

基于分数阶微分的多聚焦图像融合

毛义坪 余磊 官泽瑾

(重庆师范大学计算机与信息科学学院 重庆 401331)

摘要 多聚焦图像融合利用图像的众多互补信息,获取清晰的融合图像。在传统的基于多尺度分析方法采样与融合策略容易造成图像信息丢失;基于稀疏表示方法,往往因字典表达能力不足,导致融合细节模糊,且融合时间复杂度非常高。在基于空域法的多聚焦图像融合方法中,度量图像活跃度的算法十分关键。文中提出利用分数阶微分特征来度量图像的活跃度。该算法首先用 8 个方向的分数阶模板对图像进行卷积,累加每个方向卷积后的绝对值,得到原始图像的活跃度度量图;然后利用滑动窗口技术分别对每个度量图进行比较,窗口内累加和大的被视为聚焦且得分图加 1,以得分图信息得到决策图;最后通过决策图对原始图像加权的方式得到最终融合图像。实验对比分析表明,此算法相比传统算法具有一定的优越性。

关键词 分数阶微分,多聚焦图像融合,活跃度,滑动窗口

中图分类号 TP391 **文献标识码** A

Multi-focus Image Fusion Based on Fractional Differential

MAO Yi-ping YU Lei GUAN Ze-jin

(College of Computer and Information Science, Chongqing Normal University, Chongqing 401331, China)

Abstract Multi-focus image fusion uses many complementary information of the image to obtain a clear fused image. In traditional multi-scale analysis methods, image information is easily lost due to sampling and fusion strategies. In sparse representation methods, due to the lack of dictionary expression ability, the fusion details are blurred and the fusion time complexity is very high. For multi-focus image fusion method based on spatial domain method, the algorithm for measuring image activity level is very critical. A fractional differential feature is proposed to measure the activity level of the image. The algorithm first convolves the image with a fractional mask in eight directions, and then accumulates the absolute value after convolution in each direction to obtain the activity level measurement of the original image. Each metric map is then compared separately by using a sliding window technique. The sum of the windows and the large ones is regarded as the focus, and the corresponding score map is incremented by one. The decision map is obtained by the score map information. Finally, the final fused image is obtained by weighting the original image by decision graph. Through experimental comparison and analysis, this algorithm has certain advantages over traditional algorithm.

Keywords Fractional differential, Multi-focus image fusion, Activity level, Sliding window

1 引言

近年来,图像融合成为了图像处理领域中的一个特别重要的子领域,同时也是众多研究者的热点课题^[1]。视觉成像的相机景深是有限的,不能完美地使相机成像里的每个部分都聚焦,只要相机聚焦了某个点,相应的其他部分就不能聚焦,不在聚焦范围内的部分给人的感觉就是模糊不清的。多聚焦图像融合是将同一场景的两张或者多张附带不同信息的图像融合成一张图像的过程。其目的是利用多聚焦图像获取清晰的融合图像。融合后的图像比原始单个图像包含了更多的信息。

研究者们提出了很多图像融合的可行方法,它们可以简单地分为两类,即变换域法和空域法^[2]。最早提出图像融合

的变换域法是基于多尺度分解(multi-scale transform)的算法,其经典算法包括拉普拉斯金字塔变换(LP)^[3]方法、基于离散小波的方法(DWT)^[4]、基于双树复小波方法(DTCWT)^[5]。在高维情况下,小波分析不能充分利用数据本身的几何特性,不能用最优的或最稀疏的函数去表示信号,且不具有平移不变性。针对小波分析固有的一些缺点,20 世纪后学者们提出了多尺度几何分析(multi-scale geometric analysis, MGA)。其目的是发展最新最优的高维信号表示法,同时也被应用到了图像融合领域。2007 年, Nencini 等提出了基于曲波图像融合方法(CVT)^[6], 2009 年, Zhang 等提出了基于无下采样轮廓波方法(NSCT)^[7]等。上述基于多尺度分析的方法一般有 3 个步骤,即变换图像、融合系数与反变换重组图像^[8]。一般地,被变换后的图像分为高频系数和低频系数,低

