

基于线性规划的传感器节点布局模型

徐 涛^{1,2} 杜昱萱¹ 吕宗磊^{1,2}

(中国民航大学计算机科学与技术学院 天津 300300)¹

(中国民航信息技术科研基地 天津 300300)²

摘 要 针对用最少的传感器节点覆盖感兴趣区域并确保传感器节点之间连通的最优化问题,提出了基于线性规划的传感器节点布局模型。该模型通过传递闭包计算连通性,将命题逻辑式转化为线性方程组,从而求得该模型的精确解。同时,设计了在不同网格规模下的全覆盖实验验证了该模型的正确性。该模型可以自行设定最大跳数、感兴趣区域和汇聚节点的位置,求得的精确解可作为传感器节点布局模型近似解的比较基准。

关键词 节点布局,连通性,线性规划,传递闭包,单纯形

中图分类号 TP399 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.07.018

Sensor Node Deployment Model Based on Linear Programming

XU Tao^{1,2} DU Yu-xuan¹ LV Zong-lei^{1,2}

(College of Computer Science and Technology, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)¹

(Information Technology Research Base of Civil Aviation Administration of China, Tianjin 300300, China)²

Abstract A sensor node deployment model based on linear programming was proposed to cover the interesting region with the least sensor nodes and ensure the connectivity between sensor nodes. In this model, the connectivity of sensor nodes is calculated by transitive closure, and the logical equations are transformed into linear equations. Then the optimal solution of the model is obtained. At the same time, the full coverage experiments under different grid sizes are designed to verify the correctness of the model. Moreover, this model can set its own maximum hops, interesting regions and the location of sink nodes, and the exact solution can be used as a comparison criterion for the approximate solution of the sensor node deployment model.

Keywords Node deployment, Connectivity, Linear programming, Transitive closure, Simplex

1 引言

无线传感器网络(Wireless Sensor Networks, WSNs)是一个多跳自组织网络系统,它由部署在监测区域内可以相互通信的大量传感器节点组成^[1]。目前,WSNs已被成功应用于水环境监测、空气质量监控等领域。节点部署是WSNs中的一个关键环节。一个合适的节点部署方案可以减少节点个数和节点的能量消耗,并延长网络的生命时长。部署WSNs节点通常需要考虑覆盖率、节点之间的连通性、能量消耗、信息传输时延等因素。学者们通过建立数学模型来最优化这些目标中的一个或多个。

线性规划模型是最优化理论的重要分支之一,其应用极其广泛。无线传感器网络中的节点部署问题也可被建立成线性规划模型,再利用解决线性规划模型的方法进行求解。

文献[2]提出了一个整数线性规划模型(Integer Linear Programming, ILP),以在满足覆盖关键点和监测区域的条件下最小化感知节点和转接节点的开销。文献[3]将失效的代

理节点恢复问题建模为ILP。要恢复的代理节点只能从之前失效的代理节点中选择,解空间受限,这个问题是NP难的。文中的ILP模型的目标是在代理节点失效后寻找最短传输路径和最小化覆盖率的损失,从而形成新的连通拓扑结构。为了最小化搜索空间,找到的解受限于失效节点位置。文献[4]假设转接节点有多个可选的预设位置,用冗余的转接节点来确保网络的存活能力,进而提出了最小化异构网络中转接节点可放置位置的ILP模型。文献[5]为找到一条可使得最多的数据信息被传送到汇聚节点的路径,建立了一个ILP模型对路径进行规划,其中考虑了真实的数据通信比例、距离等约束,并用贪婪算法和启发式算法进行了实验。实验结果表明,该算法可以传输的信息量高于ILP模型理论信息传输量的80%。文献[6]提出了一个混合整数线性规划模型,采取对瓶颈节点再充电的方法增加从无线传感器网络中提取的数据量,尽量减少再充电节点的比例,并用3种新的方法来求解该NP难问题。可见,线性规划中的整数线性规划模型可被用于无线传感器网络节点部署的很多场景中。文献[7]提出

到稿日期:2017-04-27 返修日期:2017-07-13 本文受国家科技支撑计划课题:绿色机场建设关键技术研究与示范(2014BAJ04B02)资助。

徐涛(1962—),男,硕士,教授,CCF会员,主要研究方向为智能信息处理、民航信息系统理论与安全等;杜昱萱(1989—),女,硕士生,主要研究方向为最优化、机器学习等,E-mail:cauc_duyx@163.com(通信作者);吕宗磊(1981—),男,博士,副教授,主要研究方向为数据挖掘、机器学习与知识工程等。

了无线传感器网络中一种复杂动态参数模型下的新型覆盖优化算法,通过建立线性方程显示了传感器节点覆盖的期望和容忍度。该算法提高了服务覆盖面和网络质量,通过有效抑制网络能量成本来延长网络的生命周期。可见,线性规划模型可用于无线传感器网络节点部署的很多场景中。目前已有的无线传感器网络中的 ILP 模型都是在已知汇聚节点位置的情况下来确定感知节点和转接节点的位置,或者已知感知节点和汇聚节点的位置找出转接节点的位置。本文将探讨在汇聚节点未知的情形下如何来部署感知节点。在已知信息更少的场景下考虑问题,是一种更复杂的情形。

