

基于狄利克雷过程混合模型的内外先验融合



张墨华^{1,2} 彭建华¹

1 国家数字交换系统工程技术研究中心 郑州 450000

2 河南财经政法大学计算机与信息工程学院 郑州 450000

摘要 近年来,使用高斯混合模型作为块先验的贝叶斯方法取得了优秀的图像复原性能,针对这类模型分量固定及主要依赖外部学习的缺点,提出了一种新的基于狄利克雷过程混合模型的图像先验模型。该模型从干净图像数据库中学习外部通用先验,从退化图像中学习内部先验,借助模型中统计量的可累加性自然实现内外部先验融合。通过聚类的新增及归并机制,模型的复杂度随着数据的增大或缩小而自适应地变化,可以学习到可解释及紧凑的模型。为了求解所有隐变量的变分后验分布,提出了一种结合新增及归并机制的批次更新可扩展变分算法,解决了传统坐标上升算法在大数据集下效率较低、容易陷入局部最优解的问题。在图像去噪及填充实验中,相比传统方法,所提模型无论在客观质量评价还是视觉观感上都更有优势,验证了该模型的有效性。

关键词:狄利克雷混合模型;图像复原;变分推理;批次更新;先验学习

中图分类号 TP301

Integration of Internal and External Priors Based on Dirichlet Process Mixture Model

ZHANG Mo-hua^{1,2} and PENG Jian-hua¹

1 National Digital Switching System Engineering & Technological Research Center, Zhengzhou 450000, China

2 College of Computer & Information Engineering, Henan University of Economics and Law, Zhengzhou 450000, China

Abstract In recent years, Bayesian approaches using Gaussian mixture model as a patch prior has achieved great success in image restoration. Aiming at the shortcomings of fix components and mainly relying on external learning of these models, a new image prior model based on Dirichlet process mixture model is proposed. The model learns external generic priors from a set of external clean images and learns internal priors from a given degraded image. Due to the accumulative property of the statistics in the model, the integration of internal and external priori is naturally achieved in image restoration. Through the add and merge of cluster components, the model complexity can be adaptively changed as the data increases or decreases, more interpretable and more compact models can be learned. In order to solve the variational posterior of all hidden variables, a scalable variational algorithm combining with batch update with birth and merge mechanisms is proposed. The new algorithm improves the traditional coordinate ascent algorithm which is relatively inefficient under large data sets and often falls into the local optima. The effectiveness of the proposed model is verified by image denoising and inpainting experiments where the proposed model has advantage both on objective quality assessments and on visual perception comparing to traditional methods.

Keywords Dirichlet process mixture model, Image restoration, Variational inference, Batch update, Prior learning

1 引言

相机技术和存储技术的进步,使得个人和专业用途拍摄的图像和视频数量呈爆炸式增长,但在糟糕环境下捕获数据会导致图像质量下降。人们将从退化图像恢复底层清晰图像的过程统称为图像复原。这一问题在数学上是不适定的,需要使用图像先验来使其正则化,从而生成有意义的解。

自然图像具有许多属性,例如稀疏性和非局部自相似性,其可以用作设计图像复原的有用先验。基于自然图像在一些变换域中稀疏分布的事实,小波^[1]和曲波^[2]变换已被广泛用于图像去噪。基于稀疏表示的方法^[3-4]通过利用编码字典在图像块上执行 L1 范数最小化操作来实现稀疏性约束。双边滤波器^[5]采用图像像素在空间域和强度域中都存在相似性的先验信息。其他图像先验,如多尺度自相似^[6]和非局部自相

到稿日期:2019-04-10 返修日期:2019-09-05 本文已加入开放科学计划(OSID),请扫描上方二维码获取补充信息。

基金项目:国家自然科学基金(61841702);河南科技攻关计划项目(202102210371,1521002210087);河南省教育厅基金(14A520040)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (61841702), Science and Technique Foundation of Henan Province (202102210371,1521002210087), and Foundation of Henan Educational Committee (14A520040).

通信作者:张墨华(mohuazhang@163.com)

似^[7-8],或多个图像先验的组合^[9-10]也已被成功用于图像复原,例如通过使用低秩最小化来表征图像非局部自相似性。除了使用预定义的图像先验外,研究者提出了从自然图像中学习先验的方法。生成式图像先验学习方法从一组外部干净图像中学习先验模型,并将学习的先验模型应用于退化图像^[11],这类学习方法也可以从给定的退化图像中学习先验^[12]。近年来,通过清晰图像和噪声图像映射来学习去噪模型的判别式图像先验学习方法已经变得更为流行,代表性方法包括基于深度学习的方法^[13-14]、基于随机场的方法^[15]和基于反应扩散的方法^[16]。

在众多方法中,Zoran等^[11]提出的通过高斯混合模型(Gaussian Mixture Model, GMM)先验对自然图像块建模的EPLL方法,取得了较大的成功。该模型从干净图像块中学习到的先验可以有效用于图像复原问题的求解。尽管EPLL先验是有效的,但是其存在两个显著的缺点:1)EPLL方法中,混合分量的数目是固定的(本文中为200),一旦学习训练完毕分量就不易进行扩展。2)EPLL方法是典型的外部学习方法,主要利用外部数据库中的干净图像进行训练学习。但由于自然图像的重尾分布,无论外部图像集有多大,一些图像都会落入重尾部,即不会被学习过的先验很好地建模。

在内外先验融合方面,文献^[17-18]发现内部和外部先验对于不同类型的图像块各有优势,并且提出了组合方法。Mosseri等^[17]设计了一个Patch-SNR度量值,以决定对噪声块使用内部先验还是外部先验来去噪。Burger等^[18]尝试学习一个非线性回归函数,可以映射两个去噪结果,一个是内部先验结果,另一个是外部先验结果,以产生更好的去噪结果。严格来说,文献^[17-18]着眼于内部和外部去噪算法组合,而不是内部和外部先验的组合。本文的设计思想是,从外部图像中学习通用先验,并使用从该图像学习的内部先验将其适应于特定图像。通过将通用先验适配到特定的图像来解决外部先验的重尾问题。

非参贝叶斯方法为结构化数据(如文本文档、时间序列和图像)的无监督建模提供了灵活的框架^[19],其模型的复杂度可以随着数据的增大或缩小而自适应地变化。狄利克雷过程(Dirichlet Process, DP)是最流行的非参贝叶斯方法,它可以看作分布上的分布,即DP采样到的是一个分布,而不是变量。狄利克雷过程混合模型(Dirichlet Process Mixture Model, DPMM)可以看作无穷多个混合分量的混合模型^[20]。DP被用作分层贝叶斯框架下的非参先验,可以根据参数的不同值对该模型生成的数据进行划分。DPMM具有灵活的混合模型的自然解释特性,分量的数量是随机的并且随着新数据的观测可以增长。

本文提出了一种基于狄利克雷过程高斯混合模型的图像复原算法,借助其模型复杂度可以随着数据变量动态调整的特性,解决了上述EPLL的第一个问题;另一方面,借助模型从干净图像数据集中学习图像块的共享聚类,利用目标退化图像来捕获图像块的自相似性和重复特性,学习特定图像聚类来准确地建模不同的纹理,实现内外先验融合,从而解决上述EPLL的第二个问题。在变分推理求解算法中,传统基