本文受重庆市委基础科学与前沿技术研究项目(cstc2017jcyjAX0106),重庆市教委科技项目(KJ1600306),重庆师范大学国家基金预研项目(14XYY009)资助。

毛义坪(1993-),男,硕士生,主要研究方向为图像处理,E-mail:maoyiping315@qq.com;余磊(1980-),男,博士,副教授,主要研究方向为模式识别与图像处理,E-mail:1547174783@qq.com(通信作者)。

频是对原始图像的近似,高频部分保留了图像的细节。除了分解方法以外,系数融合也对融合质量有比较大的影响。在大多数的基于多尺度分解的方法中,系数的融合规则是高频取绝对值最大,低频系数取均值。

近几年来,学者们提出了一种新的基于变换域的方法^[9-11],其迅速成为了图像融合领域的热门方法。与多尺度分析方法不同,此类方法把原始图像变换成单一尺度特征空间,如用独立成分分析理论(ICA)、稀疏表示理论(SR)。为了保证融合图像的平移不变性,此类方法通常会用到滑动窗口技术。基于稀疏表示理论(SR)^[10]的图像融合技术用稀疏系数的L0范数来表示图像块的重要信息。自从2010年基于稀疏表示的方法提出,很多研究者对其十分感兴趣,纷纷提出了一些新的或改进的算法,如正交匹配追踪(SOMP)^[12],Yin提出的基于多尺度学习字典的方法^[13]。组成一个好的字典是融合质量的关键,为了提高字典的有效性,Kim提出了基于局部块字典的方法^[14]。由于局部块字典是直接提取于源图像,难免产生冗余信息。为了降低字典的冗余度,提高相应的紧凑性,2016年Kim等提出了基于联合块聚类的学习字典^[15],其原理是先对原始图像块聚类(水平边缘、垂直边缘、平坦边缘)分别组成一个子字典,然后对子字典组成的母字典利用PCA分析法最终得到一个紧凑的字典。此方法相比以前的字典效率有了明显提高。更多基于稀疏表示的方法可以参考^[16]。

空域法图像融合方法,是基于图像空域来处理的,不用对图像进行某种转换或映射到其他空间的形式。最简单的空域法就是均值法,即把原始图像对应像素点相加后除以原始图像的数目。当然,这样的方法会丢失很多细节。早期的空域法是把图像分块,然后比较原始图像对应位置的聚焦程度,聚焦值大的块作为融合图像的相应块。聚焦程度一般采用空间频率、拉普拉斯算子和方差等等来衡量^[17]。此类方法遇到复杂图像时不能很好地区分到底哪块是聚焦图像块,而且很容易引入块效应。由于手动分块会产生上述问题,Aslantas等提出了采用差分进化算法自适应分块^[18],弥补了手动分块算法的不足。相应地还有基于形态学的四叉树结构聚焦检测法^[19],其灵活地选择原始图像块,比原始手工分块的融合效果提高了不少。其他类型的空域法包括基于图像的分割^[20]。分割方法与基于分块法的原理类似,但融合结果对分割精度的依赖性比较高,即要求尽量清楚地分割聚焦区与非聚焦区域。2015年,Liu等提出了基于DSIFT(dense scale invariant features transform)的多聚焦图像融合算法^[21]。该算法用DSIFT作为活跃程度的度量,结合滑动窗口技术和一定的策略形成决策图,最后通过加权融合得到融合图像。该算法克服了块效应和一些传统算法的缺点,得到了很好的融合效果。

