

基于价格趋势驱动的元学习算法在线投资组合策略

戴宏亮 梁楚欣

广州大学经济与统计学院 广州 510006

摘要 随着我国经济的迅速发展和国民可供分配收入的不断增加,人们投资需求变得更为强烈,如何高效合理地进行投资组合俨然成为投资者关注的热点问题。针对在线投资组合策略过于单一的价格预测和难以确定精准投资比例的问题,提出了基于价格趋势驱动的元学习算法在线投资组合策略(TPPT)。首先,考虑到股票价格异象的影响,提出了根据历史窗口期的等权重斜率值的三状态价格预测方法来追踪价格变化。其次,加入基于梯度投影的快速误差反向传播(BP)算法来求解投资比例。于是 TPPT 策略就将资产的增加能力反馈到投资比例上,以此来最大化累积财富。最后,5 个典型数据的实证分析表明了 TPPT 策略在平衡风险与收益上占据较大的优势,是一种稳健且行之有效的在线投资组合策略。

关键词: 在线组合投资;价格异象;三状态价格;梯度投影;投资比例

中图法分类号 TP391

Meta-learning Algorithm Based on Trend Promote Price Tracing Online Portfolio Strategy

DAI Hong-liang and LIANG Chu-xin

School of Economics and Statistics, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China

Abstract With the rapid development of China's economy and the continuous increase of income available for distribution, people's investment demand has become more intense, and how to efficiently and rationally carry out investment portfolio has become a hot issue for investors. In response to the problem that online portfolio strategy predict stock price singly and is difficult to determine its accurate investment proportion, we propose a meta-learning algorithm based on Trend Promote Price Tracing (TPPT). Firstly, considering the influence of stock price anomalies, a three-state price prediction method which is based on the equal-weight slope value of the historical window period, is proposed to track the price changes. Secondly, the Error Back Propagation (BP) algorithm based on gradient projection is added to solve the investment ratio. Thus, TPPT strategy maximizes the cumulative wealth by feeding back the increasing capacity of assets to the investment ratio. Finally, the empirical analysis of five typical data shows that TPPT strategy has a great advantage in balancing risk and return, it is shown that TPPT strategy is a robust and effective online portfolio strategy.

Keywords Online portfolio investment, Price anomalies, Three-state price, Gradient projection, Investment proportion

1 引言

在线投资组合选择是机器学习领域^[1]热门的研究课题。其关键问题在于如何在不确定市场环境下连续地选择最优的投资组合,以达到金融证券市场中累计收益最大化或损失最小化的目标。解决该投资组合问题时,主要根据 Markowitz 的均值方差理论^[1]和 Kelly 的资本增长理论^[1]。基于 Kelly 资本增长理论将投资组合策略分为基准策略、模式匹配策略、追随赢家策略、追随输家策略、元学习算法。

基准策略一般用作验证新策略方法的有效性,它是作为策略的一个基准对比。而模式匹配策略则是利用价格数据的相关性进行数据的筛选,并结合求解投资比例的算法进行计算。源于股票价格的趋势效应,追随赢家策略认为前期表现好的资产,在后期中仍会有不错的表现,在每一期都提高赢家组合的相对权重。如泛投资组合策略^[2](Universal Portfolio, UP)、在线牛顿梯度策略^[2](Online Newton Step, ONS)、峰值

价格追踪系统^[3](Peak Price Tracking, PPT)。追随输家策略则与赢家相反,源于股票价格的反转效应,由于投资者反应过度,前期表现不好的股票在后期会表现好(均值回归),即输赢易位。如在线移动均值回归策略^[4](Online Moving Average Reversion, EMA)和稳健的均值回归策略^[4](Robust Median Reversion, RMR)分别以移动平均值和中位数来计算下一期股票价格。此外,在加权平均的算法基础上, Gao 等结合了被动攻击算法以减少单周期预测假设对性能下降的影响^[5]。高斯加权回归策略(Gaussian Weighting Reversion, GWR)更是将噪声数据、异常值和窗口大小敏感性考虑在内,采用高斯函数对滑动窗口中的数据进行加权,利用市场数据的“时间有效性”,通过二次平均估计来降低噪声和异常值的影响^[6]。元学习算法,则体现了“集成”的思想,它可以是不同算法的集成,或者不同算法在不同设置下的集成,又或者是数据集的不同部分采用不同分类器的集成。Guan 等提出的本地自适应学习系统,无缝集成了防御策略(追随输家策略)和进取策略(追

基金项目:国家社会科学基金一般项目(18BTJ029)

This work was supported by the General Projects of National Social Science Foundation(18BTJ029).

通信作者:戴宏亮(hldai618@gzhu.edu.cn)

随赢家策略),建立了一个评价函数来预测趋势并激活相应的选择策略^[7]。

然而,若模式匹配策略所选择历史窗口期的数据相关性均不强,那么它并未时刻都呈现最佳的价格预测状态,将严重影响后续的价格预测。在股价预测上,有很多相应的股票预测方法,例如 Yao 等^[8]提出了一种基于流特征模式的股市跟踪预测算法(SFM-PG),根据股票间的相关性构建贝叶斯网络。但其针对股票价格的异象的股票趋势效应及反转效应策略原则,对股票价格的计算方式过于单一,不能动态且合理地根据当前股票价格现象调整下一期的股票价格,造成预测股票价格出现较大偏差,从而影响了下一期投资比例的计算。

因此,本文在价格预测上结合了元学习算法的思想,提出了基于价格趋势驱动的元学习算法在线投资组合策略(Trend Promote Price Tracing, TPPT),将追随赢家策略与追随输家策略的思想结合起来,通过等权重的斜率线性组合的方式以激活对应的股票价格预测,在此基础上进行快速 BP 算法来进一步确定投资比例。TPPT 策略是根据股票的历史价格来对下一期股票价格动态预测方面做出调整,同时利用基于梯度投影的快速 BP 算法计算投资比例,最终根据投资比例反馈投资调整而非单纯地通过价格预测来判断是否进行投资。实证分析表明,TPPT 策略是一个稳健且有效的在线投资组合策略。

本文的创新点如下:

(1)提出一种新的动态价格预测方法:采用斜率的线性组合预测股价趋势,参考趋势线判断股票走势的思想,采用两点间的斜率来估计股票的动向,并采取等权重的方式将窗口期内的斜率线性组合起来,用以判别下一股票价格的走势。

(2)提出三状态的价格预测方法:根据判别出的股票走势,基于股票趋势原则及反转原则,通过等权重的斜率线性组合以激活对应的股票价格预测,采用 3 种不同计算方法来预测下一期股票价格。

(3)提出一个新的策略 TPPT:采用元学习算法,集成了五大策略原则中元学习算法策略的思想,其核心是集合追随赢家策略和追随输家策略的预测下一期股票价格的方式,将不同计算方法得出的股票价格与基于梯度投影的快速 BP 算法结合起来,得到股票不同的投资比例,并获得可观的收益。