于均值场的坐标上求解先对数据集中所有的局部变分参数更新一遍,再进行全局变分参数的更新。这种方式在大数据集下效率较低,同时由于更新较为缓慢,容易陷入局部最优解。本文提出了一种批次更新方式的可扩展变分算法来求解图像复原中所有隐变量的变分后验的分布。

本文第2节介绍相关理论定义;第3节给出狄利克雷过程混合模型下图像生成的过程,并引出图像先验学习及图像复原的思路;第4节通过变分分布的参数推理,来学习图像通用先验;第5节给出图像复原算法;第6节给出实验结果,并对模型进行验证及分析;最后总结全文。

2 相关定义

定义 1(狄利克雷过程(DP)^[21]) 令 \mathbf{G}_0 是集合 Θ 上的分布, α 是正值实数。对于 Θ 上的有限划分 A_1, A_2, \dots, A_r ,向量 $\mathbf{G}(A_1, A_2, \dots, A_r)$ 是随机的。如果有:

$$\mathbf{G}(A_1, \dots, A_r) \sim \text{Dir}(\alpha \mathbf{G}_0(A_1), \dots, \alpha \mathbf{G}_0(A_r)) \quad (1)$$

称 \mathbf{G} 是基分布 \mathbf{G}_0 和集中参数 α 上的狄利克雷过程(DP)所生成的分布,记作: $\mathbf{G} \sim \text{DP}(\alpha, \mathbf{G}_0)$ 。

定义 2(狄利克雷过程混合模型(DPMM)^[21]) 如果 η_n 是第 n 个观测变量分布 F 的参数,即有 $F(x|\eta_n)$,则DPMM可以看作无穷多个混合分量的混合模型,即有:

$$\begin{aligned} \mathbf{G} | \{\alpha, \mathbf{G}_0\} &\sim \text{DP}(\alpha, \mathbf{G}_0) \\ \eta_n | \mathbf{G} &\sim \mathbf{G} \\ x_n | \eta_n &\sim F(x|\eta_n) \end{aligned} \quad (2)$$

在狄利克雷过程混合模型中,DP被用作分层贝叶斯框架下的非参先验,可以根据参数的不同值对从该模型生成的数据进行划分。从这个观点来看,DPMM具有灵活的混合模型的自然解释,其中分量的数量(划分中原子的数目)是随机的并且随着新数据的观测可以增长。

Sethuraman^[22]根据折棍子构造的过程,给出了DP更为清晰的特征表述。考虑两个独立随机变量无限集合: $v_i \sim \text{Beta}(1, \alpha)$ 和 $\eta_i \sim \mathbf{G}_0 (i = \{1, 2, \dots\})$, \mathbf{G} 的折棍子的表示如下:

$$\beta_i(v) = v_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - v_j) \quad (3)$$

$$\mathbf{G} = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i(v) \delta_{\eta_i}$$

定义3清楚地表明 \mathbf{G} 是离散的; \mathbf{G} 的支持集包括可数无限原子集合,这些原子集合独立地从 \mathbf{G}_0 生成。混合比例 $\beta_i(v)$ 通过连续将单元长度的“棍子”折断成无限数目的分段来生成。每小段的大小与棍子剩余部分成正比,通过Beta(1, α)分布独立地生成。

在DPMM中,向量 $\beta_i(v)$ 是一个包含比例的无限向量, $\{\eta_1, \eta_2, \dots\}$ 表示混合分量的原子。令 z_n 表示数据点 x_n 所关联的混合分量的分派变量,数据的生成过程可以描述为:

(1)生成 $v_i | \alpha \sim \text{Beta}(1, \alpha), i = \{1, 2, \dots\}$ 。

(2)生成 $\eta_i | \mathbf{G}_0 \sim \mathbf{G}_0, i = \{1, 2, \dots\}$ 。

(3)对于第 n 个数据点:

1)生成 $z_n | \{v_1, v_2, \dots\} \sim \text{Categorical}(\beta(v))$;

2)生成 $x_n | z_n, \eta_n \sim F(x_n | \eta_{z_n})$ 。

在图像复原任务中,每个图像具有其特定的聚类频度 $w_i = \{w_{i1}, \dots, w_{iK}, \dots\}$,通过施加分层Dirichlet过程先验,将

聚类频度看作一个有限的 Dirichlet 分布:

$$[\omega_{i1}, \dots, \omega_{iK}, \omega_{i>K}] \sim \text{Dir}(\alpha\beta_1, \dots, \alpha\beta_K, \alpha\beta_{>K}) \quad (4)$$

由式(4)可知, ω_i 的均值为 β , 方差由集中参数 α 所控制, 下标 $>K$ 表示除了前 K 个分量外其余分量的累加和, 即 $\beta_{>K} = \sum_{j=K+1}^{\infty} \beta_j$. 本文约定观测数据从指数家族分布生成, DP 的基分布是对应的共轭先验。

3 DPMM 图像生成模型

本文提出基于 DPMM 来建模图像的生成过程。自然图像可以看作图像块的组合。每个块包含 D 个像素, 一幅图像可以看作由多个块重叠而成, 每个块有其对齐基点 b , b 的取值为 $1 \sim D$, b 的先验为均匀分布, 即 $b \sim \text{Categorical}(1/D, \dots, 1/D)$ 。图 1 给出了一个由 2×2 的块 ($D=4$) 组成的一幅图像示例, 最终图像由 4 个对齐基点下各个块重叠生成, 每个对齐基点下可能有部分块处于部分观测的状态, 即部分参与最终图像的生成, 而部分不参与, 如图 1 中深灰色区域所示。

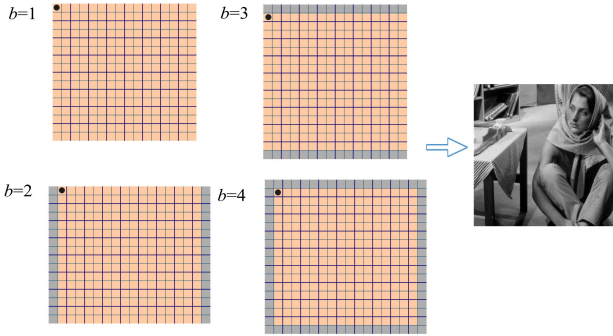


图 1 图像生成示例

Fig. 1 Example of image generation

根据文献[11]中的方法, 将每个图像块去平均化, 将对齐基点 b 下的每个图像块 g_{ibn} 看成由高斯混合分布生成的, 即将每个块表示为均值为 0、精度矩阵为 S 的高斯混合:

$$g_{ibn} \sim \sum_{k=1}^{\infty} \omega_{ik} \text{Normal}(0, S) \quad (5)$$

其中, i 表示第 i 幅图像 (共 N 幅), b 表示对齐基点 (共 D 个), n 表示图像 i 在对齐基点 b 中的第 n 个块 (共 N_{ib} 个)。精度矩阵 S 的先验为 Wishart 分布, 其满足:

$$S \sim \text{Wishart}(\mu, V) \quad (6)$$

图像块均值 m_{ibn} 满足高斯分布:

$$m_{ibn} \sim \text{Normal}(\tau, \sigma) \quad (7)$$

每个图像块可以指派为高斯混合模型中某个分量 (聚类) 中的一个, z_{ibn} 满足分类分布, 表示为:

$$z_{ibn} \sim \text{Categorical}(\omega_1, \omega_2, \dots) \quad (8)$$

给定通过对齐基点 b 生成的块均值为 m_{ibn} 的块 g_{ibn} , 整个图像的 x_i 采样可以通过式(9)生成。

$$x_i \sim \text{Normal}(x_i | \sum_{n=1}^{N_{ib}} P_{ibn}^T (C_{ibn} g_{ibn} + m_{ibn}), \psi^2 I) \quad (9)$$