上述方法都能得到了较好的融合效果,其中基于多尺度分析方法中,由于低频按平均值来融合,所以结果图像的对比度很容易降低,相应的低频信息就丢失了。基于稀疏表示的方法中,字典表达能力不足,融合图像的纹理相应易丢失,且此方法的时间复杂度较高。早期的空域法是通过分块或基于图像分割,可能引起块效应和区域模糊。为了解决以上问题,本文提出了基于分数阶微分的多聚焦图像融合算法,采用8个方向的分数阶微分掩膜来度量图像的活跃度,结合滑动窗口技术得到决策图,最终通过决策图对原始图像加权得到融

合结果。实验检验了所提算法的有效性。

2 分数阶微分理论

从不同的角度来考查分数阶微分可以得到不同的定义方式。在图像处理中,用得最多的是Grunwald-Letnikov定义。例如, $f(t)$ 为输入信号, $D^\alpha f(t)$ 代表信号的分数阶微分,其中 α 是一个正实数(当然也是个分数)。Grunwald-Letnikov定义为:

$$D^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{m=0}^{\lfloor \frac{t-\alpha}{h} \rfloor} (-1)^m \frac{\Gamma(\alpha+1)}{m! \Gamma(\alpha-m+1)} f(t-mh) \quad (1)$$

其中, $\Gamma(\cdot)$ 代表伽马函数,其定义为: $\Gamma(v) = \int_0^\infty e^{-t} t^{v-1} dt$ 。在图像处理中,最小的单位是1,所以 h 自然等于1。若信号 $f(t)$ 按照 $h=1$ 进行划分,其信号的分数阶微分可以表示为如下形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^\alpha f(t)}{\partial t^\alpha} \approx & f(t) + (-\alpha)f(t-1) + \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2!} f(t-2) + \\ & \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)(-\alpha+2)}{3!} f(t-3) + \dots + \\ & \frac{\Gamma(-\alpha+1)}{n! \Gamma(\alpha+n+1)} f(t-n) \end{aligned} \quad (2)$$

针对图像处理,我们需要把等式(2)扩展到二维。为了计算简便,采用等式(2)的分数阶微分的前3项来近似计算。图像处理信号 $f(x,y)$ 的分数阶微分还可以定义为:

$$\frac{\partial^\alpha f(x,y)}{\partial x^\alpha} \approx f(x,y) + (-\alpha)f(x-1,y) + \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2} f(x-2,y) \quad (3)$$

$$\frac{\partial^\alpha f(x,y)}{\partial y^\alpha} \approx f(x,y) + (-\alpha)f(x,y-1) + \frac{(-\alpha)(-\alpha+1)}{2} f(x,y-2) \quad (4)$$

3 融合算法

3.1 聚焦程度的度量

根据式(3)、式(4),图像 $f(x,y)$ 在 x,y 轴方向上的分数阶微分可以通过掩膜算子滤波得到。为了得到多方向的分数阶微分,我们利用8个中心对称的掩膜算子,如图1所示,分别是 x 正方向、 y 正方向、 x 负方向、 y 负方向、左上角方向、左下角方向、右上角方向、右下角方向。

0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
0	$-\alpha$	0	1	$-\alpha$	$\frac{\alpha^2-\alpha}{2}$	0	$-\alpha$	0	$\frac{\alpha^2-\alpha}{2}$	$-\alpha$	1
0	$\frac{\alpha^2-\alpha}{2}$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
	(a)		(b)		(c)		(d)				
$\frac{\alpha^2-\alpha}{2}$	0	0	0	0	1	0	0	$\frac{\alpha^2-\alpha}{2}$	1	0	0
0	$-\alpha$	0	1	$-\alpha$	0	0	$-\alpha$	0	0	$-\alpha$	0
0	0	1	$\frac{\alpha^2-\alpha}{2}$	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{\alpha^2-\alpha}{2}$
	(e)		(f)		(g)		(h)				