著名的求解线性规划问题的方法有 Dantzig 在 1947 年提出的单纯形法^[8],以及随后的椭球法(1979, Khachiyan)和内点法(1984, Karmarkar)。在平均意义下,单纯形的运算次数是多项式的,有着很好的性能^[9],且有成熟的软件设计作为支撑,目前仍然很受欢迎。常用的求解整数规划的割平面法、分支定界法^[10]都以单纯形法为基础,而在具体计算时常使用修正的单纯形法^[11],即只计算和存储每次迭代中的有效信息,而不是所有的系数。

2 问题的提出

传感器节点布局问题可被看作是部署一定量的节点以满足监测需求,即找出部署节点的类型、数量和位置。当把需要监测的区域离散化为大小相等的正方形网格点(编号为 1 到 n)时^[12],问题即转化为确定每个网格点放置或不放置传感器节点的问题。本文约定每个网格点的中心代表这个网格点,且在划分网格时需确保网格半径同时小于传感器的感知半径和通信半径,以便确保需要监测的一个网格区域只需放置一个传感器节点。若划分网格后不满足此要求,则可将网格再进行细分。只有满足此实验条件,才可将其建模为整数线性规划模型,从而求出精确解。

设 X 是 0-1 变量集合, $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, X_i 为 1 时表示网格 i 放置传感器, X_i 为 0 时表示网格 i 不放置传感器,求解目标是使用最少的传感器覆盖感兴趣区域并确保传感器节点之间的连通性。目标函数为:

$$Z = \min \sum_{i=1}^n X_i \quad (1)$$

设网格的中心坐标为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 那么有:

1) 对于任意两个网格 i 和 j , 如果其欧氏距离 $d(i, j)$ 在感知半径 R_s 内, 即 $d(i, j) \leq R_s$, 那么意味着在一个网格放置传感器可以监测到另一个网格。

2) 对于任意两个网格 i 和 j , 如果其欧氏距离 $d(i, j)$ 在通信半径 R_c 内, 即 $d(i, j) \leq R_c$, 那么意味着这两个网格之间是连通的, 可以传递数据。

3) 已知节点的通信半径大于或等于感知半径的 2 倍时, 网络是全覆盖的, 同时也必然满足连通性。因此, 本文仅考虑通信半径小于感知半径的情形。

3 传感器节点布局模型的构建

3.1 约束函数

3.1.1 覆盖感兴趣区域

部署无线传感器网络中的传感器节点时, 首先要确定传

感器节点需要监测的内容和覆盖的区域, 选取感兴趣的区域进行覆盖。感兴趣的区域可以是全部网格区域, 也可以是通过某种规则选取的部分网格区域。

用 0-1 对角阵 $E_{n \times n}$ 表示感兴趣区域, 即需要覆盖的网格。网格 i 需要覆盖时, E_{ii} 为 1, 否则为 0。

用 0-1 矩阵 $D_{n \times n}$ 表示网格和传感器之间的覆盖关系。当 $d(i, j) \leq R_s$, 网格 i 可以被网格 j 处的传感器覆盖时, $D_{ij} = 1$, 否则 $D_{ij} = 0$ 。

设网格的覆盖权重向量 $W = \{W_1, W_2, \dots, W_n\}$, 其中 W_i 为整数, 表示网格 i 需要 W_i 个传感器覆盖, W_i 为 0 时表示网格 i 不需要被覆盖。当 W 是全 1 向量时, 表示每个网格至少被 1 个传感器覆盖, 即全覆盖。

因此, 网格 i 至少被 W_i 个传感器覆盖的问题可表示为:

$$\forall j, \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^n E_{jk} D_{ki} X_i \geq W_j, j=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

3.1.2 连通性

传感器节点之间的连通性可以根据具体的应用目标灵活定义。由于部署传感器节点的区域已离散化为均匀网格, 因此网格上的节点可以抽象为有向图的顶点。设 R 是传感器节点集合 X 上的关系。节点之间是连通的, 存在一条从传感器节点 X_i 到传感器节点 X_j 的有向路径, (X_i, X_j) 属于关系 R 。如果传感器 X_i 与 X_j 是连通的, X_j 与 X_k 是连通的, 那么传感器 X_i 与 X_k 也是连通的。传感器节点之间的关系 R 是可传递的。 R 的最小传递关系叫做 R 的传递闭包。寻找一个关系的传递闭包等价于在相关的有向图中确定被路径连接的顶点对。因此, 可以使用关系 R 的传递闭包来表示传感器节点之间的连通性。

