

基于小波与分形相结合的图像压缩编码

张晶晶 张爱华 纪海峰

(南京邮电大学理学院 南京 210023)

摘 要 分形图像编码在较高的压缩比下,可以保持较好的重构图质量;但也存在计算复杂度高和编解码时间长的缺点。因此,在定义一种新的子块特征——框点和的基础上,结合连续小波变换的平滑特性,提出了基于小波与分形相结合的图像压缩编码。该算法充分利用子带的相关性来提高重构图像的质量,将全局搜索转换为近邻搜索,缩小了搜索范围,从而减少了编解码时间。仿真实验结果表明,与基本分形算法和其他算法相比,新算法的性能更优,不仅缩短了编解码时间,而且提高了重构图像的质量。

关键词 小波,分形,分形图像编码,图像压缩,子块特征

中图法分类号 TN919.81 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2019.08.051

Image Compression Encoding Based on Wavelet Transform and Fractal

ZHANG Jing-jing ZHANG Ai-hua JI Hai-feng

(School of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

Abstract Fractal image encoding with the high compression ratio can maintain a good quality of reconstructed image. However, there are some disadvantages such as high computational complexity and long encoding time. Therefore, based on the definition of a new sub-block feature called sum of frame and point, combined with the smoothing characteristics of continuous wavelet transform, an image compression encoding on the basis of wavelet transform and fractal was proposed. This algorithm makes full use of the correlation of sub-bands, so as to improve the quality of reconstructed image. And it converts the global search into the nearest neighbor search to shorten search range and reduce encoding and decoding time. The simulation results show that compared with the basic fractal algorithm and other algorithms, the new algorithm has better performance. In addition, it not only shortens the encoding and decoding time, but also improves the reconstructed image quality.

Keywords Wavelet, Fractal, Fractal image encoding, Image compression, Sub-block feature

1 引言

分形图像编码最先是由 Barnsley^[1]和 Jacquin^[2]提出并发展起来的。分形图像压缩的本质^[3]是现实中图像具有高度的仿射冗余度,即图像中含有许多自我参考物,有许多部分是自相似的,图像的各个区域可以通过适当的变换而相互表达。基于分形的图像压缩编码^[4]能够在较高的压缩比下保持良好的重构图像质量,但是也存在着计算复杂度高和编解码时间长的缺点,这限制了它的实际应用范围。因此,我们需要考虑如何在保证重构图像质量的前提下实现快速编码,这也是分形图像编码的一个重要研究课题。目前,国内外已有大量的研究人员对此进行了深入研究,并相继提出了许多改进和创新的方案^[5-13]。

小波概念的提出最早可以追溯到 20 世纪初^[5]。1910 年,Haar 提出了 Haar 小波规范正交基的概念,但是当时并没

有出现“小波”一词^[6]。小波的概念真正出现于 1984 年,法国地质物理学家 Morlet 在分析地震数据时,提出将地震波按一个函数的伸缩平移系 $\{|a|^{1/2} \varphi(\frac{x-b}{a}) | a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0\}$ 展开^[5]。

1985 年, Daubechies、法国数学家 Meyer 和理论物理学家 Grossmann 通过对连续小波变换进行离散化,提出了小波框架的概念。

图像经过多级小波分解后,其相同方向的不同分辨率的小波子图像具有明显的相似性^[7],但是小波变换并未充分利用这种相似性^[8];而分形图像压缩的特点就是利用这些相似性进行编码。将二者结合,相得益彰。

近年来,国内外也相继提出了许多分形与小波相结合的方法。娄莉等将图像进行小波分解后,对低频子带采用 DCT 编码;在分形编码时,根据不同方向子图的不同纹理特征,采用不同形状的块进行分形预测,同时对高频子带使用二次匹

到稿日期:2018-06-14 返修日期:2018-10-26 本文受江苏省自然科学基金(BK20160800),国家自然科学基金面上项目(11471114, 61372125)资助。

张晶晶(1992-),女,硕士生,主要研究方向为非线性分析及应用,E-mail:1040229736@qq.com;张爱华(1969-),女,博士,教授,主要研究方向为非线性分析及应用,E-mail:zhangah@njupt.edu.cn(通信作者);纪海峰(1988-),男,博士,讲师,主要研究方向为计算数学。

