

基于交通路网的 TASEP 模型的扩展研究

阮子瑞 阮中远 沈国江

浙江工业大学计算机科学与技术学院 杭州 310023

(1457698443@qq.com)



摘要 完全非对称的简单排它过程(Totally Asymmetric Simple Exclusion Process, TASEP)模型是一种描述一维晶格上粒子运输的一种经典模型,其主要考虑了粒子之间的体积排斥效应,已被广泛应用到生物、交通等领域。文中主要对传统的 TASEP 模型进行了扩展研究,结合实际交通网络的结构和特性对 TASEP 模型进行了如下改进:1)粒子在各条边上的跳跃率是异质的,即设置各条边上的跳跃率不同且符合泊松分布;2)在交叉路口的粒子在选择下一个路段时是非随机的。具体地,设计了一种实时路径策略,结合各个时刻各条边上的流量值与粒子数得到对应边上粒子的平均移动“速度”;在此基础上引入“理性”参数 α 来控制粒子的路径选择: α 的值越大,粒子越倾向于运动到平均速度越快的连边上。结果显示,随着参数 α 值的增大,网络中粒子的整体运动得到了优化,使得系统的流量有较大的提升,从而可以缓解网络拥塞。文中通过结合复杂网络的概念和方法,对传统 TASEP 模型做出了两点改进:1)设计出粒子在交叉口处的路径策略优化其行驶路径;2)为研究城市交通流模型提供了新的思路和方向。

关键词: TASEP 模型;复杂网络;路径策略;交通流;路网结构

中图分类号 TP393

Study of TASEP Model Based on Road Networks

RUAN Zi-rui, RUAN Zhong-yuan and SHEN Guo-jiang

College of Computer Science and Technology, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China

Abstract TASEP is a classic model for describing the particle transportation on one-dimension lattices, which considers the volume exclusion effect of real matters. It has been widely applied in the area of biology and public transportation. In this paper, based on the real properties of the traffic network, a modified TASEP model was proposed. The TASEP model is improved as follows, considering the heterogeneity of the hopping rate of particles on each edge, i. e. setting different hopping rates on each edge and conforming to Poisson distribution, and considering that the particles at the intersection are non-random in choosing the next section. Specifically, a real-time path strategy was proposed. Combining the traffic flow and the number of particles on a road, an average moving velocity is obtained for each link. Then a parameter α is introduced to make the movements of the particles at the intersections more rational. The larger the value of α , the more likely the particles are to move to the edge of the larger average velocity. Experimental results show that with the increase of α , the flow of the system will be greatly improved, which alleviates the congestions to a certain extent. By extending the traditional TASEP model, this paper provides a new insight and direction for the study of urban traffic system.

Keywords Totally asymmetric simple exclusion process, Complex network, Path strategy, Traffic flow, Road network structure

1 引言

真实的系统通常会涉及物质、能量和信息的传输,例如植物在生长过程中体内水分的运输、交通系统中车辆或者行人的运动、社交网络中谣言和新闻的传播等。为了研究这些系统,科学家提出了很多重要的模型,并且成功地解释了这些复杂的现象。其中,完全不对称的简单排它过程(TASEP)^[1]是

描述一维晶格(链)上粒子运输的一种经典模型,它考虑到了实体之间的体积排斥效应。该模型最早由以色列数学家 MacDonald 和 Gibbs 共同提出,主要用于研究细胞中核糖体合成蛋白质的过程^[2]。在 TASEP 模型中,粒子基于以下规则,沿着一维格子链在给定的方向上跳跃^[3-4]:当跳跃方向的相邻位置未被粒子占据时,某一粒子才会向前跳跃一步。虽然该模型原理很简单,但是它可以产生非常丰富的动力学行

收稿日期:2018-12-26 返修日期:2019-04-25 本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(11605154)

This work was supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China(11605154).