本文第 2 节介绍问题设置及相关工作;第 3 节给出 TPPT 策略的详细模型介绍;第 4 节呈现策略对比的实验结果;最后总结全文及展望未来。

2 问题设置与相关工作

2.1 问题设置

假设金融市场现存在 m 类资产、 n 期交易期,现打算将资本投入这 m 类资产中。第 t 期各类资产的价格记为 $\mathbf{p}_t = (p_t^1, p_t^2, \dots, p_t^m) \in \mathbf{R}_m$, $\mathbf{R}_m$ 是 m 维的正实数向量构成的集合。资产的价格变动用 $\mathbf{x}_t$ 表示,它是由一个 m 维的相对价格向量组成的。

$$\mathbf{x}_t = (x_t^1, x_t^2, \dots, x_t^m) \in \mathbf{R}_m, t=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

其中,第 i 分量 x_t^i 表示第 i 类资产的第 t 期收盘价与第 $t-1$ 期收盘价的比值。于是第 t 期的第 i 类资产的相对价格为 $x_t^i = \frac{p_t^i}{p_{t-1}^i}$ 。那么,第 t 期投资于资产 i 的净值将变为 x_t^i ,即第 t

期对第 i 类资产的投资会通过因子 x_t^i 来增加。同样地,金融市场从第 t_1 期到 t_2 期的价格变化记为 $\mathbf{x}_{t_1}^{t_2}$,记为 $\mathbf{x}_{t_1}^{t_2} = \{x_{t_1}^1, \dots, x_{t_2}^1\}$ 。于是整个交易期间市场的价格变化为:

$$\mathbf{x}_1^n = \{x_1, \dots, x_n\} \quad (2)$$

在第 t 期期初,资本投资比例可用投资组合向量 $\mathbf{b}_t$ 表示,其中第 i 分量 b_t^i 表示投资于资产 i 的比重。显然权重之和为 1,若限制卖空,则权重非负。

$$\mathbf{b}_t \in \Delta_m, \Delta_m = \{\mathbf{b} : \mathbf{b} \geq 0, \mathbf{b}^\top \mathbf{1} = 1\} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{1}$ 表示 m 个元素均为 1 的向量, $\mathbf{b}^\top \mathbf{1}$ 是 $\mathbf{b}$ 与 $\mathbf{1}$ 的内积。在 n 期交易期中的投资策略表现为 $\mathbf{b}_n^1 = \{\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n\}$ 。在第 t 期交易期初,可根据投资组合向量 $\mathbf{b}_t$ 将资本按照对应的比值分配到各类资产中,并持有到第 t 期期末,于是资本增长倍数可表示为 $\mathbf{b}_t^\top \mathbf{x}_t = \sum_{i=1}^m b_t^i x_t^i$ 。

由于交易期一共有 t 期,前期的收益还可以投资到下一期的交易中。在模型中采用相对价格再投资的方式,因而资本净值可以累乘每一期的增长倍数。于是,在 n 期交易期结束后,初始资本为 S_0 ,投资组合 $\mathbf{b}_n^1$ 所累积的收益为:

$$S_n(\mathbf{b}_n^1) = S_0 \prod_{t=1}^n \mathbf{b}_t^\top \mathbf{x}_t = S_0 \prod_{t=1}^n \sum_{i=1}^m b_t^i x_t^i \quad (4)$$

其中, S_0 为初始资本,一般设置 $S_0 = 1$ 。

定义投资策略 $\mathbf{b}_n^1$ 的指数增长率为 $W_n(\mathbf{b}_n^1)$:

$$W_n(\mathbf{b}_n^1) = \frac{1}{n} \log(S_n(\mathbf{b}_n^1)) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \log(\mathbf{b}_t^\top \mathbf{x}_t) \quad (5)$$

投资组合选择以在线的动态方式来实现交易。在第 t 期期初,管理者根据历史的股票信息 x_{t-1}^i 来确定最佳的投资组合比例 $\mathbf{b}_t$ 后,当期的投资组合增长倍数将表示为 $\mathbf{b}_t^\top \mathbf{x}_t$ 。该交易过程不断重复,直到交易期结束,最终得到累积净值为 S_n 。

这里需要注意的是,在此框架下实现的交易策略有 3 个假设前提。

(1)交易成本(trans_cost, tc):假设模型没有交易成本及税负(参数设置中 $tc=0$)。

(2)市场流动性:假设任何人都能以收盘价买卖任何数量的任何资产。

(3)冲击成本:假设市场行为不会受到任何在线投资组合策略的影响。

2.2 相关工作

在线投资组合选择本质是一个优化问题,在复杂的金融背景下,无论是样本的选择,还是算法的设定,都影响着最终的风险及收益效果。在优化基础上,Tavana 建立了一个随机回归数学规划模型,收益由随机变量表示,在给定的分位数概率水平下,预期的未来总收益最大化^[9]。Gao 等通过添加 L1 范数约束投资组合权重,使用近端梯度投影法来跟踪价格趋势^[10]。在机会约束下,Han 等提出了基于鲁棒优化技术的机会约束投资组合选择模型的非对称逼近方法^[11]。Nyikosa 等将优化更进一步,将动态环境的功能建模看作黑箱,采用高斯过程推理机制,将大量先验信息折叠到黑箱(目标函数)中,以求全局的最优化^[12]。Zhang 等则利用相对熵作为距离函数,基于线性函数求解投资的范围^[13]。Yu 等^[14]考虑时间序列的非平稳性和单一模型的低效问题,提出多周期投资组合选择策略(OLAR),通过对 ARIMA 模型简化,在线设计闭式更新,利用在线被动供给算法调整投资策略来优化模型。

此外,学者们在基本的框架雏形下加入了许多更贴近生

活实际的细节信息,包括样本的选择问题、算法的各种演变及策略的应用领域等,以此来增强策略的可泛化能力及实用性。

2.2.1 在线投资组合选择策略的样本选择问题

在线投资组合选择是基于历史股票数据来进行下一步的预测投资,这使得如何筛选合适的样本来预测下一期的股票价格成为关键的一步。防御型的策略,如 EMA,RMR 等策略分别选取上一窗口期数据的指数移动平均值、L1 范数。进取型的策略,如 PPT 策略则采用直接采用窗口期的最大值进行预测。模式匹配类策略,样本选择主要是选择相似的历史相对价格的指标集,包括非参的基于核的样本选择方法、最近邻选择方法、基于相关性的样本选择方法等,利用两个市场窗口间的相似性来度量样本的相似性。

2.2.2 在线投资组合选择的算法演变

在线投资组合选择的最终累积财富所能达到的高度,主要取决于相对价格的预测计算以及对应的增长因子。例如, Skrinjaric 提出了一种新的基于趋势表示的对数密度正则化 (TRLR)投资组合优化系统,将对数密度正则化引入增长因子中,并在加权岭回归中将时间变量作为回归变量来捕抓价格趋势模式。在围绕这两关键因素,学者们展开不少的研究,并将随机化信息、基数约束等加入考虑^[15]。外部信息的加入是考虑到实际股票交易的复杂情况,对深入研究股票投资交易非常有研究意义。随机化信息、基数约束、交易成本及边信息的加入,是在原框架基础下的变形,是对在线投资组合策略的丰富及拓展。在这些基础条件的调整下,各类算法也进行了不少的演变,使得在线投资组合策略得到更大的研究推广空间。

