

# 基于分支定界法的机场终端区单一进离场程序设计优化

周 隽<sup>1,2</sup> 王天淇<sup>1</sup>

1 中国民航大学中欧航空工程师学院 天津 300300

2 中国民航大学中法联合空管应用数学研究中心 天津 300300

**摘要** 当前绝大部分机场进离场程序是通过人工设计并借助计算机辅助软件绘制完成的,在充分发挥空域资源方面仍有可提升空间。为此,文中提出了单一进离场程序设计的优化方法,以期程序设计人员提供有效的决策支持。首先,结合所需导航性能(Required Navigation Performance RNP)的导航规范建立了进离场程序的三维模型,考虑了诸如障碍物规避等飞行限制条件;其次,对于每个障碍物给出了3种不同的规避方式,沿障碍物边缘顺时针或逆时针转弯,或在障碍物下方保持当前飞行高度;随后,应用分支定界法(Branch and Bound, B&B)对问题进行解算,其中分支策略对应障碍物的不同规避方式;最后,针对两种不同的障碍物布局结构对算法进行测试,并与传统的A\*算法比较计算耗时。仿真实验表明,所提算法能够在较短时间内计算出规避障碍物且符合RNP导航运行要求的最优路径;通过调整目标函数中权重系数的值,可以获得连续爬升或下降的程序,对于飞机降噪减排有积极影响。

**关键词**: 航路规划;障碍物规避;分支定界法;机场;空中交通管理

中图法分类号 V355

## Single Departure and Arrival Procedure Optimization in Airport Terminal Area Based on Branch and Bound Method

ZHOU Jun<sup>1,2</sup> and WANG Tian-qi<sup>1</sup>

1 Sino-European Institute of Aviation Engineering, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China

2 China-France Research Center of Applied Mathematics for ATM, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China

**Abstract** Currently, the majority of airport departure and arrival procedures are designed manually and drawn with the help of computer-aided software. There is still room for improvement in bringing airspace resources into full play. In order to provide effective decision support for actual procedure designers, an optimization methodology of single departure and arrival programming is proposed. Firstly, each route is modeled in three dimensions in compliance with the Required Navigation Performance (RNP), and flight restrictions such as obstacle avoidance are considered. Secondly, three different ways of obstacle avoidance are proposed: bypassing clockwise or counter-clockwise along the obstacle boundary, or maintaining the current flight level below the obstacle. Then, a Branch and Bound (B&B) approach is developed, where the branching strategies corresponded to different ways of obstacle avoidance. Finally, the algorithm is tested for two different obstacle layout structures, and the computation time is compared with the A\* algorithm. The results show that, the algorithm can provide optimal routes avoiding obstacles and conforming to the RNP requirements in a short computing time. Moreover, by adjusting different weight coefficients in the objective function, the procedure of continuous climbing or descending can be obtained, which has positive impact for aircraft noise and emission reduction.

**Keywords** Path planning, Obstacle avoidance, Branch and Bound method, Airports, Air traffic control

### 1 引言

机场终端区(Terminal Maneuvering Area, TMA)作为空中交通运输的起点和终点,是最为复杂的空域之一。未来20年世界范围内航空运输量的年平均增长率约为4.7%<sup>[1]</sup>。由航空运输量的增长而引起的交通拥堵在TMA尤为显著。为

缓解这一问题,国内外许多城市兴建机场,增加跑道。所需导航性能是一种具有高精度和高设计灵活度的导航新技术,尤其适合在TMA应用<sup>[2]</sup>。因此,基于RNP对机场进离场程序进行优化设计,不仅能在战略层面提高空中交通运输效率,还能够减少财力物力等方面的消耗。

进离场程序的设计需要结合机场布局和周边环境<sup>[3-4]</sup>,并

基金项目:天津市自然科学基金(17JCYBJC43100);中央高校基本科研业务经费专项资金(3122016U006);中国民航大学科研启动基金(2017QD02S)

This work was supported by the Natural Science Foundation of Tianjin, China (17JCYBJC43100), Fundamental Research Funds for the Central Universities of Ministry of Education of China (3122016U006) and Scientific Research Start-up Fund of Civil Aviation University of China (2017QD02S).