配编码,并且匹配运算只在同一方向上进行。文献[9]中提出采用整数小波变换对雷达图像进行分解和重构,然后采用改进的快速分形编码对低频子图像进行编码。Chaudhari 等^[10]将基于 FFT 的可变二叉树分割的分形图像编码应用于小波变换图像的近似子带和 3 个细节子带中;在分形解码近似子带图像的小波分解后,构造二叉树分割小波子树;利用小波子树中存在的自相似性,通过仿射变换从较粗尺度上预测更精细尺度的系数。Prashanth 等^[11]提出在编码过程中迭代地应用二叉树分割,将原始图像分成添加噪声和不添加任何噪声并将其进行对比,在解码后使用中值滤波器去除图像中存在的噪声。上述算法的目的在于提高重构图像的质量,增大压缩率或缩短编码时间。

本文在定义新的子块特征——框点和的基础上,提出了一种基于小波与分形相结合的图像压缩编码。

2 小波变换

小波变换是 20 世纪 80 年代发展起来的应用数学的一个分支^[12]。

经过小波分解后,虽然图像的数据量并未发生改变,但是图像中的能量重新分布,变得更为集中^[13]。将图像经过第一次小波分解后的水平、垂直和对角线方向的子图像称为第 1

级系数图;将第二次小波分解后的子图像称为第 2 级系数图。二级小波分解的示意图如图 1 所示。

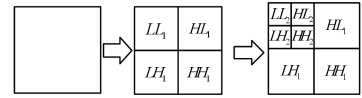


图 1 二级小波变换

Fig. 1 Two stage wavelet transform

3 基于图像块框点和的快速分形图像编码

3.1 算法的理论依据

定义 1 图像块 $\mathbf{X}=(x_{i,j})_{n \times n} \in \mathbf{R}^{n \times n}$,其规范化定义为:

$$\hat{\mathbf{X}}=(\hat{x}_{i,j})_{n \times n}=\frac{(\mathbf{X}-\bar{\mathbf{X}})}{\|\mathbf{X}-\bar{\mathbf{X}}\|}=\frac{(x_{i,j}-\bar{x})_{n \times n}}{(\sum_{i,j=1}^n |x_{i,j}-\bar{x}|^2)^{1/2}} \quad (1)$$

其中, $\bar{\mathbf{X}}$ 是 \mathbf{X} 的均值, $\|\cdot\|$ 是向量的 2-范数,即: $\|\mathbf{X}\|=(\sum_{i,j=1}^n |x_{i,j}|^2)^{1/2}$ 。

显然, $\langle \hat{\mathbf{X}}, \mathbf{1} \rangle=0$ 且 $\langle \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{X}} \rangle=\|\hat{\mathbf{X}}\|^2=1$,其中 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示向量内积^[14]。

定义 2 图像块 $\mathbf{X}=(x_{i,j}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 的规范块 $\hat{\mathbf{X}}=(\hat{x}_{i,j})_{n \times n}$ 的框点和定义为:

$$S(\mathbf{X})=\begin{cases} \sum_{i=1}^{n/2} (|\hat{x}_{i, \frac{n}{2}-i+1}|+|\hat{x}_{i, \frac{n}{2}+i}|+|\hat{x}_{\frac{n}{2}+i, i}|+|\hat{x}_{\frac{n}{2}+i, n-i+1}|)+\frac{1}{4}(|\hat{x}_{\frac{n}{2}, \frac{n}{2}}|+|\hat{x}_{\frac{n}{2}, \frac{n}{2}+1}|+|\hat{x}_{\frac{n}{2}+1, \frac{n}{2}}|+|\hat{x}_{\frac{n}{2}+1, \frac{n}{2}+1}|) & n=2k, k \in \mathbf{Z}^+, \\ \sum_{i=1}^{(n+1)/2} (|\hat{x}_{i, \frac{n+1}{2}-i+1}|+|\hat{x}_{i, \frac{n+1}{2}+i}|+|\hat{x}_{\frac{n+1}{2}+i, i}|+|\hat{x}_{\frac{n+1}{2}+i, n-i+1}|)-(|\hat{x}_{1, \frac{n+1}{2}}|+|\hat{x}_{n, \frac{n+1}{2}}|+|\hat{x}_{\frac{n+1}{2}, 1}|+|\hat{x}_{\frac{n+1}{2}, n}|)+|\hat{x}_{\frac{n+1}{2}, \frac{n+1}{2}}| & n=2k+1, k \in \mathbf{Z}^+ \end{cases} \quad (2)$$

