结构,又能跳出局部极值,从而求解得到全局最优解。通过真实的高光谱图像数据仿真实验表明,DCNMF 算法能够准确高效地进行混合像元分解,改善了解混效果,提高了解混精度,节约了计算时间,加快了收敛速度。

关键词 高光谱图像,混合像元解混,非负矩阵分解,双图正则

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.12.041

Hyperspectral Unmixing Algorithm Based on Dual Graph-regularized Semi-supervised NMF

ZOU Li¹ CAI Xi-biao¹ SUN Jing² SUN Fu-ming¹

(School of Electronics and Information Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou, Liaoning 121001, China)¹

(School of Software Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)²

Abstract In hyperspectral images, the existence of mixed pixels greatly impedes the development of hyperspectral remote sensing technology. Therefore, how to carry out unmixing accurately and efficiently in the process of using spectral images is a key problem. For hyperspectral unmixing, using original non-negative matrix factorization (NMF) algorithm faces some difficulties, for example, the objective function is non-convex function, so it is difficult to solve the global optimal solution. Besides, the pure pixel like element doesn't exist in mixed pixel. In order to solve these problems, this paper proposed a mixed pixel unmixing algorithm namely dual graph-regularized constrained semi-supervised NMF (DCNMF). This algorithm adopts gradient descent algorithm and iterative updating rule, considers the geometric structures of hyperspectral data manifold and the spectral feature manifold, and can jump out of the local extremum, thus solving the global optimal solution. Real hyperspectral image data simulation experiments show that DCNMF algorithm can be used to decompose the mixed pixel accurately and efficiently, enhancing the effect of unmixing, improving the accuracy of mixing, saving the computing time and speeding up convergence.

Keywords Hyperspectral images, Mixed pixel disintegration, Nonnegative matrix factorization, Bigraph regularization

1 引言

随着航空航天技术、光学检测技术、计算机及信息处理技术的快速发展,高光谱遥感技术得到了极大的发展,并被广泛应用到当前的各个领域,如利用该技术检测环境、勘测地质、智能识别人工目标、探测军事情况等。20 世纪 80 年代早期,高光谱成像(Hyperspectral Imaging)是基于成像光谱

(Imaging Spectroscopy)^[1]的,它标志着新兴的遥感科学技术发展到一个全新时期。高光谱遥感与合成孔径雷达(Synthetic Aperture Radar, SAR)、测距(Light Detection and Ranging, LiDAR)、激光探测 3 种遥感信息获取技术最具发展前景,已经成为国际遥感领域研究的重点和热点,得到了众多学者的高度重视。

高光谱遥感成像利用成像光谱仪(Imaging Spectrome-

到稿日期:2017-12-20 返修日期:2018-04-01 本文受国家自然科学基金(61572244),辽宁省高等学校优秀人才支持计划(LR2015030)资助。

邹 丽(1991-),女,硕士生,主要研究领域为现代信号处理与多媒体技术, E-mail: zouligirl128@163.com; 蔡希彪(1972-),男,博士,副教授,主要研究领域为移动通信与无线技术, E-mail: xbc1111@126.com; 孙 静(1992-),女,博士生,主要研究领域为移动通信与无线技术, E-mail: sunjing616@foxmail.com; 孙福明(1972-),男,博士,教授, CCF 会员,主要研究领域为计算机视觉、模式识别和机器学习, E-mail: sunwenfriend@hotmail.com(通信作者)。

ter)获取光谱图像,该遥感技术具有较高的光谱分辨率,可见光、近红外及中红外的光谱区范围为 $0.4\sim 2.5\mu\text{m}$ ^[2-3],光谱分辨率几乎均是纳米数量级,大多数在 10nm 以下。高光谱遥感图像的显著优点为图谱合一,不仅记录了光谱域信息,还记录了空间域信息。

由于分布的地物极其复杂多样,并且空间光谱分辨率有限,高光谱遥感图像中包含大量的混合像元,从而阻碍了高光谱遥感技术的发展进程。混合像元由多种物质的混合而成,而不是单一物质。混合像元的分解过程是从大量的混合像元中获得每一个端元,并求解相应端元在总端元所占的比例。由于混合像元在很大程度上影响了人们对地物的识别与研究,因此我们必须进行高光谱图像混合像元解混,从而为研究高光谱遥感图像提供更好的契机。