通信作者:周隽(junzhou615@qq.com)

符合国际民航组织标准<sup>[5]</sup>,从优化层面考虑,属于路径规划范畴。根据不同的空间维度可将进离场程序优化研究分为二维<sup>[6-8]</sup>与三维<sup>[9-10]</sup>。二维航路优化一般不考虑航路的高度。Eele等应用分支定界法(Branch and Bound, B&B)寻找最短航路,通过顺时针或逆时针转弯的方式规避所构造的圆形障碍物<sup>[6]</sup>。Pierre等将障碍物轮廓以点集表示,利用凸包生成法(Convex Hull Generation)结合遗传算法(Genetic Algorithm, GA),同样以顺时针或逆时针转弯的方式规避障碍物<sup>[7]</sup>。Li等综合考虑了航路安全性及航程最小的指标,应用改进蚁群算法选择最优航路点序列,并引入平滑算法获得最优航路<sup>[8]</sup>。进离场程序的三维优化更符合实际需求,但其在数学模型和算法应用上复杂程度较高。Michalek提出了基于A\*算法的多条进离场程序优化,通过改变航向角来规避障碍物,但并未考虑调整航路高度规避冲突的可能性<sup>[9]</sup>。Zhou等在给定规避障碍物和航路最小间隔约束的情况下,结合快速行进算法(Fast Marching Method)和模拟退火算法(Simulated Annealing, SA)设计进离场程序,但未考虑航空器的爬升及下降角度限制<sup>[10]</sup>。综合来看,二维航路优化复杂度较低,研究结果比较丰富,但是不够贴近实际情况;而三维优化现有的研究成果较少,且在航路建模及障碍物规避方式上有待补充和丰富。

本文主要有两点创新之处:1)结合RNP的导航规范建立了进离场程序的三维模型,尤其在竖直平面内考虑了航空器不同的爬升和下降角度,更加符合实际情况;2)提出了除改变航向外的另一种障碍物规避方式,即保持飞行高度,这一策略不仅符合飞行员和空管员的实际操作习惯,还扩充了优化问题的解空间,有利于获得更优的解。根据模型特点设计B&B算法的分支和定界策略进行求解。由于模型和算法的复杂程度较高,本文只研究单一进离场程序的优化设计。

## 2 进离场程序优化的数学模型

### 2.1 障碍物建模

航空器的运行需要考虑诸多限制因素,其中障碍物(例如山区、禁飞空域等)的规避是最重要的限制因素之一。将障碍物及其相应保护区建模为三维圆柱体,使其两底面与水平面平行。形状不规则的障碍物可由一个或多个圆柱体组合表示。令 $M \in \mathbb{R}$ 表示圆柱体总个数,每个圆柱 $\Omega_j, j=1, \dots, M$ 定义为 $(C_j(x_j, y_j), r_j, z_{j \text{ inf}}, z_{j \text{ sup}})$ ,其中 $C_j(x_j, y_j)$ 与 $r_j$ 分别表示 $\Omega_j$ 两底面的圆心与半径, $z_{j \text{ inf}}$ 与 $z_{j \text{ sup}}$ 分别表示下底面与上底面的高度,如图1所示。

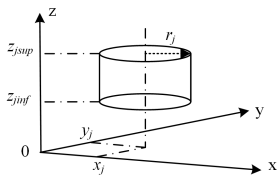


图1 障碍物建模示意图  
Fig. 1 Obstacle modeling

### 2.2 进离场程序建模

每个进离场程序 $\gamma$ 由两部分构成:一条水平平面内的光滑曲线 $\gamma_H$ 和竖直平面内与其相关的近似扇形区域 $\gamma_V$ 。在水平平面,将曲线 $\gamma_H$ 建模成一系列首尾相连且彼此相切的线段和圆弧,如图2(a)所示。这种建模方式符合RNP在线段

和圆弧段上的导航规范。在竖直平面,由于航空器性能的差别及外界环境(大气、风)的影响,同一航路上航空器的爬升、下降角有所差异,导致航迹剖面图由跑道起呈发散状。因此将 $\gamma_V$ 建模成囊括此程序上航迹剖面的近似扇形区域,更确切地说是由两个分段连续线性函数所包围的带,如图2(b),(c)所示。其中,近似扇形区域下界对应的分段函数的斜率为最小爬升或下降角 $\alpha_{\min}$ (在爬升或下降路段上)或0(在保持飞行高度的航段上);类似地,近似扇形区域上界对应的分段函数的斜率为最大爬升或下降角 $\alpha_{\max}$ 或0。