考虑到随机化信息,Bean 等在梯度更新计算上加入了随机信息及约束项,分别推导出约束随机逼近算法和推广的指数梯度投资组合^[16]。基于投资者对下行损失和上行收益的不对称态度,Aifan 等提出了非对称分布不确定集的稳健多期投资组合选择^[17]。考虑到引入原始模型以限制资产数量的基数约束问题,Akbay 等提出了一个具有二次规划的并行变邻域搜索算法用于解决基于基数约束的投资组合优化问题^[18]。在交易成本、加入资产数目及资金比例的约束下,Zhu 等提出基于基数约束和交易成本的在线投资组合选择^[19]。考虑到交易成本,Wu 等^[20]考虑了高频交易产生的高频交易成本,提出了基于机器学习与在线学习理论的板指数梯度投资组合策略(SEG),通过对投资期划分,利用因子图算法求解投资组合迭代更新的闭式解来获得新一期的投资组合向量;Qu 等^[21]设计了在线牛顿步交易成本策略(Online Newton Step Transation Cost,ONST)。Moura 等发现动态条件相关模型和随机波动模型的加入可以为投资组合提供更稳定的收益^[22]。针对参数数量及频繁更新参数导致的计算及费用高,Puja 等提出基于原对偶算法的参数向量延迟更新算法来应对随机优化的更新模型^[23]。Das 等则考虑到频繁更改的投资组合所产生的巨大费用,提出一种群稀疏性框架的一般延迟在线学习系统^[24]。

考虑到边信息,Yang 等认为现有的投资组合策略没有考虑各种金融市场信息(边信息),限制了其实用性。其中边信息可以是最近的股票回报、波动指数、金融新闻指标等最佳表现的资产指标。他们利用了可用的边信息,采用弱聚合算法对专家意见进行聚合^[25]。Yang 等则认为边信息可以降低投

资风险^[26]。同样地,Thierry 等推导出从正则化投资组合优化模型获得的投资策略的样本外和次优保证,利用金融市场的边信息来获得最优的风险回报^[27]。算法演变上,Yang 等以专家为研究对象,在指数梯度策略的基础上,考虑不同参数下新的指数梯度策略^[28];而将 UP 策略与赛局理论框架联系起来,则得到一类针对有限投资期限设计的防御性在线投资组合选择算法^[29]。而 Rao 等^[30]基于信息融合的目的,尝试同时利用基本经济特征、技术指标、网络舆情 3 种信息源来进行股价预测,对不同类型的信息源数据进行针对性的处理,使其形成统一的数据集,然后使用 SVM 分类器建立预测模型。

2.2.3 在线投资组合选择策略的应用范围

在线投资组合选择的优化思想可被应用到各个领域。文献^[31]应用相关价格组合最优算法首次在价格相互关联的市场上在线最优地解决投资组合选择问题。在对股票涨跌的情绪微博帖子中,Koyano 等提出一种新的追随输家策略,以监督学习的方式来估计缺失的情绪,并使用它们来预测股票价格^[32]。研究上海证券交易所的经验发现,投资组合选择模型的性能在很大程度上取决于参数估计和初始资产选择,Chen 提出的混合算法解决了高阶矩的投资组合选择问题,并在典型的均值-方差模型上,扩展成均值-方差-偏度-峰度的模型^[33]。Yang 等将灰色关联分析加入金融理论投资策略研究中,将关注点定在收益率分布上,由此得来的投资组合价值大于基本技术分析的策略价值^[34]。

3 模型的详细介绍

3.1 模型简介

根据上述的累积财富计算方式可知,累积财富所能达到的高度与下一期的相对价格向量 $\mathbf{x}_t$ 及投资组合 $\mathbf{b}_t$ 息息相关,因此依据累积财富的总体算法框架,本文提出了 TPPT 策略模型,该模型将财富积累分为两大影响因素,即下一期的相对价格向量及投资组合向量。针对股票的价格异象,采用了三状态的价格计算方式,动态而合理地计算下一期相对价格向量。此后借助计算得到的相对价格向量,采用基于梯度投影的快速 BP 算法对投资组合比例进行计算。

3.2 TPPT 策略模型介绍

(1)利用斜率估计股票价格走势:参照价格趋势线的做法,利用直线的斜率综合考虑股票的走势,本文采用前一历史窗口数据点计算每两点间的斜率(即两点法求斜率),并采用等权重的方式线性组合起来,以此动态地采用不同的策略思想来预测下一期股票价格:

$$K_t^i = \frac{p_t^i - p_{t-k}^i}{t - (t-k)}, k = 1, \cdots, 4$$

(6)

其中, p_t^i 是第 t 期的第 i 类资产的收盘价; p_{t-k}^i 是第 $t-k$ 期的第 i 类资产的收盘价; $k_{t,t-k}^i$ 是第 t 期与第 $t-k$ 期两时间点的斜率值。窗口期内两两期之间的斜率值线性组合记 k_t^i 。

(2)预测下一期股票价格:参考趋势线中根据斜率预示股票走势的思想及股票价格异象,本文所采用的三状态价格计算方式,在上一历史窗口的股票走势上升时,利用一次指数平均算法计算下一期股票的收盘价;在上一历史窗口的股票走势不明时,选取当期价格作为下一期股票价格;在上一历史窗口的股票走势下降时,利用前一历史窗口的股票价格的最大值作为下一期的股票价格。

$$\hat{P}_{t+1}^i = \begin{cases} \alpha p_{t-4}^i + \alpha(1-\alpha)p_{t-3}^i + \alpha(1-\alpha)^2 p_{t-2}^i + \alpha(1-\alpha)^3 p_{t-1}^i + \alpha(1-\alpha)^4 p_t^i, & \sum_{k=1}^4 k_t^i > 0 \\ p_t^i, & \sum_{k=1}^4 k_t^i = 0 \\ \max_{0 < k < \omega-1} p_{t-k}^i, & \sum_{k=1}^4 k_t^i < 0 \end{cases}$$

(7)

其中, α 为指数移动平均的参数; $\hat{p}_{t+1}^i$ 是第 i 类资产的下一期的股票价格。

(3)利用基于梯度投影的 BP 快速算法计算投资向量比例:求解投资比例是实现累积财富最大化中至关重要的一环,在 TPPT 策略中,采用的是基于梯度投影的 BP 算法。总目标是最大化累积财富:

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \arg \max_{\mathbf{b} \in \Delta_d} \mathbf{b}_{t+1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1}$$

(8)

$$\text{s. t. } \|\mathbf{b} - \hat{\mathbf{b}}_t\| \leq \epsilon, \epsilon > 0$$

将下一期的投资比例 $\mathbf{b}_{t+1}$ 分解为当期的投资比例 $\mathbf{b}_t$ 和一个增量 $\mathbf{c}_{t+1}$, 则优化目标变为:

$$\mathbf{b}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \mathbf{c}_{t+1}$$