图1 8个方向的分数阶微分掩膜

本文采用图像的8个方向的分数阶微分和来度量像素的聚焦特性。为了描述方便,这里主要以融合两张原始图像为

例,多张的可以以此类推。首先,对某个原始图像分别进行 8 个方向的分数阶微分计算,计算后得到 8 个与原始图像一样大小的分数阶微分图像;然后,累加 8 个分数阶微分图像相同位置的绝对值,最终得到一个分数阶微分聚焦程度度量图。对两幅源图像 O_1 和 O_2 ,得到分数阶微分表征图像 A_1 和 A_2 。下一步根据 A_1 和 A_2 的聚焦度量信息形成决策图,具体实现方法见 3.2 节。

3.2 决策图形成

文献[21]提出了借助滑动窗口技术比较度量图法。由于单独像素点的比较容易受奇异点的影响,为了进一步提高图像区域的聚焦度量,采用分块与滑动窗口配合法。比较聚焦度量图 A_1 和 A_2 相同坐标的块,块内所有值之和大的,相应的得分图区域+1,最终通过得分图来形成决策图。具体形成过程如下:

(1)假设源图像的大小为 $H * W$,使用步长为 1 个像素的滑窗技术从左上到右下顺序将 A_1, A_2 聚焦程度度量图分为为 $n * n$ 的图像块,共可得到 $Q = (H - n + 1) * (W - n + 1)$ 个图像块对,分别记为 $\{P_1^i\}_{i=1}^Q$ 和 $\{P_2^i\}_{i=1}^Q$ 。

(2)新建两个与原始图像大小一样的全零矩阵 M_1 和 M_2 用于保存得分值。计算每个 P_1^i 和 P_2^i 块内的和,分别记为 S_1^i 和 S_2^i 。当 $S_1^i > S_2^i$ 时, M_1 对应块内所有元素加 1,否则, M_2 对应块所有元素加 1,如图 2[21] 所示。

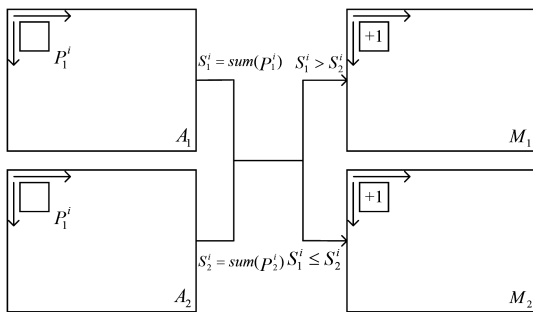


图 2 聚焦得分示意图

聚焦度量图 A_1 和 A_2 的所有块 $\{P_1^i\}_{i=1}^Q, \{P_2^i\}_{i=1}^Q$ 都进行步骤(2)的处理后,得到最终的得分图 M_1 和 M_2 。由于滑动窗口原因,聚焦度量比较时,肯定有重复的。得分图中大多数点的比较次数为 $n * n$,取值范围应该为 0 到 $n * n$ 。

(3)根据聚焦得分图 M_1 和 M_2 ,可以把原始图像对应的像素分为聚焦、散焦、不确定。对于原始图像 O_1 ,分类规则为:

$$O_1(x, y) = \begin{cases} \text{聚焦}, & \text{如果 } M_2(x, y) = 0 \\ \text{散焦}, & \text{如果 } M_1(x, y) = 0 \\ \text{不确定}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

对于原始图像 O_2 ,分类规则为:

$$O_2(x, y) = \begin{cases} \text{聚焦}, & \text{如果 } M_1(x, y) = 0 \\ \text{散焦}, & \text{如果 } M_2(x, y) = 0 \\ \text{不确定}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

对于上述分类规则, $O_1(x, y), O_2(x, y), M_1(x, y), M_2(x, y)$ 表示为对应的像素点。从上述表达式可以看出,只有同时满足 M_1 得分和 M_2 不得分的情况下, $O_1(x, y)$ 才聚焦, $O_2(x, y)$ 同理,否则为不确定。