在水平平面,曲线 $\gamma_H$ 连接起点 $A(x_A, y_A)$ 与终点 $B(x_B, y_B)$ ,定义为函数 $\gamma_H: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,其中 $\gamma_H(0) = (x_A, y_A)$ , $\gamma_H(1) = (x_B, y_B)$ 。在竖直平面,起点A对应的高度为 $H_A$ ,近似扇形区域 $\gamma_V$ 定义为:

$$\gamma_V: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3 \rightarrow [h_{\text{inf}}(d(t)), h_{\text{sup}}(d(t))] \quad (1)$$

其中, $\mathbb{R}$ 表示 $\mathbb{R}$ 上区间的集合; $d(t) = \int_0^t \|\gamma_H'(s)\| ds$ 表示0至 $t$ 的水平飞行距离; $[h_{\text{inf}}(d), h_{\text{sup}}(d)]$ 表示当水平飞行距离为 $d$ 时, $\gamma_H$ 横截面上对应的高度区间,且 $\gamma_V(0) = (H_A, H_A)$ 。在离场程序的情况下, $\gamma_H$ 与 $\gamma_V$ 的关联关系如图2所示。

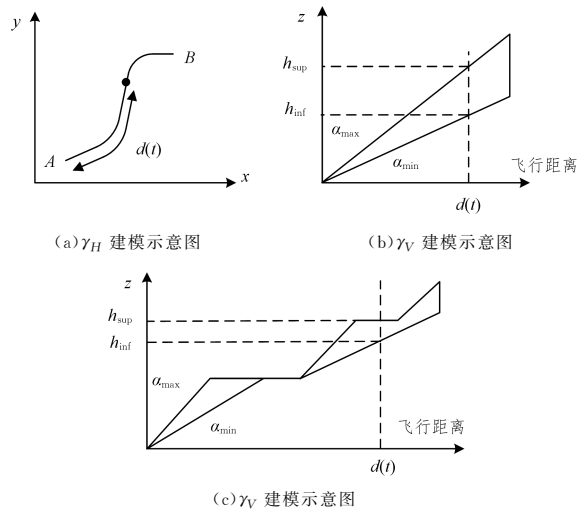


图2 离场程序建模

Fig. 2 Departure procedure modeling

### 2.3 数学模型

#### 2.3.1 决策变量

对于每个障碍物 $\Omega_j, j=1, \dots, M$ 与其相关联的决策变量有两个,分别记作: $s_j$ 和 $t_j$ 。当 $\gamma$ 与 $\Omega_j$ 接触并且对 $\Omega_j$ 进行规避,则此时 $\Omega_j$ 是“激活的”,以决策变量 $s_j$ 来表示:

$$s_j = \begin{cases} 0, & \Omega_j \text{ 未激活} \\ 1, & \Omega_j \text{ 激活} \end{cases}, \forall j=1, \dots, M \quad (2)$$

而 $t_j$ 则表示了 $\gamma$ 对 $\Omega_j$ 的规避方式,且只有当 $s_j=1$ 时 $t_j$ 的取值才有意义:

$$t_j = \begin{cases} 0, & \text{逆时针转弯} \\ 1, & \text{顺时针转弯} \\ 2, & \text{保持当前飞行高度} \end{cases} \quad (3)$$

#### 2.3.2 构造进离场程序方法

当所有决策变量 $(s_j, t_j)_{j=1, \dots, M}$ 的值取定,与之相对应的进离场程序 $\gamma$ 的形状随之确定。在构造 $\gamma$ 前先对障碍物进行编号:计算每个障碍物在水平面的圆心坐标 $(x_j, y_j), j=1, \dots, M$ 到起点 $A(x_A, y_A)$ 与终点 $B(x_B, y_B)$ 连线的投影长