高光谱解混是进行高光谱遥感目标探测、精细分类等的关键技术,高光谱遥感解译的层次和深度也是由光谱解混技术决定的,如何准确有效地对混合像元解混是当今遥感学者关注的焦点问题,其受传感器空间分辨率低、大气散射、反射、折射、吸收等因素影响。随着遥感技术的进步,光谱分辨率提高,获取的近乎连续的光谱曲线完整地反映了地物的光谱响应特性。因此,通过对光谱曲线组成进行分析,极有可能获得像元地物的组成种类与比例,以实现混合像元的光谱解混。

Lee等^[4]于1999年提出了非负矩阵分解(Nonnegative Matrix Factorization, NMF)算法,其分解的基本原理与混合像元解混非常类似,即把原始的高光谱数据矩阵分解成两个非负矩阵(端元矩阵和丰度矩阵)再将两个非负矩阵相乘。端元(又称纯像元)是指一个像元处的光谱只含有一种类别的物质特征。通常情况下,我们将端元视为组成混合像元最基本的单元,它在混合像元中所占的比例称为丰度。目前, NMF算法是高光谱图像混合像元解混中极其重要的一类方法。Tong等^[5]提出了利用已知端元光谱特征信息的NMF高光谱解混方法;Yu等^[6]提出了一种最小距离约束的非负矩阵分解(Minimum Distance Constrained Nonnegative Matrix Factorization, MDCNMF)高光谱解混的方法;贾森等^[7]提出了基于光谱和空间特性的高光谱解混方法;Yang等^[8]提出了基于几何的非负矩阵分解(Geometric Nonnegative Matrix Factorization, GNMF)混合像元解混算法;Wang等^[9]提出了一种超图正则化稀疏的NMF(Hypergraph-Regularized Sparse Nonnegative Matrix Factorization)高光谱解混算法;Yuan等^[10]提出了利用物质依赖约束稀疏非负矩阵分解(Substance Dependence Constrained Sparse NMF, SDSNMF)光谱解混算法。然而,以上这些改进的NMF算法均存在一定的弊端。

本文基于非负矩阵分解的基本算法,通过施加一定的约束条件,引入光谱数据流形与特征流形,构造两个近邻图——数据图和特征图,提出一种基于双图正则的半监督非负矩阵分解(Dual graph-regularized Constrained Nonnegative Matrix Factorization, DCNMF)混合像元解混算法。该算法可以较好地解决高光谱混合像元分解的问题,能够跳出局部极值,获得全局最优解,从而提高光谱图像解混精度,节约计算时间,加快算法的收敛速度。本文的主要内容为:1)给出了线性光谱混合模型;2)介绍了非负矩阵分解的基本算法,给出了利用散度与欧氏距离描述NMF目标函数的表达式;3)给出了DC-

NMF算法的目标函数、迭代更新规则及算法步骤;4)在真实的高光谱图像上进行仿真实验。实验结果表明,本文提出的算法的综合性能优于其他几种算法,验证了DCNMF算法能够提高解混效果。

2 线性光谱混合模型

在线性光谱混合模型中^[11-12],光谱图像的各个像元都是由多种物质按照一定比例线性组合而成的。线性光谱混合的数学模型如下:

$$x = \sum_{i=1}^P s_i m_i + h \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^P s_i = 1 \quad (2)$$

$$0 \leq s_i \leq 1 \quad (3)$$

其中, m_i 表示第 i 个端元, h 表示图像中的噪声项, s_i 代表端元在该像元中所占的比例。在满足式(2)、式(3)的条件下,将所有的高光谱图像中的像元考虑进去,将式(1)重写为:

$$X = MS + H \quad (4)$$

其中, X 为 $L \times P$ 维, L 为光谱维度,即高光谱遥感图像波段数, P 代表影像中的端元个数; M 为一个 $L \times k$ 维的端元矩阵; S 为 X 的丰度向量且为 $k \times P$ 矩阵; H 是 $L \times P$ 矩阵。

研究表明,线性光谱混合模型具有模型简单明了、物理含义明确的特点,因此成为了众多研究者的首选方法。一般来说,该模型的丰度矩阵会受到两个约束条件的限制:ANC(非负)和ASC^[13](和为1)。目前,很多算法是建立在线性光谱混合模型上进行深入研究的,例如:赵春晖等^[14]提出了利用约束非负矩阵分解的高光谱解混算法;宋义刚等^[15]提出了稀疏性高光谱解混方法;孔繁铮等^[16]提出了非凸稀疏低秩约束的高光谱解混方法;王天成等^[17]提出了一种自适应鲁棒最小体积高光谱解混算法。