(9)

$$\mathbf{1}^T \mathbf{c}_{t+1} = \mathbf{1}^T \mathbf{b}_{t+1} - \mathbf{1}^T \hat{\mathbf{b}}_t = 0$$

(10)

$$\|\mathbf{c}_{t+1}\| = \|\mathbf{b}_{t+1} - \hat{\mathbf{b}}_t\| \leq \epsilon$$

(11)

$$\max_{\mathbf{b}_{t+1}} \mathbf{b}_{t+1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1} \Leftrightarrow \max_{\mathbf{c}_{t+1}} \mathbf{c}_{t+1}^T \hat{\mathbf{x}}_{t+1}$$

(12)

根据梯度投影下的 BP 算法得到:

$$\text{当 } \hat{\mathbf{x}}_{t+1, \perp} = 0, \hat{\mathbf{c}}_{t+1} = 0$$

(13)

$$\text{当 } \hat{\mathbf{x}}_{t+1, \perp} \neq 0, \hat{\mathbf{c}}_{t+1} = \frac{\epsilon \hat{\mathbf{x}}_{t+1, \perp}}{\|\hat{\mathbf{x}}_{t+1, \perp}\|}$$

(14)

下一步便是投资比例向量 $\mathbf{b}_{t+1}$ 的更新规则:

$$\tilde{\mathbf{b}}_{t+1} = \hat{\mathbf{b}}_t + \mathbf{c}_{t+1}$$

(15)

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \Pi_{\Delta_d} \tilde{\mathbf{b}}_{t+1} \triangleq \arg \min_{\mathbf{b} \in \Delta_d} \|\mathbf{b} - \tilde{\mathbf{b}}_{t+1}\|^2$$

3.3 TPPT 策略流程图

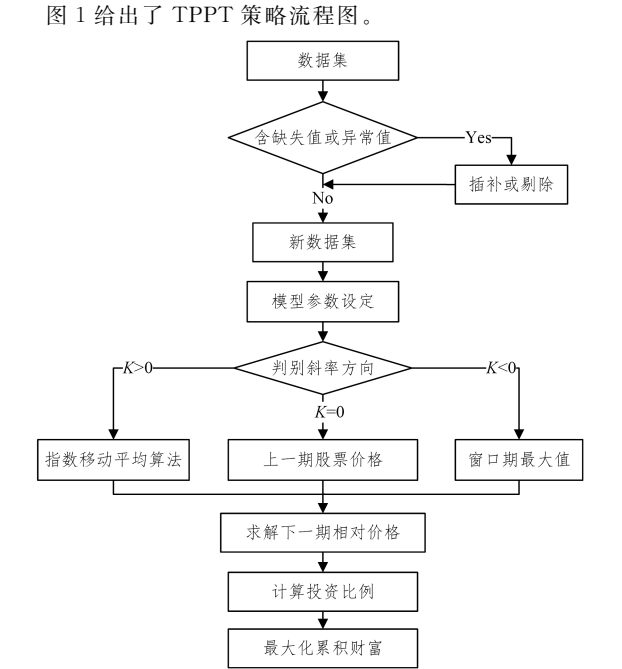


图 1 TPPT 算法流程

Fig.1 TPPT algorithm flow

首先从数据出发,对数据进行数据的预处理,包括异常值及缺失值的处理,主要是剔除或进行插补。其次是对模型的参数进行设定,TPPT 策略主要包含 2 个参数,即窗口期大小及约束参数。由于不同的参数设置对策略模型的效果有至关重要的影响,因此参数的设定需要结合实验背景。再次,计算窗口期内的股票价格斜率值,采用两点法求斜率。对窗口期内的股票价格进行两两计算后等权重线性组合起来,以此对比斜率值之和与 0 的关系,分别采用一次指数平均算法、前一期股票价格及窗口期最大值来作为下一期的股票价格。后续再进一步求解下一期的相对价格,并利用快速 BP 算法求解投资组合比例,进而求解累积财富。

3.4 TPPT 策略算法框

TPPT 策略的具体算法如算法 1 所示。

算法 1 TPPT 算法

输入:当前历史窗口日收盘价 $\{\mathbf{p}_{t-k}\}_{k=0}^{\omega-1}$

输出:下一期投资比例 $\hat{\mathbf{b}}_{t+1}$

1. 初始化:窗口长度 $W=5$,约束参数 $\epsilon=100$
2. for $t=1$ to n
3. for $i=1$ to m
4. 计算斜率值 k_t^i 大小
5. if $k_t^i > 0$, 则
6. 下一期股票价格为(α 设为 0.5);
7. $\alpha p_{t-4}^i + \alpha(1-\alpha)p_{t-3}^i + \alpha(1-\alpha)^2 p_{t-2}^i + \alpha(1-\alpha)^3 p_{t-1}^i + \alpha(1-\alpha)^4 p_t^i$
8. else if $k_t^i = 0$,
9. $\hat{p}_{t+1}^i = p_t^i$.
10. else
11. $\hat{p}_{t+1}^i = \max_{0 < k < \omega-1} p_{t-k}^i$.
12. end if
13. end if
14. 计算下一期相对价格向量 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = \frac{\mathbf{p}_t^i}{\mathbf{p}_{t-1}^i}$.
15. 计算下一期投资向量比例: $\tilde{\mathbf{b}}_{t+1} = \mathbf{b}_t + \mathbf{c}_{t+1}$.
16. 将下一期投资向量投影到 $0 \sim 1$ 间:

$$\hat{\mathbf{b}}_{t+1} = \arg \min_{\mathbf{b}_i \in \Delta_d} \|\mathbf{b} - \tilde{\mathbf{b}}_{t+1}\|^2$$

4 实验结果

本文采用了经典的数据集来进行实证分析,主要包括 2 个纽约交易所的数据集(NYSE(O)和 NYSE(N)),1 个道琼斯工业指数数据集(DJIA)、1 个标普 500 数据集(SP500)和 1 个多伦多证券交易所数据集(TSE)。数据集采用的是相对价格数据。此外,5 个数据集均考虑了分红和拆股并进行了复权。

表 1 数据集的汇总
Table 1 Summary of data sets

Data Set	Zone	Time	Day	Number of stock
NYSE(O)	US	1962.07.03–1984.12.31	5 651	36
NYSE(N)	US	1985.01.01–2010.06.30	6 431	23
SP500	US	1998.01.02–2003.01.14	1 276	25
DJIA	US	2001.01.14–2003.01.14	507	30
TSE	CA	1994.01.04–1998.12.31	1 259	88

4.1 用于比较的方法

在验证 TPPT 策略算法的性能时,采用了 8 种已有算法进行对比分析验证,同时选取五大策略类型中有代表性的策略进行对比分析。不同策略类型的对比分析如表 2 所列。