其中, P_{ibn} 用于从图像 x_i 抽取块, P_{ibn}^T 表示将所有的块结合在一起。通过增加小量方差为 ψ^2 的独立高斯噪声, 可以生成图像 x_i 。对齐基点 b 下大部分块在 x_i 会完全被观测到, 但部分块会被图像边界裁剪 (如图 1 中深灰色区域)。定义裁剪矩阵

为 C_{ibn} , 使得 $C_{ibn} g_{ibn} + m_{ibn}$ 成为包括块中观测像素的向量。

对于图像复原任务来说, 观测图像 y_i 是干净图像 x_i 的退化版本。 y_i 的生成定义为:

$$y_i \sim \text{Normal}(y_i | Hx_i, \sigma^2 I) \quad (10)$$

其中, x_i 为加性白高斯噪声 (σ^2 是噪声方差), H 是退化矩阵。对于去噪问题, H 是单位阵; 对于超分辨率问题, H 是下采样矩阵; 对于填充问题, H 是二元对角矩阵; 对于去模糊问题, H 是模糊核矩阵。

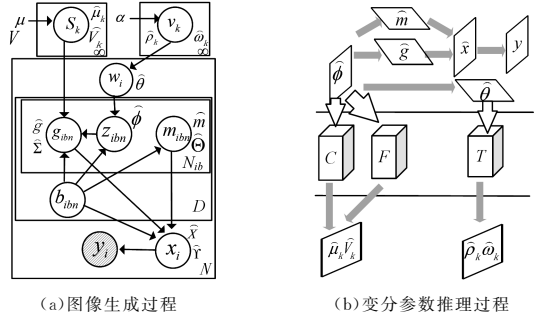


图 2 图像生成有向图模型及推理过程

Fig. 2 Directed graphical model and inference flow for image generation

整个图像的生成过程如图 2(a) 所示。通用图像先验的学习过程, 是通过图 2(a) 所示的图像生成过程的反向变分参数进行推理完成的。具体来说, 基于给定干净观测图像 x_i , 推理出折棍子过程折断比例 v_k 和每个聚类精度矩阵 S_k 的变分参数, 推理过程会涉及局部图像变量: 聚类频度 ω_i 、图像块 g_{ibn} 、块均值 m_{ibn} 和块聚类指派 z_{ibn} , 这些局部变量只作为推理全局变量的过程变量, 无须保存在最终模型中, 变分参数的推理过程如图 2(b) 所示, 推理细节将在第 4 节给出。图像复原过程通过对退化图像推理学习的局部先验与通用先验进行结合, 并更新全局变分参数, 推理出图像块的局部变量, 并最终得到复原图像 x , 详细复原过程将在第 5 节给出。

4 图像通用先验学习

对图 2(a) 进行反向推理来学习图像通用先验涉及到计算变量的后验分布。由于没有直接计算后验分布的方法, 变分推理和 MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 采样方法成为主要的选择方法 [23]。本文采用变分推理方法, 它是一种近似似然和后验的确定性方法 [24], 它采用优化的方法, 尝试寻找一个在 KL 散度上无限接近于后验分布的变分分布 q 。

定义待学习的隐变量集合为 $W = \{g, S, \omega_i, m_i, z_i\}$, 观测图像变量为 $x = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, 超参数 $\theta = \{\alpha, \mu, V\}$ 。隐变量的后验分布与其近似分布 q 的 KL 散度为:

$$D(q(W) \parallel p(W|x, \theta)) = E_q[\log q(W)] - E_q[\log p(W, x|\theta)] + \log p(x|\theta) \quad (11)$$

对式(11)中的 KL 散度进行最小化可以通过对数边缘似然的下界 (Evidence Lower Bound, ELBO) 的最大化来完成 [22]。

$$\log p(x|\theta) \geq E_q[\log p(W, x|\theta)] - E_q[\log q(W)] \triangleq L \quad (12)$$

将 L 定义为要优化求解的目标函数,通过参数的学习过程,让 L 值尽可能大,从而使变分近似后验 q 与真实后验的差值尽可能小。

通过采用均值场方法^[23],并假定后验完全独立,近似后验 q 可以完全分解为指数族密度函数的乘积:

$$q(\cdot) = q(v)q(\mathbf{S}) \prod_{i=1}^N q(B_i)q(p_i, m_i, z_i | B_i) \quad (13)$$

其中,随机度量是通过无限集合 $\{v_1, v_2, \dots\}$ 和 $\{S_1, S_2, \dots\}$ 进行表达的,通过截断的折棍子过程表示^[20]。固定截断位置为 T ,在 $t > T$ 时,混合比例 $\omega_t(v)$ 等于 0。截断的级别 T 是变分参数,可以被自由设置,不作为先验模型的一部分。

4.1 变分后验分布

根据文献^[25]中的方法,对后验只使用 K 个活跃聚类分量进行建模。所选择的截断层次 K 只定义了局部变量因子 $q(z)$ 和 $q(w)$ 。全局变量因子不需要明确的截断,因为序号大于 K 的因子在条件上独立于数据。

给定截断层次 K ,块指派 z_{ibn} 须是 K 个活跃分量中的一个。分类分布 $q(z)$ 以一个大小为 K 的正向量 $\hat{\phi}_{ibn}$ (其分量总和为 1) 为参数。

图像聚类频度 w_i 以由大小为 $K+1$ 的正向量表示,其中包括图像 i 中的 K 个活动聚类概率,以及所有非活动主题的聚集量(存放于 w_i 最后一个索引位置)。 $q(w_i)$ 是一个参数 $\hat{\theta}_i \in \mathbb{R}^{K+1}$ 的 Dirichlet 分布。