非负矩阵分解实质上是一种盲源分解(Blind Source Separation, BBS)算法,在语义分析、人脸识别等领域中已经得到了广泛的应用,下面详细介绍NMF算法。

给定已知矩阵 $X = [x_1, x_2, \dots, x_P] \in R^{L \times P}$,正整数 $k(k \leq LP/(L+P))$ 。非负矩阵分解算法的任务是寻找两个都为非负的矩阵 $M \in R^{L \times k}$ 与 $S \in R^{k \times P}$,满足等式:

$$X \approx MS \quad (5)$$

我们的目标是优化目标函数,使误差项 $(X - MS)$ 最小,目标函数中 M 和 S 中的元素均为非负。目前,非负矩阵分解常用的表示目标函数的两种方式为:散度与欧氏距离。

1)基于 X 与 MS 间的散度表示的目标函数为:

$$O_{KL} = D(X \| MS) = \sum_{i,j} (x_{ij} \log \frac{x_{ij}}{(ms)_{ij}} - x_{ij} + (ms)_{ij}) \quad (6)$$

式(6)表示的是 X 与 MS 间的离散度,只有满足条件 $\sum_{i,j} x_{ij} = \sum_{i,j} (ms)_{ij}$,目标函数的值均为1,散度为0,在这样的情况下, X 与 MS 呈标准正态分布。

2)基于 X 与 MS 间的欧氏距离表示的目标函数:

$$O_F = \|X - MS\|_F^2 \quad \text{s. t. } M \geq 0, S \geq 0 \quad (7)$$

其中, $\|\cdot\|_F$ 是矩阵的范数。目标函数表示为 X 与 MS 之差的范数。求解得到的数值越小,则说明 X 与 MS 的相似度越高,即分解前后矩阵的欧氏距离越小;相反,其欧氏距离越大。以上两种目标函数同时求解 M 和 S 时,均具有非凸性。

若要求得最优解,只能单独求解变量 M 或 S 。

接下来我们使用梯度下降法与迭代更新法来推导基于散度的目标函数的迭代更新公式:

$$m_{ik} \leftarrow m_{ik} \frac{\sum_j (x_{ij} s_{jk})}{\sum_k m_{ik} s_{jk}} \quad (8)$$

$$s_{jk} \leftarrow s_{jk} \frac{\sum_i (x_{ij} m_{ik})}{\sum_i m_{ik}} \quad (9)$$

按照同样的方法,求得基于欧氏距离的目标函数的迭代更新公式:

$$m_{ik} \leftarrow m_{ik} \frac{(XS)_{ik}}{(MS^T S)_{ik}} \quad (10)$$

$$s_{jk} \leftarrow s_{jk} \frac{(X^T M)_{jk}}{(SM^T M)_{jk}} \quad (11)$$

其中, $M=[m_{ik}]$, $S=[s_{jk}]$ 。

由此可以得出,在迭代更新公式下,上面两种目标函数具有收敛性,并且 Lee 等学者对非负矩阵算法的收敛性已经做了详细的证明。

乘法 NMF 算法的优点是将此前的加法迭代更新转化为乘法迭代更新,这样不仅能够保证计算结果是非负值,而且能够自动调整迭代步长,从而避免参数选择不合理造成的影响。同时,其也存在不足之处:NMF 的目标函数为非凸函数,很难求得全局最优解,这成为用 NMF 算法进行高光解混的巨大挑战。

3 基于双图正则的半监督 NMF 混合像元解混算法

本文在 NMF 的基础上,考虑光谱数据像元之间的联系与其特征结构关系,通过构造两个近邻图——数据图和特征图来反映光谱数据与其特征的结构信息,同时引入已知的高光谱标签类别信息约束到非负矩阵分解中,进而提出一种新的算法——基于双图正则的半监督 NMF (Dual graph-regularized Constrained Nonnegative Matrix Factorization, DC-NMF) 高光解混像元解混算法。下面给出 DCNMF 算法的目标函数和两个变量的迭代规则及算法步骤。