3.2 建模过程

假设传感器节点位于一个连通子图里。使用有向图表示关系有助于表示关系的传递闭包。首先定义有向图的路径: 记 v_i 是有向路径上的第 i 个顶点, 一个有向图中从传感器节点 X_i 到传感器节点 X_j 的一条长度为 n 的路径记为 $v_0, v_1, \dots, v_{n-1}, v_n$, 其中 $v_0 = X_i, v_n = X_j$ 。因而, 将连通关系定义如下^[13]。

定义 1 设 R 是传感器节点集合 X 上的 $n \times n$ 阶 0-1 关系矩阵。连通性关系 R^* 由有序对 (X_i, X_j) 构成, 使得在 R 中从传感器 i 到 j 之间存在一条长度至少为 1 的路径。

定理 1 关系 R 的传递闭包等于连通性关系 R^* 。

引理 1 设 X 是 n 元素集合, R 是 X 上的关系。如果 R 中存在一条从 X_i 到 X_j 的长度至少为 1 的路径, 那么存在一条长度不超过 n 的这种路径。此外, 当 $X_i \neq X_j$ 时, 如果在 R 中存在一条从 X_i 到 X_j 的路径, 那么存在一条长度不超过 $n-1$ 的这种路径。

定理 2 设 M_R 是 n 元素集合上的关系 R 的 0-1 矩阵, 那么传递闭包 R^* 的 0-1 矩阵是:

$$M_{R^*} = M_R \vee M_R^2 \vee M_R^3 \vee \dots \vee M_R^n$$

引理 2 设 G_0, G_1, \dots, G_n 是一系列 0-1 矩阵, 其中 $G_0 = M_R$ 是这个关系的 0-1 矩阵, 且 $G_k = [G_{ij}^k]$ 。当且仅当存在一条从 X_i 到 X_j 的路径, 其内点取自集合 $\{X_1, X_2, \dots, X_k\}$, G_{ij}^k 为 1, 那么 $G_{ij}^k = G_{ij}^{k-1} \vee (G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1})$ 。

根据以上定理,令 $t(G)$ 表示 G 的传递闭包,则有:

$$t(G) = G^0 \vee G^1 \vee G^2 \vee \dots \vee G^k \vee \dots \vee G^n \quad (3)$$

其中, $G_{ij}^1, G_{ij}^2, \dots, G_{ij}^n$ 分别是 G^1, G^2, \dots, G^n 中的元素, G_{ij}^0 是初始的关系矩阵 G^0 中的元素。当网格 i 处的传感器经过长度不超过 k 的路径可到达网格 j 处的传感器时, G_{ij}^k 为 1, 否则为 0。从 i 到 j 的路径只以 $1, 2, \dots, k$ 中的顶点作为内点的路径, 要么存在一条从 i 到 j 且内点是表中前 $k-1$ 个顶点的路径, 要么存在从 i 到 k 和从 k 到 j 的路径。利用这条特性, 沃舍尔算法给出了利用 G_{ij}^{k-1} 计算 G_{ij}^k 的具体公式:

$$G_{ij}^k = G_{ij}^{k-1} \vee (G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1}); i, j, k = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

为了简化公式和方便求解, 令 $T_{ij}^k = G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1}$, 其中 $k = 1, 2, \dots, n$, 然后有 $G_{ij}^k = G_{ij}^{k-1} \vee T_{ij}^k$ 。又知, 连通性的约束条件为网格 i 放置了传感器 X_i , 网格 j 放置了传感器 X_j 时, 传感器 X_i 与传感器 X_j 之间存在一条长度至少为 1 的路径。公式表述为:

$$\text{if } X_i = 1 \text{ and } X_j = 1, \text{ then } (X_i, X_j) \in t(G) \quad (5)$$

于是, 与式(5)等价的逆否命题为:

$$\text{if } (X_i, X_j) \notin t(G), \text{ then } X_i + X_j < 2 \quad (6)$$

即 X_i 与 X_j 不连通时, 两者不能同时为 1。

为了求出精确解, 利用大 M 法 (M 为充分大的正整数) 将式(6)转化为线性方程:

$$X_i + X_j < 2 + MG_{ij}^0 \quad (7)$$

定义 0-1 连通变量 L_{ij} , 如果网格 i 和 j 连通, 即 $d(i, j) \leq R_c$, L_{ij} 为 1, 否则为 0。它们之间的关系表示如下:

$$\text{if } X_i = 1, X_j = 1, L_{ij} = 1, \text{ then } G_{ij}^0 = 1 \quad (8)$$

将式(8)转化为线性方程比较困难, 因此仍然从逆否命题入手。网格 i 和 j 之间不连通, 当且仅当网格 i 和 j 放置传感器节点但 i 和 j 之间的距离超过通信半径, 或网格 i 和 j 至少有一个未放置传感器节点, 用逻辑关系式表示如下:

$$\begin{cases} \text{if } X_i = 1, X_j = 1, L_{ij} = 0, \text{ then } G_{ij}^0 = 0 \\ \text{if } X_i = 0 \text{ or } X_j = 0, \text{ then } G_{ij}^0 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