表 2 不同策略的对比

Table 2 Comparison of different strategies

Category	Strategy	Explanation
Benchmark	UBAH	购买并持有的策略。财富投资于初始投资组合的资产池中,并持有至结束
Benchmark	UCRP	恒定再平衡投资策略。该策略事先确定一种恒定的投资组合选择,并在第一期初按该投资组合选择确定的比例配置资产
Follow the Winner	UP	泛投资组合策略。将资金分配给单一的基本股票,最后汇集他们的财富
Pattern Matching	CORN	相关性驱动的非参数学习策略。利用跨窗口相关性,采用模式匹配的思想,用历史模式预测当前趋势
Follow the Loser	EMA	在线移动均值回归策略。一种多周期均值回归策略,精确地预测下一价格为窗口内的指数移动平均值
Follow the Loser	RMR	稳健的均值回归策略。运用第 t 期末稳健的 L1 均值回归来估计下一价格向量
Follow the Winner	ONS	在线牛顿梯度策略。将增长率作为底层分类器的最优凸组合来实现
Meta-Learning	TPPT	基于三状态价格预测下的在线投资组合策略

4.2 参数设置

在 TPPT 策略的算法窗口中有两参数需要被设定,即窗口宽度 W 及约束参数 ϵ ,参照以往的设定及五日均线的思想,窗口 W 的取值为 5。约束参数 ϵ 是依据累积财富的多少来综合判定的,此处的 TPPT 策略选取 $\epsilon=100$ 。

4.3 收益及风险指标对比

(1)累积财富(Cumulative Wealth,CW):该指标反映的是

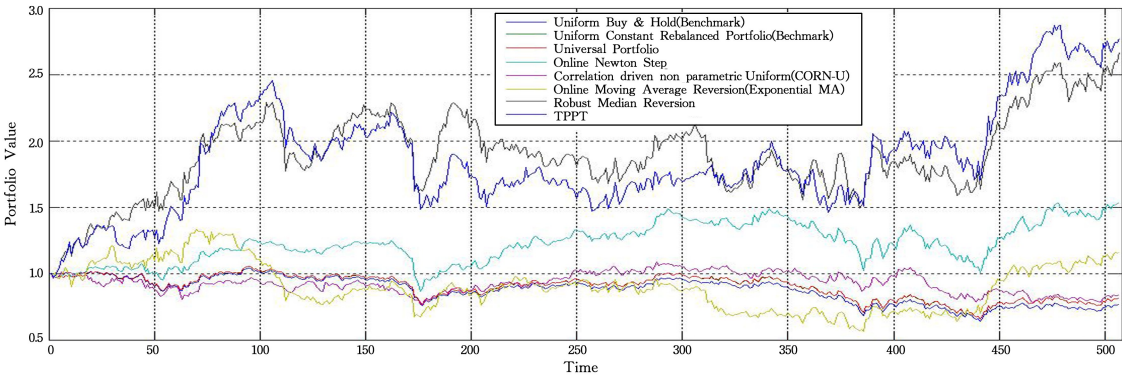


图 2 DJIA 数据集的累积财富走势图

Fig. 2 Cumulative wealth chart on DJIA data set

(2)年化收益率(Annualized Percentage Yield, APY):该指标能够反映策略实际收益的复合效应,即在考虑复利的情况下,把当前的收益率(日收益率、周收益率、月收益率、总收益率等)换算成年收益率来计算。因此,年化收益率常被用来衡量策略在一年内的表现,数值越大说明表现越好。

$$AR=S_n^{\frac{250}{n}}-1$$

其中, n 表示交易天数。

(17)

各策略在数据集上的年化收益率如表 4 所列。在计算理论收益率(年化收益率)时,TPPT 策略展现出一定的收益实力。在 TSE 数据集中其落后于 EMA 策略 2.7407,以 2.0809 排在第二;在数据集 NYSE(O)上 TPPT 策略以 1.3175 位列第四;在数据集 DJIA, NYSE(N), SP500 中, TPPT 策略分别以 0.6654, 5.6923, 0.6088 位列第一,在 NYSE(N)数据集以至少 4.1393 的比率优于其他策略,表明 TPPT 策略有可观的收益。

整个交易周期内由策略所实现的总收益、总资本的变化率。它等于期末资本总额除以期初的资本总额,是一个标准的策略表现度量指标。

$$\hat{S}_n=\max_{\{b\in\Delta_b\}}\prod_{i=1}^n(b_i^T\mathbf{x}_i)$$

(16)

表 3 呈现的是 5 个经典数据集在 8 种投资组合的策略类型下的累积财富。除了在 TSE 数据集上, TPPT 策略的累积财富值位列第二外,在其余的 4 个数据集, TPPT 策略均展现出优势,排名第一。与此同时,可以看到 TPPT 策略优势在交易数据量愈多时,表现会愈明显。如 NYSE(O)与 NYSE(N)是数据集中数据量较多的,它们的累积增长财富值较其他的数据集更为明显,分别为 1.4544×10^{18} 与 3.0949×10^9 。综合 TPPT 策略在 5 个数据集上的综合表现,证明了 TPPT 策略在财富累积上是较为可观的,是一种有效的投资组合策略。

表 3 不同策略在数据集的累积财富

Table 3 Cumulative wealth of different strategies on data sets

	DJIA	NYSE(O)	NYSE(N)	SP500	TSE
UBAH	0.7644	14.4973	18.0565	1.3416	1.6129
UCRP	0.8127	27.0520	31.5517	3.7792	6.2792
UP	0.18117	27.2672	31.7260	1.6422	1.5979
ONS	1.5330	109.1892	21.5860	3.3417	1.6155
CORN	0.8388	1.4436×10^{13}	5.375×10^5	6.3540	3.5629
EMA	1.1611	1.0220×10^{18}	4.6881×10^8	9.5945	732.4399
RMR	2.6682	1.6394×10^{17}	3.2477×10^8	8.2800	181.3437
TPPT	2.7734	1.4544×10^{18}	3.0949×10^9	10.9711	277.5791

表 4 不同策略在数据集上的年化收益率

Table 4 Annualized return rates of different strategies on data sets

	DJIA	NYSE(O)	NYSE(N)	SP500	TSE
UBAH	-0.1257	0.1292	0.1177	0.0605	0.1003
UCRP	-0.0985	0.1618	0.1420	0.1052	0.0979
UP	-0.0992	0.1621	0.1420	0.1044	0.0977
ONS	0.2381	0.2378	0.1254	0.2729	0.1007
CORN	-0.0842	2.9642	0.6611	0.4475	0.2893
EMA	0.0776	5.5858	1.1553	0.5718	2.7407
RMR	0.6334	5.0602	1.1250	0.5262	1.8294
TPPT	0.6654	1.3175	5.6923	0.6088	2.0809

(3)夏普比率(Sharpe Ratio, SR):该指标反映的是投资组合每承受一单位的总风险,会产生多少的超额报酬,即单位风险基金净值增长率超过无风险收益率的程度。该指标值越大越好,常被用来衡量金融资产的绩效表现。

$$SR=\frac{E(R_p)-R_f}{\sigma_p}$$

(18)