下面具体给出所有变量的变分后验分布,这些分布参数称为变分参数,是要被优化求解的对象。

局部变量因子中,图像块 g 、图像块均值 m 、块分量指派 z 、图像聚类频度 w 、图像 x 的变分后验分布分别为:

$$q(g) = \prod_{i=1}^N \prod_{b=1}^D \prod_{n=1}^{N_b} \prod_{k=1}^{\infty} \text{Normal}(g_{ibn} | \hat{g}_{ibnk}, \hat{\Sigma}_{ibnk}) \quad (14)$$

$$q(m) = \prod_{i=1}^N \prod_{b=1}^D \prod_{n=1}^{N_b} \prod_{k=1}^{\infty} \text{Normal}(m_{ibnk} | \hat{m}_{ibnk}, \hat{\Theta}_{ibnk}) \quad (15)$$

$$q(z) = \prod_{i=1}^N \prod_{b=1}^D \prod_{n=1}^{N_b} \text{Categorical}(z_{ibn} | \hat{\phi}_{ibn1}, \dots, \hat{\phi}_{ibnK}) \quad (16)$$

$$q(w) = \prod_{i=1}^N \text{Dir}(w_i | \hat{\theta}_{i1}, \dots, \hat{\theta}_{iK}) \quad (17)$$

$$q(x) = \prod_{i=1}^N \text{Normal}(x_i | \hat{x}_i, \hat{\sigma}_i) \quad (18)$$

全局变量因子中,折断比例变量 v 的变分分布为:

$$q(v) = \prod_{k=1}^{\infty} \text{Beta}(v_k | \hat{\rho}_k \omega_k, (1 - \hat{\rho}_k) \omega_k) \quad (19)$$

其中,自由参数 $\hat{\rho}_k$ ($0 < \hat{\rho}_k < 1$) 定义了均值,即 $E[v_k] = \hat{\rho}_k$,而 $\hat{\omega}_k > 0$ 控制 v_k 的方差。

另一个全局变量因子精度矩阵 \mathbf{S} 的变分分布为:

$$q(\mathbf{S}) = \prod_{k=1}^{\infty} \text{Wishart}(S_k | \hat{\mu}_k, \hat{V}_k) \quad (20)$$

对于自然图像,所有的对齐基点具有相似的值,设计对齐基点 B 的变分后验为:

$$q(B) = \text{Categorical}(1/D, \dots, 1/D) \quad (21)$$

这一设计简化了更新操作,且仍然可以避免不重叠块所造成的伪影情况。

4.2 变分参数的更新

图像通用先验的学习基于外部干净图像数据库进行,此

时图像 x 是可观测变量。根据式(11),结合上节所述各变分分布,目标函数 L 可以分解为以下 3 个部分:

$$L = L_{\text{image}} + L_{\text{entropy}} + L_{\text{weight}}$$

其中:

$$L_{\text{image}} = E_q [\log p(x | g, m, b) + \log(p(g | \mathbf{S}, w) / q(g | \hat{g}, \hat{\Sigma})) + \log(p(m | \tau, \sigma) / q(m | \hat{m}, \hat{\Theta})) + \log(p(b) / q(b)) + \log(p(\mathbf{S} | \mu, V) / q(\mathbf{S} | \hat{\mu}, \hat{V}))] \quad (22)$$

$$L_{\text{entropy}} = - \sum_{i=1}^N \sum_{b=1}^D \sum_{n=1}^{N_b} \sum_{k=1}^K \hat{\phi}_{ibnk} \log \hat{\phi}_{ibnk} \quad (23)$$

$$L_{\text{weight}} = E_q [\log p(z | w)] p(w | v) - \log q(w | \hat{\theta}) + E_q [\log p(v | \alpha)] - \log q(v | \hat{\rho}_k, \hat{\omega}_k) \quad (24)$$

在局部更新步骤中,访问每个图像 x_i 并通过式(25)更新 $\hat{\phi}_{ibnk}$ 。 $\hat{\phi}_{ibn}$ 对所有聚类进行归一化处理,其各分量累加值为 1。

$$\hat{\phi}_{ibnk} \propto \exp(E_q[\log \omega_{ik}] + (1/2)(E_q[\log |S_k| + \log |\hat{\Sigma}_{ibnk}|] + (1/\delta^2)^2 C_{ibn}^T (P_{ibn} x_i - \hat{m}_{ibn}) \hat{\Sigma}_{ibnk} (C_{ibn}^T (P_{ibn} x_i - \hat{m}_{ibn}))^T) \quad (25)$$

通过式(26)更新图像聚类频度参数 θ :

$$\hat{\theta}_{ik} = \alpha E_q[\beta] + C_{ik} \quad (26)$$

其中, C_{ik} 是对图像 i 中所有图像块使用聚类 k 的情况的统计量,定义为:

$$C_{ik} = \sum_{n=1}^{N_b} \hat{\phi}_{ibnk} \quad (27)$$

期望 $E_q[\beta]$ 通过式(3)进行计算。式(26)的更新应用于 θ_i 的所有 $K+1$ 项。最后一项是所有不活跃聚类的聚集量,可以设置为 $\alpha E[\beta_{>k}]$,因为 $C_{i>K}$ 通过截断设置为 0。

上述更新是相互依赖的,因为更新 $\hat{\phi}_{ibnk}$ 需要通过 $\hat{\theta}_i$ 来计算期望,反之亦然。在每一个图像中交替进行更新直到收敛。

精度矩阵 \mathbf{S} 的变分参数 $\hat{\mu}_k$ 和 \hat{V}_k 的更新如下:

$$\hat{\mu}_k = \mu + (1/D) \sum_{i=1}^N \sum_{b=1}^D \sum_{n=1}^{N_b} \hat{\phi}_{ibnk} \quad (28)$$

$$\hat{V}_k = V + (1/D) \sum_{i=1}^N \sum_{b=1}^D \sum_{n=1}^{N_b} E_q [z_{ibn}^k g_{ibn} g_{ibn}^T] \quad (29)$$

从上式中抽取两个统计量 C_k 和 F_k 。

$$C_k = \sum_{i=1}^N \sum_{b=1}^D \sum_{n=1}^{N_b} \hat{\phi}_{ibnk} \quad (30)$$

$$F_k = \sum_{i=1}^N \sum_{b=1}^D \sum_{n=1}^{N_b} \hat{\phi}_{ibnk} [g_{ibnK} g_{ibnK}^T + \hat{\Sigma}_{ibnK}] \quad (31)$$

这两个统计量是训练图像集中所有分派给聚类 k 的数据统计量。

图像块 g 的变分参数 \hat{g} 和 $\hat{\Sigma}$ 的更新如下:

$$\hat{g}_{ibnk} = (1/\delta^2) \hat{\Sigma}_{ibnk} C_{ibn}^T (P_{ibn} x_i - \hat{m}_{ibn}) \quad (32)$$

$$\hat{\Sigma}_{ibnk} = ((1/\delta^2) C_{ibn}^T C_{ibn} + E_q[S_k])^{-1} \quad (33)$$

