

# 基于 EEMD-RobustICA 和 Prony 算法的谐波和 间谐波检测方法

杜伟静 赵 峰 高锋阳

(兰州交通大学自动化与电气工程学院 兰州 730070)

**摘要** 针对经验模态分解存在的模态混叠现象和 Prony 算法对噪声敏感的问题,将总体经验模态分解与鲁棒性独立分析法和 Prony 算法进行有机的结合,应用到谐波和间谐波的检测中。首先将含有噪声的谐波信号进行总体经验模态分解,得到不同阶数的固有模态函数,然后将其作为鲁棒性独立分量分析法的输入,对得到的独立分量进行软阈值去噪后进行逆变换得到重构后的固有模态函数,叠加得到去噪后的信号,最后用 Prony 算法对谐波和间谐波信号进行参数辨识,得到谐波和间谐波的参数。仿真结果表明,该方法具有较好的抗噪性,克服了 Prony 算法对噪声敏感的缺点,有效地提高了谐波和间谐波检测的精度。

**关键词** 谐波和间谐波,总体经验模态分解,Prony 算法,鲁棒性独立分析法,软阈值去噪

中图分类号 TM711 文献标识码 A

## Harmonic and Inter-harmonic Detection Method Based on EEMD-RobustICA and Prony Algorithm

DU Wei-jing ZHAO Feng GAO Feng-yang

(College of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract** For the modal aliasing existing in empirical mode decomposition and the noise-sensitive problem of Prony algorithm, a method with the combination of Prony based on Ensemble Empirical Mode Decomposition and Robust Independent Component Analysis was applied to the detection of harmonics and inter-harmonics. First of all, the noise containing harmonic signals was subjected to general empirical mode decomposition to obtain different orders of intrinsic mode functions. Then, it was used as the input of the robust independent component analysis method, and the achieved independent components would be processed by soft-threshold denoising method to attain reconstructed IMFs, which would be added up to acquire denoised signal to be identified with Prony algorithm to identify the parameters of the harmonic signal. The simulation results show that the method has a good antinoise and overcomes the disadvantages of Prony algorithm to noise sensitivity, which effectively improves the accuracy of harmonic and inter-harmonic detection.

**Keywords** Harmonic and inter-harmonic, General empirical mode decomposition, Prony algorithm, Robust independent analysis method, Soft threshold denoising

## 1 引言

随着用户对用电质量的要求日益提高,电能质量问题引起了人们的关注。近年来,由于大量的电力电子装备和非线性负载在电力系统的运行,使得电力系统受到谐波和间谐波的污染日益严重,准确地检测出的谐波和间谐波的特征参数对电力系统的安全可靠运行具有重要的意义<sup>[3]</sup>。

电力系统中常用来检测谐波和间谐波的方法有快速傅里叶变换(FFT)法<sup>[1-2]</sup>、小波分析法<sup>[3]</sup>、准同步采样法<sup>[4]</sup>、自回归(AR)谱估计法<sup>[5]</sup>、希尔伯特黄变换(Hilbert-Huang Transform, HHT)<sup>[6]</sup>、Prony 算法<sup>[7]</sup>等。快速傅里叶变换(FFT)因其简单、快速、计算量小且可提高信号检测的实时性等优点,在电力系统整数次谐波测量中被广泛应用。但其频率分辨率较低,且电力系统中电网频率不恒定,采样数据有限,很难做

到同步采样,因此 FFT 算法在进行谐波和间谐波分析时会产生频谱泄漏和栅栏效应<sup>[8]</sup>,使得所检测出的谐波的相位、幅值和频率都存在着较大的误差。小波分析法具有较好的时频特性,可以有效检测突变谐波,得到较准确的谐波参数。但因其采样时间长、小波基难以选择以及相近频率无法有效分离等缺点而限制了其应用。准同步采样法很好地解决了实际采样周期与信号周期不同步而引起的谐波分析中测量误差的问题,但由于频率分辨率有限,其无法检测邻近频率的成分。自回归(AR)谱估计方法虽然频率分辨率高,但对初始相位较敏感,阶数大时容易出现谱线分裂。