其中, $E(R_p)$ 为投资者预期报酬率; R_f 为无风险利率; σ_p 为投资组合的标准差。

不同策略在数据集上的夏普比率如表 5 所列,SP500 数据集上的夏普比率走势如图 3 所示。夏普比率表中,TPPT 策略呈现较为综合稳定的平衡收益与风险的实力。在数据集 DJIA,NYSE(O),TSE 上,其分别以夏普比率 1.141 0,0.733 3,2.112 7 排在第二位,指数移动平均策略 EMA 及稳健中位数回归策略 RMR 则表现稍好,分别以 0.009 4,0.651 6,0.733 2 的微弱优势排在第一位。而在数据集 NYSE(N),SP500 上,TPPT 策略则表现其较强的优势,分别以 2.203 7,0.995 1 位居第一。综合 TPPT 策略在 5 个数据集的表现,可看出 TPPT 策略能很好地平衡收益及风险,是一种行之有效的投资组合策略。

表 5 不同策略在数据集上的夏普比率

Table 5 Sharpe ratios of different strategies on data sets

	DJIA	NYSE(O)	NYSE(N)	SP500	TSE
UBAH	-0.6775	0.5828	0.4484	0.0816	0.4650
UCRP	-0.5418	0.8816	0.5479	0.5082	0.7308
UP	-0.5437	0.8843	0.5492	0.2856	0.4480
ONS	0.5886	1.0735	0.2093	0.9595	0.1856
CORN	-0.4281	5.7833	1.9417	0.9605	0.5684
EMA	0.0718	9.3849	2.0323	0.9503	2.8459
RMR	1.1504	8.5426	1.9762	0.8981	1.9428
TPPT	1.1410	8.7333	2.2037	0.9951	2.1127

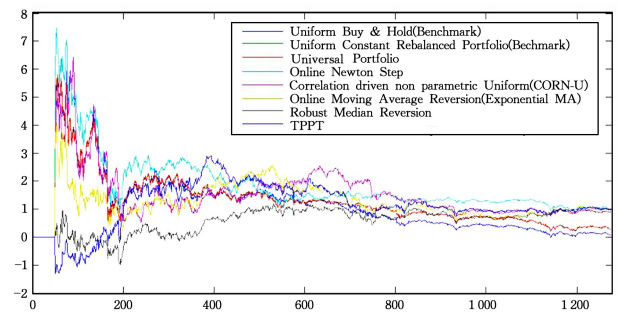


图 3 SP500 数据集上的夏普比率走势图

Fig. 3 Sharpe ratio trend chart on SP500 data set

(4)Calmar 比率(Calmar Ratio,CR):该指标反映的是年化收益率(AR)和历史最大回撤(MDD)之间的关系,具体表现为二者相除得到的比值。该指标值越大,其业绩表现得越好。

$$CR=\frac{AR}{MDD}$$

(19)

不同策略在数据集上的 Calmar 比率如表 6 所列。从

Calmar 比率表中可以看到,TPPT 策略表现较为稳定。在数据集 DJIA,TSE 及 NYSE(O)中排名第二或三位,其 Calmar 比率分别为 1.622 9,10.831 1,2.696 3。而在数据集 NYSE(N),SP500 上 TPPT 策略分别以至少 0.3018,0.0107 的优势领先于其他的策略,排名第一。综合 5 个数据集上的表现,TPPT 策略是相对其他策略而言,能较好平衡收益率及最大回撤之间关系的有效策略。

表 6 不同策略在数据集上的 Calmar 比率

Table 6 Calmar ratios of different strategies on data sets

	DJIA	NYSE(O)	NYSE(N)	SP500	TSE
UBAH	-0.3273	0.3024	0.2250	0.1277	0.3201
UCRP	-0.2623	0.4309	0.2254	0.5005	0.6483
UP	-0.2636	0.4345	0.2258	0.3253	0.2811
ONS	0.7287	0.8628	0.1399	1.0792	0.1989
CORN	-0.3010	7.7030	1.0339	0.8777	0.6975
EMA	0.1314	14.1962	1.2880	1.1383	4.6537
RMR	1.8060	11.4368	1.2710	1.1151	2.4344
TPPT	1.6229	10.8311	1.5898	1.1490	2.6963

(5)平均超额收益(Mean excess return,MER):指超过正常(或预期)收益率的收益率,它等于某日的收益率减去投资者(或市场)当日要求的正常(预期)收益率之差。其源于资本资产定价模型(Capital asset pricing model,CAPM)。

$$MER=\bar{r}_s-\bar{r}_m=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^n(r_{s,t}-r_{m,t})$$

(20)

其中, $r_{s,t},r_{m,t}$ 分别为策略收益回报、市场(本文指 UBAH 策略)回报。在现实生活中通常采用 t 统计量(或者对应的 p 值)来比较分析所选用的策略的收益是否明显高于基准策略。

$$r_{s,t}=\alpha_s+\beta_sr_{m,t}+e_t$$

$$e_t\text{ i. i. d. } \sim N(0,\sigma_e^2),t=1,2,\cdots,n$$

(21)

其中, e_t 是误差项; β_s 是 β 因子,即为资本资产定价模型中的波动率; α_s 是 α 因子。

此处选用的是市场模型,这里的基准选定为 UBAH 策略,不同策略在数据集上的统计检验结果如表 7 所列。可以看到,在 8 种策略中所得到的超额收益中,TPPT 策略是最高的,即在基准市场 UBAH 设定下,TPPT 策略基本所获得的超额收益最大。除在数据集 TSE 上,TPPT 策略以 0.0007 的微弱差距落后于 EMA 策略的 0.006 9,位居第二外,在数据集 DJIA,NYSE(O),NYSE(N),SP500 上,TPPT 策略分别以 0.002 6,0.008 2,0.004 1,0.002 5 占据第一位,呈现出较高效及稳健的收益实力。从统计检验表可以看到 TPPT 策略所对应的 α,β 值及对应的 t 统计量及 p 值,在考虑 95%置信水平的基础上,认为 TPPT 策略在所有的数据集上均为显著的,即 TPPT 策略的收益明显高于基准策略。

表 7 不同策略在数据集上的统计检验

Table 7 Statistical tests on data sets for different strategies

Category/ Data Sets	DJIA		NYSE(O)		NYSE(N)		SP500		TSE	
	MER	p value	MER	p value	MER	p value	MER	p value	MER	p value
UCRP	-0.0003	0.0005	0.0006	<0.0001	0.0006	0.0283	0.0005	0.0438	0.0004	0.5015
UP	-0.0003	0.0006	0.0006	<0.0001	0.0006	0.0278	0.0005	0.0462	0.0004	0.5070
ONS	0.0011	<0.0001	0.0009	<0.0001	0.0008	0.1325	0.0011	0.0064	0.0006	0.3581
CORN	-0.0002	0.3687	0.0058	<0.0001	0.0023	<0.0001	0.0018	0.0019	0.0014	0.1128
EMA	0.0008	0.1312	0.0080	<0.0001	0.0037	<0.0001	0.0024	0.0007	0.0069	0.0001
RMR	0.0025	0.0049	0.0076	<0.0001	0.0037	<0.0001	0.0022	0.0088	0.0057	0.0007
TPPT	0.0026	0.0034	0.0082	<0.0001	0.0041	<0.0001	0.0025	0.0053	0.0062	0.0004