图像块均值 m 的变分参数 \hat{m} 和 $\hat{\Theta}$ 的更新如下:

$$\hat{m}_{\rho_{bn}} = \hat{g}_{bn} (\tau/\sigma + (1/\delta^2) \mathbf{1}^T (P_{bn} x_i - C_{bn} E_q [g_{bn}])) \quad (34)$$

$$\hat{\Theta}_{bn} = \sigma \delta^2 / (\delta^2 + \sigma O_{bn}) \quad (35)$$

其中, O_{bn} 表示在对齐基点 b 下第 n 个块中可观测的像素的数目。

全局变分因子中, 折断比例 ν 的变分参数 $\hat{\rho}$ 和 $\hat{\omega}$ 的更新并没有解析解, 因此采用基于梯度的更新。与 $\hat{\rho}$ 和 $\hat{\omega}$ 相关的目标函数式是 L_{image} 和 L_{weight} , 经过分析, 涉及 $\hat{\rho}$ 和 $\hat{\omega}$ 的计算式中, 对 Gamma 函数求对数并累加, 然后计算期望是比较困难的, 这里借鉴文献[26]的思路, 针对式(36)中的对数 Gamma 函数设计一种近似边界, 即:

$$\log \Gamma(\alpha) - \sum_{k=1}^{K+1} \log \Gamma(\alpha \beta_k) \geq -\log \alpha + \sum_{k=1}^{K+1} \log \alpha \beta_k \quad (36)$$

利用这一近似边界, 求得关于 $\hat{\rho}$ 和 $\hat{\omega}$ 的新的目标函数:

$$\begin{aligned} L_{\rho, \omega}^{\wedge} = & \sum_{k=1}^K [-\log \Gamma(\hat{\omega}_k) + \log \Gamma(\hat{\rho}_k \hat{\omega}_k) + \log \Gamma(\hat{\omega}_k - \hat{\rho}_k \hat{\omega}_k)] + \\ & [N(K+1-k) + \gamma - (1 - \hat{\rho}_k) \hat{\omega}_k] [\psi((1 - \hat{\rho}_k) \hat{\omega}_k) - \\ & \psi(\hat{\omega}_k)] + (N+1 - \hat{\rho}_k \hat{\omega}_k) [\psi(\hat{\rho}_k \hat{\omega}_k) - \psi(\hat{\omega}_k)] + \\ & \alpha E_q [\beta_k] T_k \end{aligned} \quad (37)$$

其中, T_k 定义为:

$$T_k = \sum_{i=1}^N E_q [\log \omega_{ik}] \quad (38)$$

由于 $\hat{\rho}$ 介于 0 与 1 之间, 而 $\hat{\omega}$ 是大于 0 的数, 因此该问题是一个约束优化问题, 为进一步简化求解, 通过使用 Sigmoid 函数和 Log 函数, 将 $\hat{\rho}$ 和 $\hat{\omega}$ 映射为:

$$\hat{\rho}^{\Delta} = \text{sigmoid}(c) = 1/(1+e^{-c}) \quad (39)$$

$$\hat{\omega}^{\Delta} = e^d \quad (40)$$

这样, $\hat{\rho}$ 和 $\hat{\omega}$ 的约束优化问题转化为 c 和 d 的无约束优化问题, 利用 L-BFGS 优化算法求解即可。

$$c, d = \arg \max_{c, d} L_{\rho, \omega}^{\wedge}(\hat{\rho}(c), \hat{\omega}(d)) \quad (41)$$

4.3 聚类分量的新增和归并机制

4.3.1 新增机制

在通用先验训练过程中, 通过分量新增机制可以增加新的有用的分量并且有助于规避局部最优解。因为训练中采用批次学习的方式, 每一个小的批次无法具有分量所需要的足够样本, 即使这些分量被整个图像数据库很好地支持, 所以整个新增过程需要进行两轮完整的数据访问过程。第一轮采集目标数据样本, 第二轮生成新的分量, 并用扩展的模型对每个批次进行更新。连续的新增过程可以交错地进行, 即在每轮中, 可以既有活跃的也有正在准备中的新增策略。具体步骤如下:

(1) 在第一轮中, 针对单一分量 k' , 从数据集 IS 中采集子样本集 IS' 。在对每个批次进行访问时, 如果 $\hat{\phi}_{k'} > \tau$ (τ 设置为 0.1), 则将 x_n 拷贝到 IS' 中。阈值要确保样本集中包含相关的数据。由于批次以随机不同的次序进行, 因此目标样本

集随着迭代步骤而变化。

(2) 在第二轮访问之前生成新的分量。通过运行有限次数的变分推理将数据集 IS' 拟合为包括 K' (设置为 10) 个混合分量的模型, 从而将整个模型扩展为 $K+K'$ 个分量。在新增模型分量中, 并没有对这些新分量所产生的 ELBO 的变化进行评估, 主要依赖随后的归并操作来移除不需要的分量。

(3) 在第二轮中访问每个批次, 并且对扩展后的 $K+K'$ 个混合模型执行局部和全局参数更新。分析目标数据集 X' 得到统计量 CFT' , 并将其并入全局统计量 CFT° 中。数据集 X' 有两种分派结果: 分派给最初的分量 (最有可能是 k') 或者分派给全新的分量。经过这一轮后, 从 CFT° 去掉 CFT' , 使得 CFT° 和全局参数与数据集 IS 一致。

一次新增多个分量的机制有助于规避局部最优解。同时新增分量可能会使 ELBO 少许下降, 因为增加了不必要的分量。然而, 随后的归并操作会拒绝较差的新增分量。

4.3.2 归并机制

归并操作有助于优化全局数据目标。由于推理的代价随分量数目 K 的增加而增加, 为了保持较小的 K , 设计归并操作可以将两个分量归并为一个分量。

给定两个待归并的分量 k_a 和 k_b , 形成一个包含 $K-1$ 个分量的候选模型 q' , 其中归并的分量 k_m 获取所有 k_a 和 k_b 指派信息, 即 $\hat{\phi}_{ibnk_m} = \hat{\phi}_{ibnk_a} + \hat{\phi}_{ibnk_b}$ 。由于统计量的可累加性, 归并后的全局统计量 $CFT_{k_m}^{\circ} = CFT_{k_a}^{\circ} + CFT_{k_b}^{\circ}$, 归并后的全局参数由式(28)、式(29)、式(41)计算。

具体来说, 通过随机选择分量 k_a 和 k_b , 比较现有模型 q 和候选模型 q' 的 ELBO 值。由于 $L(q')$ 的计算中除了 L_{entropy} 项, 其他都是 CFT 统计量的线性函数, 因此可以提前对所有可能的归并对计算 $L_{\text{entropy}_{a,b}} = -\sum_{i=1}^N \sum_{b=1}^D \sum_{n=1}^{N_b} (\hat{\phi}_{ibnk_a} + \hat{\phi}_{ibnk_b}) \log(\hat{\phi}_{ibnk_a} + \hat{\phi}_{ibnk_b})$ 项, 每个批次最多需要保存 $K(K-1)/2$ 个标量。这种预计算会加快后续的归并操作, 有助于改善模型质量和加快归并的迭代。在数据的一轮访问中执行一个新增操作和若干次归并操作, 经过几轮后会得到更高质量和更紧致的结构。

4.4 通用先验学习算法

本文利用式(30)、式(31)、式(38)这 3 个统计量的可累加性, 采用批次更新方式执行坐标上升算法。将数据集分成若干批次, 对所有批次完成访问称为一轮。在每个批次访问中, 首先对批次中每个图像的局部变分参数进行更新, 然后进行全局变分参数的更新。