然后对聚焦像素赋值 1(图像归一化原则, 0 为白色),对不聚焦或者不确定的赋值为 0,由于图像的复杂性和不确定

性,赋值后的聚焦图会出现一些小洞,用 Matlab 自带函数 (bwareaopen) 来修复小洞。

于是,按照上面的分类标准得到融合决策图:

$$D(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } A_1(x, y) \text{ 聚焦} \\ 0, & \text{如果 } A_1(x, y) \text{ 不聚焦} \\ 0.5, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

3.3 图像融合

通过上面的决策图规则得到决策图,可以看出决策图只含 3 个值即 1, 0, 0.5。最后得到融合图像策略如下:

$$F(x, y) = D(x, y)O_1(x, y) + (1 - D(x, y))O_2(x, y) \quad (8)$$

4 实验与结果分析

4.1 实验参数设置

为了证明结果的有效性,比较了经典的基于离散小波方法(DWT)[4]、近 3 年提出的基于结合多尺度分析和稀疏表示的算法(MST_SR)[22]、卷积稀疏表示法(CSR)[23]。其中,基于离散小波方法中,小波基选择的是 db2,分解层数是 4;在基于(MST_SR)[22]方法中,利用了多尺度分解拉普拉斯金字塔法及正交匹配追踪算法的稀疏表示(字典大小为 256)。仿真计算机的参数为 Inter(R)Core(TM)i5-3210M CPU 2.5 GHz,内存 4 GB,软件为 matlab2014a。

4.2 评价指标

(1)峰值信噪比(PSNR)

PSNR[1]是信号可能的最大功率与影响信号表示精度的破坏性噪音功率之间的比值。PSNR 的值越大,证明信号保持度越好。其表达式如式(9)所示:

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{MAX^2}{MSE} \quad (9)$$

其中,MAX 是信号的最大可能功率, MSE 表示均方误差,即各数据的误差平方的平均数。

(2)互信息量(MI)

MI[24]的定义是输入和输出后的信息互相包含的总和量,数值越大证明输入与输出的交互信息越多,融合效果越好。其定义如式(10)所示:

$$MI_{XY}(x, y) = \sum_{x, y} P_{XY}(x, y) \log \frac{P_{XY}(x, y)}{P_X(x)P_Y(y)} \quad (10)$$

其中, $P_X(x)$ 表示信息 X 的边缘概率密度, $P_Y(y)$ 表示信息 Y 的边缘概率密度。 $P_{XY}(x, y)$ 表示两个信息量 X, Y 的联合概率密度, $MI_{XY}(x, y)$ 即为 X, Y 两信息的互信息量。

(3)结构相似性(SSIM)

SSIM[25]指标应用于计算两张图像的结构相似性,其表达式,给定两张图像 x 和 y,两张图像的结构相似性可表示为:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)} \quad (11)$$

其中, μ_x 是 x 的平均值, μ_y 是 y 的平均值, σ_x^2 是 x 的方差, σ_y^2 是 y 的方差, σ_{xy} 是 x, y 的协方差。 $c_1 = (k_1L)^2$ 和 $c_2 = (k_2L)^2$ 是维持方程稳定的常数。 L 是图像像素值的范围,一般情况下, $k_1 = 0.01, k_2 = 0.03$ 。结构相似性 SSIM 的值在 0 到 1 之间,如果值等于 1,表示两张图像一样。

(4)基于梯度 $Q^{AB/F}$

$Q^{AB/F}$ [26]是一个常用的图像融合评价指标,原理是基于梯度信息的,一般用于检测原始图像到处理后图像之间梯度信息保留的程度。定义为:

$$Q^{AB/F} = \frac{\sum_{x=1}^H \sum_{y=1}^W 0(Q^{AF}(x,y)w^A(x,y) + Q^{BF}(x,y)w^B(x,y))}{\sum_{x=1}^H \sum_{y=1}^W (w^A(x,y) + w^B(x,y))} \quad (12)$$