度,长度越短编号越小,如图3所示。

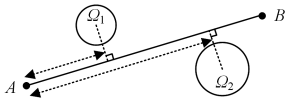


图3 障碍物编号方法

Fig. 3 Obstacle numbering method

随后构造  $\gamma$  在水平面内的光滑曲线  $\gamma_H$ 。取所有“激活的”且以转弯方式规避的障碍物 ( $s_j = 1, t_j = 0$  或  $1, j = 1, \dots, M$ ), 按照编号递增的顺序将它们两两相连。设  $\Omega_j$  与  $\Omega_k$  为这样两个障碍物, 当二者相离, 它们有四条公切线, 记作  $\{P_l Q_l \mid l = 1, 2, 3, 4\}$ 。当  $t_j, t_k$  已知, 取  $P_l Q_l, l = 2t_j + t_k + 1$ , 将二者相连, 如图4所示。对于障碍物相切和相交的情况也按类似方法连接。曲线  $\gamma_H$  由按以上方法构造的公切线及沿障碍物圆周连接公切线的弧线段逐段首尾相连构成。此时, 曲线  $\gamma_H$  只包含两两相切的线段和弧线段, 满足 RNP 的运行规范。

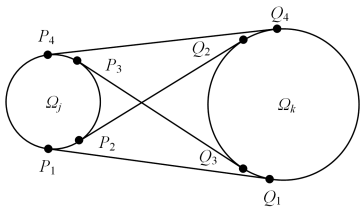


图4 两障碍物的连接方式(水平面投影示意图)

Fig. 4 Connection method of two obstacles (projection in the horizontal plane)

随后构造竖直平面内的近似扇形区域  $\gamma_V$ 。它的下界  $h_{inf}$  是关于水平飞行距离  $d$  的函数, 在“激活的”且以保持飞行高度方式规避的障碍物 ( $s_j = 1, t_j = 2, j = 1, \dots, M$ ) 下表面保持高度  $z_j$ , 即与水平面夹角为 0, 在其他位置与水平面夹角为  $\alpha_{min}$ , 且  $h_{inf}$  在水平面的投影与  $\gamma_H$  重合。类似地, 可以构造  $h_{sup}$ , 只需以  $\alpha_{max}$  替代  $\alpha_{min}$  即可。其中  $\alpha_{min}$  和  $\alpha_{max}$  的值由用户定义。近似扇形区域  $\gamma_V$  即为  $h_{inf}$  与  $h_{sup}$  所包围的区域。

2.3.3 约束条件

本模型中考虑的约束条件包括以下几点。

(1)障碍物规避。通过决策变量的选择来实现此约束, 当障碍物与地表相连(例如山区、城市), 则只能通过绕飞对其进行规避 ( $t_j = 0$  或  $t_j = 1$ ); 其他情况则可以通过绕飞 ( $t_j = 0$  或  $t_j = 1$ ) 或保持飞行高度 ( $t_j = 2$ ) 对其进行规避。

(2)对正跑道。航空器在进近(5边)飞行阶段前需要调整航向并对正跑道; 类似地, 在离场(1边)飞行阶段也需先保持对正跑道, 随后才可以调整航向。因此, 人为的在跑道头一定距离设置虚拟障碍物, 并给定虚拟障碍物的绕飞方向(顺时针或逆时针), 使得航路在5边或1边与跑道对正, 并在进入5边前或离开1边后能够通过绕飞虚拟障碍物实现航向的改变。

(3)最大最小转弯半径。根据飞机性能数据库 BADA<sup>[11]</sup>, 航空器的转弯半径  $R$  可由下列公式计算:

$$R = \frac{V_{GS}^2}{g \cdot \tan \Phi} \tag{4}$$

其中,  $V_{GS}$  为航空器地速;  $\Phi$  为航空器倾斜角;  $g$  为重力加速度。为保证转弯半径对该程序上的所有航空器都是可以实现的,  $R$  的值必须大于最小转弯半径  $R_{min}$ :

$$R_{min} = \frac{V_{GS, max}^2}{g \cdot \tan \Phi_{max}} \tag{5}$$

其中,  $V_{GS, max}$  为航空器在 TMA 的最大地速;  $\Phi_{max}$  为航空器在 TMA 的最大倾斜角。根据 BADA, 令  $V_{GS, max} = 400 \text{ kt}$ ,  $\Phi_{max} = 25^\circ$ , 则此时最小转弯半径  $R_{min} = 5 \text{ n mile}$ 。此外, 为了避免过大转弯, 美国联邦航空管理局相关文件<sup>[17]</sup>规定航空器转弯半径  $R$  的值必须小于最大转弯半径  $R_{max} = 13 \text{ n mile}$ 。为满足最大最小转弯半径限制, 对障碍物建模进行预处理, 使每个圆柱体  $\Omega_j, j = 1, \dots, M$  的半径满足  $R_{min} < r_j < R_{max}$ 。