(6)胜率:表示在整个交易期间,策略收益率高于基准收益率的交易期占总交易期的比例。比如,胜率为 100%,说明策略每期都比基准策略要好。TPPT 策略在数据集上的统计检验结果如表 8 所列。可以看到,TPPT 策略在 5 个数据集

的胜率均达到一般以上,具体为 54.44%,53.71%,56.73%,52.59%及 54.81%,说明 TPPT 策略在超过一半的交易期比基准策略要表现得更好。

表 8 TPPT 策略在数据集上的统计检验

Table 8 Statistical test of TPPT strategy on data sets

Indicators	DJIA	NYSE(O)	NYSE(N)	SP500	TSE
Winning rate	0.5444	0.5371	0.5673	0.5259	0.5481
α	0.0032	0.0035	0.0075	0.0210	0.0056
β	1.3948	1.1201	1.3406	1.3646	1.6359
t statistic	2.7222	8.0186	15.2996	2.5600	3.3617
p value	0.0034	0.0000	0.0000	0.0053	0.0004

5 统计检验

从上述的实证分析中可以看出,TPPT 策略并非在每一个指标和数据集上都呈现出最优的算法优势,下面通过模型性能评估的方式来对比新算法的性能,选取反映 TPPT 策略的收益及风险能力的两个指标(累积财富和夏普比率)来进行非参数检验。

首先根据每个算法在每个数据集的测试结果进行排序,第 i 个数据集在第 j 种算法的排序值表示为 r_i^j ,排序后再进行对应的赋值,如累积财富最大的排序值为 1,并以此类推。再根据得到的序值计算在每一个数据集下该算法的平均序值,则第 j 个算法的平均序值记为:

$$R_j = \frac{1}{N} \sum_i r_i^j$$

(22)

基于所有的算法性能相同的原则假设下进行 Friedman 检验,统计量:

$$\chi_F = \frac{12N}{k(k+1)} \left[\sum_j R_j^2 - \frac{k(k+1)^2}{4} \right]$$

(23)

服从自由度为 $k-1$ 的卡方分布。经过 Iman 和 Davenport 的改进后,统计量变为:

$$F_F = \frac{(N-1)\chi_F^2}{N(k-1)-\chi_F^2}$$

(24)

统计量服从自由度为 $k-1$ 和 $(k-1)(N-1)$ 的 F 分布。

5.1 累积财富的非参数检验

根据上述的非参数检验方法,可求得累积财富中的平均序值及 Friedman 统计量,此处是 8 种算法在 5 个数据集上的实证分析,于是 $N=5,k=8,\chi_F^2=30;F_F=24\sim F(7,24)$ 。因此,在 $\alpha=0.05$ 的显著性水平下,Friedman 统计量为 24,显著大于 F 分布的临界值 2.359,应拒绝 8 种算法性能相同的原假设。此后,采用 Denferroni-Dunn 检验来进一步对比验证 TPPT 策略与其他策略的性能,计算出平均序值差别的临界值域:

$$CD = q_\alpha \sqrt{\frac{k(k+1)}{6N}}$$

(25)

若两个算法的平均序值之差超出了临界值域 CD ,则以相应的置信度(此处采用 95%)拒绝“两个算法性能相同”的假设。因此,参考临界值表^[35],在置信水平 0.05 下: $CD=2.69\sqrt{\frac{8*9}{6*5}}\approx 4.17$,而在对第一序值比较时看到,前 4 种算法(UBAH,UCRP,UP,ONS)均超过临界值 4.17,即表明与 TPPT 策略相比,算法表现稍显逊色,TPPT 策略优势明显。剩余的 3 种算法(CORN,EMA,RMR)虽然并未超过临界值,但仍以稍弱的差距落后于 TPPT 策略的表现,因此综合表现

上 TPPT 策略仍以较强优势领先于其他策略。具体细节如表 9 所列。

表 9 累积财富的非参数检验

Table 9 Nonparametric tests of cumulative wealth

	DJIA	NYSE(O)	NYSE(N)	SP500	TSE	Average rank	Different
UBAH	7	8	8	8	7	7.6	6.4
UCRP	6	7	6	5	4	5.6	4.4
UP	8	6	5	7	8	6.8	5.6
ONS	3	5	7	6	6	5.4	4.2
CORN	5	4	4	4	5	4.4	3.2
EMA	4	2	2	2	1	2.2	1
RMR	2	3	3	3	3	2.8	1.6
TPPT	1	1	1	1	2	1.2	0

5.2 夏普比率的非参数检验

对比验证夏普比率, $N=5,k=8,\chi_F^2=24.87;F_F=89.35\sim F(7,24)$,于是统计量 89.35 远远大于临界值 2.359,因此拒绝 8 种算法性能相同的原假设。后续检验表明,与第一序值的差距除了前 3 种算法(UBAH,UCRP,UP)显著大于临界值 4.17,TPPT 策略占据绝对优势外,其余的 4 种算法(ONS, CORN,EMA,RMR)分别以 3.8,2.4,0.8,1.4 的微弱差距落后于 TPPT 策略,这表明 TPPT 策略在平衡收益及风险方面的综合能力较为突出,是可信且稳健可靠的在线投资组合策略。夏普比率的非参数检验如表 10 所列。

表 10 夏普比率的非参数检验

Table 10 Non-parametric test of Sharpe ratio

	DJIA	NYSE(O)	NYSE(N)	SP500	TSE	Average rank	Different
UBAH	8	8	7	8	6	7.4	5.8
UCRP	6	7	6	6	4	5.8	4.2
UP	7	6	5	7	7	6.4	4.8
ONS	3	5	8	3	8	5.4	3.8
CORN	5	4	4	2	5	4	2.4
EMA	4	1	2	4	1	2.4	0.8
RMR	1	3	3	5	3	3	1.4
TPPT	2	2	1	1	2	1.6	0

结束语 本文针对在线投资组合策略的价格预测方式过于单一且不能贴合地反映实际情况等问题,提出了三状态的斜率价格预测法。针对资产如何精准且合理地投资,应用了基于梯度投影的快速 BP 算法以求得具体的投资比例。将两部分结合起来形成了基于趋势驱动的元学习算法在线投资组合策略(Trend Promote Price Tracing,TPPT),这是一种综合考虑股票的趋势效应及反转效应现象的策略。在 5 个经典数据集上对比了 8 种不同的策略,TPPT 策略在收益及风险能力上都表现出较大的优势,在累积财富、年化收益率、夏普比率、胜率等指标上均表现良好。因此,TPPT 策略是一种均衡收益及风险的有效且稳健的在线投资组合策略。

但由于本文设定了无交易成本的前提,与实际操作中情况不符,且策略中采用的基于梯度投影的 BP 算法,亦未考虑到数据集出现 0 时可能导致的影响(算法失效情况)。后续研究中计算投资比例时所采用的算法,可以更多借鉴在线稀疏学习等算法。因此,在线组合策略选择这一问题还需进一步深入研究。

参 考 文 献

[1] MOGHADDAM A,MOGHADDAM M,ESFANDYARI M. Stock market index prediction using artificial neural network.