其中, $Q^{AF}(x,y) = Q_g^{AF}(x,y)Q_d^{AF}(x,y)$, $Q_g^{AF}(x,y)$ 和 $Q_d^{AF}(x,y)$ 分别代表原始图像 A 与融合后图像 F 在 $f(x,y)$ 处的相对边缘强度和边缘方向。 $Q^{BF}(x,y)$ 的定义与 $Q^{AF}(x,y)$ 同理。 $w^A(x,y)$ 和 $w^B(x,y)$ 分别是 $Q^{AF}(x,y)$ 和 $Q^{BF}(x,y)$ 的权重因

子,其计算方式一般采用 Sobel 算子。

4.3 实验结果分析

图像融合算法的最基本原则应该是其适用性,即对不同场景的多聚焦图像都应该具有鲁棒性,而不是只适合某些场景。实验所用图像来源于文献[27]。为了证明算法的有效性,选择了无规律多聚焦图像来进行实验,参见图 3。前面 4 组是左聚焦,右边不聚焦,或者相反。后面几对是上面聚焦,下面不聚焦,或者相反。还有的是中间聚焦,周围不聚焦。

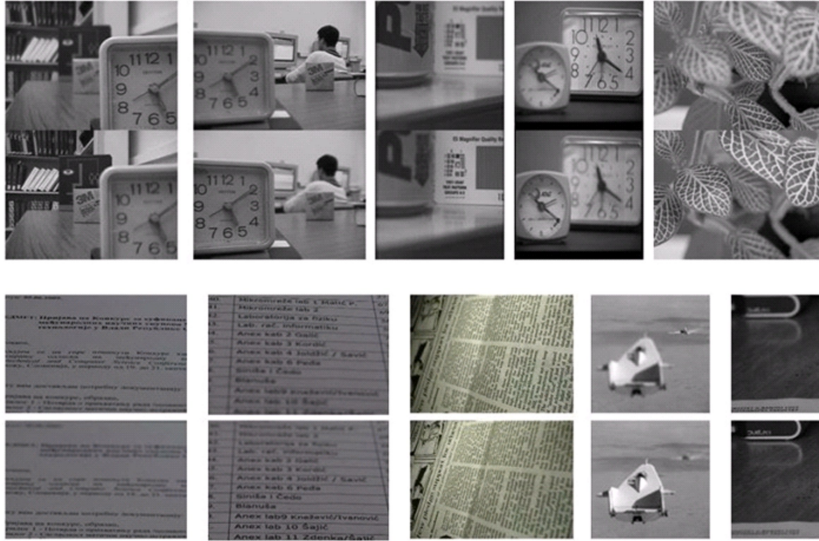


图 3 原始多聚焦图像

首先对第一对图像进行图像融合实验(顺序为从原始多聚焦图像从上到下、从左到右),融合结果如图 4 所示。表 1 列出为融合指标,从指标可以看出,前 3 项指标下 FD 算法都优于其他比较算法。第四项指标差别不大,DWT 算法指标最高,所提算法的指标只超过了 CSR 算法。

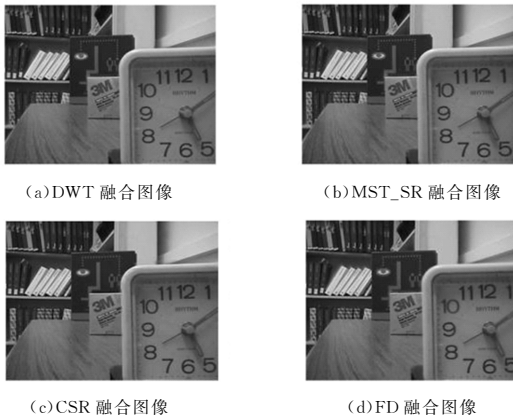


图 4 第一对图像融合结果

表 1 第一对图像融合的指标对比

方法	PSNR	MI	SSIM	$Q^{AB/F}$
DWT	27.1837	4.3056	0.9365	0.7086
MST_SR	27.1437	4.3402	0.9355	0.7085
CSR	26.8662	4.7329	0.9277	0.695
FD	27.4044	5.0331	0.9414	0.7027