定义 0-1 变量 $F_{ij} = X_i \wedge X_j$ 。由式(9)可知, X_i, X_j, F_{ij} 与 G_{ij}^0 的真值表如表 1 所列。

表 1 X_i, X_j, F_{ij} 与 G_{ij}^0 的真值表

X_i	X_j	F_{ij}	L_{ij}	$G_{ij}^0 = F_{ij} L_{ij}$
0	0	0	0/1	0
0	1	0	0/1	0
1	0	0	0/1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

利用大 M 法把合取关系式 $F_{ij} = X_i \wedge X_j$ 转化为线性代数式^[15-16]:

$$\begin{cases} F_{ij} \geq 0 \\ F_{ij} < 1 + \frac{1}{2} X_j \\ F_{ij} \leq X_i + M(1 - X_j) \\ X_i \leq F_{ij} + M(1 - X_j) \end{cases} \quad (10)$$

合取关系式 $T_{ij}^k = G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1}$ ($k = 1, 2, \dots, n$) 的真值表如表 2 所列。

表 2 $T_{ij}^k = G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1}$ 的真值表

Table 2 Truth table of $T_{ij}^k = G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1}$

G_{ik}^{k-1}	G_{kj}^{k-1}	T_{ij}^k
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

同理, 类似于式(10), 根据真值表将 $T_{ij}^k = G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1}$ 转化为线性关系式:

$$\begin{cases} T_{ij}^k \geq 0 & (a) \\ T_{ij}^k < 1 + \frac{1}{2} G_{kj}^{k-1} & (b) \\ T_{ij}^k \leq G_{ik}^{k-1} + M(1 - G_{kj}^{k-1}) & (c) \\ G_{ik}^{k-1} \leq T_{ij}^k + M(1 - G_{kj}^{k-1}) & (d) \end{cases} \quad (11)$$

下面以 $T_{ij}^k = G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1}$ 为例来证明合取关系式转换为线性方程的合理性。

1) 由表 2 可知, 当 $G_{kj}^{k-1} = 0$ 时, $T_{ij}^k = 0$; 当 $G_{kj}^{k-1} = 1$ 时, $T_{ij}^k = G_{ik}^{k-1}$ 。

2) 对线性关系式(11)的说明如下:

当 $G_{kj}^{k-1} = 0$ 时, 式(11)中的(c)和(d)失效, (a)和(b)可转化为 $0 \leq T_{ij}^k < 1$, 又因为 $T_{ij}^k \in \{0, 1\}$, 所以 $T_{ij}^k = 0$ 。

当 $G_{kj}^{k-1} = 1$ 时, 式(11)中的(a)和(b)转化为 $0 \leq T_{ij}^k < 1.5$, 那么 $T_{ij}^k = 0$ 或 $T_{ij}^k = 1$ 。

此时, 式(11)中的(c)和(d)转化为 $T_{ij}^k \leq G_{ik}^{k-1}$ 和 $G_{ik}^{k-1} \leq T_{ij}^k$, 所以 $G_{ik}^{k-1} = T_{ij}^k$ 。

3) 综合 1) 和 2) 可以证明式(11)中的(a)(b)(c)(d)与 $T_{ij}^k = G_{ik}^{k-1} \wedge G_{kj}^{k-1}$ 等价。

把 $G_{ij}^k = G_{ij}^{k-1} \vee T_{ij}^k$ 写成逻辑关系式:

$$\begin{cases} \text{if } G_{ij}^{k-1} + T_{ij}^k = 0, \text{ then } G_{ij}^k = 0 & (a) \\ \text{if } G_{ij}^{k-1} + T_{ij}^k \geq 1, \text{ then } G_{ij}^k = 1 & (b) \end{cases} \quad (12)$$

将式(12)中的(b)转化为逆否命题:

$$\text{if } G_{ij}^k = 0, \text{ then } G_{ij}^{k-1} + T_{ij}^k = 0 \quad (13)$$

同理, 式(13)转化为线性代数方程为:

$$\begin{cases} G_{ij}^k \leq M(G_{ij}^{k-1} + T_{ij}^k) \\ 0 \leq G_{ij}^k + M(G_{ij}^{k-1} + T_{ij}^k) \\ G_{ij}^{k-1} + T_{ij}^k \leq MG_{ij}^k \\ 0 \leq G_{ij}^{k-1} + T_{ij}^k + MG_{ij}^k \end{cases} \quad (14)$$

至此, X_i 与 G_{ij}^k 之间的线性关系通过 F_{ij} 与 T_{ij}^k 已经找到。对于目标函数(式(1)), 其约束条件之一即覆盖感兴趣区域(式(2))和约束条件之二即确保节点之间的连通性(式(7)、式(10)、式(11)、式(14))都是线性方程式。由此得到基于线性规划的传感器节点布局模型。由于模型中的决策变量都为 0-1 变量, 因此模型是线性的整数规划问题。