希尔伯特黄变换(HHT)<sup>[9]</sup>在处理非线性复杂波形、实现非平稳的电力系统谐波分析方面,是一种很好的时频分析工具。其可分为两个部分:经验模态分解(Empirical Mode Decomposition, EMD)和希尔伯特变换(HT)<sup>[10]</sup>。HHT 中的

本文受兰州市人才创新创业项目(2017-RC-95),光电技术与智能控制教育部重点实验室(兰州交通大学)开放课题(KFKT2016-6)资助。

杜伟静(1992—),男,硕士生,主要研究方向为电能质量分析及控制,E-mail:823066763@qq.com;赵 峰(1966—),男,硕士,教授,主要研究方向为铁道电气化与自动化、电能质量分析及控制,E-mail:198209868@qq.com(通信作者);高锋阳(1970—),男,硕士,教授级高级工程师,主要研究方向为大功率电源。

EMD 能够根据信号本身的特性,将信号自适应地分解成多个不同阶数的固有模态函数(Intrinsic Mode Functions, IMF)分量。EMD 具有不需要选择基、可以自适应调节基形态的优点,对于非平稳和非线性信号比较适合。但 EMD 在进行谐波和间谐波信号检测时,若信号比较接近或混有噪声,则不易分解出单一分量,从而出现模态混叠的现象。因此, HHT 方法在处理信号时对噪声也非常敏感。Prony 算法<sup>[11]</sup>具有较高的频率分辨率,对信号各分量的频率、幅值和相位能够准确地估计。但对噪声很敏感,并且抗干扰能力较差,在强噪声环境下时,其误差将会增大,从而影响测量精度。

因此,针对以上问题,本文利用总体经验模态分解(Ensemble Empirical Mode Decomposition, EEMD)以及鲁棒性独立分量分析(Robust Independent Component Analysis, RobustICA)<sup>[12-13]</sup>法的特性,将两个算法相结合得到 EEMD-RobustICA 算法,然后将此算法与 Prony 算法有机结合并运用于谐波和间谐波检测中。仿真分析表明,该方法能够较全面、准确地辨识出信号中谐波和间谐波的幅值、相位、频率等参数。

## 2 基本原理

### 2.1 EEMD 原理

EEMD 是在 EMD 的基础上发展而来的,针对 EMD 的缺点, Huang 等在此方法的基础上做出了相应的改进,从而提出了 EEMD 方法。因为高斯白噪声在统计特性方面频率分布均匀,因此 EEMD 利用其特性对信号加入高斯白噪声以弥补 EMD 分解的信号中所缺失的尺度,使信号在不同的时间尺度上具有连续性,减小了 EMD 分解带来的模态混叠,从而得到更好的分解结果<sup>[14-15]</sup>。其算法步骤如下:

(1) 在原始信号  $x(t)$  中多次添加等长度随机正态分布的白噪声  $n_i(t)$ , 即:

$$x_i(t) = x(t) + n_i(t) \quad (1)$$

其中,  $x_i(t)$  表示第  $i$  次加入高斯白噪声的合成信号。

(2) 对  $x_i(t)$  分别进行 EMD 分解, 得到各个 IMF 分量(记为  $c_{ij}(t)$ ), 与一个余项(记为  $r_m(t)$ )。则:

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n c_{ij}(t) + r_m(t) \quad (2)$$

(3) 将步骤(1)和步骤(2)重复进行  $N$  次。利用高斯白噪声频谱零均值的原理, 将白噪声在作为时域分布的参考结构所产生的影响消除。然后利用总体平均运算的方法运算以上各 IMF 分量, 从而得到最终的 IMF 分量组。

$$c_j(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_{ij} \quad (3)$$

其中,  $c_j(t)$  表示 EEMD 分解后最终得到的第  $j$  个 IMF 分量,  $N$  是信号中加入高斯白噪声的总个数。

(4) EEMD 分解过程中所加的高斯白噪声次数服从式(4)的统计规律:

$$\epsilon_n = \frac{\epsilon}{\sqrt{N}} \quad (4)$$

其中,  $\epsilon$  为高斯白噪声的幅度;  $\epsilon_n$  为原始信号与由最终 IMF 相加所得之和的信号之间的误差。即当噪声的幅度一定时, 总体的个数越多, 最终分解所得到的结果将会更接近于真实值。一般情况下,  $\epsilon_n$  取 0.2,  $N$  取 100。