简单来讲,计算 $S(\mathbf{X})$ 时需要先将规范子块 $\hat{\mathbf{X}}$ 上、下、左、右均分为 4 个相同大小的方块,分别记为 $\hat{\mathbf{X}}_{11}, \hat{\mathbf{X}}_{12}, \hat{\mathbf{X}}_{21}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{22}$,然后取子块 $\hat{\mathbf{X}}_{11}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{22}$ 次对角线上的像素点、子块 $\hat{\mathbf{X}}_{12}$ 和 $\hat{\mathbf{X}}_{21}$ 主对角线上的像素点(形如“框”)以及 $\hat{\mathbf{X}}$ 的中心点(对于偶数方块,其中心点是中心 4 个像素点的绝对值的平均值),这些像素点的亮度绝对值之和就是式(2)所求的值。

为了更加直观地表述式(2)的求和过程,图 2 给出了偶数子块定义下的取点示意图。

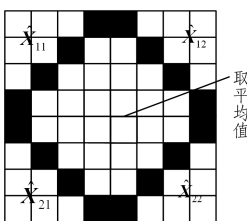


图 2 偶数子块情形下框点和的取点示意图

Fig. 2 Schematic diagram of sum of frame and point under even numbered blocks

根据式(2),下面给出框点和与匹配误差的关系,这是本文算法的理论基础。

定理 1 设 $\mathbf{R}, \mathbf{D} \in \mathbf{R}^{n \times n}$,则有下面的不等式成立:

$$E(\mathbf{R}, \mathbf{D}) \geq \frac{\sigma_{\mathbf{R}}}{6} |S(\mathbf{R}) - S(\mathbf{D})|^2 \quad (3)$$

其中, $\sigma_{\mathbf{R}} = \frac{\|\mathbf{R}-\bar{\mathbf{R}}\|}{n}$ 是 \mathbf{R} 块的标准差。

证明:定义子块 $\mathbf{E}=(e_{i,j}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为:

$$e_{i,j}=\begin{cases} 1, & j=\frac{n}{2}-i+1, j=\frac{n}{2}+1, j=i-\frac{n}{2}, \\ j=\frac{3n}{2}-i+1, i=\frac{n}{2}, i=\frac{n}{2}+1, j=\frac{n}{2}, j=\frac{n}{2}+1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

根据框点和的定义,有:

$$\begin{cases} \|\mathbf{E}\|^2 = \begin{cases} 2n+1, & n=2k \\ 2n-1, & n=2k+1 \end{cases}, k \in \mathbf{Z}^+ \\ S(\mathbf{X}) = \sum_{i,j=1}^n e_{i,j} |\hat{x}_{i,j}| = \langle \mathbf{E}, |\hat{\mathbf{X}}| \rangle \end{cases} \quad (4)$$

由 Cauchy-Schwarz 不等式、式(4)和 $\|\hat{\mathbf{R}}\| = \|\hat{\mathbf{D}}\| = 1$, 有:

$$\begin{aligned} |S(\mathbf{R}) - S(\mathbf{D})|^2 &= |\langle \mathbf{E}, |\hat{\mathbf{R}}| \rangle - \langle \mathbf{E}, |\hat{\mathbf{D}}| \rangle|^2 \\ &= |\langle \mathbf{E}, |\hat{\mathbf{R}}| - |\hat{\mathbf{D}}| \rangle|^2 \\ &\leq \|\mathbf{E}\|^2 \| |\hat{\mathbf{R}}| - |\hat{\mathbf{D}}| \|^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq (2n+1) \sum_{i,j=1}^n \|\hat{r}_{i,j} - \hat{d}_{i,j}\|^2 \\
&\leq (2n+1) \sum_{i,j=1}^n |\hat{r}_{i,j} \pm \hat{d}_{i,j}|^2 \\
&\leq 3n \sum_{i,j=1}^n |\hat{r}_{i,j} \pm \hat{d}_{i,j}|^2 \\
&= 3n \|\hat{\mathbf{R}} \pm \hat{\mathbf{D}}\|^2 \\
&= 3n (\|\hat{\mathbf{R}}\|^2 \pm 2\langle \hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{D}} \rangle + \|\hat{\mathbf{D}}\|^2) \\
&= 6n(1 \pm \langle \hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{D}} \rangle) \quad (5)
\end{aligned}$$