4 算法复杂度的分析

整数线性规划模型可通过割平面法和分支定界法不断分解出子问题来求解, 子问题的松弛问题的核心步骤都是单纯形法。由于单纯形是凸的, 局部极小值就是全局极小值, 因此可以得到整数线性规划模型的全局最优解。然而, 单纯形法并不是多项式时间算法^[14], 记单纯形表的行数为 H_1 , 列数为

H_2 ,最坏情况下,单纯形算法的时间复杂度是 $C_{H_1+H_2}^H$,分支定界法的时间复杂度是 2^{H_2} ,因此总的复杂度是 $2^{H_2} C_{H_1+H_2}^H$ 。本文建立的整数线性规划模型中, n 表示网格数,约束条件数量为 $n+3n^2+7n^3$,变量数量为 $n+n^2+2n^3$ 。在目标方程和两个约束条件方程的每行都加上松弛变量或剩余变量,转化为标准型后,这些变量构成初始可行基。初始单纯形表的行数为 $1+n+3n^2+7n^3$,列数为 $1+2n+4n^2+9n^3$ 。

5 实验及结果分析

为了验证模型的正确性,对网格进行全覆盖实验。全覆盖是指每一个网格都至少被一个传感器覆盖,同时要确保传感器之间的连通性。此时,式(2)中的矩阵 $E_{n \times n}$ 为单位矩阵,权重向量 W 为全 1 矩阵。实验 1 和实验 2 中假设传感器都为感知节点,但感知半径和通信半径不同。实验 3 中假设传感器为感知节点或汇聚节点,这两种节点都可以感知数据,汇聚节点可以保存、转发和上传数据。实验 3 中设定最大跳数和汇聚节点。

5.1 实验 1

实验 1 分别在不同的网格上进行,感知半径 R_s 为 300m,通信半径 R_c 为 400m,网格半径为 200m。实验得到的覆盖所有网格的最优解和最优值如表 3 所列。

表 3 实验 1 的模型参数和值

Table 3 Model parameters and values of experiment 1

网格大小	最优值	最优解
2 * 2	1	X_1
3 * 3	1	X_5
4 * 4	4	X_6, X_8, X_9, X_{11}
5 * 5	4	X_7, X_9, X_{17}, X_{19}
6 * 6	7	$X_8, X_{10}, X_{12}, X_{20}, X_{25}, X_{27}, X_{29}$
7 * 7	9	$X_9, X_{11}, X_{13}, X_{23}, X_{25}, X_{27}, X_{37}, X_{39}, X_{41}$
8 * 8	13	$X_{10}, X_{12}, X_{14}, X_{16}, X_{26}, X_{28}, X_{30}, X_{32}, X_{42}, X_{49}, X_{51}, X_{53}, X_{55}$
9 * 9	16	$X_{11}, X_{13}, X_{15}, X_{17}, X_{29}, X_{31}, X_{33}, X_{35}, X_{47}, X_{49}, X_{51}, X_{53}, X_{65}, X_{67}, X_{69}, X_{71}$

图 1 和图 2 分别表示了 3 * 3 和 4 * 4 网格的实验结果。图 1 中圆形区域表示传感器 X_5 的覆盖范围。图 2 中,虚直线表示两个传感器之间是连通的,而且易知这 4 个传感器节点覆盖了全部网格。图 1 和图 2 验证了模型的正确性。

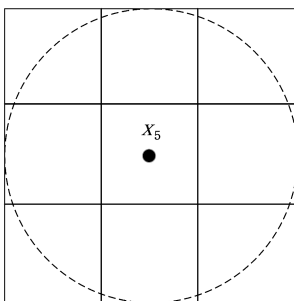


图 1 3 * 3 的最优解示意图
Fig. 1 Optimal solution in 3 * 3 grid

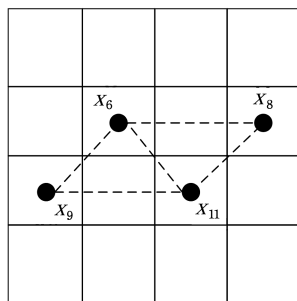


图 2 4 * 4 的最优解示意图
Fig. 2 Optimal solution in 4 * 4 grid

若需覆盖的区域位于网格中的虚线外,则只需在相应位置增加传感器即可。若这样的区域比较多,则增加传感器会带来比较多的开销,此时可以修改感知模式和通信模式。令

传感器节点的感知半径为 ini_R_s ,其中 ϵ 为一个较小的正数,记 $R_s = ini_R_s + \epsilon$,将“覆盖”定义为两个网格之间的距离比感知半径大一个偏移量,即网格 i 处可以被网格 j 处的传感器覆盖,当且仅当两个网格之间的欧氏距离 $d(i, j) \leq R_s$ 。通信模式同理:定义 $R_c = ini_R_c + \epsilon$,当网格 i 和网格 j 之间的欧氏距离 $d(i, j) \leq R_c$ 时,网格 i 处和网格 j 处的传感器是连通的。