(5) 原始信号最终分解为:

$$x(t) = \sum_{n=1}^m c_n(t) + r_m(t) \quad (5)$$

### 2.2 鲁棒性独立分量分析原理

#### 2.2.1 ICA 原理

独立分量分析(Independent Component Analysis, ICA)是随盲信源分离而发展起来的, 是一种基于信号高阶统计特性的分析方法和盲源分离技术<sup>[16-17]</sup>。其在分离信号方面具有较强的鲁棒性, 已在信号处理、模式识别等领域有广泛的应用。

独立分量分析法是指在  $n$  个独立源信号  $S = [S_1, S_2, \dots, S_n]^T$  和  $m$  维混合信号矩阵  $A$  未知的情况下, 根据测得的混合信号  $X = AS$  为  $m \times n$  维信号通过优化算法求解得到一个分离矩阵  $W$ , 使  $X$  经过分离矩阵  $W$  的变换后, 得到输出估计信号  $Y = WX, Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_n(t)]^T$ , 其中  $Y$  为  $S$  的最优估计。ICA 问题的求解<sup>[17]</sup>可表示为:

$$Y = WX = WAS = S \quad (6)$$

#### 2.2.2 RobustICA 算法原理

RobustICA 是一种基于峭度和最优步长的独立分量分析算法。其理论基础是数值优化领域中的精确线性搜索<sup>[13]</sup>。即通过峭度对照函数进行最优步长的搜索, 找到解混矩阵  $W$ , 计算出源信号的近似值。

假设含有噪声的观测混合信号为  $X$ , 对其不需进行白化处理, 只要求  $X$  的均值为零, 经分离矩阵变换  $W$  后的信号为  $Y$ , 其峭度为:

$$\kappa(\omega) = \frac{E\{|y|^4\} - 2E^2\{|y|^2\} - |E\{y^2\}|^2}{E^2\{|y|^2\}} \quad (7)$$

使用峭度绝对值目标函数的精确线性搜索, 表达式如下:

$$\mu_{opt} = \arg \max_{\mu} |\kappa(\omega + \mu g)| \quad (8)$$

典型的搜索方向为梯度  $g$  的方向, 即  $g = \nabla_w \kappa(\omega)$ , 其表达式为:

$$g = \nabla_w \kappa(\omega) = \frac{4}{E^2\{|y|^2\}} \{E\{|y|^2 y \cdot x\} - E\{y x\} E\{y^2\} - (E\{|y|^4\} - |E\{y^2\}|^2) E\{y \cdot x\} / E\{|y|^2\}\} \quad (9)$$

峭度准则可以用  $\mu$  的多项式或者是有理函数来表示, 寻找出低级多项式的根就可以确定出全局最优步长。通过峭度对比函数可以得出 Robust-ICA 算法, 在每次迭代中, 通过文献<sup>[13]</sup>的步骤迭代达到最优步长(Optimal Step-size, OS)的优化。

### 2.3 小波阈值去噪原理

小波软阈值是一种基于幅度的阈值去噪算法。其基本过程为: 将带噪声的信号先进行小波变换, 得到含有主要信息的小波系数, 其幅值往往较大, 而噪声的小波系数幅值较小; 接着对分解后各层的高层系数进行软阈值量化处理, 通过选取合适的阈值, 将小于该阈值的小波系数置零, 保留大于该阈值的小波系数; 最后将处理后的小波系数进行重构, 从而获得去噪后的信号<sup>[18]</sup>。其表达式为:

$$\omega'_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(\omega_{j,k}) (|\omega_{j,k}| - \lambda), & |\omega_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |\omega_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $\omega_{j,k}$  为小波系数,  $\lambda$  为阈值,  $\omega'_{j,k}$  为处理后所得的小波系数。Donoho 给出阈值  $\lambda = \sigma \sqrt{2 \log N}$ ,  $N$  为信号采样点数, 噪声强度为高斯白噪声的均方差。