(4)保持飞行高度航段相关的约束。保持飞行高度虽然是一种有效的障碍物规避方式, 但在起飞和下降航段保持飞行高度将导致飞机油耗和  $\text{CO}_2$  排放增加。因此, 规定每条程序保持飞行高度的航段个数不得超过两个; 此外, 保持飞行高度航段不得低于 3000 英尺。

2.3.4 目标函数

由于通过保持飞行高度来规避障碍物会增加飞机油耗和噪声污染。因此, 在目标函数中除了考虑航路的水平面投影长度  $\int_0^t \|\gamma_H'(s)\| ds$ , 还要考虑保持飞行高度航段的总长度  $L_{LF}$ , 目标函数由两项加权求和表示, 记作  $L_\gamma$ :

$$L_\gamma = c_1 \int_0^t \|\gamma_H'(s)\| ds + c_2 L_{LF} \tag{6}$$

其中,  $c_1, c_2 \in [0, 1]$  为每项对应的权重系数, 其值由用户指定。

3 解算方法:分支定界法

由于数学模型中决策变量的取值为整数, 进离场程序优化问题实际被建模为整数规划问题。B&B 算法是解决整数规划类问题最常用的方法之一。本文的分支策略是基于障碍物规避方式提出的, 如图5所示。每一个障碍物  $\Omega_j, j = 1, \dots, M$ , 可以分出四支, 分别是不激活 ( $s_j = 0$ )、激活且以逆时针转弯规避 ( $s_j = 1, t_j = 0$ )、激活且以顺时针转弯规避 ( $s_j = 1, t_j = 1$ )、激活且以保持飞行高度规避 ( $s_j = 1, t_j = 2$ )。通过此分支方法将可行解空间反复分割为越来越小的子集。设  $SP$  为求解进离场程序  $\gamma$  的分支界定法中生成的一解空间子集, 其中只有部分决策变量的值确定, 记作  $\{(s_j, t_j)\}_{j \in J}, J \subset \{1, \dots, M\}$ 。则  $SP$  的目标下界通过以下方式计算: 将未取值的决策变量设为未激活, 即  $\{s_j = 0\}_{j \in (\{1, \dots, M\} \setminus J)}$ ; 按照 2.3.2 节中的方式构造相应的进离场程序, 记作  $\gamma_{SP}$ ; 根据式(6)计算其值  $L_{\gamma_{SP}}$ , 即  $SP$  的目标下界。每次分支后, 对目标下界大于当前最优值的子集进行剪枝, 进而逐步缩小搜索范围以获得最优解。

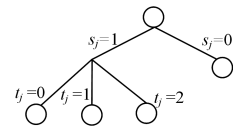


图5 分支策略

Fig. 5 Branching strategies

由本问题的分支策略可知, 若障碍物个数为  $M$ , 则解空间中最多有  $4^M$  个元素。随着障碍物个数的增加, 解空间的规模也随之呈指数形式增长, 运算的耗时将大大增加。为了提高运算效率, 本文采取文献[12]中提出的方法对障碍物进行预处理。文献[12]证明了在二维平面连接两点且规避圆盘

形障碍物的最短路径实际上位于连接这两点的线段的周围部分障碍物所构成的凸包内。因此,在计算最短路径前对全部障碍物进行过滤,剔除不会对最优路径产生影响的障碍物,缩小解空间规模。这一方法对于求解三维空间规避圆柱形障碍物的最短路径仍然是成立的,因为圆柱障碍物在水平面投影为圆盘,而一条可行的三维路径可以在水平面上规避圆盘障碍物的最短路径的基础上进行构造。