该算法需要跟踪每个批次的统计量 (表示为 CFT_k^{bt} , 包括式(30)、式(31)、式(38) 3 部分的统计量), 然后累加到全局统计量 CFT° 中, 其定义为:

$$CFT_k^{\circ} = \sum_{bt=1}^B CFT_k^{bt} \quad (42)$$

其中, B 表示总批次次数。在访问完每个批次 bt 之后, 执行增量更新来累积统计量, 反映新批次的汇总情况, 并删除该批次 bt 以前的值。

$$CFT_k^{bt} \leftarrow \left[\sum_{i \in IS^{bt}} \sum_{b=1}^D \sum_{n=1}^{N_{ib}} \hat{\phi}_{ibnk}, \sum_{i \in IS^{bt}} \sum_{b=1}^D \sum_{n=1}^{N_{ib}} \hat{\phi}_{ibnk} [g_{ibnk} g_{ibnk}^T + \Sigma_{ibnk}], \sum_{i \in IS^{bt}} E_q[\log \omega_{ik}] \right] \quad (43)$$

其中, IS^{bt} 是图像数据集 IS 的批次数据集。综上,通用先验训练过程如算法 1 所示。

算法 1 通用先验训练的变分推理过程

输入: 图像数据集 IS

输出: $\hat{\rho}, \hat{\omega}, \hat{\mu}, \hat{V}, CFT^o$

初始化 $\hat{\rho}, \hat{\omega}, \hat{\mu}, \hat{V}, CFT^o$;

1. Repeat
2. For each batch IS^{bt} in IS do
3. 根据式(25)更新 $\hat{\phi}$;
4. 根据式(26)更新 $\hat{\theta}$;
5. 根据式(32)、式(33)更新 \hat{g} 和 $\hat{\Sigma}$;
6. 根据式(34)、式(35)更新 \hat{m} 和 $\hat{\Theta}$;
7. $CFT_k^o \leftarrow CFT_k^o - CFT_k^{bt}$;
8. 根据式(43)更新 CFT_k^{bt} ;
9. $CFT_k^o \leftarrow CFT_k^o + CFT_k^{bt}$;
10. 根据式(28)、式(29)更新 $\hat{\mu}$ 和 \hat{V} ;
11. 根据式(41)更新 $\hat{\rho}$ 和 $\hat{\omega}$, 调用 L-BFGS 优化求解;
12. End for
13. 执行 4.3.1 节中的聚类新增策略;
14. 执行 4.3.2 节中的聚类归并策略;
15. Until ELBO 收敛

算法 1 中每个批次中最为耗时的操作为块分量指派变分参数 $\hat{\phi}_{ibnk}$ 的更新。整个算法的时间复杂度为 $O(Iter * N * D * N_{ib} * K)$, 其中, $Iter$ 为算法的迭代次数, N 为数据集 IS 中的图像数目, D 为图像块维度, N_{ib} 为在第 i 幅图像中对齐基点 b 下的图像块数目, K 为分量数目。在算法的执行过程中,仅需要保存每个批次的汇总量(C^{bt}, F^{bt}, T^{bt}), 这需要较少额外的存储量。

5 图像复原算法

由于自然图像的重尾分布,即使使用大量训练集,测试图像仍然可以包含独特的纹理图案。而基于非参贝叶斯的 DP 混合模型可以提供一致的方法来捕获这种模式,从目标退化图像学习 K^e 个新的退化图像的聚类,并借助统计量的可累加性,扩充通用数据库中训练得到的 K 个聚类。这些新的聚类分量可以得到更为精确的后验估计,以更好地优化目标。

通过调用算法 1 完成对退化图像的训练,通过多轮的坐标上升更新得到 K^e 个新的退化图像的局部聚类,然后扩展变分后验为 $K+K^e$ 个聚类。局部统计量的结果根据局部图像块的分派进行求解, F^e 项需要去掉噪声方差的期望。

$$C_k^e = \sum_{n=1}^{N_{ib}} \hat{\phi}_{nk} \quad (44)$$

$$F_k^e = \sum_{n=1}^{N_{ib}} \hat{\phi}_{ibnk} [g_{ibnk} g_{ibnk}^T + \Sigma_{ibnk} - \sigma^2 I] \quad (45)$$

类似地,另一个全局变分因子 $q(\nu)$ 通过充分统计量 C_k^e 来扩展至 $K+K^e$ 项。

由于在退化图像中进行更新,此时退化图像是观测变量 y , 而待复原的干净图像 x 是隐变量变分因子, x 的变分分布及变分参数 \hat{x} 的更新公式如下:

$$q(x) \sim Normal(\hat{x}, \hat{\gamma}) \quad (46)$$

$$\hat{x} = (\delta^2 \mathbf{H}^T \mathbf{H} + \sigma^2)^{-1} [\delta^2 \mathbf{H}^T y + \sigma^2 \sum_{n=1}^{N_n} P_n^T (C_n E_q[\hat{g}_n] + \hat{m}_n)] \quad (47)$$

在完成 $\{\nu, S\}$ 的更新后,固定全局变分因子,对所有局部变分变量参数进行多轮更新,直至最大化变分目标 L' :

$$L' = \Delta E_q[\log(y, x, IS, \cdot) - \log q(x, \cdot)] \quad (48)$$

综上,图像复原算法如算法 2 所示。

算法 2 图像复原算法

输入: 退化图像 y , 通用先验模型

输出: \hat{x}

1. 调用算法 1 训练退化图像从而生成 K^e 分量;
2. 扩展 $q(\nu)q(S)$ 使其包括 $K+K^e$ 个分量;
3. Repeat
4. 根据式(25)更新 $\hat{\phi}$;
5. 根据式(32)更新 \hat{g} ;
6. 根据式(34)更新 \hat{m} ;
7. 根据式(26)更新 $\hat{\theta}$;
8. 根据式(47)更新 \hat{x} ;
9. Until ELBO 收敛
10. Return

6 实验结果与分析

本文从 BSDS 数据集^[27]中挑选的 200 张图像中均匀采样出 200 万个图像块作为训练集,用来学习通用外部先验知识。图 3 是通用先验训练时,批次更新方法、结合新增和归并机制的批次更新方法和完整数据更新方法进行变分推理求解的对比图。由图 3 可知,结合新增及归并机制的批次变分推理方式的收敛性能更好,并且取得了更好的 ELBO 值。

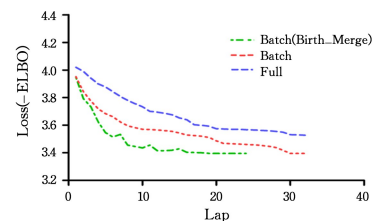


图 3 不同变分推理方法的对比

Fig. 3 Comparison of various variational inference methods

在图像去噪和填充实验中,选择经典合成图像及 BSDS 部分图像作为评估图像。图 4 给出了部分测试用图。



图 4 部分测试图像

Fig. 4 Partial evaluation images

实验的硬件配置为: Intel(R) Core(TM) i7-8700K@3.70 GHz, RAM 为 32GB, 在 Python 环境下进行测试。本文采用峰值信噪比 PSNR 和结构相似性 SSIM 作为算法的客观度量。估计图像的质量越高, 则有更高的 PSNR 和 SSIM 值, 相对来说 SSIM 评估更贴近于主观质量评价。