3.1 DCNMF 算法的目标函数

在非负矩阵分解算法的目标函数上,增加两项带参数的正则项,得到 DCNMF 算法的目标函数数学表达式:

$$O_F = \|X - MAZ\|_F^2 + \lambda \text{Tr}(Z^T A^T L_Z AZ) + \mu \text{Tr}(M^T L_M M) \quad (12)$$

$$\text{s. t. } M \geq 0, V \geq 0$$

其中, $L_Z = L_S = D^Z - W^Z$, Z 表示辅助矩阵, A 表示标签约束矩阵, $S = AZ$ 表示丰度系数矩阵; $\lambda, \mu \geq 0$ 为图正则化参数,其作用是均衡第一项重构误差和第二、第三正则化项。

如果 $\lambda = \mu$, 且 λ, μ 均为零,那么此时 DCNMF 模型变成 Liu 等^[18]提出的半监督 NMF 分解模型;如果 $\mu = 0$,那么 DC-NMF 模型变成舒振球等^[19]提出的基于图正则化的受限非负矩阵分解计算模型。

3.2 迭代规则

为了避免求解 NMF 算法时无法得到全局最优解的情况,不能同时变化端元矩阵 M 与丰度系数矩阵 S , 并使用乘

法迭代规则更新 M 与 Z 。利用 L 分别对 M 和 Z 求一阶偏导数,得到:

$$\frac{\partial L}{\partial M} = -2XAZ + 2MZ^T A^T AZ + 2\mu L_M M + \delta$$

$$\frac{\partial L}{\partial Z} = -2A^T X^T M + 2A^T AZM^T M + 2\lambda A^T L_Z AZ + \varphi$$

上述两个表达式分别在 KKT 的条件 ($\delta_{i,j} m_{ij} = 0$ 与 $\varphi_{ij} z_{ij} = 0$) 下,其目标函数才成立, D^M 与 W^M 的元素均为非负值,并且有 $L_M = D^M - W^M$ 与 $L_Z = D^Z - W^Z$ 。由此得到两个迭代更新公式:

$$m_{ij} \leftarrow m_{ij} \frac{(XAZ + \mu W^M M)_{ij}}{(MZ^T A^T AZ + \mu D^M M)_{ij}} \quad (13)$$

$$z_{ij} \leftarrow z_{ij} \frac{(A^T X^T M + \lambda A^T W^Z AZ)_{ij}}{(A^T AZM^T M + \lambda A^T D^Z AZ)_{ij}} \quad (14)$$

3.3 算法步骤

已知高光解混图像中光谱数据的端元个数为 P , 则 DCNMF 算法的具体步骤如算法 1 所示。

算法 1 DCNMF

输入: 高光解混矩阵 $X \in R^{L \times P}$

输出: 分解之后的端元矩阵 M 和矩阵 Z

1. 初始化: 设定参数 $\lambda (0 < \lambda < 1)$ 、 $\mu (0 < \mu < 1)$ 、分解维度 k 和最大迭代次数 ($n\text{IterMax}$), 计算样本标签索引矩阵 $C_{P \times 1}$ 并构造样本标签约束矩阵 $A_{(c+p-1) \times p}$; 随机生成任意的 M_0 与 Z_0 , 并对 $X_{L \times P}$ 进行归一化处理;
2. FOR $n\text{Iter} = 1 : n\text{IterMax}$ ($n\text{Iter}$ 是迭代次数);
3. 运用迭代更新公式 (式(13)、式(14)) 进行迭代更新计算;
4. 根据式(12) 计算该算法的最小化目标函数;
5. END FOR.

4 实验与分析

4.1 性能评价指标

在光谱解混实验中,评价高光解混图像混合像元分解性能指标一般选择均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE)^[20] 与光谱角距离 (Spectral Angle Distance, SAD)^[21]。

均方根误差是指地物丰度矩阵与真实地物丰度的相似程度。RMSE 的数学表达式为:

$$RMSE_k = \left[\frac{1}{P} \sum_{i=1}^P (x_{ki} - \hat{x}_{ki})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

其中, x_{ki} 代表与第 k 个端元光谱相对应的丰度矩阵, \hat{x}_{ki} 代表估计丰度矩阵。RMSE 值反映了估计的地物丰度逼近于真实地物丰度的分布情况。RMSE 值越小,则越逼近真实地物丰度分布,可得到更好的光谱解混效果。