### 4 算例仿真

本文基于两种不同的人为生成的算例对算法进行测试。通过改变目标函数式(1)中权重系数  $c_1, c_2$  的值以观察其对最优进场程序构型的影响。由于进场程序和离场程序的最优设计方法是类似的,只需改变  $\alpha_{min}$  和  $\alpha_{max}$  的值即可,因此算例均以离场程序为例。根据文献[5]中的进场程序设计指标,取  $\alpha_{min} = 7\%$  ( $\sim 4^\circ$ ),  $\alpha_{max} = 11\%$  ( $\sim 6.3^\circ$ )。由于篇幅限制,障碍物的水平面投影示意图及相关参数取值参见链接<sup>1)</sup>(提取码:76×9)。运算平台为 2.4 GHz 处理器、8 GB 安装内存的 Linux 系统笔记本电脑。

#### 4.1 算例 1:9 个障碍物的情况

离场程序起点、终点分别为  $(x_A, y_A, H_A) = (9, -3, 0)$ ,  $(x_B, y_B) = (38, 38)$ , 单位为海里。仿真结果见图 6, 数值结果

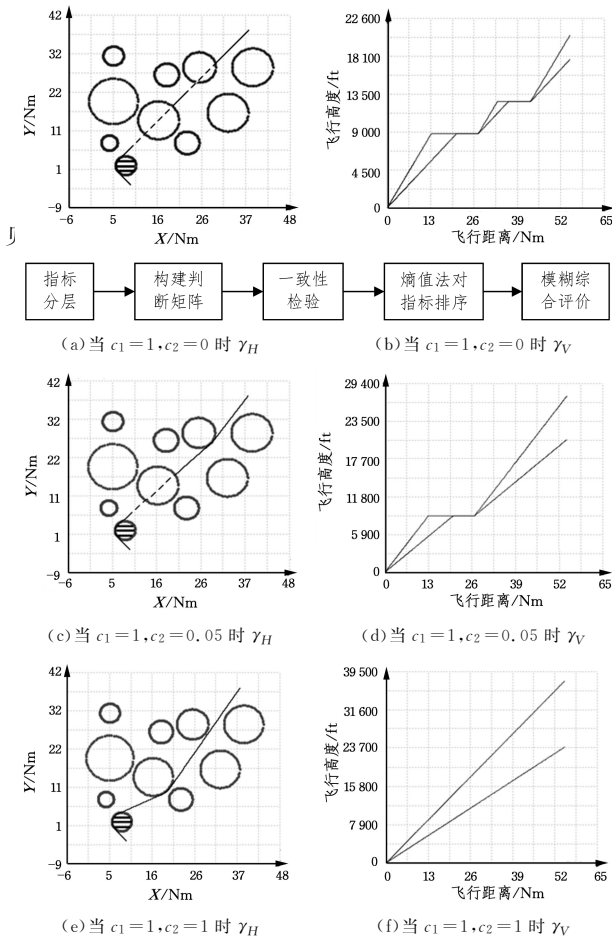


图 6 算例一仿真结果

Fig. 6 Simulation results of example 1

图 6(a)、图 6(c)和图 6(e)中条纹阴影的圆盘表示为了使离场程序对准跑道而人为设置的虚拟障碍物,虚线部分表示

保持飞行高度的航路段。由仿真结果可见,当  $c_1 = 1, c_2 = 0$  时,保持飞行高度的航路段在目标函数中权重为零,因此算法优先选取保持飞行高度的方法规避障碍物(图 6(a),图 6(b));当  $c_2 = 0.05$  时,保持飞行高度的航段在目标函数中权重增加,因此以逆时针转弯的方式规避圆心为(26,28)的障碍物优于保持飞行高度的方式(图 6(c),图 6(d));当  $c_2 = 1$  时,最优解仅通过转弯方式规避障碍物(图 6(e),图 6(f))。总体来看,随着  $c_2$  值的增大,算法逐渐倾向于以转弯的方式规避障碍物,相应最优解中保持飞行高度航段的总距离逐渐减小,水平投影长度逐渐增大。此外, $c_2 = 0.05$  时的计算耗时较另外两种情况增加了 20%左右。原因在于,此时算法在规避障碍物时对于保持飞行高度或转弯的选择倾向性比较均衡,导致迭代次数增加。将本算法与传统的 A\* 算法进行比较,应用文献[9]中的二维路径优化算法,采用相同障碍物布局,当取步长为 1.5 海里时,A\* 算法找到最优路径的计算时间约为 0.6 s,迭代次数为 497 次。可见本算法在运算效率上更优,并且获得的路径更平滑。