### 2.4 Prony 算法原理

Prony 算法是使用  $p$  个指数项的线性组合来拟合等时间间隔的采样数据<sup>[8]</sup>。设  $N$  个采样数据为  $x(0), x(1), \dots, x(N-1)$ , 则:

$$x(n) = b_1 e^{\beta_1 n} + b_2 e^{\beta_2 n} + \dots + b_p e^{\beta_p n} \quad (11)$$

即

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^p b_k z_k^n \quad (12)$$

$$b_k = A_k e^{j\theta_k}, z_k = e^{(\alpha_k + j2\pi f_k)\Delta t}$$

其中,  $\hat{x}(n)$  为采样点,  $e$  为常数,  $A_k, \theta_k, \alpha_k, f_k, \Delta t$  分别为幅值、初相角、衰减因子、频率和采样时间间隔,  $p$  为模型阶数。

构造其目标函数:

$$\min z_k = \sum_{n=0}^{N-1} |x(n) - \hat{x}(n)|^2 \quad (13)$$

为使平方误差最小, 在求参数  $A_k, \theta_k, \alpha_k, f_k$  时可采用最小二乘法。但直接求解这样一个非线性最小二乘问题是相当困难的, 因此给出差分方程的基本求解过程。

定义:

$$\begin{cases} b_k = A_k e^{j\theta_k} \\ z_k = e^{(\alpha_k + j2\pi f_k)\Delta t} \end{cases} \quad (14)$$

则由欧拉公式可得:

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^p b_k z_k^n = \sum_{k=1}^p A_k e^{\alpha_k n} \cos(2\pi f_k n + \theta_k) \quad (15)$$

由式(15)可知, 只需解出  $b_k$  和  $z_k$  就可用  $p$  个具有任意  $A_k, \theta_k, f_k$  和  $\alpha_k$  的余弦分量来拟合采样数据。式(15)是常系数线性差分方程式(16)的齐次解:

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=1}^p \alpha_k \hat{x}(n-1), p \leq n \leq N-1 \quad (16)$$

设估计误差为  $e(n)$ , 则:

$$\hat{x}(n) = x(n) - e(n), p \leq n \leq N-1 \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)得:

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p \alpha_k x(n-i) + \epsilon(n) \quad (18)$$

利用奇异值-最小二乘法计算式(18), 得到特征方程系数  $\alpha_k (k=1, 2, \dots, p)$ , 将其代入式(19), 通过多项式求根得到  $z_k (k=1, 2, \dots, p)$ 。

$$\sum_{k=0}^p \alpha_k z^{p-k} = 0 \quad (19)$$

由式(16)可得:

$$\begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \dots & z_n^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \dots & z_n^1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ z_1^{N-1} & z_2^{N-1} & \dots & z_n^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}(0) \\ \hat{x}(1) \\ \vdots \\ \hat{x}(N-1) \end{bmatrix} \quad (20)$$

利用最小二乘解求得  $\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix}$ 。最后求取各参数如下:

$$\begin{cases} A_k = |b_k| \\ f_k = \frac{\arctan[\frac{\text{Im}(z_k)}{\text{Re}(z_k)}]}{2\pi\Delta t} \\ \theta_k = \arctan|\text{Im}(b_k)/\text{Re}(b_k)| \\ \alpha_k = \frac{1}{\Delta t} \text{Im}|z_k| \end{cases} \quad (21)$$

### 3 谐波和间谐波检测步骤

EEMD 可以将信号分解成多个固有模式函数, 频率从低阶到高阶依次减小。随机噪声频率较高, 能量均匀分布。而有用的信号能量相对集中。因此在分解的 IMF 分量中噪声

系数相对较大, 大多处在低阶的固有模式函数分量中, 其噪声强度也会从低阶到高阶逐渐减小。如果对各个分量直接进行小波阈值去噪, 则会使得 IMF 分量的能量减小, 使得去噪后的 IMF 分量失去了原有的物理意义, 从而影响去噪效果<sup>[19]</sup>。

因此该文利用 EEMD 的自适应分解和 RobustICA 盲源分离技术以及小波软阈值较好的去噪效果来对谐波和间谐波信号进行去噪, 再用具有高分辨率的 Prony 算法提取信号中的参数。具体步骤如下:

