

# 基于二维局部鉴别高斯的特征提取方法

张智斌<sup>1,2</sup> 朱俊勇<sup>1</sup> 郑伟诗<sup>3</sup> 王倩<sup>1</sup> 赖剑煌<sup>3</sup>

(中山大学数学与计算科学学院 广州 510275)<sup>1</sup> (华南理工大学数学系 广州 510641)<sup>2</sup>

(中山大学信息科学与技术学院 广州 510275)<sup>3</sup>

**摘要** 特征提取是人脸识别的关键。特征提取方法一般需要预先把二维图像转化成一维图像向量。然而高维的图像向量会导致不能快速、精确地计算所需的协方差矩阵及其特征向量。针对该问题,提出了一种基于二维局部鉴别高斯的特征提取方法(2D-LDG)。该方法继承一维局部鉴别高斯降维方法的优点,其目标函数是留一交叉验证误差的光滑逼近,并且只考虑训练样本的局部分布,对训练样本的全局分布不做任何假设。同时,2D-LDG 直接对二维图像做特征提取,不需要事先把图像转化为维数巨大的图像向量,能快速、精确地计算协方差矩阵及其特征向量。在 ORL、YaleB 人脸数据库上的实验结果表明,2D-LDG 特征提取方法有良好的识别效果。

**关键词** 特征提取,局部鉴别高斯模型,人脸识别

**中图法分类号** TP391.41 **文献标识码** A

## Feature Extraction Based on 2D Local Discriminative Gaussians

ZHANG Zhi-bin<sup>1,2</sup> ZHU Jun-yong<sup>1</sup> ZHENG Wei-shi<sup>3</sup> WANG Qian<sup>1</sup> LAI Jian-huang<sup>3</sup>

(School of Mathematics and Computational Science, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)<sup>1</sup>

(Department of Mathematics, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)<sup>2</sup>

(School of Information Science and Technology, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)<sup>3</sup>

**Abstract** Feature extraction plays an important role in face recognition. In general, feature extraction methods need to transfer the 2D images into 1D vectors. As a result, it is hard to calculate the covariant matrix and eigen-vector efficiently and exactly due to the high dimensionality. This paper proposed a new feature extraction method named 2D local discriminant Gaussian (2D-LDG). It inherits the properties of LDG and the objective function of proposed method is also an approximation to the leave-one-out training error of a local quadratic discriminant analysis classifier. Also, it applies local Gaussians to estimate probability in each point, relaxing the assumption on the class probability density function. Meanwhile, 2D-LDG is operated on 2D images directly which avoids turning the image matrixes into high dimensional vectors, and is able to calculate the covariance matrix and eigen-vector in a more efficient and accurate way. Experiments on ORL and YaleB-Extended show that our proposed 2D-LDG feature extraction method achieves better performance in face recognition.

**Keywords** Feature extraction, Local discriminative Gaussians model, Face recognition

## 1 引言

在人脸识别中,特征提取是一项重要的工作。特征提取就是把高维的数据映射到低维的数据,目的在于减少人脸图像的维数,同时保持有用的信息使得提取出的特征能够尽可能地代表人脸对象。基于人脸表观的图像分析方法已经受到广泛关注,它是建立在统计分析和机器学习的基础上的。Turk<sup>[1]</sup>提出了人脸识别中著名的特征脸(Eigenfaces)方法,它使用主成分分析方法(PCA)进行降维。Belhumeur<sup>[2]</sup>提出基于线性判别分析(LDA)的Fisher脸方法(Fisherfaces),该方法

通过最小化类内散度同时最大化类间散度达到最优分类的目的,实验表明其在低维子空间中具有良好的分类效果。Yang<sup>[3]</sup>在研究人脸识别中的低维特征表达时指出核PCA方法可以获得更好的人脸图像的特征表达,核特征脸方法比传统的特征脸方法更优越,可以得到更低的人脸识别误差率。Bartlett<sup>[4]</sup>提出了人脸特征表达的独立成分分析方法(ICA),然而核PCA和ICA的时间复杂度都远高于PCA。