在参数设定上, 图像块均值 m 的参数 τ 和 σ 利用最大似然估计来计算, 通过块的经验协方差矩阵来估计精度矩阵 S 中的超参数 n 和 V 。图像块大小在模型中扮演着重要的角色, 过大的块会导致边缘模糊, 丢失细节的纹理, 块太小会产生锯齿效果。为了评估不同大小的块对复原结果的影响, 本文实验选择 8×8 的块, 以较好地适配不同的噪声水平。

6.1 图像去噪

本文模型中变分参数对聚类分量的可扩展性以及统计量的可累加性, 使得分别从干净图片和噪声图片学习的先验可以自然地合并。图 5 给出了实验图像块指派的内外部分量的统计示例。图 5 中块的后验概率通过内部或者外部的聚类分量计算得到, 蓝色的像素块表示以该像素为中心的块在外部聚类分量中块具有较低的概率, 红色的像素块表示在内部聚类分量中块具有较低的概率。内外部先验的融合有助于得到更好的复原效果。

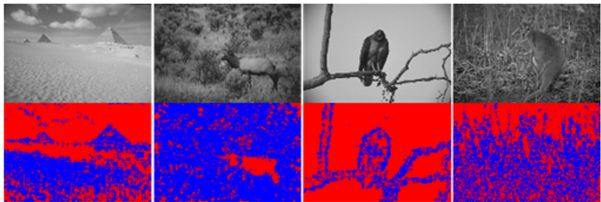


图 5 内外部块统计(电子版为彩色)

Fig. 5 Internal and external patch statistics

值得一提的是, 本文模型也可以采用单纯外部方法进行(算法 2 中去掉退化图像训练的步骤)。

原始图像利用标准差分别为 30, 40, 50, 75 的加性高斯噪声进行污染, 在去噪实验中 H 为单位阵。表 1 列出了本文方法与 BM3D^[3], NL-Bayes^[8], PGPD^[9], EPPGIC^[10], EPLL^[11] 等优秀的去噪算法的对比结果, 其中 PGPD 和 EPPGIC 算法是内外部分方法合并的方法, EPLL 是外部方法, BM3D 和 NL-Bayes 是内部方法。表 1 中数值为每个噪声标准差下所有测试图像的平均 PSNR 值(表中单元格上方值)和平均 SSIM 值(表中单元格下方值), 最好的结果加粗表示。在实验的所有噪声级别下, 本文的 SSIM 值最好, 而低噪声下 PSNR 值略弱于 EPPGIC 方法, 但本文方法在视觉观感及恢复局部细节方面有着突出的表现, 这可以在图 6 的视觉

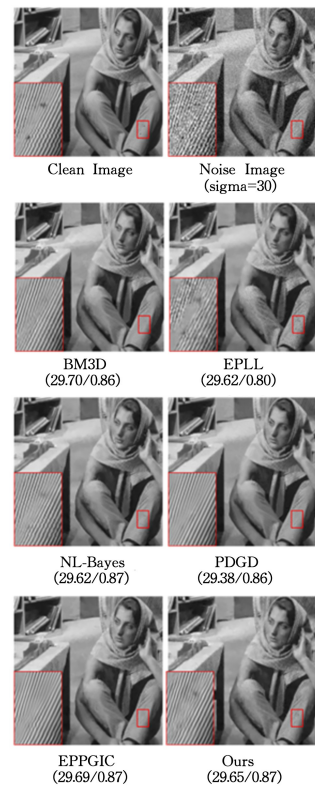
质量分析对比中得到印证。

表 1 去噪结果对比

Table 1 Comparison of denoising results

σ	BM3D ^[3]	EPLL ^[11]	NL-Bayes ^[8]	PGPD ^[9]	EPPGIC ^[10]	Ours
30	29.74	29.55	29.68	29.70	29.85	29.75
	0.82	0.80	0.81	0.82	0.82	0.82
40	28.32	28.06	28.38	28.49	28.55	28.47
	0.78	0.76	0.77	0.78	0.79	0.79
50	27.43	27.05	27.18	27.50	27.59	27.53
	0.75	0.73	0.74	0.76	0.76	0.77
75	25.62	25.26	25.10	25.71	25.80	25.82
	0.68	0.67	0.67	0.70	0.71	0.72

图 6 进一步说明了内部和外部聚类分量相结合对单个测试图像的作用。内部方法能够很好地捕获捕捉一些独特的纹理, 如条纹的衣服, 但在光滑的背景区域易产生伪影; 外部的 EPLL 会更好地表示平滑的表面和轮廓, 但在恢复条纹方面较弱。

图 6 去噪视觉质量对比($\sigma=30$)Fig. 6 Comparison of visual quality of denoising results ($\sigma=30$)

从图 6 中的局部放大区域可见, 原始图中腿部的两处黑点在 BM3D, EPPGIC, PGPD 方法的复原图中被过渡平滑了, 而使用本文方法恢复纹理后, 上述两处黑点还可以清楚可见, 这主要得益于本文模型能自适应地将外部和内部聚类结合, 通过捕获图像块的自相似性, 减少了具有规则纹理的大区域中的伪像。

在更高噪声级别下($\sigma=75$), 各种方法的复原都普遍出现伪像。如图 7 所示, BM3D, PDGD 和 EPPGIC 方法有大量的波纹, NL-Bayes 方法在物体及人像边缘处出现了较多的伪像, EPLL 方法的局部区域中人脸信息丢失严重, 本文方法在地面处有少量伪影。但相比对比方法, 本文方法无论是在客观 PSNR 和 SSIM 度量, 还是在视觉观感上都有一定的优势。

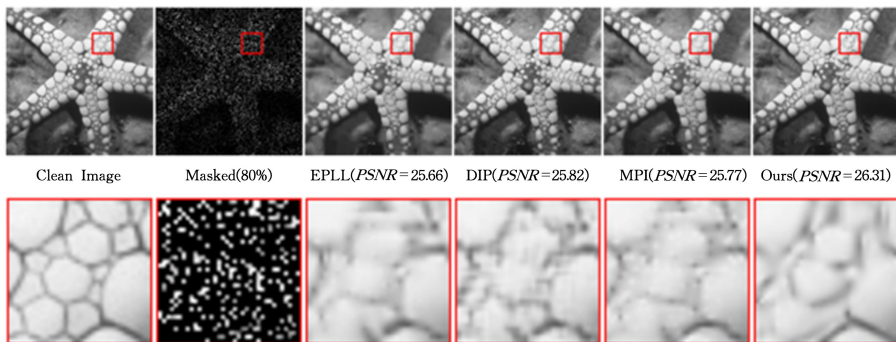
图7 去噪视觉质量对比($\sigma=75$)Fig. 7 Comparison of visual quality of denoising results($\sigma=75$)

图8 80%丢失率下填充视觉质量的对比

Fig. 8 Comparison of visual quality of random inpainting when data lost ratio is 80%

结束语 本文设计了一种基于狄利克雷过程混合模型的内外先验融合实现图像复原的算法。该算法从干净图像数据库中学习到通用先验,从退化图像中学习内部先验,借助聚类分量新增及归并机制,以及模型中统计量的可累加性,实现内外部先验的自然融合。鉴于模型的复杂性可以自适应于训练观测图像的变化,以及利用内部先验的学习来捕获图像的内部自相似性这两点优势,本文方法在图像去噪及填充上相比传统方法取得了更好的复原效果。下一阶段会将模型推广应用到图像去模糊、超分辨等其他图像复原任务中。

参考文献

[1] JAIN P, TYAGI V. LAPB: Locally adaptive patch-based wavelet domain edge-preserving image denoising [J]. Information Sciences, 2015, 294: 164-181.