(1) 用 EEMD 自适应分解的特性对谐波和间谐波信号进行分解, 得到一个含有不同阶数的固有模式函数集。

(2) 将分解得到的 IMF 集整体作为 RobustICA 的输入, 并对其进行盲源去噪。利用 RobustICA 提取独立分量的优势得到独立分量和  $m$  维混合矩阵  $A$ , 在不损失信号的前提下, 提高分量的信噪比。

(3) 由于小波阈值在噪声比较高的环境下, 去噪效果更好, 因此对各个独立分量自适应地设置阈值来进行去噪, 得到去噪后的独立分量。

(4) 根据公式  $X=AS$ , 将消噪后的独立分量与  $m$  维混合矩阵  $A$  相乘得到重构的 IMFs, 并将该 IMFs 相加得到去噪后的信号。

(5) 根据均方根误差(RMSE)、信噪比(SNR)以及相关系数(R) 3 个指标对去噪后的信号进行评价:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u_i'(i) - u_i(i))^2} \quad (22)$$

$$SNR = 10 \log_{10} \left[ \frac{\sum_{j=1}^N u^2(j)}{\sum_{j=1}^N [u(j) - u'(j)]^2} \right] \quad (23)$$

$$R = \text{Cov}(u_i', u_i) / (\delta_{u_i'} \delta_{u_i}) \quad (24)$$

其中,  $N$  为信号的总长度,  $u_i'$  为去噪后的信号,  $u_i$  为不含噪的原始参考信号,  $\text{Cov}(u_i', u_i)$  为  $u_i'$  与  $u_i$  的协方差,  $\delta_{u_i'}$  和  $\delta_{u_i}$  分别为  $u_i'$  与  $u_i$  的标准差。

(6) 把真实的谐波和间谐波分量进行 Prony 变换, 估计出幅值、相位和频率。

### 4 算例分析

在电力系统中, 信号往往含有噪声以及谐波和间谐波, 因此电网中含有谐波和间谐波信号的模型一般为:

$$x(t) = \sum_{m=1}^N A_m \sin(2\pi f_m t + \theta_m) + v(t) \quad (25)$$

其中,  $v(t)$  为高斯白噪声, 与各频率分量相互独立。

假设含有谐波和间谐波的信号为:

$$x(t) = 8.5 \sin(50\pi t + 0.5) + 14.2 \sin(300\pi t + 0.25) + 9.6 \sin(210\pi t + 0.46) + 0.2 \sin(310\pi t + 0.7) + 8.0 \sin(100\pi t + 0.56) + v(t)$$

信号的信噪比为 20 dB, 采样频率为 8000 Hz, 采样长度为 0.25, 共采集 1000 个数据点。则原始信号与加噪声后的信号如图 1 和图 2 所示。

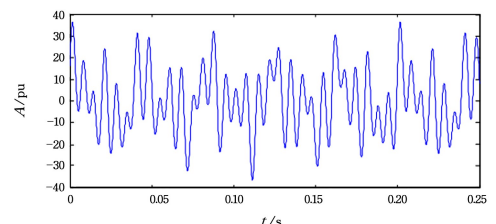


图 1 原始信号波形

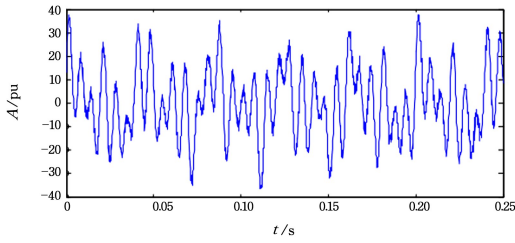


图 2 加入噪声的波形

对加噪声后的信号进行 EEMD 分解得到的波形如图 3 所示。图 4 为 EMD 分解结果。由图 3 和图 4 可知,在噪声影响的情况下,EMD 可以将信号分解为不同阶数的 IMFS,其中,imf3—imf5 这 3 个模态分量中存在不同频率的成分而出现较大的波动,存在严重的模态混叠现象。而 EEMD 的分解较为彻底,将信号分解成了 10 条不同的 IMFS,较 EMD 分解得更细致,有效地解决了模态混叠这一现象。