PCA属于无监督方法,其目标是基于最优重构而非最优分类;LDA虽为有监督方法,但其假设每一类的分布密度函数均为单位高斯分布,而实际情况往往难以满足这个前提假

到稿日期:2013-08-30 返修日期:2013-11-14 本文受国家自然科学基金(61128009),国家科技支撑项目(2012BAK16B06),广东省科技计划项目(2012B010100035),广东省自然科学基金(S2012010009926),中央高校基本科研业务费专项资金(2013ZM0094、2013ZM0114)资助。

张智斌(1978—),男,硕士,讲师,主要研究方向为数字图像处理、模式识别, E-mail: zhbzhang@scut.edu.cn; 朱俊勇(1986—),男,博士生, CCF 会员,主要研究方向为数字图像处理、模式识别; 郑伟诗(1981—),男,博士,副教授, CCF 会员,主要研究方向为机器视觉与智能学习; 王倩(1989—),女,硕士生,主要研究方向为数字图像处理、模式识别; 赖剑煌(1964—),男,博士,教授, CCF 会员,主要研究方向为数字图像处理、模式识别、计算机视觉。

设。最近, Nathan<sup>[5]</sup>提出了一种基于局部鉴别高斯准则的监督降维方法(LDG),它寻找的是一个可以使用二次边界分类的映射。这种寻找二次边界分类的目标难以在样本空间全局实现,而LDG则考虑样本的局部分布,对全局分布不做任何假设。考虑到目标函数是非凸的没有解析解,LDG通过特征值分解求出近似解。相比其他现有的降维方法,LDG的优势在于,局部鉴别高斯准则的目标函数是对二次判别分析分类器的留一交叉验证误差的光滑逼近,其运算简便,不需要迭代求解,也不需要复杂的广义特征值分解。实验表明LDG方法比现有其它的降维方法更高效,数值求解更稳定。

上述方法都是基于图像向量的分析,对于一张人脸图像,首先要将人脸图像矩阵转化为图像向量,基于图像向量计算获得协方差矩阵和最优的投影矩阵。然而二维的人脸图像转化成的图像向量是一个高维向量,例如对于一张 $100 \times 100$ 的人脸图像,它的图像向量是一个10000维的向量。在高维的向量空间中难以快速、精确地计算协方差矩阵,因为协方差矩阵维数远远大于训练样本的数目,而且时间复杂度巨大。虽然可以借助奇异值分解的方法高效地计算出协方差矩阵的特征向量,避免直接计算协方差矩阵,但这不能表明可精确地计算出特征向量,因为不管是用何种方法获得特征向量,特征向量都是由协方差矩阵自身所决定的。为了克服这个缺点, Yang<sup>[6]</sup>提出基于人脸图像矩阵的二维PCA方法(2D-PCA),不同于PCA,2D-PCA是直接基于二维的图像矩阵,而不是一维的图像向量,这意味着人脸图像不需要事先转化为一维的图像向量,从而降低了计算协方差矩阵时的时间复杂度,并能更加精确地计算协方差矩阵。Li<sup>[7]</sup>也提出了直接基于二维图像矩阵的LDA方法(2D-LDA),该方法直接使用二维的图像矩阵计算类间散度矩阵和类内散度矩阵,解决了LDA中类内散度矩阵的奇异问题,并获得了优于Fisher脸的识别结果,且时间复杂度也低于Fisher脸方法。另外还有其他的二维扩展算法,例如Meng<sup>[8]</sup>, Ahmed<sup>[9]</sup>。

本文提出了一种直接基于原图像的二维LDG降维方法(2D-LDG),不同于LDG,2D-LDG直接基于二维图像矩阵而不是一维的图像向量,图像矩阵不需要预先转化成图像向量,在计算协方差矩阵和特征向量的精确性、时间耗费上更具有优越性。实验结果表明,相对于同样基于二维图像矩阵的2D-LDA,本文的2D-LDG特征提取方法在ORL、YaleB人脸数据库上有更佳识别效果。

## 2 2D-LDG 特征提取

设带类标的人脸图像训练样本集为 $\{(A_i, y_i), i=1, \dots, n\}$ ,其中 $A_i \in R^{p \times q}$ 代表人脸图像, $n$ 代表训练样本的数目, $y_i \in \{1, \dots, m\}$ 代表 $A_i$ 所属的类标, $m$ 代表人脸对象类的数目。对于图像 $A \in R^{p \times q}$ ,我们希望找到一个单位向量 $x \in R^{p \times 1}$ 作为投影向量,使得 $A^T x \in R^{q \times 1}$ 为图像 $A$ 投影降维后的低维表达。