根据 $s = \frac{\langle \mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}, \mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I} \rangle}{\|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|^2}$, $o = \bar{r} \cdot s - \bar{d}$ 和式(5), 可知

匹配误差为:

$$\begin{aligned}
E(\mathbf{R}, \mathbf{D})^2 &= \|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|^2 - s^2 \|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|^2 \\
&= \|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|^2 - \left(\frac{\langle \mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}, \mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I} \rangle}{\|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|^2} \right)^2 \\
&\quad \|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|^2 \\
&= \|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|^2 \\
&\quad \left(1 - \frac{|\langle \mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}, \mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I} \rangle|^2}{\|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|^2 \|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|^2} \right) \\
&= \|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|^2 (1 - |\langle \hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{D}} \rangle|^2) \\
&= n^2 \sigma_R^2 (1 - |\langle \hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{D}} \rangle|^2) \\
&= n^2 \sigma_R^2 (1 - \langle \hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{D}} \rangle) (1 + \langle \hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{D}} \rangle) \\
&\geq n^2 \sigma_R^2 \left(\frac{|\mathbf{S}(\mathbf{R}) - \mathbf{S}(\mathbf{D})|^2}{6n} \right)^2 \\
&= \frac{\sigma_R^2}{36} |\mathbf{S}(\mathbf{R}) - \mathbf{S}(\mathbf{D})|^4
\end{aligned}$$

即 $E(\mathbf{R}, \mathbf{D}) \geq \frac{\sigma_R}{6} |\mathbf{S}(\mathbf{R}) - \mathbf{S}(\mathbf{D})|^2$. 证毕。

3.2 算法分析

通过小波变换将待编码图像分解为不同空间频带上的子图像, 然后在各个高频子图像内进行基于图像块框点和的分形编码, 并根据不同级上的子图像的尺寸调整 \mathbf{R} 块与 \mathbf{D} 块的大小, 以便获得更高的重构图像质量。

由式(3)可知, 匹配误差 $E(\mathbf{R}, \mathbf{D})$ 与 \mathbf{R} 块的标准差 σ_R 以及 $|\mathbf{S}(\mathbf{R}) - \mathbf{S}(\mathbf{D})|$ 有关。若匹配误差小, 则可能是 σ_R 与 $|\mathbf{S}(\mathbf{R}) - \mathbf{S}(\mathbf{D})|$ 都小, 或者其中一项足够小。可见, 不等式(3)对于标准差小的 \mathbf{R} 块不能准确地适用。为了解决这个问题, 设定一个阈值 $\tau (\tau > 0)$, 对 \mathbf{R} 块进行分类。如果 $\sigma_R < \tau$, 那么 \mathbf{R} 块属于平滑块, 否则属于非平滑块。

若 \mathbf{R} 块属于平滑块, 由 $E(\mathbf{R}, \mathbf{D})^2 = \|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|^2 - s^2 \|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|^2 \leq \|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|^2 = n^2 \sigma_R^2$ (其中 $\sigma_R = \|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|/n$) 可知, 当 \mathbf{R} 块的标准差足够小时, 任意 \mathbf{D} 块都可以作为其最佳匹配块, 与此同时 \mathbf{R} 块的亮度值近似于常值块, 可用 $\bar{r} \cdot \mathbf{I}$ 替代。

若 \mathbf{R} 块属于非平滑块, 由 $|s| = \frac{\langle \mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}, \mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I} \rangle}{\|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|^2}$ 和

Cauchy 不等式可推出:

$$|s| = \frac{\langle \mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}, \mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I} \rangle}{\|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|^2} \leq \frac{\|\mathbf{R} - \bar{r} \cdot \mathbf{I}\|}{\|\mathbf{D} - \bar{d} \cdot \mathbf{I}\|} = \sigma_R / \sigma_D$$