融合后的图像就是原始图像聚焦区域,对于原始图像来说,它最接近原图像,没有失真。其他算法因为字典表达能力不足,不能很好地保持原图像的细节原理特征。从第二对图像融合指标来看(见表 2),DWT 算法的 PSNR 和 SSIM 值最高,可能是因为特殊图像的缘故或采样效果导致。其他指标下,FD 算法最优。

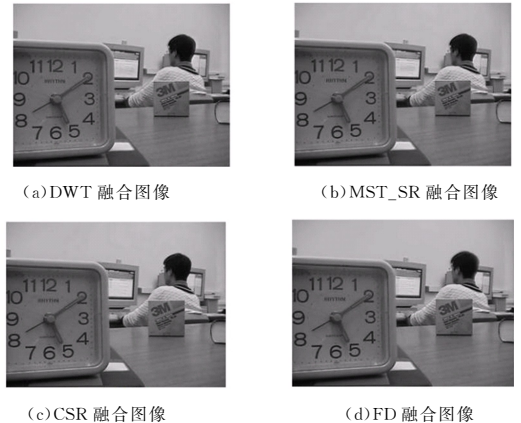


图 5 第二对图像融合结果

表 2 第二对图像融合的指标对比

方法	PSNR	MI	SSIM	$Q^{AB/F}$
DWT	28.3830	5.0414	0.9545	0.7168
MST_SR	28.2986	4.9774	0.9539	0.7143
CSR	28.1915	5.1807	0.9521	0.6964
FD	28.1603	5.7479	0.9540	0.7335

第二对融合图像的结果如图 5 所示。从图中可以看出,图中人物头部出现了重影,只有 CSR 融合结果稍好,因为原始图像中人物是移动的,无法精确配准,所以出现了重影。从其他细节纹理来看,FD 融合好于对比算法,这是因为 FD 算

为了简洁性,后面融合结果没有一一列出,我们对所有图像的融合指标做了一个平均指标,即所有指标加起来除以融合数量,如表 3 所列。从表中可以看出,所有指标下,FD 算法

都优于对比算法,可以证明其有效性。

表 3 全部原始图像融合指标平均值的对比

方法	PSNR	MI	SSIM	$Q^{AB/F}$
DWT	25.2161	3.6652	0.9223	0.6913
MST_SR	25.0945	3.7358	0.9221	0.6904
CSR	24.8299	4.1575	0.9093	0.670
FD	25.242	4.6827	0.9239	0.6930

结束语 本文引入分数阶微分算子对多聚焦图像进行融合。首先,对图像进行 8 个方向的掩膜计算,得到聚焦度量图。然后,用滑动窗口对聚焦度量图打分,通过一定的策略得到决策图。最后,对决策图赋以相应的权重,得到融合图像。从实验结果可以看出:基于分数阶微分算子的图像融合效果整体优于传统的算法。对于本文算法,如正确判断聚焦区域,这样得到的融合区域是原始图像,即没有对原始图像采样,融合结果就是原始图像聚焦部分,所以融合质量较高;如误判断聚焦区域,则容易造成融合结果平均化而失真。如何又快又准确地划分聚焦区域,是还要继续研究的问题。