我们通过生成的分类器的性能来评估投影向量 $x$ 的分类能力,假设 $p(A_i | y_i)$ 表示的是 $A_i$ 属于类 $y_i$ 的概率密度分布, $p(A_i | y_i)$ 的估算可通过其它 $n-1$ 个带类标的训练样本得到,从而由投影向量 $x$ 可生成相应的最大后验概率分类器。留一交叉验证误差定义为:

$$\sum_{i=1}^n I(p(A_i^T x | y_i) p(y_i) < \max_{j=1, \dots, m} p(A_i^T x | j) p(j)) \quad (1)$$

其中, $I(\cdot)$ 为取值为0或1的指标函数。

考虑到指标函数 $I(\cdot)$ 是不连续的,难以使得式(1)取得

最小值,我们将上述目标函数用以下函数逼近:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \log \left( \frac{\sum_{j=1}^m p(A_i^T x | j) p(j)}{p(A_i^T x | y_i) p(y_i)} \right) \quad (2)$$

这里假设 $p(A_i | j)$ 满足高斯混合模型(GMM), $p(A_i | j) \sim N(A_i; \mu_{i,j}, \Sigma_{i,j})$ 。在属于第 $j$ 类的训练样本中选取与图像 $A_i$ 欧氏距离最近的 $K$ 个训练样本(本文实验中取 $K=3$ ),用这 $K+1$ 张图像估算高斯分布 $N(A_i; \mu_{i,j}, \Sigma_{i,j})$ 中的两个参数:平均图像 $\mu_{i,j}$ 和图像协方差矩阵 $\Sigma_{i,j}$ 。

对于假设满足高斯分布 $N(A; \mu, \Sigma)$ 的图像集合 $\{A_1, \dots, A_N\}$ ,高斯分布 $N(A; \mu, \Sigma)$ 的两个参数平均图像 $\mu$ 和图像协方差矩阵 $\Sigma$ 的估算定义如下:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i \quad (3)$$

$$\Sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (A_i - \mu)(A_i - \mu)^T \quad (4)$$

为了减少估计方差,可假设每个图像协方差矩阵 $\Sigma_{i,j}$ 有以下简化形式 $\Sigma_{i,j} = \sigma_{i,j}^2 I$ ,其中 $I$ 为单位矩阵。因此可得 $p(A_i^T x | j) = N(A_i^T x; \mu_{i,j}^T x, \sigma_{i,j}^2 I)$ 。

根据 Jensen 不等式可把目标函数式(2)改写为:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \left( \left( \sum_{j=1}^m \log(p(A_i^T x | j) p(j)) \right) - \log(p(A_i^T x | y_i) p(y_i)) \right) \quad (5)$$

在 $x$ 为单位向量的约束条件下,可求解出使目标函数式(5)达到最小值的 $x^*$ :

$$x^* = \arg \min_{x \in R^{p \times 1}, x^T x = 1} \sum_{i=1}^n \left( \frac{1 - p(y_i)}{2\sigma_{i,y_i}^2} (\Delta_{i,y_i}^T x)^T (\Delta_{i,y_i}^T x) - \sum_{j=1, j \neq y_i}^m \frac{p(j)}{2\sigma_{i,j}^2} (\Delta_{i,j}^T x)^T (\Delta_{i,j}^T x) \right) \quad (6)$$

其中, $\Delta_{i,j} = \mu_{i,j} - A_i$ ,  $\Delta_{i,j} \in R^{p \times q}$ 。定义

$$M = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_{i,y_i}^2} \Delta_{i,y_i} \Delta_{i,y_i}^T, M \in R^{p \times p}$$

$$N = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{p(j)}{\sigma_{i,j}^2} \Delta_{i,j} \Delta_{i,j}^T, N \in R^{p \times p}$$

则式(6)可改写为:

$$x^* = \arg \min_{x \in R^{p \times 1}, x^T x = 1} \frac{1}{2} x^T (M - N) x \quad (7)$$

其中, $x^*$ 的求解可通过特征分解得到,这是因为 $M$ 和 $N$ 都是实对称矩阵,所以可以直接求解出 $x^*$ 为矩阵 $(M-N)$ 的最小特征值对应的特征向量。