通信作者:阮中远(zyruan@zjut.edu.cn)

为,为研究交通流系统提供了一种简单可行的方法和一种新的思路。分析该模型可知,在不同的参数条件(即对应链上不同的进入率 α 和离开率 β)下,系统可以产生几种不同的相态。

TASEP模型已经在很多领域得到了广泛研究,例如蛋白质的合成、分析晶体表面生长等。近年来,应用TASEP模型来研究交通流理论已经成为一种趋势,并且取得了很好的成果。例如,研究人员将传统的TASEP模型应用到单通道的情形^[5-6],分析粒子在不同进入率和离开率下对系统相态的影响。之后,学者们将其扩展到双通道^[7]和多个并行通道的情況^[8],研究表明,通道间耦合对传输动力学有很大的影响^[9]。Foulaadvand等研究了猝灭空间紊乱的跳跃率对TASEP模型的影响,发现它可以扩大最大流量相的区域。Arita等在TASEP模型中加入交通信号灯的控制,用于研究信号灯对交通流量的影响^[10]。Ha等在TASEP模型的基础上研究了交叉口和相邻站点间的相关性对随机规则网络的影响^[11]。

大多数关于TASEP模型的研究都集中在一维结构的运输过程中。Neri等^[12]首次在复杂网络^[13]的基础上结合平均场理论^[14]对TASEP模型进行了研究(Neri研究的网络由顶点和边组成),考虑了Bethe(规则)和Poisson(不规则)两种网络。在他们的模型中,根据一维链上的规则更新^[15]各条边上粒子的状态,在连接点处,粒子随机选择一条边作为其接下来的运动路径。之后,他们结合数值平均场方法分析粒子的运动过程,忽略相邻粒子之间的关联性,得到了不同网络结构会导致粒子运动差异性的结论。然而,现实中粒子在网络中的运动并不一定是随机的。例如,在城市交通系统中,车辆的行驶是有目的性的,驾驶员通常会选择拥堵较少的道路。除了网络中的顶点无序外,路段也可能是不均匀的,而且由于各种施工条件,城市道路通常具有不同的速度限制,因此不同道路的平均行进速度可能会有显著的差异,这会对车辆行驶造成较大的影响。

本文结合现实路网和车辆的行驶情况,将路网抽象成一个复杂网络,将道路上的车辆看作粒子,将交叉口看作节点,将道路看作网络的边,然后在Neri等研究的基础上扩展TASEP模型。特别地,本文假设不同边上粒子的跳跃率是不同的,它们服从泊松分布。此外,粒子的运动在某种意义上是理性的,在交叉口处会根据一定的策略选择合适的路段。本文通过参数 α 来控制粒子运动的理性程度,当 α 的值越大时,粒子在网络中的运动就越理性。

本文第2节介绍了TASEP模型的基本细节;第3节通过实验模拟研究参数 α 如何影响常规网络的传输动力学;最后总结全文。

2 TASEP模型

2.1 路网的构建

本文采用的模型如下:一个由 N 个节点和 $2E$ 条连边组成的随机规则网络,其中每个顶点与其他顶点之间有 c 个连接,且每条连边都是有向的(见图1)。网络中每条链接 $i \rightarrow j$ (其中 i, j 表示顶点)被划分成 L 个单元,因此系统中站点(包括顶点)的总数为 $N_{\text{total}} = N + cNL$ ^[11]。假设网络中每个站点

由于排它性只能容纳一个粒子,粒子的总数为 ρN_{total} , ρ 是粒子的平均密度。在初始时刻,假定粒子是随机分布的,在每个时间步 t ,根据以下规则更新每个粒子的位置(如图1所示)。

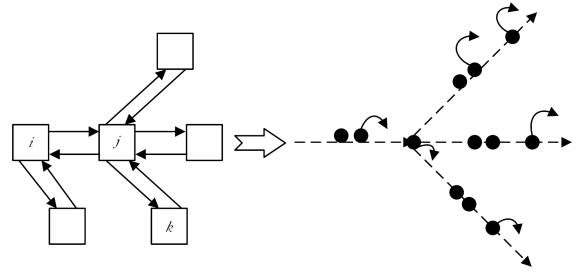


图1 粒子运动模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of particle motion model

正方形和黑色的圆圈分别代表顶点和粒子,每个有向链接被分成几个段,每个小段只能容纳一个粒子。箭头表示在时间 t 可能的粒子跳跃,在顶点处的粒子将根据式(1)选择运动的路径。

2.2 粒子运动规则及策略

粒子的运动规则如下。

(1)如果粒子占据一条链路的内部站点(例如 $i \rightarrow j$),并且在其运动方向上的相邻节点没有被粒子占据,那么它将以概率 q_{ij} 从当前站点移动到邻居位置;若相邻位置被占据,粒子将保持静止,直到相邻位置的粒子离开其位置。 q_{ij} 是指粒子在网络各条边上的跳跃率,即粒子在对应边上的通行率,网络中每条边上的通行率都是在分布 $\int_0^1 f(q) dq = 1$ 中选取,各条边对应各自的跳跃率。