同时, 为了满足约束条件 $|s| < 1$, 有 $\sigma_D > \sigma_R > \tau$ 成立, 因此可预先从码本 Ω 中剔除标准差较小的 \mathbf{D} 块。于是, 设定一个阈值 $\eta (\eta > 0)$, 缩减后的容许码本记为 $\Omega_\eta = \{\mathbf{D} \in \Omega \mid \sigma_D \geq \eta\}$, 即用容许码本 Ω_η 代替码本 Ω [15-16]。

对于非平滑块 \mathbf{R} , 由式(3)可知:

$$E(\mathbf{R}, \mathbf{D}) \geq \frac{\tau}{6} |\mathbf{S}(\mathbf{R}) - \mathbf{S}(\mathbf{D})|^2 \quad (6)$$

由式(6)易得, 若 \mathbf{D} 块与 \mathbf{R} 块匹配, 那么 \mathbf{R} 块与 \mathbf{D} 块的框点和非常接近; 反之, \mathbf{R} 块和 \mathbf{D} 块的框点和接近, 并不能得出 \mathbf{R} 块与 \mathbf{D} 块匹配误差小的结论。尽管如此, 框点和接近是子块 \mathbf{R} 和 \mathbf{D} 成为匹配对的一个必要条件 [17]。

可见, 在框点和意义下, \mathbf{R} 块的最佳匹配块是与 \mathbf{D} 块最接近的 $D_{\text{mit}} \in \Omega_\eta$ ($\mathbf{S}(\mathbf{R}) \approx \mathbf{S}(D_{\text{mit}})$) 的近邻。因此, 在赋序容许码本(排序的容许码本)中, 用二分法搜索在框点和意义下与输入子块 \mathbf{R} 最接近的子块 $D_{\text{mit}} = \{\mathbf{D} \in \Omega_\eta \mid \min |\mathbf{S}(\mathbf{R}) - \mathbf{S}(\mathbf{D})|\}$ 。接下来, 在 D_{mit} 的 k -邻域 $N(D_{\text{mit}}, k) = \{D_i \in \Omega_\eta \mid |init - i| < k\}$ 内再进行搜索, 直到搜索到匹配误差最小者, 即为 \mathbf{R} 块的最佳匹配块。

4 算法实现

基于上述分析, 下面给出本文算法的具体操作步骤。

(1) 小波分解。对原始图像进行二级小波分解, 得到 7 个小波子图像。

(2) 分形编码。由于低频子图 LL_2 保留着原始图像的大部分信息, 因此保留低频子图像的小波系数。对其他子图采用基于图像块框点和的分形编码, 同时需要对不同级的小波子图像选用不同尺寸的 \mathbf{R} 块与 \mathbf{D} 块进行操作。在基本分形编码中, 每像素灰度 8bit 量化, 因此像素值为正, 但是小波系数有正有负, 不利于 \mathbf{R} 块和 \mathbf{D} 块的相似匹配, 这里提取系数符号单独编码, 对取绝对值后的小波系数进行基于图像块框点和的分形编码。

接下来描述基于图像块框点和的分形编码的具体操作。

1) 图像分割。把原始图像分割成互不重叠的 $n \times n$ 大小的固定子块, 记为 \mathbf{R} 块。

2) 码本构成。对同一幅图像, 在纵横方向上按滑窗步长均为 δ (一般地, 取 $\delta = 2n$) 个像素来生成尺寸为 $2n \times 2n$ 的 \mathbf{D} 块池。对于每个 \mathbf{D} 块, 采用 4-邻域像素值平均得到 $n \times n$ 图像块, 并考虑 8 种等距变换, 这样的子块集合构成码本 Ω 。

3) 参数初始化。设定 \mathbf{R} 块的标准差阈值 τ 、 \mathbf{D} 块的标准差阈值 η 和搜索邻域半径 k 。

4) 容许码本定义与赋序。定义容许码本 $\Omega_\eta = \{\mathbf{D} \in \Omega \mid \sigma_D \geq \eta\}$, 按照式(2)计算每个 \mathbf{D} 块的框点和 $\mathbf{S}(\mathbf{D})$, 并按照框点和的大小对容许码本 Ω_η 进行升序排列。