图 3 和图 4 分别是线性规划方程组的变量数和约束条件数与网格规模之间的变化趋势图,从中可以看出变量数和约束条件数目随着网格规模增大均呈指数增长趋势。

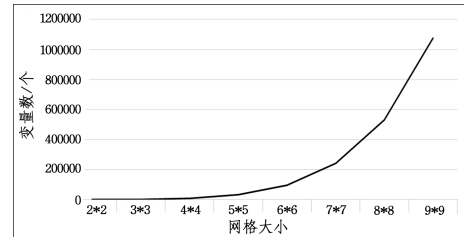


图 3 不同网格区域大小的线性方程组的变量数

Fig. 3 Variable numbers of linear equations in grid zone with different sizes

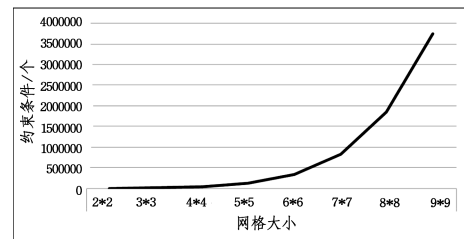


图 4 不同网格区域大小的线性方程组的约束条件数

Fig. 4 Constraint condition numbers of linear equations in grid zone with different sizes

图 5 和图 6 分别是线性规划方程组的运行时间和内存使用情况与网格规模之间的变化趋势图,从中可以看出运行时间和内存使用情况也都随着网格规模增大呈现指数增长趋势。

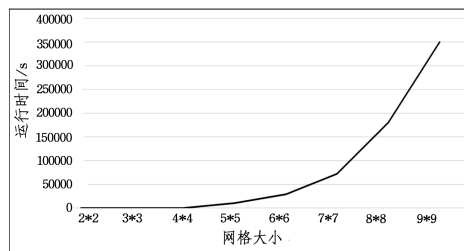


图 5 不同网格区域大小的线性方程组的运行时间

Fig. 5 Runtime of linear equations in grid zone with different sizes

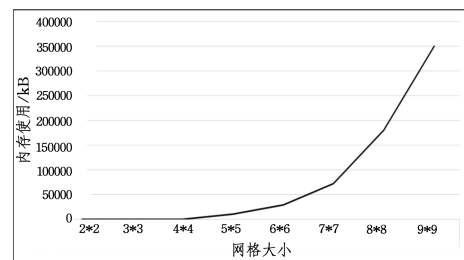


图 6 不同网格区域大小的线性方程组内存使用空间

Fig. 6 Memory usage of linear equations in grid zone with different sizes

5.2 实验 2

实验 2 设置网格半径为 200 m。采用另一组感知半径和通信半径:感知半径 R_c 为 200 m,是实验 1 感知半径的 66.6%;通信半径 R_c 为 300 m,是实验 1 通信半径的 75%。表 4 给出了实验 2 的结果,其中,约束条件数目和变量数目与实验 1 中的相同,此处不再列出。由于实验 2 中的传感器半径和通信半径都比实验 1 中的小,因此需要更多的传感器节点才能全覆盖网格,求解时间也比实验 1 长。例如,对于 4×4 的网格,实验 1 的运行时间为 387 s;实验 2 的运行时间为 3047 s,是实验 1 的 10 倍。

表 4 实验 2 的实验结果

Table 4 Results of experiment 2

网格大小	运行时间/s	最优值	最优解
2 * 2	0	2	X_1, X_3
3 * 3	2	3	X_2, X_5, X_8
4 * 4	3047	6	$X_2, X_7, X_8,$ X_9, X_{10}, X_{15}
5 * 5	>54000	-	-

图 7 显示了实验 2 的 4×4 网格的传感器节点分布图,圆形区域为传感器节点的感知区域,两个传感器之间的虚直线表示传感器节点是连通的。由图 7 可知,网格区域被全覆盖时,传感器之间是连通的,这再次验证了模型的正确性。

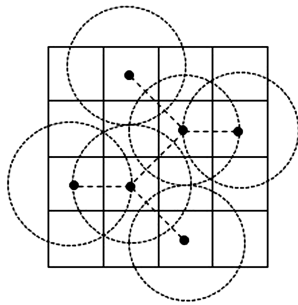


图 7 实验 2 中 4×4 网格的传感器节点分布图

Fig. 7 Sensor nodes distribution in 4×4 grid

5.3 实验 3

模型中 G_k^s 的 k ($k \leq n$) 值限定了多跳网络的最大跳数。另外,假定汇聚节点和传感器节点有相同的感知半径和通信半径,可通过初始化 X_i 为 1 将网格 i 设为汇聚节点。实验 3 中采用与实验 1 相同的感知半径和通信半径,设定最大跳数 k 为 3,汇聚节点的设置和实验结果如表 5 所列。