参 考 文 献

- [1] LI S, KANG X, FANG L, et al. Pixel-level image fusion: a survey of the state of the art[J]. *Inf. Fusion*, 2017, 33: 100-112.
- [2] STATHAKI T. *Image Fusion: Algorithms and Applications* [M]. Academic Press, 2008.
- [3] TOET A. A morphological pyramidal imagedecomposition[J]. *Pattern Recognit. Lett.*, 1989, 9(4): 255-261.
- [4] LI H, MANJUNATH B, MITRA S. Multisensor image fusion using the wavelet transform [J]. *Graphical Models Image Process*, 1995, 57(3): 235-245.
- [5] LEWIS J, O'CALLAGHAN R, NIKOLOV S, et al. Pixel- and region based image fusion with complex wavelets[J]. *Inf. Fusion*, 2007, 8(2): 119-130.
- [6] NENCINI F, GARZELLI A, BARONTI S, et al. Remote sensing image fusion using the curvelet transform [J]. *Inf. Fus*, 2007, 8(2): 143-156.
- [7] ZHANG Q, GUO B. Multifocus image fusion using the nonsub-sampled contourlet transform[J]. *Signal Process*, 2009, 89(7): 1334-1346.
- [8] PIELLA G. A general framework for multiresolution image fusion: from pixels to regions[J]. *Inf. Fusion*, 2003, 4(4): 259-280.
- [9] MITIANOUDIS N, STATHAKI T. Pixel-based and region-based image fusion schemes using icabases [J]. *Inf. Fusion*, 2007, 8(2): 131-142.
- [10] YANG B, LI S. Multifocus image fusion and restoration with sparse representation[J]. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2010, 59(4): 884-892.
- [11] LIU Z, CHAI Y, YIN H, et al. A novel multi-focus image fusion approach based on image decomposition [J]. *Inf. Fusion*, 2017, 35: 102-116.
- [12] YANG B, LI S. Pixle-level image fusion with simultaneously orthogonal matching pursuit [J]. *Inf. Fusion*, 2012, 13(1): 10-19.
- [13] YIN H. Sparse representation with learned multiscale dictionary for image fusion [J]. *Neurocomputing*, 2015, 148: 600-610.
- [14] KIM M, HAN D K, KO H. Multimodal image fusion via sparse representation with local patch dictionaries [C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*. 2013: 1301-1305.
- [15] MINJAEKIM, DAVID H K, HANSEOKKO. Joint patch clustering-based dictionary learning for multimodal image fusion [J]. *Information Fusion*, 2016, 27: 198-214.
- [16] ZHANG Q, LIU Y, BLUM R S, et al. Sparserepresentation based multi-sensor image fusion for multi-focus and multi-modality images: A review [J]. *Information Fusion*, 2018, 40: 57-75.
- [17] HUANG W, JING Z. Evaluation of focus measures in multi-focus image fusion [J]. *Pattern Recognit. Lett.*, 2007, 28(4): 493-500.
- [18] ASLANTAS V, KURBAN R. Fusion of multi-focus images using differential evolution algorithm [J]. *Expert Syst., Appl.*, 2010, 37(12): 8861-8870.
- [19] DE I, CHANDA B. Multi-fucous image fusion using a morphology-based focus measure in a quad-tree structure [J]. *Inf. Fusion*, 2013, 14(2): 136-146.
- [20] LI S, YANG B. Multi-focus image fusion using region segment and spatial frequency [J]. *Image Vis. Comput.*, 2008, 26(7): 971-979.
- [21] LIU Y, LIU S, WANG Z. Multi-focus image fusion with dense SIFT [J]. *Inf. Fus*, 2015, 23(1): 139-155.
- [22] LIU Y, LIU S, WANG Z. A general framework for image fusion based on multi-scale transform and sparse representation [J]. *Inf. Fusion*, 2015, 24(1): 147-164.
- [23] LIU Y, CHEN X, WARD R, et al. Image fusion with convolutional sparse representation [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2016, 23(12): 1882-1886.
- [24] QU G, ZHANG D, YAN P. Information measure for performance of image fusion [J]. *Electron*, 2002, 38(7): 313-315.
- [25] WANG Z, BOVIK A, SHEIKH H, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. *IEEE Trans. Image Process*, 2004, 13(4): 600-612.
- [26] XYDEAS C S, PETROVIC V. Objective Image Fusion Performance Measure [J]. *Electronics Letters*, 2000, 36(4): 308-309.
- [27] http://www.ece.lehigh.edu/SPCRL/IF/image_fusion.html.