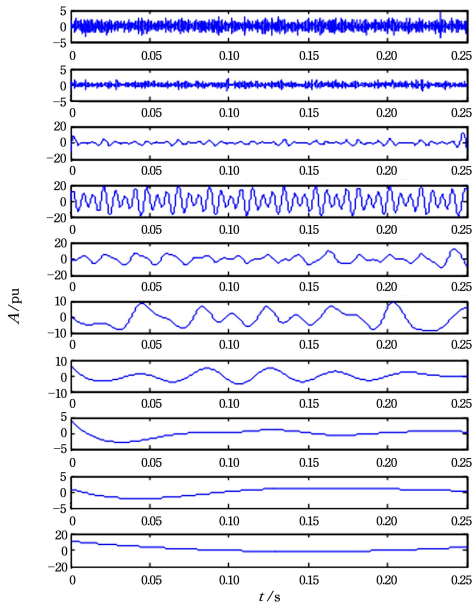


图 3 EEMD 分解结果

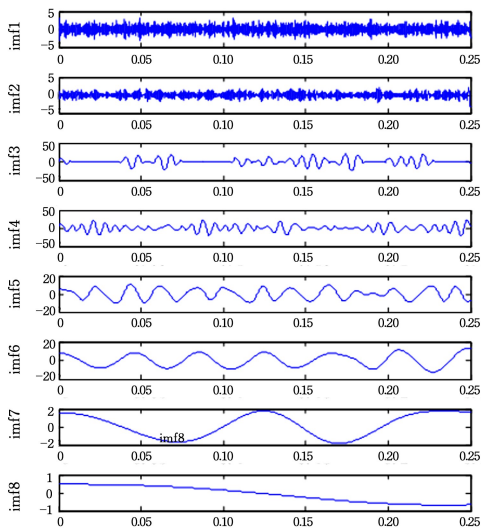


图 4 EMD 分解结果

图 5 为用 RobustICA 分离得到的独立分量,为了使噪声更好地得以去除,将得到的独立分量进行软阈值去噪,得到去噪后的独立分量,然后将其与  $m$  维混合矩阵  $A$  相乘,得到重构后的 IMFS。结果如图 6 和图 7 所示。