表 5 实验 3 的实验结果

Table 5 Results of experiment 3

大小	汇聚节点	最优值	最优解
3 * 3	X_5	1	X_5
4 * 4	X_6	4	X_6, X_7, X_{10}, X_{11}
5 * 5	X_{13}	5	$X_7, X_9, X_{13}, X_{17}, X_{19}$
6 * 6	X_{15}	7	$X_8, X_{10}, X_{12}, X_{15}, X_{25}, X_{27}, X_{29}$
7 * 7	X_{25}	9	$X_9, X_{11}, X_{13}, X_{23}, X_{25},$ $X_{27}, X_{37}, X_{39}, X_{41}$
8 * 8	X_{28}	13	$X_{10}, X_{12}, X_{14}, X_{16}, X_{26}, X_{28}, X_{30},$ $X_{32}, X_{42}, X_{49}, X_{51}, X_{53}, X_{55}$ $X_{11}, X_{13}, X_{15}, X_{17}, X_{29},$
9 * 9	X_{41}	17	$X_{31}, X_{33}, X_{35}, X_{41}, X_{47}, X_{49},$ $X_{51}, X_{53}, X_{65}, X_{67}, X_{69}, X_{71}$

可以看出,指定汇聚节点和最大跳数后,运行时间有所减少。

结束语 本文提出了一种基于线性规划的传感器节点布局模型,该模型通过传递闭包表示传感器节点之间的连通性,把逻辑关系式转化成线性方程组,得到线性规划模型,并设定最大跳数和汇聚节点;同时设计了全覆盖网格的多组实验,通过求出其精确解对模型进行了验证。随着网格规模的增大,方程组的约束条件和变量数都呈现指数级增长,运行时间和内存占用也呈现指数级增长,使得求取精确解变得很困难,对此可采用智能优化算法如遗传算法(GA)、差分进化(EA)、粒子群(PSO)等求得近似解,也可以考虑采用并行算法来加速求解速度。本文求得的精确解为分析与比较近似解的优劣提供了一个参考标准,具有一定的实际意义。

参考文献

- [1] QIAN Z H, WANG Y J. Internet of Things-oriented Wireless Sensor Networks Review[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2013, 35(1): 215-227. (in Chinese)
钱志鸿, 王义君. 面向物联网的无线传感器网络综述[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(1): 215-227.
- [2] DEYAB T M, BAROUDI U, SELIM S Z. Optimal Placement of Heterogeneous Wireless Sensor and Relay Nodes[C]// 2011 7th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC). IEEE, 2011: 65-70.
- [3] BAROUDI U, YOUNIS M. Optimal Node Repositioning for Tolerating Node Failure in Wireless Sensor Actor Network[C]// 2010 25th Biennial Symposium on Communications (QBSC). IEEE, 2010: 67-71.
- [4] BARI A, JAEKEL A, JIANG J, et al. Design of Fault Tolerant Wireless Sensor Networks Satisfying Survivability and Lifetime Requirements[J]. Comput Communications, 2012, 35(3): 320-333.
- [5] BASAGNI S, BÖLÖNI L, GJANCI P, et al. Maximizing the Value of Sensed Information in Underwater Wireless Sensor Networks via an Autonomous Underwater Vehicle[C]// IEEE INFOCOM 2014-IEEE Conference on Computer Communications. IEEE, 2014: 988-996.
- [6] HE T, CHIN K W, SOH S. On Wireless Power Transfer and Max Flow in Rechargeable Wireless Sensor Networks [J]. IEEE Access, 2016, 4: 4155-4167.
- [7] SUN Z, SHU Y, XING X, et al. LPOCS: A Novel Linear Programming Optimization Coverage Scheme in Wireless Sensor Networks[J]. Adhoc & Sensor Wireless Networks, 2016, 33(1-4): 173-197.
- [8] DANTZIG G B. Linear Programming and Extensions [M]. Princeton: Princeton University Press, 2016.
- [9] LUENBERGER D G, YE Y. Linear and nonlinear programming [M]. Reading, MA: Addison-wesley, 1984.
- [10] MORRISON D R, JACOBSON S H, SAUPPE J J, et al. Branch-and-bound algorithms: A survey of recent advances in searching, branching, and pruning[J]. Discrete Optimization, 2016, 19: 79-102.
- [11] BEZERRA M A, DOS SANTOS Q O, SANTOS A G, et al. Simplex optimization: A tutorial approach and recent applications in

analytical chemistry[J]. *Microchemical Journal*, 2016, 124: 45-54.

- [12] ABIDIN H Z, DIN N M, JALIL Y E. Multi-Objective Optimization (MOO) Approach for Sensor Node Placement in WSN[C]// 2013 7th International Conference on Signal Processing and Communication Systems (ICSPCS). IEEE, 2013: 1-5.
- [13] ROSEN K H. *Discrete Mathematics and its Applications*[M]. New York: McGraw-Hill, 2012.
- [14] FEARNLEY J, SAVANI R. The complexity of the simplex method[C]// *Proceedings of the Forty-Seventh Annual ACM on*

Symposium on Theory of Computing. ACM, 2015: 201-208.