(2)如果粒子占据的是一个顶点(例如 i, j, k),它将选择与顶点 (i, j, k) 相邻的边作为其接下来的运动路径。如果所选链接的第一个内部站点(例如 $j \rightarrow k$)是空的,则粒子将以概率 q_{jk} 移动到该站点。我们假设选择链路 $j \rightarrow k$ 的概率与 $[\zeta_{jk}(t-1)]^\alpha$ 成正比,即:

$$P(j \rightarrow k) = \frac{[\zeta_{jk}(t-1)]^\alpha}{\sum_{k \in S_j} [\zeta_{jk}(t-1)]^\alpha} \quad (1)$$

$$\zeta_{jk}(t-1) = \begin{cases} J_{jk}(t-1)/n_{jk}(t-1), & n_{jk} > 0 \\ q_{jk}, & n_{jk} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, S_j 表示顶点 j 邻居节点的集合, $J_{jk}(t-1)$ 表示在 $t-1$ 时刻链接 $j \rightarrow k$ 上的流量($J_{jk}(t-1)$ 为 $t-1$ 时刻这条连边上所有粒子的跳跃数), $n_{jk}(t-1)$ 表示 $t-1$ 时刻链接 $j \rightarrow k$ 上的粒子数目。参数 α 用来刻画粒子的理性程度:当 $\alpha=0$ 时,位于交叉口处的粒子随机选择其接下来的运动路径;而当 $\alpha \rightarrow \infty$ 时,粒子选择具有最大流量的那条边作为运动路径。 $\zeta_{jk}(t)$ 表示 t 时刻链路 $j \rightarrow k$ 上每个粒子的平均移动速度。

注意,每条连边上粒子的运动(如规则(1)中所给出的)等同于普通的一维TASEP模型;规则(2)描述了粒子如何从一个链接移动到另外一个链接的过程,这里假设排它原理也适用于顶点。本文模型以两种方式扩展了传统的TASEP模型。首先,假设各条链接上的跳跃率是异质的,即网络中每条边上的跳跃率都是不同的。具体地,为每条链路分配从任意

分布 $f(q)$ 中随机取出的跳跃率 q , 其满足 $\int_0^1 f(q) dq = 1$ 。其次, 假设粒子在某种意义上是理性的, 它们可以在网络中随机传播, 也可以有目的地行驶, 即会选择具有最大平均速度的链路。

在每一时刻, 各条边上对应不同的流量值与粒子数, 文中所提策略需要结合这些实时参数来决定粒子的路径。如图 2 所示, 粒子在顶点处选择的路径策略由每一时刻边上的流量值与粒子数来设定, 黑色和白色代表该位置被占据与未被占据; 交叉口处虚线指在其存在出边的第一个位置上未被粒子占据时有跳入该边的可能; 实线指粒子以指定概率跳入相邻位置; P_{j1}, P_{j2}, P_{j3} 和 P_{j4} 为根据式(1)计算得到的值。根据式(2), 若对应的路径上粒子数不为 0, 则结合边上的流量与粒子数得到比值 $\zeta_{jk}(t-1)$; 若为 0 时, 则直接将该边对应的通行率作为 $\zeta_{jk}(t-1)$ 的值。得到顶点处各边上平均移动的速度之后, 结合式(1), 通过参数 α 控制各边上对应的 $\zeta_{jk}(t-1)$ 值并进行归一化处理, 然后得到各出边对应的 $P(j \rightarrow k)$ 值, $P(j \rightarrow k)$ 是最终决定粒子路径的依据。