[2] QIAO T, REN J, WANG Z, et al. Effective denoising and classification of hyperspectral images using curvelet transform and singular spectrum analysis [J]. IEEE Transactions on Geoscience

6.2 图像填充

在填充实验中,本文将 30%, 40%, 50%, 80% 的像素缺失率的随机遮蔽算子应用于原始图像中,将所提方法的填充性能与 EPLL^[11], DeepImagePrior (DIP)^[13], MPI^[14], E-PL^E^[28]等优秀填充方法进行了对比。这几种方法中,E-PL^E是内部先验的方法,EPLL 是外部先验学习的方法,DIP 和 MPI 是深度学习的方法。

表 2 列出了本文方法与对比的图像填充方法在 BSDS 测试集上平均 PSNR 值的对比结果,表中数值为不同数据丢失率下所有测试图像的平均 PSNR 值。从表 2 可以看出,本文方法在所有的丢失率下比其他方法更优。

表 2 随机填充结果对比

Data Lost Ratio/%	MPI ^[14]	DIP ^[13]	EPLL ^[11]	E-PL ^E ^[28]	Ours
30	40.32	40.43	40.18	40.25	40.64
40	38.42	38.56	38.29	38.31	38.65
50	37.12	36.24	36.95	37.04	37.36
80	29.72	29.75	29.54	29.63	29.92

在视觉感观方面,图 8 给出了 starFish 图像在随机丢失 80% 像素情况下的还原示例,重点是比较图像的平滑和纹理区域的填充结果。从局部放大图可见,本文方法比其他方法无论在纹理还是平滑区域的复原上,效果都更为理想。

and Remote Sensing, 2017, 55(1): 119-133.

[3] DABOV K, FOI A, KATKOVNIK V, et al. Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(8): 2080-2095.

[4] GAN L, ZHAO F C, YANG M. Self-adaptive group sparse Representation Method for image inpainting [J]. Computer Science, 2018, 45(8): 272-276.

[5] GAVASKAR R G, CHAUDHURY K N. Fast Adaptive Bilateral Filtering [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2019, 28(2): 779-790.

[6] GUPTA P, MOORTHY A K, SOUNDARARAJAN R, et al. Generalized Gaussian scale mixtures: A model for wavelet coefficients of natural images [J]. Signal Processing: Image Communication, 2018, 66: 87-94.

[7] XIAO J S, GAO W, PENG H, et al. Detail Enhancement for Image Super-Resolution Algorithm Based on SVD and Self-Similarity [J]. Chinese Journal of Computers, 2016, 39(7): 1393-1406.

[8] LEBRUN M, BUADES A, MOREL J M. A nonlocal Bayesian

- image denoising algorithm[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2013, 6(3): 1665-1688.
- [9] XU J, ZHANG L, ZUO W, et al. Patch group based nonlocal self-similarity prior learning for image denoising [C] // 2015 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2015: 244-252.
- [10] CHEN F, ZHANG L, YU H. External patch prior guided internal clustering for image denoising[C]//2015 IEEE International Conference on Computer Vision. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2015: 603-611.
- [11] ZORAN D, WEISS Y. From learning models of natural image patches to whole image restoration[C]//2011 IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2011: 479-486.
- [12] XU J, ZHANG L, ZHANG D. External prior guided internal prior learning for real-world noisy image denoising[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2018, 27(6): 2996-3010.
- [13] ULYANOV D, VEDALDI A, LEMPITSKY V. Deep image prior[C]//2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2018: 9446-9454.
- [14] CHAUDHURY S, ROY H. Can fully convolutional networks perform well for general image restoration problems? [C] // 2017 Fifteenth IAPR International Conference on Machine Vision Applications (MVA). Nagoya, Japan: IEEE, 2017: 254-257.
- [15] SCHMIDT U, ROTH S. Shrinkage fields for effective image restoration[C]//2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Los Alamitos, CA, USA: IEEE, 2014: 2774-2781.
- [16] CHEN Y, YU W, POCK T. On learning optimized reaction diffusion processes for effective image restoration[C]//2015 IEEE International Conference on Computer Vision. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2015: 5261-5269.
- [17] BURGER H C, SCHULER C, HARMELING S. Learning how to combine internal and external denoising methods[C]// German Conference on Pattern Recognition. Berlin: Springer, 2013: 121-130.
- [18] MOSSERI I, ZONTAK M, IRANI M. Combining the power of internal and external denoising[C]//IEEE international conference on computational photography (ICCP). Los Alamitos, CA, USA: IEEE Computer Society, 2013: 1-9.
- [19] MULLER P, QUINTANA F A, JARA A, et al. Bayesian non-parametric data analysis[M]. New York: Springer, 2015.
- [20] PRABHAKARAN S, AZIZI E, CARR A, et al. Dirichlet process mixture model for correcting technical variation in single-cell gene expression data[C]//International Conference on Machine Learning. New York, USA: International Machine Learning Society, 2016: 1070-1079.
- [21] ZHANG X. A very gentle note on the construction of dirichlet process [R]. Canberra: The Australian National University, 2008.
- [22] SETHURAMAN J. A Constructive Definition of the Dirichlet Prior[J]. *Statistica Sinica*, 1994, 4(2): 639-650.
- [23] HOSINO T. Two Alternative Criteria for a Split-Merge MCMC on Dirichlet Process Mixture Models[C]//International Conference on Artificial Neural Networks. Cham, Switzerland: Springer, 2017: 672-679.
- [24] BLEI D M, KUCUKELBIR A, MCAULIFFE J D. Variational inference: A review for statisticians[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 2017, 112(518): 859-877.
- [25] HUGHES M C, SUDDERTH E B. Memoized online variational inference for Dirichlet process mixture models[J]. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2013: 1133-1141.
- [26] HUGHES M, KIM D I, SUDDERTH E B. Reliable and scalable variational inference for the hierarchical Dirichlet process[C]//18th International Conference on Artificial Intelligence and Statistics. San Diego, CA, USA: Microtome Publishing, 2015: 370-378.
- [27] MARTIN D, FOWLKES C, TAL D, et al. A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics[C]//Eighth IEEE International Conference on Computer Vision. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2002: 416-423.
- [28] WANG Y Q. E-PLE: An algorithm for image inpainting [J]. *Image Processing On Line*, 2013, 3: 271-285.



ZHANG Mo-hua, born in 1979, Ph. D., associate professor, is a member of China Computer Federation. His main research interests include machine learning, intelligent information processing, and image processing.