SAD 的数学表达式为:

$$SAD_k = \arccos \frac{r_k^T \cdot \hat{r}_k}{|r_k^T| \cdot |\hat{r}_k|} \quad (16)$$

光谱角度距离是指通过观测估计得到的端元光谱与真正的光谱间的相似程度。我们定义 r_k 表示第 k 个端元的光谱曲线, \hat{r}_k 表示与 r_k 相对应的估计端元光谱曲线。由式(16)可得,扩大或者缩小 r_k 和 \hat{r}_k , 光谱角度距离始终保持不变,这也证明了用 DCNMF 算法分离产生的端元光谱幅度值的变化对端元光谱的性能没有影响。

本文的实验环境为: Intel Core CPU 2.8GHz, 内存 8GB, Windows 10, Matlab R2016a。

4.2 真实高光谱图像仿真实验

本文的高光谱图像解混实验 Indiana 数据是于 1992 年通过高光谱数字图像采集仪拍摄的美国印第安纳州西北部的一个实验场。此高光谱图像含有 220 个光谱通道, 采集到的 Indiana 图像的像素大小为 $145\text{pixel} \times 145\text{pixel}$, 覆盖的波长范围是 $0.4 \sim 2.5\mu\text{m}$, 空间分辨率是 17 m, 端元光谱的分辨率为 10 m。图 1 为获取 Indiana 第 10 波段数据的灰度图。该区域所成像出来的图像中含有作物小麦、大豆等, 同时还包括除作物之外的植被、道路等。文献[22]指出了其地面上覆盖有 17 种物质, 舍掉了很低的信噪比与由水吸收了的波段, 只用余下的 169 个端元光谱的波段进行仿真实验。几种具有代表性的地物由 17 种物质组合而成, 其测试了所提算法的性能。



图 1 Indiana 数据集的灰度图

Fig. 1 Grayscale map of Indiana dataset

图 2 是采用 DCNMF 对真实光谱图像进行解混得到的 6 幅端元丰度图像。我们要确定分解后的实际端元光谱需参照文献[23]给出的真实地物种类, 然后确定与这些端元光谱相对应的地物种类。通过实验对比可知, 最后分解的结果能够较好地识别出与真实地物相对应的特征, 分解结果与真实地物有着非常大的相似性, 白色表示端元光谱丰度是 1, 黑色表示端元光谱丰度是 0。

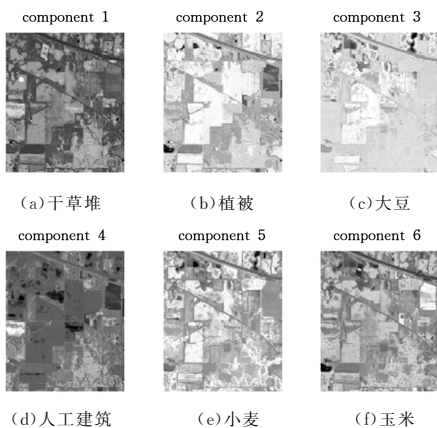


图 2 Indiana 图像解混结果

Fig. 2 Indiana image unmixing results

表 1、表 2 给出在 Indiana 数据集上采用 4 种算法得到的 RMSE 值和 SAD 值。本文通过实验仿真, 比较分析了 DNMF, GNMFS, GINMF, DCNMF 几种算法的光谱角距离及其平均值、均方根误差, 得出采用 DCNMF 算法得到的 RMSE、其平均值、SAD 均最小; 采用 DNMF 算法得到的 RMSE、其平均值、SAD 均最大。因此, DCNMF 算法的解混

效果最佳, 提高了分类精度, 使得分类结果更加精确。

表 1 Indiana 数据集采用 4 种算法得到的 RMSE

Table 1 RMSE obtained by 4 algorithms on Indiana dataset

	DCNMF	GINMFSC	GNMFSC	DNMF
RMSE	0.1561	0.2070	0.3334	0.3711

表 2 Indiana 数据集的光谱分解结果与参考值之间的 SAD

Table 2 SAD between spectral decomposition results of Indiana

datasets and reference values

	DCNMF	GINMFSC	GNMFSC	DNMF
干草堆	0.3239	0.2220	0.4200	0.4920
植被	0.2920	0.4561	0.3971	0.3451
大豆	0.1758	0.6333	0.5097	0.5652
人工建筑	0.1132	0.1010	0.3195	0.3703
小麦	0.1677	0.0800	0.3431	0.3312
玉米	0.1961	0.30049	0.3395	0.3820
平均值	0.2115	0.2995	0.3882	0.4143