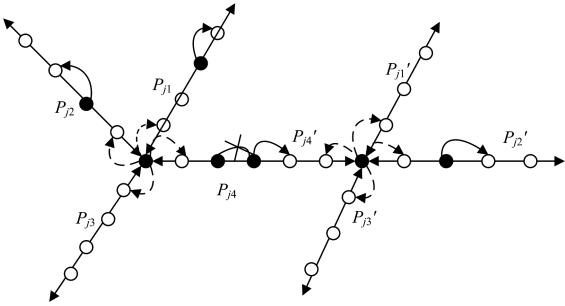


图 2 顶点处粒子路径选择示意图

Fig. 2 Schematic diagram of particle path selection at vertices

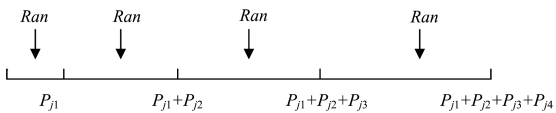


图 3 根据轮盘赌算法选择路径

Fig. 3 Path selection according to roulette algorithm

由于粒子必将跳出节点, 因此有 $\sum_k P_{jk} = 1$, 即 $P_{j1} + P_{j2} + P_{j3} + P_{j4} = 1$ (见图 2)。在模拟中, 生成随机数 Ran , 然后根据轮盘赌算法决定 Ran 值落在哪一个区间范围, 如图 3 所示。若 Ran 在 $0 \sim P_{j1}$ 之间, 则选择第一条出边; 若在 $P_{j1} \sim (P_{j1} + P_{j2})$ 之间, 则选择第二条出边; 若在 $(P_{j1} + P_{j2}) \sim (P_{j1} + P_{j2} + P_{j3})$ 之间, 则选择第三条边作为出边; 以此类推便得到粒子运动的路径。

3 实验结果与分析

在仿真实验中, 取 $N = 50$, 每条边上的分割单元数 $L = 100$ 。设置每条边上的跳跃率 q_{ij} 服从 $[0, 1]$ 上的泊松分布, 平均值为 0.5; 系统中粒子密度 ρ 设置在 $0 \sim 1$ 之间, 用来初始化网络的车辆数目。仿真实验的所有结果都是在系统达到稳态后得到的。

图 4 展示了在不同的 α 值下, 系统流量 J 随着密度 ρ 的

变化趋势(密度 ρ 是系统中每个单元格的状态统计平均量, 状态为 1 表示单元格被粒子占据, 状态为 0 表示未被占据)。

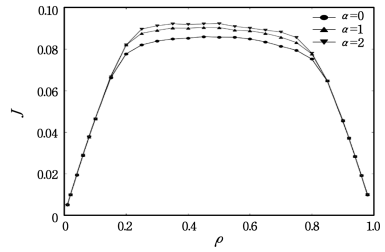


图 4 在不同的 α 值下, 流量 J 与密度 ρ 的函数关系

Fig. 4 Functional relation between flow J and density ρ with different α values

根据本文模型设计的路径策略, 网络中的粒子不再随机运动, 而要遵循一定的规则。在式(1)中, 由于参数 α 的控制, 粒子的运动会呈现多样化的选择。当 α 为 0 时, 对应最原始情况, 即在交叉口随机选择接下来的运动路径; 当 α 的值不为 0 时, 需要时刻考虑各条边上的流量值与粒子数, 结合式(2)得到两者之间的比值 $\zeta_{jk}(t)$, 这是路径策略中最重要的参量。若继续增大 α 的值, 粒子会沿着 $\zeta_{jk}(t)$ 值更大的路径跳跃。当 $\alpha = 1$ 时, 可以明显看出在一定密度范围内 $(0.2, 0.8)$, 相比于随机选择策略, 系统的流量有了较大的提升。在交叉口处, 粒子根据设计的路径策略运动, 边上对应的 P_{jk} 值越大, 产生的随机数 Ran 落在该范围内的概率就越大, 粒子会选择具有更大流量值的边。相对于 $\alpha = 1$ 的情况, α 的值增大为 2 时(进一步对粒子的运动进行优化)曲线还会继续上升。

从图 4 中还可以发现, 在不同的密度下, 网络的流量曲线会有 3 种不同的相态, 分别为低密度相态、最大流量相态和高密度相态。当网络中粒子的密度在 $0 \sim 0.25$ 之间时, 系统中的粒子数较少, 一些边上可能没有粒子运动或仅有少数粒子运动, 因此其具有较大的活动空间, 处于自由流动的状态, 流量 J 随着密度 ρ 呈线性上升。在最大流量状态时, 对应的网络密度范围为 $0.25 \sim 0.65$, 此时网络中各边上都会有一定数量的粒子, 粒子在这个范围内逐渐从低密度状态向高密度状态转化。另外, 低密度与高密度之间大致有对称性, 系统在该状态下以低密度状态为代价来容纳更多的粒子, 使网络变成高密度状态^[16-17]。因此, 在 $0.25 \sim 0.65$ 范围内流量值不会有太大的波动, 且通行能力是最大的, 系统流量也处于最高的水平。继续增加粒子数目, 网络能够容纳的粒子达到饱和, 使得粒子的运动出现阻塞和拥堵, 系统的流量急剧下降。