5) 搜索最佳匹配块。对于每个 \mathbf{R} 块, 搜索最佳匹配块 $D_m \in \Omega_\eta$:

① 如果 $\sigma_R < \tau$, 用 $\bar{r} \cdot \mathbf{I}$ 代替 \mathbf{R} 块;

② 如果 $\sigma_R \geq \tau$, 计算 \mathbf{R} 块的框点和 $\mathbf{S}(\mathbf{R})$, 用二分搜索法在赋序码本中搜索初始匹配块。因为子块框点和具有仿射不

变性,所以此时对搜索出的初始匹配块 D_m 不考虑 8 种等距变换。

6)记录分形码 $(m(i), \bar{s}, \bar{o}, t)$ 。赋序码本中,在以初始匹配块 D_m 为中心的 k -邻域中选择与 R_i 有最小匹配误差的码本块 $D_{m(i)}$,以及等距变换序号 t 。储存 $D_{m(i)}$ 对应的 D 块的序号 $m(i)$ 、 t 、参数 s 和 o ,即得到 R 块的分形码: $(m(i), \bar{s}, \bar{o}, t)$ (\bar{s} 和 \bar{o} 是量化值)。

7)对于其余 R 块,重复步骤 5)–6)。所有 R 块的分形码集合就构成了原始图像的分形码。

(3)解码时,分别利用得到的分形码重构各个子图,再添加相应的小波系数符号,然后通过反小波编码得到重构图像。

5 实验仿真结果

为了测试本文算法的编码效果,采用空间分辨率为 512×512 像素的 Lena 和 Man 图像作为测试图像。进行仿真实验时,实验平台为运行 Windows 7 旗舰版的 Intel Core(1.90 GHz CPU/4.00 GB 内存) PC,仿真程序采用 MATLAB R2014a 编写。测试编解码性能的参数有峰值信噪比 PSNR (dB)和编码时间(s)。小波基选用 db1 小波。不同级子图像采用不同尺寸的方块进行分割,二级子图像上 R 块的大小为 4×4 ,一级子图像上 R 块的尺寸为 8×8 ,同时 D 块的大小都是同属一级上的 R 块大小的 2 倍。

对于影响重构图像质量的两个参数,即 R 块和 D 块的标准差阈值 τ 和 η ,从 3.2 节的分析可知: τ 取值越大,被划定为平滑块的 R 块数目就越多,需要搜索最佳匹配块的 R 块就减少; η 取值越大,容许码本的容量就越小,搜索范围明显缩小。显而易见,编码时间缩短了,但是重构图像的质量也有下降。为了准确确定这两个参数的值,由参考文献[18]可知,当 $\tau \leq 4$ 时,块效应基本消失,因此本文取 $\tau = 3$ 。由于基于图像块框点和的分形编码被运用于高频部分,对于 η ,经过反复验证,取 $\eta = 3$ 。

使用 Lena 图像将本文算法与基本分形算法进行对比,为了突显本文算法的优越性,标明了加快倍数和重构图像质量的增加量,实验对比结果如表 1 所列。接下来,分别用 Lena 和 Man 图像来测试本文算法、文献[19]和文献[20]中方法的性能,对比结果如表 2 和表 3 所列。

表 1 本文算法与基本分形算法的实验对比结果

Table 1 Comparison of experimental results between the proposed algorithm and the basic fractal algorithm

编解码性能	邻域 k						基本分形算法
	0	1	2	3	4	5	
PSNR/dB	31.62	32.12	32.40	32.70	32.83	32.97	32.21
Time/s	4.43	5.70	6.80	7.83	8.86	9.99	790.63
PSNR 增加量	-0.59	-0.10	0.19	0.49	0.61	0.75	-
加快倍数	178.52	138.79	116.18	100.99	89.21	79.16	-

分析表 1 中的数据可得,如果邻域 $k=2$,本文算法比基本分形算法快 116.18 倍,且峰值信噪比也增加了 0.19 dB。除此之外,随着邻域值的不断增大,本文算法的 PSNR 值相比基本分形算法的优势越明显。