我们可在式(7)上加上正则化参数 $\gamma$ ,

$$x_\gamma^* = \arg \min_{x \in R^{p \times 1}, x^T x = 1} \frac{1}{2} x^T (M - \gamma N) x \quad (8)$$

满足式(8)的解 $x_\gamma^*$ 为矩阵 $(M - \gamma N)$ 的最小特征值所对应的特征向量。本文实验表明满足式(8)的投影向量 $x_\gamma^*$ 有更优越的分类效果。

## 3 基于2D-LDG的人脸识别方法

在本文基于2D-LDG的人脸识别实验中,先求解式(8)中矩阵 $(M - \gamma N)$ 前 $d$ 个最小特征值所对应的特征向量,得到一族互相正交的单位投影向量 $x_1, \dots, x_d$ , $d$ 远小于 $p$ 。对于图像 $A(A \in R^{p \times q})$ ,分别得到 $A$ 在投影向量 $x_1, \dots, x_d$ 下的低维表达 $b_1, \dots, b_d$ ,其中 $b_i = A^T x_i$ ,  $b_i \in R^{q \times 1}$ ,  $i=1, \dots, d$ 。定义矩阵 $B = [b_1, \dots, b_d]$ 为图像 $A$ 的特征矩阵,设矩阵 $X = [x_1, \dots, x_d]$ 为投影矩阵,则 $B = A^T X$ ,  $B \in R^{q \times d}$ 。

两张图像 $A_1, A_2$ 对应的特征矩阵分别为 $B_1 = [b_1^1, \dots, b_d^1]$ ,  $B_2 = [b_1^2, \dots, b_d^2]$ ,  $B_1$ 与 $B_2$ 的相似度度量定义为 $d(B_1, B_2)$

$= \sum_{k=1}^d \|b_k^i - b_k^j\|_2$ , 其中  $\|b_k^i - b_k^j\|_2$  是向量  $b_k^i$  与  $b_k^j$  的欧氏距离。

在人脸识别中, 设训练图像  $A_i$  对应的特征矩阵为  $B_i$ ,  $A_i$  所属类标为  $y_i, i=1, \dots, n$ 。待检测人脸图像  $A$  的特征矩阵为  $B$ 。如果  $d(B, B_i) = \min_{j=1, \dots, n} d(B, B_j)$ , 则把人脸图像  $A$  的类标判定为  $y_i$ 。

#### 4 实验

我们使用本文提出的基于图像的 2D-LDG 特征提取方法在 ORL 人脸数据库和 YaleB 扩展人脸数据库上做人脸识别实验, 为了比较降维效果, 实验选择了与另一种基于图像的特征提取方法 2D-LDA 做比较。

实验中所使用的 ORL 人脸数据库总共 400 张人脸图像, 包括 40 个人, 每人 10 张不同姿势下正面光照射的人脸图像。实验使用了 YaleB 扩展库中的正脸人脸图像, YaleB 数据库总共 2470 张人脸图像, 即 38 个人、每人在 65 种光照条件下的人脸图像。根据采集时光源与摄像头方向的夹角大小, Yale B 数据库被分为 Set1 到 Set5 5 个子集, Set1 中的人脸图像基本上可看作是正面光均匀照射, 从 Set1 到 Set5 人脸图像的光照环境逐渐恶劣, Set5 中的人脸图像上有大范围的阴影区域。

本文的 2D-LDG 方法和 2D-LDA 方法都是由训练图像得到特征向量所构成的投影矩阵  $X$ 。若实验图像大小为  $p \times q$ , 则  $X_{2dLDG} \in R^{p \times d}$ ,  $X_{2dLDA} \in R^{q \times d}$ , 其中  $d$  为构成投影矩阵的特征向量的数目。

实验中分别选取  $d=5, 10, 15, 20, 25, 30$ 。在相同的  $d$  值下, 进行 10 次随机抽取实验, 比较本文 2D-LDG 方法和 LDA、LDG、2D-LDA 方法各自在这 10 次实验中的平均识别率。每次的随机抽取实验中, 从每个对象的图像中随机选择 5 张图像作为训练图像, 剩下的图像作为测试图像。在相同的训练样本、测试样本下计算本文 2D-LDG 方法和 LDA、LDG、2D-LDA 方法各自的识别率。表 1 是 ORL 数据库在不同的  $d$  值下各 10 次实验的平均识别率, 表 2 是 YaleB 数据库在不同的  $d$  值下各 10 次实验的平均识别率。