表 1 算例一数值结果

Table 1 Numerical results of example 1

算例 1	$C_1=1, C_2=0$	$C_1=1, C_2=0.05$	$C_1=1, C_2=1$
耗时/s	0.082	0.105	0.084
B&B 展开节点数	24	33	28
$\int_0^t \ \dot{\gamma}_H'(s)\  ds/n \text{ mile}$	54.88	55.08	56.28
$l_{LF}/n \text{ mile}$	23.86	13.9	0
$L_\gamma/n \text{ mile}$	54.88	55.77	56.28

#### 4.2 算例 2:18 个障碍物的情况

离场程序起点、终点分别为  $(x_A, y_A, H_A) = (4, -8, 0)$ ,  $(x_B, y_B) = (65, 65)$ , 单位为海里。仿真结果见图 7, 数值结果

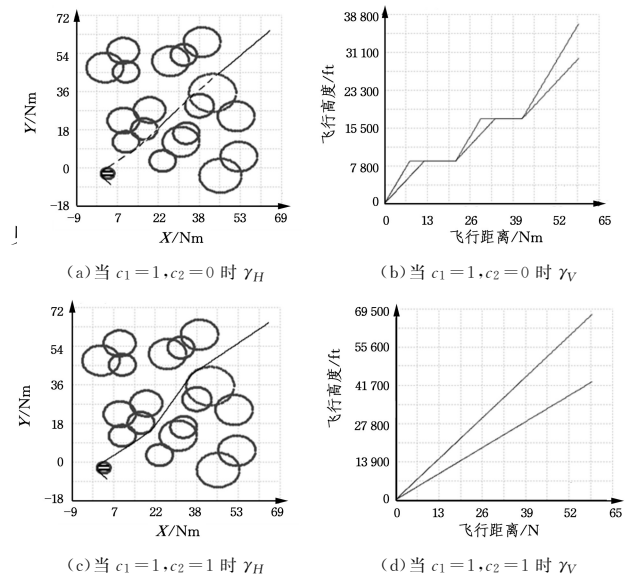


图 7 算例 2 仿真结果

Fig. 7 Simulation results of example 2

与算例 1 类似,图 7(a)和图 7(c)中条纹阴影的圆盘表示人为设置的虚拟障碍物,虚线部分表示保持飞行高度的航路段。由仿真结果可见,当  $c_1 = 1, c_2 = 0$  时,算法优先选取保持飞行高度的方法规避障碍物(见图 7(a),图 7(b));但由于保

(下转第 571 页)

<sup>1)</sup> <https://pan.baidu.com/s/10ZeWdX5vJkanSogabBchCA>

- [16] WILLIAM L O, TIMOTHY G T, CHARLES H. Verification, Validation, and Predictive Capability in Computational Engineering and Physics[R]. SAND 2003-3769, 2003.
- [17] ASME PTC 19. 1-2005, Test Uncertainty[S]. New York:NY, 2006.
- [18] LING Y, MAHADEVAN S. Quantitative Model Validation Techniques; New Insights[J]. Reliab. Eng. Syst. Saf., 2013; 217-231.
- [19] DOU W, HU C X. Simulation and Experimental Study on Water Hammer Characteristics of Liquid Rocket Engine[J]. Rocket Propulsion, 2013, 39(2): 4.
- [20] WANG J, LV W J, MEN X S. Development of Thermal Fluid Simulation Model Library Based on Modelica [C]// The 8th China Aviation Society Youth Science and Technology Forum, 2018.



**GUO Cong-rui**, born in 1991, master, intermediate engineer. Her main research interests include multidisciplinary system modeling and simulation.



**WANG Jun**, born in 1984, master, senior engineer. His main research interests include multidisciplinary system modeling and simulation.