表 2 本文算法、改进叉迹算法和双交叉和算法的实验对比结果(Lena)

Table 2 Experimental comparison results of the proposed algorithm, improving cross trace-based algorithm and sum of double cross eigenvalues algorithm(Lena)

邻域 k	Lena					
	本文算法		改进叉迹算法		双交叉和算法	
	PSNR/dB	Time/s	PSNR/dB	Time/s	PSNR/dB	Time/s
0	31.62	4.43	27.11	3.65	27.08	3.67
1	32.12	5.70	28.50	4.76	28.57	4.76
2	32.40	6.80	29.09	5.82	29.11	5.87
3	32.70	7.83	29.41	6.95	29.46	6.99
4	32.83	8.86	29.67	8.03	29.72	8.08
5	32.97	9.99	29.86	9.07	29.93	9.16
6	33.06	10.99	29.98	10.12	30.04	10.31
7	33.17	12.00	30.12	11.18	30.17	11.24
8	33.24	13.06	30.22	12.18	30.31	12.31
9	33.33	14.04	30.33	13.30	30.40	13.40
10	33.38	15.05	30.42	14.26	30.48	14.59
15	33.54	19.96	30.72	19.54	30.80	19.86
20	33.77	24.56	30.90	24.21	31.00	24.74

表 3 本文算法、改进叉迹算法和双交叉和算法的实验对比结果(Man)

邻域 k	Man					
	本文算法		改进叉迹算法		双交叉和算法	
	PSNR/dB	Time/s	PSNR/dB	Time/s	PSNR/dB	Time/s
0	29.02	5.29	24.81	4.13	24.87	4.18
1	29.54	7.14	25.83	5.66	26.12	5.68
2	29.71	8.91	26.37	7.10	26.60	7.16
3	29.91	10.69	26.72	8.60	26.86	8.61
4	30.01	12.58	26.91	10.06	27.05	10.04
5	30.19	14.28	27.10	11.41	27.22	11.52
6	30.29	15.98	27.25	12.87	27.32	12.86
7	30.33	17.80	27.32	14.35	27.41	14.30
8	30.41	19.44	27.41	15.63	27.48	15.85
9	30.46	21.16	27.45	17.17	27.58	17.09
10	30.51	22.72	27.52	18.52	27.65	18.48
15	30.64	30.83	27.78	24.84	27.87	25.43
20	30.61	38.13	27.91	31.31	28.01	32.11

由表 2 和表 3 可以看出,在相同邻域值 k 下,虽然本文算法比改进叉迹和双交叉和算法慢一些,但是重构图像的质量明显高于这 2 种算法。其中最明显的是,当 $k=20$ 时,2 种算法的 PSNR 值仍未达到 $k=0$ 时本文算法的 PSNR 值。

为了从直观上表示出本文算法的优点,将 3 种算法的数据呈现在图像上,如图 3 和图 4 所示。

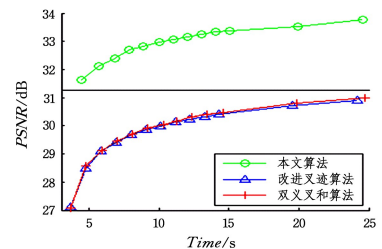


图 3 测试图像 Lena 上本文算法、改进的叉迹算法和双交叉和算法的实验对比结果

Fig. 3 Experimental comparison results of the proposed algorithm, improving cross trace-based algorithm and sum of double cross eigenvalues algorithm on Lena

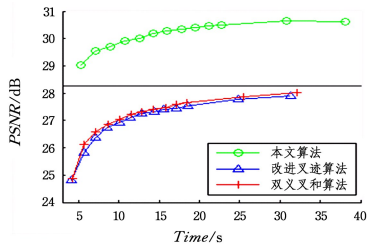


图4 测试图像 Man 上本文算法、改进的叉迹算法和双交叉和算法的实验对比结果

Fig. 4 Experimental comparison results of the proposed algorithm, improving cross trace-based algorithm and sum of double cross eigenvalues algorithm on Man

图5和图6给出了基本分形算法、改进叉迹算法、双交叉和算法及本文算法在 $k=1$ 时的重构图像。



图5 4种算法的重构图像(1)