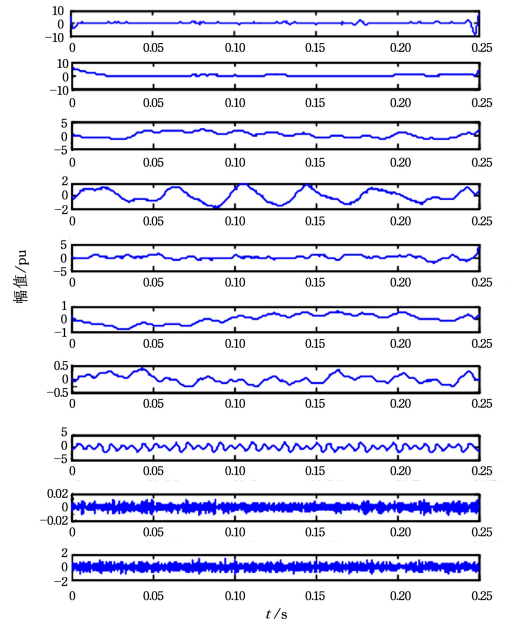


图 5 RobustICA 分离出的独立分量

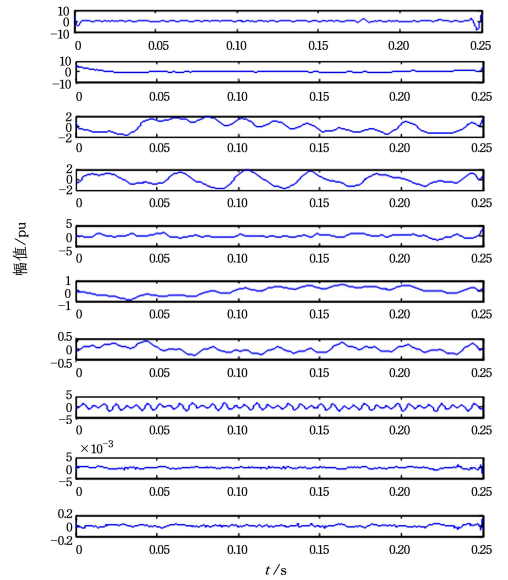


图 6 软阈值去噪后的独立分量

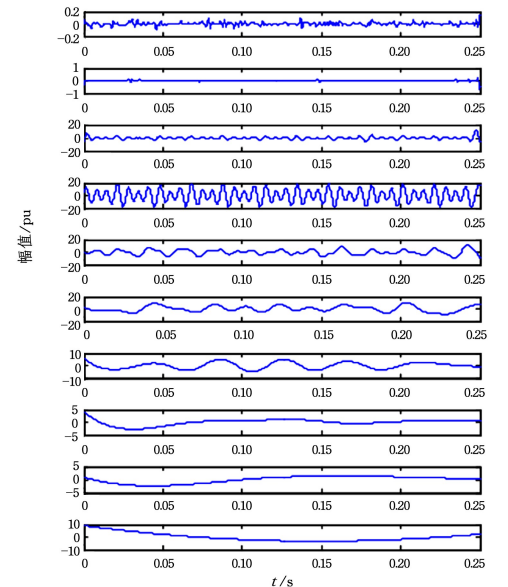


图 7 重构所得 IMFS

由图3和图7对比可知,本文方法得到的IMF分量波形明显变得光滑,IMF分量中所含的噪声比EEMD分解所得的IMF分量中所含的噪声更少,因此重构后所得的IMF分量中的噪声得以有效去除,从而避免了虚假分量的出现。

为了更直接地表现出重构后信号去噪的效果,对去噪后的信号根据均方根误差(RMSE)、信噪比(SNR)以及相关系数数(R)3个指标进行评价。信噪比越大,噪声越小,信号的误差越小,说明去噪效果越好。相关系数用以反映去噪后的信号与原信号的相关程度,相关系数越大表明越接近原信号<sup>[20]</sup>。

从表1可以看出,虽然本文方法的R比EEMD去噪方法的稍低,但SNR却高出6.32%,RMSE降低了36.35%。因此,综合评价而言,本文方法较EEMD去噪方法的效果更佳。

表1 去噪效果评价指标

去噪方法	RMSE	SNR	R
EEMD去噪	0.7225	19.9274	0.9949
本文去噪法	0.4598	21.1882	0.9939

最后将信号检测结果(频率、幅值、相位)与文献[8]中用Prony算法对信号的检测结果进行对比,如表2—表4所列。

表2 频率检测结果对比

谐波间谐波		Prony方法		本文方法	
次数	频率/Hz	估计值	误差/%	估计值	误差/%
0.5	25	25.301	1.204	25.003	0.012
1	50	50.687	1.374	49.965	0.070
2.1	105	104.868	0.125	105.136	0.129
3	150	151.010	0.673	150.330	0.220
3.1	155	157.142	1.382	156.107	0.714

表3 幅值检测结果对比

谐波间谐波		Prony方法		本文方法	
次数	幅值/V	估计值	误差/%	估计值	误差/%
0.5	8.5	8.564	0.753	8.500	0.000
1	8.0	7.963	0.462	8.012	0.150
2.1	9.6	9.650	0.521	9.598	0.021
3	14.2	14.325	0.880	14.102	0.690
3.1	0.2	0.224	0.120	0.200	0.000

表4 相位检测结果对比

谐波间谐波		Prony方法		本文方法	
次数	相位/rad	估计值	误差/%	估计值	误差/%
0.5	0.50	0.4786	0.0428	0.5125	0.0250
1	0.56	0.6032	0.0771	0.5996	0.0707
2.1	0.46	0.4340	0.0565	0.4423	0.0384
3	0.25	0.2526	0.0104	0.2498	0.0080
3.1	0.70	0.7302	0.0431	0.7013	0.0018

从表2—表4可知,Prony方法在信号检测过程中,频率、幅值和相位检测的平均误差分别为0.951%、0.547%和0.046%。而本文方法的误差分别为0.229%、0.172%和0.028%。显然本文方法对谐波和间谐波的辨识精度要比Prony方法高,因此本文方法在谐波和间谐波辨识方面是有效的。