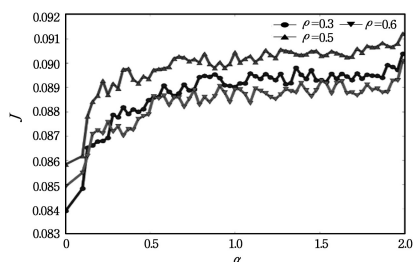


图 5 不同的密度 ρ 下, 流量 J 与 α 的函数关系

Fig. 5 Relationship between flow J and α under different density ρ

下面分析系统的流量随参数 α 的变化情况,如图 5 所示,其中,横坐标表示各条边上粒子数目的范围,纵坐标统计边的个数。在不同的密度下,系统流量 J 随参数 α 的增加呈逐渐上升的趋势,但是受到网络中各条边上粒子数目的影响,不同密度下曲线的高度是不一样的。 α 为 0 时,粒子在交叉口选择的路径是随机的。增加 α 值后,粒子的运动变得更加理性,即倾向于选择流量值更大的路径。当 $\rho=0.5$ 时,由图 4 的分析可知,系统处于最大流量状态,由于各边上的粒子处于半间隔状态,即相邻位置基本未被占据,因此网络的通行能力是最大的。之后在参数 α 的控制下,粒子的运动变得更加规律,使得网络中各条边上的粒子分布得更加均匀;在某个时刻,拥挤的路段在一段时间内不再有粒子进入,从而可以缓解网络上的拥塞状态。随着 α 值的增加,系统流量也呈现逐渐上升的趋势,如图 5 所示。由于随着粒子密度的增大,例如 $\rho=0.6$ 时,网络能够容纳的粒子数接近饱和,边上站点相邻的位置已经被占据,粒子的运动出现阻塞,因此系统的流量较密度为 0.5 时会有所下降。在密度为 0.3 时,网络中各边上的粒子大部分都集中于低密度状态,此时一些边上的站点基本没有被占据,粒子具有较大的活动空间,其运动受到的阻碍较小;但是由于受到各边上粒子数的限制,其最终流量值小于密度为 0.5 时的情况。

为了进一步理解网络中流量的变化情况,在系统达到稳态后分析网络中每条边上的粒子分布情况。图 6 是粒子随机选择路径(即 $\alpha=0$)时对应边上的粒子分布图。

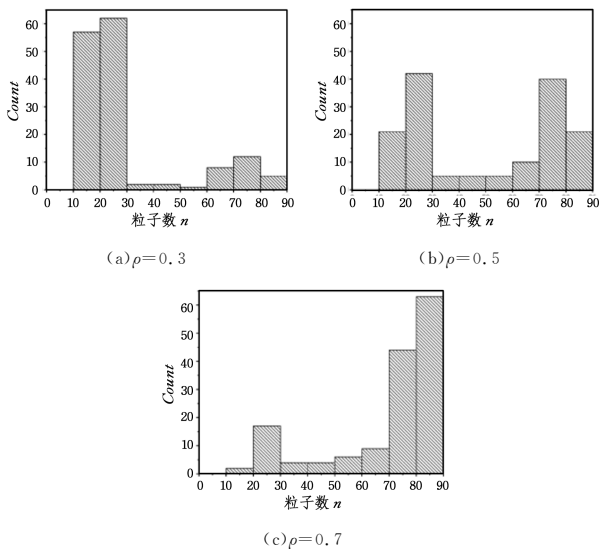


图 6 系统达到稳态后, $\alpha=0$ 时各条边上的粒子数量分布
Fig. 6 After the system reaches steady state, the number distribution of particles on each side when $\alpha=0$