实验中, 式(8)的正则化参数取  $\gamma=0.4$ 。实验结果表明, 在正面光照射下多姿势的 ORL 数据库上, 本文方法的识别率高于 LDA、LDG、2D-LDA 3 种方法。在复杂光照条件下的 YaleB 数据库上, 本文方法的识别率与 LDA、LDG、2D-LDA 方法相比有明显提高。以 YaleB 扩展库为例, LDA、LDG、2D-LDA 的最高识别率分别为 67.93%、62.34%、66.49%, 本文 2D-LDG 的最高识别率为 77.50%, 同比提高 14.08%、24.31%、16.55%。

表 1 LDA、LDG、2D-LDA 和 2D-LDG 在 ORL 数据库上的 10 次实验平均识别率

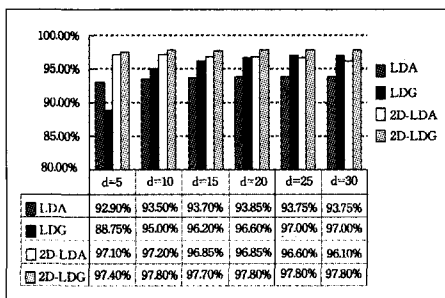
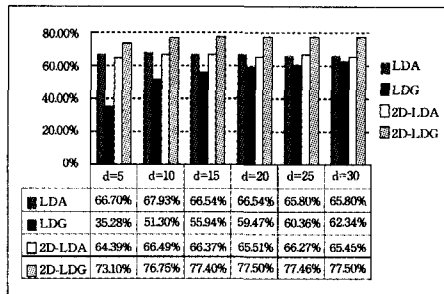


表 2 LDA、LDG、2D-LDA 和 2D-LDG 在 YaleB 扩展库上的 10 次实验平均识别率



**结束语** 本文提出了一种基于二维局部鉴别高斯(2D-LDG)的特征提取方法。该方法继承了 LDG 方法的优点, 其目标函数是留一交叉验证误差的光滑逼近, 并且只考虑训练样本的局部分布, 通过 K 近邻的方法选择近邻样本, 得到每个训练样本的高斯分布  $p(A_i | j)$  的参数估计, 更多地考虑了样本空间中每个训练样本的局部信息, 对训练样本的全局分布不做任何假设。同时, 2D-LDG 直接对二维图像做特征提取, 不需要事先把图像转化为维数巨大的图像向量, 大大减少了特征提取时的时间复杂度。实验结果表明本文的 2D-LDG 方法有良好的特征提取效果。

#### 参考文献

- [1] Turk M, Pentland A. Eigenfaces for Recognition [J]. Cognitive Neuroscience, 1991, 3(1): 71-86
- [2] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition Using Class Specific Linear Projection [J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711-720
- [3] Yang M H. Kernel Eigenfaces vs. Kernel Fisherfaces: Face Recognition Using Kernel Methods [C]// Proc. Fifth IEEE Int'l Conf. Automatic Face and Gesture Recognition (RGR'02). May 2002: 215-220
- [4] Bartlett M S, Movellan J R, Sejnowski T J. Face Recognition by Independent Component Analysis [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 2002, 13(6): 1450-1464
- [5] Parrish N, Gupta M R. Dimensionality Reduction by Local Discriminative Gaussians [C]// The 29th International Conference on Machine Learning (ICML 2012). 2012
- [6] Yang J, Zhang D, Frangi A F, et al. Two-Dimensional PCA: A New Approach to Appearance-Based Face Representation and Recognition [J]. IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(1): 131-137
- [7] Li M, Yuan B Z. 2D-LDA: A statistical linear discriminant analysis for image matrix [J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26: 527-532
- [8] Meng J, Yang Y. Symmetrical Two-Dimensional PCA with Image Measures in Face Recognition [J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2012, 9: 1-10
- [9] Ahmed H, Jedra M, Zahid N. Weighted Scatter-Difference-Based Two Dimensional Discriminant Analysis for Face Recognition [J]. Intelligent Information Management, 2012, 4(4): 108-114