**结束语** (1)本文提出了将EEMD-RobustICA和Prony算法相结合的方法,较好地改善了EMD分解中存在的模态混叠现象和虚假成分,同时也较好地抑制了噪声对谐波和间谐波信号的干扰。

(2)EEMD-RobustICA避免了对IMF直接进行阈值去噪而造成IMF能量的流失,有效地保持了IMF的特性,效果明显优于EEMD去噪法,为后续准确检测谐波和间谐波提供了保障。

(3)该算法融合了各算法的优点,具有较好的抗干扰能

力,去噪效果良好,有效地弥补了Prony算法的噪声敏感性,能准确地提取出谐波和间谐波的信息,综合误差小。

虽然本文方法在自适应地分解信号时所存在的模态混叠现象比EMD小,并且可以有效地滤除信号中所含的噪声,但依然无法完全解决以上存在的问题。在今后的研究方面,抗模态混叠以及噪声处理依然是研究的热点。

## 参考文献

- [1] 高云辉,谢小英,牛益国,等.基于FFT的电力系统谐波检测方法综述[J].科技资讯,2017,15(5):49-53,55.
- [2] HARRIS F J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform[J]. Proceedings of the IEEE, 1978,66(1):51-83.
- [3] 许丹,黄晓明,李献伟,等.基于小波变换的自适应电网谐波检测方法研究[J].电气技术,2017,18(8):37-42.
- [4] 刘于祥.一种基于准同步采样的电网谐波高精度测量方法[J].仪器仪表用户,2011,18(5):86-88.
- [5] 李明,王晓茹.一种用于电力系统间谐波谱估计的自回归模型算法[J].中国电机工程学报,2010,30(1):72-76.
- [6] 孙曙光,庞毅,刘建强.基于Hilbert频移的EEMD谐波检测方法[J].电力系统保护与控制,2017,45(15):85-91.
- [7] 赵磊.基于Prony的谐波间谐波检测方法和检测系统的应用[D].徐州:中国矿业大学,2016.
- [8] CARLSON R. Harmonic analysis for graph refinements and the continuous graph FFT[J]. Linear Algebra & Its Applications, 2009,430(11):2859-2876.
- [9] HUANG N E. New method for nonlinear and nonstationary time series analysis; empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis [C]// Proceedings of SPIE-The International Society for Optical Engineering. 2000:197-209.
- [10] AFRONI M J, SUTANTO D, STIRLING D. Analysis of nonstationary power-quality waveforms using iterative Hilbert Huang transform and SAX algorithm[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2013,28(4):2134-2144.
- [11] 赵庆生,王宇,郭贺宏,等.扩展Prony算法在电力系统非整数次谐波检测中的应用研究[J].电测与仪表,2016,53(7):57-60,73.
- [12] FURUKAWA A, KIYONO J. Separation of harmonic excitation responses from contaminated measurements based on ICA[J]. Engineering Structures, 2007,29(4):591-608.
- [13] 吴微,彭华,张帆. FastICA和RobustICA算法在盲源分离中的性能分析[J].计算机应用研究,2014,31(1):95-98,119.
- [14] 黄丽亚,竺箴璐,杨晨,等.基于脑电EEG的改进EEMD算法[J].计算机科学,2017,44(5):66-70,80.
- [15] 朱莉,刘向丽.高频股指期货现货市场波动跳跃及跳跃溢出检验——基于集合经验模式分解和小波降噪[J].系统科学与数学,2017,37(6):1509-1523.
- [16] 顾玲玲,刘国庆.一种参考独立成分分析算法在弱信号提取中的应用[J].计算机科学,2016,43(6):122-126.
- [17] 王继娟.基于FastICA与Prony算法的风电并网对电网低频振荡影响的研究[D].兰州:兰州交通大学,2016.
- [18] 王纯子,王晶.基于CEEMDAN与小波软阈值的语音去噪算法研究[J].软件导刊,2017,16(2):67-70.
- [19] 吴微.含噪盲源分离算法研究及其在水声信号中的应用[D].郑州:解放军信息工程大学,2014.
- [20] 张文忠,周蓉,武旭红,等.利用白噪声分解特征的EEMD阈值降噪方法[J].测绘科学技术学报,2013,30(3):255-259.