Fig. 5 Reconstructed image (1) of four algorithms



图6 4种算法的重构图像(2)

Fig. 6 Reconstructed image (2) of four algorithms

结束语 本文提出了基于小波与分形相结合的图片压缩编码,该算法保留低频子图像信息,在高频子图像中分别采用基于图像块框点和的快速分形图像编码,将“在 D 块池中搜索 R 块在匹配误差意义下的最佳匹配块^[20]”的问题转换为“ R 的特征向量在 D 的特征向量空间中最近邻搜索^[21]”的问题。仿真结果表明,与改进叉迹算法和双交叉和算法相比,本文算法的性能更优,不仅编解码时间短,而且重构图像的质量较高,应用前景广阔。除了文中所提的特征向量法^[17]外,今后还可以尝试将其他算法加入小波变换中,寻求更加有效的混合算法,进一步提高编码性能。此外,还可以加入另一个测试参数——压缩比,以评判算法性能的优劣。

参考文献

[1] BARNESLEY M F, SLOAN A D. A better way to compress images[J]. BYTE, 1988, 13(1): 215-223.
 [2] JACQUIN A E. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1992, 1(1): 18-30.
 [3] CHEN Y Y. Fractal theory and method of image compression [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1997: 1-6. (in Chinese)
 陈衍仪. 图像压缩的分形理论和方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1997: 1-6.

[4] GALABOV M. Fractal image compression[C]// Proceedings of the 4th international conference on computer systems and technologies; e-learning. ACM, 2003: 347-361.
 [5] 倪林. 小波变换与图像处理[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2010: 15-28.
 [6] 孙延奎. 小波变换与图像、图形处理技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 2012: 1-2.
 [7] LOU L, LIU T S. Image compression optimization algorithm based on wavelet and fractals combined coding[J]. Microelectronics & Computer, 2010, 27(6): 145-148.
 [8] LIAN H, SONG B R. Fractal coding based on wavelet for image compression[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2004, 38(4): 637-640.
 [9] LI F X, SHI C J, GUAN K P. Wavelet Fractal Coding of Radar Image for VDR Storage[C]// 2012 Spring Congress on Engineering and Technology. New York: IEEE Press, 2012: 1-5.
 [10] CHAUDHARI R E, DHOK S B. Wavelet transformed based fast fractal image compression[C]// 2014 International Conference on Circuits, Systems, Communication and Information Technology Applications (CSCITA). New York: IEEE Press, 2014: 65-69.
 [11] PRASHANTH N, ARUN V S. Fractal image compression for HD images with noise using wavelet transforms[C]// 2015 International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI). New York: IEEE Press, 2015: 1194-1198.
 [12] 肖志云. 小波域数字图像建模及其应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2014: 1-10.
 [13] YIN X D, TANG D, DENG J, et al. Fractal image coding using wavelet transform[J]. Information and Electronic Engineering, 2003, 1(3): 23-27.
 [14] HE C J, HUANG X Y. Fast fractal image coding based on local cross trace[J]. Chinese Journal of Computers, 2005, 28(10): 1753-1758.
 [15] HARTENSTEIN H, SAUPE D. Lossless acceleration of fractal image encoding via the fast Fourier transform[J]. Signal Processing Image Communication, 2010, 16(4): 383-394.
 [16] LEE C K, LEE W K. Fast fractal image block coding based on local variances[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(6): 888-891.
 [17] 李高平. 分形法图像压缩编码[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2010: 173-180.
 [18] LI G P, HE C J, HUANG J J. Improving fractal image coding in terms of quality and speed[J]. Computer Simulation, 2006, 23(5): 163-166.
 [19] HE C J, SHEN X N. Improving Cross Trace-Based Algorithm for Fractal Image Coding[J]. Chinese Journal of Computers, 2007, 30(12): 2156-2163.
 [20] ZHANG J, ZHANG A H, WANG W W, et al. Investigation on fast fractal image encoding with sum of double cross eigenvalues [J]. Computer Technology and Development, 2017, 27(3): 159-162.
 [21] WANG Q, LIANG D Q, BI S. Nearest neighbor search for fast fractal image encoding based on correlation information feature [J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2011, 32(6): 1108-1112.