在真实的高光谱图像数据集上, 带不同约束条件的非负矩阵分解算法的运行时间如图 3 所示, 从图中可以看到, DCNMF 算法的平均运行时间最短。

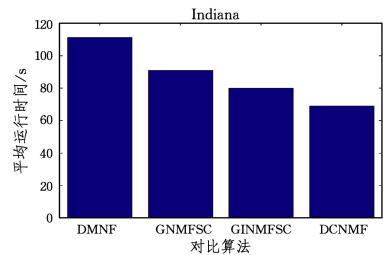


图 3 Indiana 数据集上 4 种算法的平均运行时间

Fig. 3 Average running time of four algorithm on Indiana dataset

结束语 本文提出了一种新的基于双图正则的半监督 NMF 混合像元解混算法。该方法在最基本的非负矩阵分解算法的基础上, 引入了光谱数据流形结构和光谱特征流形结构, 构造了两个近邻图——数据图和特征图, 同时施加了半监督约束条件。这些条件不但满足高光谱图像数据空间几何结构, 而且采用该算法能够求解得到区域内的全局最优解。实验中采用了真实的高光谱遥感图像进行仿真, 使用地物丰度均方根误差和光谱角距离作为本实验的性能评价指标, 将 DCNMF 算法与 GINMF, GNMFS, DNMF 几种算法进行比较。实验结果表明, DCNMF 算法在 SAD、RMSE、平均运行时间及解混结果方面均优于其他几种算法, 极大地改善了光谱解混效果, 提高了分类精度, 加快了收敛速度。

处理真实的高光谱图像时, 在混合像元分布极其不均匀的情况下, 本文 DCNMF 算法存在一定的不足之处, 因此需要在光谱解混前对混合像元做进一步处理, 这将是我们的下一步研究的重点。

参考文献

- [1] GOETZ A F, VANE G, SOLOMON J E, et al. Imaging spectrometry for earth remote sensing [J]. Science, 1985, 228 (4704): 1147-1153.
- [2] VANE G, GREEN R, CHRIEN T G, et al. The airborne visible/infrared imaging spectrometer (AVIRIS) [J]. Remote Sensing of Environment, 1993, 44(2): 127-143.