- [15] CARNIELLI W, MARIANO H L, MATULOVIC M. Reconciling first-order logic to algebra[J]. *CLE e-Prints*, 2015, 15(1): 1-26.
- [16] CARNIELLI W, MATULOVIC M. The method of polynomial ring calculus and its potentialities[J]. *Theoretical Computer Science*, 2015, 606: 42-56.
- [17] ZHANG H, HOU J C. Maintaining sensing coverage and connectivity in large sensor networks[J]. *Ad Hoc & Sensor Wireless Networks*, 2005, 1(1/2): 89-124.

(上接第 83 页)

以及优化的 NMST 方法与传统的 NVML 方法相比,性能提升了 10%~20%,具体提升程度与程序中的持久性内存分配次数及分配粒度有关。

参 考 文 献

- [1] WONG H S P, RAOUX S, KIM S B, et al. Phase Change Memory [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2010, 98(12): 2201-2227.
- [2] APALKOV D, KHVALKOVSKIY A, WATTS S, et al. Spin-transfer torque magnetic random access memory (STT-MRAM) [J]. *ACM Journal on Emerging Technologies in Computing Systems*, 2013, 9(2): 13.
- [3] LEE C B, KIM C J, LEE D S. Resistive random access memory: US, US 20090302315 A1 [P]. 2009.
- [4] Intel and Micron. Intel and micron produce breakthrough memory technology [EB/OL]. (2015-07-28) [2017-02-01]. <https://newsroom.intel.com/news-releases/intel-and-micron-produce-breakthrough-memory-technology>.
- [5] JIANG T, ZHANG Q, HOU R, et al. Understanding the behavior of in-memory computing workloads[C]// *IEEE International Symposium on Workload Characterization*. IEEE, 2014: 22-30.
- [6] NALLI S, HARIA S, HILL M D, et al. An analysis of persistent memory use with WHISPER[C]// *Proceedings of the 22nd International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems*. ACM, 2017: 135-148.
- [7] Intel. NVML: Non-volatile memory library [EB/OL]. [2017-02-01]. <https://github.com/pmem/nvml>.
- [8] VENKATARAMAN S, TOLIA N, RANGANATHAN P, et al. Consistent and durable data structures for non-volatile byte-addressable memory[C]// *Proceedings of the 9th USENIX Conference on File and Storage Technologies*. 2011: 61-75.
- [9] YANG J, WEI Q, CHEN C, et al. Nv-tree: reducing consistency cost for nvm-based single level systems[C]// *Proceedings of the 13th USENIX Conference on File and Storage Technologies*. 2015: 167-181.
- [10] CONDIT J, NIGHTINGALE E B, FROST C, et al. Better i/o through byte-addressable, persistent memory[C]// *Proceedings of the 22nd ACM Symposium on Operating Systems Principles*. ACM, 2009: 133-146.
- [11] WU X, QIU S, NARASIMHA R A L. Scmfs: A file system for storage class memory and its extensions[J]. *ACM Transactions on Storage*, 2013, 9(3): 7.
- [12] DULLOOR S R, KUMAR S, KESHAVAMURTHY A, et al. System software for persistent memory[C]// *Proceedings of the Ninth European Conference on Computer Systems*. ACM, 2014: 15.
- [13] XU J, SWANSON S. NOVA: A Log-structured File System for Hybrid Volatile/Non-volatile Main Memories[C]// *Proceedings of the 14th USENIX Conference on File and Storage Technologies*. 2016: 323-338.
- [14] VOLOS H, TACK A J, SWIFT M M. Mnemosyne: Lightweight persistent memory[C]// *ACM SIGARCH Computer Architecture News*. ACM, 2011, 39(1): 91-104.
- [15] COBURN J, CAULFIELD A M, AKEL A, et al. NV-Heaps: making persistent objects fast and safe with next-generation, non-volatile memories[J]. *ACM Sigplan Notices*, 2011, 46(3): 105-118.
- [16] VOLOS H, NALLI S, PANNEERSELVAM S, et al. Aerie: flexible file-system interfaces to storage-class memory[C]// *Proceedings of the Ninth European Conference on Computer Systems*. ACM, 2014: 14.
- [17] GAO L S, IYER B. Analyzing Complementarities Using Software Stacks for Software Industry Acquisitions [J]. *Journal of Management Information Systems*, 2006, 23(2): 119-147.
- [18] SCHWALB D, BERNING T, FAUST M, et al. nvm_malloc: Memory allocation for nvram[C]// *Accelerating Data Management Systems Using Modern Processor and Storage Architectures Workshop*. In conjunction with VLDB, 2015.
- [19] BHANDARI, KUMUD, DHURVA R, et al. Makalu: Fast recoverable allocation of non-volatile memory[C]// *Proceedings of the 2016 ACM SIGPLAN International Conference on Object-Oriented Programming, Systems, Languages, and Applications*. ACM, 2016.
- [20] HANANDEH F, AISMADI I, KWATHA M M. Evaluating alternative structures for prefix trees[C]// *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*. 2014: 109-114.