- Journal of Economics[J]. Finance and Administrative Science, 2016,21:89-93.
- [2] LI B,HOI S C H. Online Portfolio Selection: A Survey[J]. ACM Computing Surveys, 2014, 46(3): 1-36.
 - [3] LAI Z,DAI D,REN C,et al. A Peak Price Tracking-Based Learning System for Portfolio Selection[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2018, 29(7): 2823-2832.
 - [4] HUANG D,ZHOU J,LI B,et al. Robust median reversion strategy for on-line portfolio selection[J]. IEEE Transactions on Knowledge & Data Engineering, 2016, 28(9): 2480-2493.
 - [5] GAO L,ZHANG W. Weighted Moving Average Passive Aggressive Algorithm for Online Portfolio Selection[C]// International Conference on Intelligent Human-machine Systems & Cybernetics. IEEE Computer Society, 2013: 327-330.
 - [6] CAI X,YE Z. Gaussian Weighting Reversion Strategy for Accurate Online Portfolio Selection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 21(67): 5558-5570.
 - [7] GUAN H,AN Z. A local adaptive learning system for online portfolio selection[J]. Knowledge Based Systems, 2019, 186: 1-10.
 - [8] YAO H L,DU M C,LI J Z,et al. Stock Market Tracking Prediction Algorithm Based on Stream Feature Model[J]. Computer Science, 2013, 40(12): 45-51.
 - [9] TAVANA M,SHIRAZ R K,CAPRIO D D. A Chance constrained portfolio selection model with random-rough variables[J]. Neural Computing and Applications, 2019, 31(2): 931-945.
 - [10] GAO L,YANG R. Sparse Online Portfolio Selection Based on Proximal Gradient[C]// International Conference on Machine Learning & Big Data and Business Intelligence. IEEE Computer Society, 2019: 345-349.
 - [11] HAN Y,LI P. An empirical study of chance Constrained portfolio selection model[J]. Procedia Computer Science, 2017, 122: 1189-1195.
 - [12] NYIKOSA F,OSBORNE M A,ROBERTS S,et al. Bayesian Optimization for Dynamic Problems[J]. arXiv:1803. 0343201.
 - [13] ZHANG W,ZHANG Y,YANG X,et al. A class of on-line portfolio selection algorithms based on linear learning[J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(24): 11832-11841.
 - [14] YU S C,HUANG D J. Online Portfolio Selection based on Autoregressive Moving average inversion[J]. Computer Applications, 2008, 38(5): 1505-1511.
 - [15] SKRINJARIC T. Dynamic portfolio optimization based on grey relational analysis approach[J]. Expert Systems With Applications, 2020, 147: 1-15.
 - [16] BEAN A J,SINGER A C. Portfolio selection Viaconstrained stochastic gradients[C]// IEEE Statistical Signal Processing Workshop. IEEE Computer Society, 2011: 37-40.
 - [17] AIFAN L,JIE S,MEIHUA W. Robust multi-period portfolio selection based on downside riskwith asymmetrically distributed uncertainty set[J]. European Journal of Operational Research, 2020, 285: 81-95.
 - [18] AKBAY M A,KALAYCI C B,POLAT O. A parallel variable neighborhood search algorithm with quadratic programming for cardinality constrained portfolio optimization[J]. Knowledge-Based Systems, 2020, 198: 1-15.
 - [19] ZHU M,ZHENG X,WANG Y,et al. Online Portfolio Selection with Cardinality Constraint and Transaction Costs based on Contextual Bandit[C]// The Twenty-Ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2020: 4682-4689.
 - [20] WU W T,ZHU Y,HUANG D J. Semi-exponential Gradient strategy for online Portfolio selection and empirical Analysis[J]. Journal of Computer Applications, 2019, 39(8): 2462-2467.
 - [21] QU J J,YU S C,HUANG D J. Second-order online portfolio choice strategy with transaction costs[J]. Journal of East China Normal University (Natural Science Edition), 2019, 4: 72-82.
 - [22] MOURA G V,ANDRE A P S,RUIZ E. Comparing High Dimensional Conditional Covariance Matrices: Implications for Portfolio Selection[J]. Journal of Banking and Finance, 2020, 118: 1-13.
 - [23] PUJA D,NICHOLAS J,ARINDAM B. Online LazyUpdates for Portfolio Selection with Transaction Costs[C]// Twenty-Seventh {AAAI} Conference on Artificial Intelligence. AAAI, 2013: 1-7.
 - [24] DAS P,JOHNSON N,BANERJEE A. Online Portfolio Selection with Group Sparsity[C]// Twenty-Eighth {AAAI} Conference on Artificial Intelligence. AAAI, 2014: 1185-1191.
 - [25] YANG X,HE J,XIAN J,et al. Aggregating expert advice strategy for online portfolio selection with side information[J]. Soft Computing, 2020, 24: 2067-2081.
 - [26] YANG F,LI X,YANG J,et al. Online Newton Step for Portfolio Selection with Side Information[C]// International Conference on Information Science and Control Engineering. IEEE, 2018: 869-873.
 - [27] THIERRY B,MATTEA,ERICK D. Generalization Bounds for Regularized Portfolio Selection With Market Side Information[J]. Information Systems and Operational Research, 2020, 2(58): 374-401.
 - [28] YANG X,HE J,LIN H,et al. Boosting Exponential Gradient Strategy for Online Portfolio Selection: An Aggregating Experts' Advice Method[J]. Computational Economics, 2020, 55: 231-251.
 - [29] STELLA F,VENTURA A. Defensive online portfolio selection[J]. International Journal of Financial Markets and Derivatives, 2011, 2: 88-105.
 - [30] RAO D N,DENG F D,JIANG Z H. Stock Price Movements Prediction Based on Multi-sources[J]. Computer Science, 2017, 44(10): 193-202.
 - [31] SCHROEDER P,IMED K,GUNTER S. Optimal online algorithms for the portfolio selection problem, bi-directional trading and search with interrelated prices[J]. RAIRO Operations Research, 2019, 3: 559-576.
 - [32] KOYANO S,IKEDA K. Online portfolio selection based on the posts of winners and losers-in stock microblogs[C]// IEEE Symposium Series on Computational Intelligence. IEEE, 2017: 1-4.
 - [33] CHEN B,CHEN J,CHEN Y. A hybrid approachfor portfolio selection with higher-order moments: Empirical evidence from Shanghai Stock Exchange[J]. Expert Systems With Applications, 2020, 145: 1-11.
 - [34] YANG P,LAI Z,WU X,et al. Trend representation based log-density regularization system for portfolio optimization[J]. Pattern Recognition, 2018, 76: 14-24.
 - [35] JANEZ D. Statistical Comparisons of Classifiers over Multiple Data Sets[J]. Journal of Machine Learning Research, 2006, 7: 1-30.



DAI Hong-liang, born in 1978, Ph. D, professor, postdoctoral supervisor, is a member of China Computer Federation. His main research interests include machine learning, data mining, pattern recognition and bioinformatics.