在网络中粒子密度较小即 $\rho \approx 0.3$ (见图 6(a)) 时,各条边上的粒子数目大多集中在 10~30, 此时网络中各条路段上的粒子数目较为稀疏,相邻位置未被占据,甚至一些边上没有粒子,因此粒子可以较为自由地运动,导致流量曲线线性上升,对应于图 4 中 ● 曲线的低密度状态。随着网络中粒子数目的增多,系统的状态发生改变。相对于 $\rho=0.3, \rho=0.7$ 这两种集中状态,当 $\rho=0.5$ 时(见图 6(b)),网络中各条边上粒子的

分布是一个较为均匀、半填充的状态,各条道路上的粒子不会过于集中在某一条边上,且其相邻位置基本未被占据,粒子的运动较为顺畅,因此系统中的流量处于最大值。由于粒子在交叉口随机选择路径,因此此时并没有达到最理想的状态。在图 6(c) 中,粒子密度进一步增加,各边上的粒子达到高密度状态,此时系统容纳的粒子数接近饱和,会阻塞其运动,导致系统流量逐渐下降。

引入路径策略之后,网络中粒子的运动会发生很大的改变,之后每一时刻,粒子根据对应路径上的流量值与粒子数来动态决定运动的路径。在“理性”参数 α 的控制下,粒子会逐渐倾向运动到流量值较大的边,从而使得粒子在各条边上的分布更加均匀,因此粒子的运动也变得更加顺畅。此时,系统中各边上粒子的分布如图 7 所示,其中,横坐标表示各条边上粒子数目的范围,纵坐标表示相应粒子数目所对应边的条数。

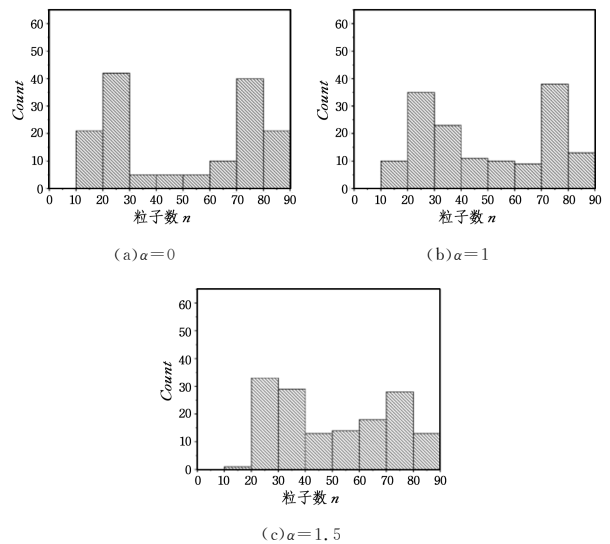


图 7 网络中粒子密度为 0.5 时,不同 α 值下网络中各条边上粒子数目的分布情况

Fig. 7 Number distribution of particles on each side of the network under different α values when the particle density is 0.5

图 7 给出了粒子密度 $\rho=0.5$ 时,不同 α 值下网络达到稳态后各条边上的粒子数分布情况。当 $\alpha=0$ 时,粒子在交叉口随机选择路径,此时粒子的分布相对集中。然而,当粒子采用本文设计的路径策略后,需要动态考虑其对应路径上的流量值与粒子数,其会逐渐倾向于选择通行能力较大的边。当 $\alpha=1$ 时,从图 7(b) 中可以发现粒子相对集中的边上的粒子数目(粒子数为 10~30 与 70~90)逐渐向中间数目转化,从而缓解了网络中各边上粒子过于集中的状况,使得粒子的分布更加均匀,对应边上的通行能力更强;从图 7(a) 可以明显看出,继续增大 α 的值,网络中各条边上的粒子分布更为均匀,粒子过于集中在某一范围的情况有所改善,系统整体的通行能力增强,流量也逐渐增大,从而改善了网络的拥塞状态。

结束语 TASEP 模型是一类原理简单、易于理解但是可以很好地反映交通流理论特色的微观模型,已被广泛地应用于生物、物理和交通等领域。本文结合复杂网络领域的相关概念,对传统的 TASEP 模型进行改进。本文假定网络中粒