(上接第 555 页)

持飞行高度航段个数不能超过两个,因此仍有部分障碍物是以转弯方式规避的;随着  $c_2$  值的增大,算法逐渐倾向于以转弯的方式规避障碍物(见图 7(c),图 7(d))。此外, $c_2=1$  时的计算耗时约为  $c_2=0$  时的 0.5 倍,主要原因是当  $c_2=1$  时,算法更倾向于通过转弯方式规避障碍物,B&B 中含有保持飞行高度的分支比较容易被剪除,使得总迭代次数减少。与算例 1 类似,将本算法与文献[9]中应用的 A\* 算法进行比较,当步长为 3 海里时,在 70 s 的计算时间内无法找出最优路径,当步长增加为 4 海里时,A\* 算法找到最优路径的计算时间约为 7 s,与本算法在  $c_2=1$  时的计算耗时相比,可见本算法在运算效率上更优。

表 2 算例二数值结果

Table 2 Numerical results of example 2

算例 1	$C_1=1, C_2=0$	$C_1=1, C_2=1$
耗时/s	11.07	5.17
B&B 展开节点数	5522	2587
$\int_0^1 \gamma_H'(s) ds/n$ mile	100.34	101.38
$l_{LF}/n$ mile	44.56	0
$L_T/n$ mile	100.34	101.38

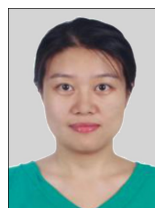
**结束语** 首先,本文建立了符合 RNP 操作规范的进离场程序三维模型,并考虑了实际运行中的约束条件。其次,给出了 3 种不同的障碍物规避方式,既扩充了最优化问题的解空间,又切合实际空管员及飞行员的操作习惯。随后,应用了 B&B 算法对问题进行解算,其中分支策略是基于不同障碍物规避方式提出的。最后,仿真结果表明,该算法可以在复杂障碍物布局下对最优进离场程序进行高效地解算;通过调整目标函数中权重系数的值可以获得连续爬升或下降的进离场程序,对国家倡导的民航降噪减排有积极意义。本文提出的优化方法可以有效地为实际进离场程序设计人员提供决策支持。在后续的工作中将在现有成果基础上拓展研究多条进离场程序的优化设计方法。

## 参考文献

- [1] Boeing. Current market outlook 2017-2036[R]. Seattle:Boeing, 2018.
- [2] International Civil Aviation Organization (ICAO). Doc. 9613-AN/937, Performance-based Navigation (PBN) Manual [S].

Montreal:ICAO, 2008.

- [3] DAI F Q, JIE L. Research on Flight Program Optimization of Central and Small Airport Terminal Area Based on PBN[J]. Science Technology and Engineering, 2012, 12(34): 9270-9274.
- [4] YANG X S, DING S B, LEI Z, et al. Optimization of the entry and exit procedures of Ningbo Lishe Airport[J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2007, 25(3): 8-12.
- [5] International Civil Aviation Organization (ICAO). Doc. 8168-OPS/611, Aircraft Operations [S]. Montreal:ICAO, 2006.
- [6] EELE A, RICHARDS A. Path planning with avoidance using nonlinear branch and bound optimization [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(2): 384-394.
- [7] PIERRE S, DELAHAYE D, CAFIERI S. Aircraft trajectory planning with dynamical obstacles by artificial evolution and convex hull generations [J]. Lecture Notes in Electrical Engineering, 2017, 420: 49-67.
- [8] LI J J, XU R M, LIU D S, et al. Improved ant colony algorithm for route planning optimization[J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(14): 3276-3280.
- [9] MICHALEK D. Optimization of airport terminal-area air traffic operations under uncertain weather conditions[D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2011.
- [10] ZHOU J, CAFIERI S, DELAHAYE D, et al. Optimization of arrival and departure routes in terminal maneuvering area[C]// Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Research in Air Transportation, Istanbul, 2014: 1-4.
- [11] Eurocontrol Experimental Center (ECC). User manual for the base of aircraft data (BADA), revision 3. 10, EEC Technical Report No. 12 /04 [R]. France:EEC, 2012.
- [12] KIM D S, YU K, CHO Y, et al. Shortest Paths for Disc Obstacles[C]// Proceedings of the International Conference on Computational Science and Its Applications, 2004: 62-70.



**ZHOU Jun**, born in 1988, Ph.D, lecturer. Her main research interests include applied mathematics and air traffic management.