- [26] ROSENFELD A, DAVIS L S. A Note on Thinning[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1976, SMC-6(3): 226-228.
- [27] YAN C, WANG P, SUN L. Sensing Urban with Wi-Fi and Satellite; Functional Region Discovery across Cities[C]// On Thematic Workshops of Acm Multimedia. ACM, 2017: 314-322.
- [28] LIU X, GONG L, GONG Y, et al. Revealing travel patterns and city structure with taxi trip data[J]. Journal of Transport Geography, 2015, 43: 78-90.
- [29] FENG Z, ZHU Y. A Survey on Trajectory Data Mining: Techniques and Applications[J]. IEEE Access, 2017, 4: 2056-2067.
- [30] YU Y, CHEN X. A survey of point-of-interest recommendation in location-based social networks[C]// Twenty-Ninth AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2015.
- [31] LIU X P, HE J L, YAO Y, et al. Classifying urban land use by integrating remote sensing and social media data[J]. International Journal of Geographical Information Science, 2017(1): 1675-1696.
- (上接第 254 页)
- [3] GREEN R, EASTWOOD M L, SARTURE C M, et al. Imaging spectroscopy and the airborne visible/infrared imaging spectrometer (AVIRIS)[J]. Remote Sensing of Environment, 1998, 65(3): 227-248.
- [4] LEE D D, SEUNG H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization[J]. Nature, 1999, 401(6755): 788-791.
- [5] TONG L, ZHOU J, QIAN Y T. Nonnegative Matrix Factorization Based Hyperspectral Unmixing with Partially Known Endmembers[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54(11): 6531-6544.
- [6] YU Y, GUO S, SUN W D. Minimum distance constrained non-negative matrix factorization for the endmember extraction of hyperspectral images[C]// Proceeding of Remote Sensing and GIS Data Processing and Applications. Wuhan, 2007: 6790151-6790159.
- [7] JIA S, QIAN Y T, JI X, et al. Hyperspectral Unmixing Algorithm Based on spectral and spatial characteristics[J]. Journal of Shenzhen University (Science & Engineering), 2009, 26(3): 162-167. (in Chinese)
贾森, 钱涛涛, 纪霞, 等. 基于光谱和空间特性的高光谱解混方法[J]. 深圳大学学报(理工版), 2009, 26(3): 162-167.
- [8] YANG S Y, ZHANG X T, YAO Y G, et al. Geometric Nonnegative Matrix Factorization (GNMF) for Hyperspectral Unmixing[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2015, 8(6): 2696-2703.
- [9] WANG W H, QIAN Y T, TANG Y Y. Hypergraph-Regularized Sparse NMF for Hyperspectral Unmixing[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2016, 9(2): 681-694.
- [10] YUAN Y, FU M, LU X Q. Substance Dependence Constrained Sparse NMF for Hyperspectral Unmixing[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(6): 2975-2986.
- [11] ADAMS J B, SABOL D E, KAPOS V, et al. Classification of multispectral images based on fractions of endmembers: Application to land-cover change in the Brazilian Amazon[J]. Remote Sensing of Environment, 1995, 52(2): 137-154.
- [12] ADAMS J B, SMITH M O, JOHNSON P E. Spectral mixture modeling: of rock and soil types at the Viking Lander 1 site[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978-2012), 1986, 91(8): 8098-8112.
- [13] DIAS J B, PLAZA A. Hyperspectral unmixing geometrical, statistical and sparse regression-based approaches[C]// Proceedings of SPIE: Image and Signal Processing for Remote Sensing XVI. Toulouse, France: SPIE Press, 2010.
- [14] ZHAO C H, CHENG B Z, YANG W C. A hyperspectral unmixing algorithm based on the constraint nonnegative matrix decomposition[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2012, 33(3): 378-382. (in Chinese)
赵春晖, 成宝芝, 杨伟超. 利用约束非负矩阵分解的高光谱解混算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 33(3): 378-382.
- [15] SONG Y G, WU Z B, WEI Z H, et al. Survey of sparsity constrained hyperspectral unmixing[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2013, 37(4): 486-492. (in Chinese)
宋义刚, 吴泽彬, 韦志辉, 等. 稀疏性高光谱解混方法研究[J]. 南京理工大学学报, 2013, 37(4): 486-492.
- [16] KONG F J, BIAN C D, LI Y S, et al. Hyperspectral unmixing method for non-convex and low rank constraints[J]. Journal of Xi'an Electronic and Science University (Natural Science Edition), 2016, 43(6): 116-121. (in Chinese)
孔繁镛, 卜陈鼎, 李云松, 等. 非凸稀疏低秩约束的高光谱解混方法. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2016, 43(6): 116-121.
- [17] WANG T C, LIU X Z, DONG Z Z, et al. An adaptive robust minimum volume hyperspectral unmixing algorithm[J]. Journal of Automation, 2017, 43(2): 1-19. (in Chinese)
王天成, 刘相振, 董泽政, 等. 一种自适应鲁棒最小体积高光谱解混算法[J]. 自动化学报, 2017, 43(2): 1-19.
- [18] LIU H, WU Z, CAI D, et al. Constrained non-negative matrix factorization for image representation[J]. IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(7): 1299-1311.
- [19] SHU Z Q, ZHAO C X. Constrained nonnegative matrix decomposition algorithm based on graph regularization and its application in image representation[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2013, 26(3): 300-306. (in Chinese)
舒振球, 赵春霞. 基于图正则化的受限非负矩阵分解算法及其在图像表示中的应用[J]. 模式识别与人工智能, 2013, 26(3): 300-306.
- [20] PLAZA A, MARTINEZ P, PEREZ R, et al. A quantitative and comparative analysis of endmember extraction algorithms from hyperspectral data[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2004, 42(3): 650-663.
- [21] KESHAVA N, MUSTARD J F. Spectral unmixing[J]. IEEE Signal Process Mag, 2002, 19(1): 44-57.
- [22] LANDGREBE D. Multispectral data analysis: a signal theory perspective[D]. West Lafayette: Purdue University, 1998.
- [23] SWAYZE G. The hydrothermal and structural history of the cuprite mining district, southwestern Nevada: an integrated geological and geophysical approach[D]. Boulder: University of Colorado, 1997.