子在每条边上的跳跃率不同,并且满足某种分布,使之更加符合现实情况;另外,粒子在交叉口选择路径的策略不再随机,本文结合每一时刻边上的流量值与粒子数设计路径策略,在“理性”参数 α 的控制下,使得粒子逐渐倾向于选择流量值较大的路径。在不同的粒子密度下,系统的流量会呈现 3 种不同的相态:低密度、高密度和最大流量状态。在 3 种不同相态下,网络中粒子的分布会有较大的差距,这对于我们研究系统中粒子的运动有很大的帮助。实验结果表明,在不同的粒子密度下,“理性”参数 α 确实会对系统产生较大的优化作用,即增大系统的通行能力。为了解释这一现象,本文分析了不同 α 值下系统粒子的分布,从而对粒子的运动过程有一个更加清晰的认识和理解。实验表明,所提模型对真实交通系统有很好的借鉴作用。

参 考 文 献

- [1] TANNAI T, NISHINARI K. Theoretical approach to congestion relaxation and saturated congestion in TASEP (totally asymmetric simple exclusion process) network with multi-chain section with flow/density-dependent rules of junctions [J]. *Physics Letters A*, 2017, 381(43): 3688-3695.
- [2] MACDONALD C T, GIBBS J H, PIPKIN A C. Kinetics of biopolymerization on nucleic acid templates [J]. *Biopolymers*, 1986, 6(1): 1-25.
- [3] LIU M, WANG R, JIANG R, et al. Defect-induced transitions in synchronous asymmetric exclusion processes [J]. *Physics Letters A*, 2009, 373(2): 195-200.
- [4] XIAO S, CHEN X, LIANG R, et al. Shortcut with pool under parallel update rule on one-dimensional lattice totally asymmetric simple exclusion process [J]. *Physics Letters A*, 2017, 381(47): 3940-3944.
- [5] CHEN X, ZHANG Y, LIU Y, et al. Theoretical investigation of the synchronous totally asymmetric simple exclusion process with a roundabout [J]. *Indian Journal of Physics*, 2016, 91(2): 1-6.
- [6] XIAO S, CAI J J, LIU F. Zone inhomogeneity with the random asymmetric simple exclusion process in a one-lane system [J]. *Chinese Physics B*, 2009, 18(11): 4613-4621.
- [7] JIANG R, WANG R, HU M B. Spontaneous symmetry breaking in a two-lane system with parallel update [J]. *Journal of Physics a Mathematical & Theoretical*, 2007, 40(31): 9231-9225.
- [8] WANG Y Q, JIA B, JIANG R, et al. Dynamics in multi-lane TASEPs coupled with asymmetric lane-changing rates [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 88(3): 2051-2061.
- [9] WANG Y Q, JIANG R, KOLOMEISKYK A B, et al. Bulk induced phase transition in driven diffusive systems [J]. *Scientific Reports*, 2014(4): 5459.
- [10] ARITA C, FOULAADVAND M E, SANTEN L. Signal optimization in urban transport: A totally asymmetric simple exclusion process with traffic lights [J]. *Physical Review E*, 2017, 95(3): 032108.
- [11] BAEK Y, HA M, JEONG H. Effects of junctional correlations in the totally asymmetric simple exclusion process on random regular networks [J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2014, 90(6): 062111.
- [12] NERI I, KERN N, PARMEGGIANI A. Totally asymmetric simple exclusion process on networks [J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107(6): 068702.
- [13] BARRAT, ALAIN. *Dynamical processes on complex networks [M]*. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- [14] GEORGES A, KOTLIAR G, KRAUTH W, et al. Dynamical mean-field theory of strongly correlated fermion systems and the limit of infinite dimensions [J]. *Reviews of Modern Physics*, 1996, 68(1): 13-125.
- [15] RAJEWSKY N, SANTEN L, SCHADSCHNEIDER A, et al. *The Asymmetric Exclusion Process: Comparison of Update Procedures [J]*. *Journal of Statistical Physics*, 1998, 92(1/2): 151-194.
- [16] BOLLOBAS B, FULTON W, KATOK A, et al. *Cambridge studies in advanced mathematics [M]*. New York: Cambridge University Press, 2001: 73.
- [17] EMBLEY B, PARMEGGIANI A, KERN N. HEX-TASEP: dynamics of pinned domains for TASEP transport on a periodic lattice of hexagonal topology [J]. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 2008, 20(29): 295213.



RUAN Zi-rui, postgraduate, not member of China Computer Federation (CCF). His main research interests include intelligent transport and complex networks.



RUAN Zhong-yuan, lecture, postgraduate supervisor, is not member of China Computer Federation (CCF). His current research interests include complex systems and complex networks.