



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

具有突触规则的脉冲神经膜系统综述

张露萍, 徐飞

引用本文

张露萍, 徐飞. 具有突触规则的脉冲神经膜系统综述[J]. 计算机科学, 2022, 49(8): 217-224.

ZHANG Lu-ping, XU Fei. Survey on Spiking Neural P Systems with Rules on Synapses[J]. Computer Science, 2022, 49(8): 217-224.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[具有多个突触通道的新型数值脉冲神经 P 系统的计算能力研究](#)

Study on Computing Capacity of Novel Numerical Spiking Neural P Systems with MultipleSynaptic Channels

计算机科学, 2022, 49(6A): 223-231. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210200171>

[基于粗糙规则的脉冲神经膜系统计算能力的研究](#)

Computing Ability of Spiking Neural P System Based on Rough Rules

计算机科学, 2020, 47(6A): 626-630. <https://doi.org/10.11896/JsJcx.190500120>

[带膜分裂和促进剂的通讯膜系统求解 QSAT 问题](#)

Uniform Solution to QAST Problem by Communication P Systems with MembraneDivision and Promoters

计算机科学, 2020, 47(5): 38-42. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.191100204>

[基于区域扩散机制的无线传感器网络时间同步算法](#)

Regional Diffusion Mechanism Based Time Synchronization Algorithm for Wireless Sensor Networks

计算机科学, 2015, 42(12): 184-188.

[仿生自然计算研究综述](#)

Survey of Bio-inspired Natural Computing

计算机科学, 2014, 41(Z6): 37-41.

具有突触规则的脉冲神经膜系统综述

张露萍 徐 飞

华中科技大学人工智能与自动化学院图像处理与智能控制教育部重点实验室 武汉 430074

(lpzhang@hust.edu.cn)

摘 要 膜系统是受到细胞、组织、器官和系统的结构和功能的启发而提出的一类生物启发式计算模型。具有突触规则的脉冲神经膜系统是一类受神经元间信息交流方式的启发而提出的膜系统,该类模型中神经元是存储信息的单元,突触是整合并传递信息的媒介,整个系统采用分布式、并行方式处理信息。文中回顾了具有突触规则的脉冲神经膜系统的定义及相关概念,介绍了若干个脉冲神经膜系统变体,并对比了各系统的同异;列出了该系统及其变体在不同工作模式下计算能力方面的研究进展,以及该系统在求解计算困难问题、算术运算和破解密码方面的应用;提出了尚待研究的若干问题,以期对具有突触规则的脉冲神经膜系统理论研究提供方向,同时为相关系统的应用研究拓展思路。

关键词 生物启发式计算;膜计算;脉冲神经膜系统;突触规则;计算能力

中图法分类号 TP301

Survey on Spiking Neural P Systems with Rules on Synapses

ZHANG Lu-ping and XU Fei

Key Laboratory of Image Processing and Intelligent Control of Education Ministry of China, School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

Abstract Membrane systems are a class of bio-inspired computing models, inspired by the structure and function of cells, tissue, organ and bio-systems. Spiking neural P systems with rules on synapses (SNPRS) are a type of membrane systems, inspired by the way that neurons communicate information. In SNPRS, each neuron is a basic unit for storing information, and each synapse is a medium for integrating and transmitting information. The whole system processes information in the distributed and parallel way. In this paper, we review the definition and related notions of SNPRS. Then, we introduce a few variants of SNPRS, and give a comparison among the variants of SNPRS. Furthermore, we provide results on the computation power of SNPRS (and their variants) working in different modes and on the application of the systems, such as solving NP-hard problems, implementing arithmetic operations, and breaking RSA. Additionally, some open problems are provided to suggest directions for further theoretical as well as applicable research on SNPRS.

Keywords Bio-inspired computing, Membrane computing, Spiking neural P systems, Rules on synapses, Computation power

1 引言

随着科学技术的日新月异,现代计算设备已被广泛应用于社会生活的方方面面,改变了人类的生活方式。进入大数据时代后,迫切需要开发能快速、有效、节能地处理大规模信息的计算设备^[1-2]。在生物系统中,大量结构简单的基本元件通过简单的规则相互协作,实现了复杂的生命活动。生物系统表现出的节能、稳健、高效性一直是理论科学和工程应用领域^[3-4]的研究热点,生物启发式计算在此背景下应运而生,研究

人员将生物系统中种类繁多的生化反应及过程抽象为计算过程。膜计算是一类新型计算范式,由欧洲科学院院士 Păun 于 1998 年首次提出^[5]。膜计算从生物系统的细胞层面出发,将生物系统内细胞、组织、器官、系统的生化反应抽象为计算过程^[6-7]。膜计算具有并行处理、计算通用、计算高效等特点,被公认为计算理论领域具有重大影响的关键范式。

膜系统是膜计算中计算模型的统称。受各种细胞活动与功能的启发,同时借鉴数学、计算机科学的相关概念,研究人员提出了多种膜系统^[8]。按照结构表达形式的不同,膜系统

到稿日期:2022-03-08 返修日期:2022-04-18

基金项目:国家自然科学基金(62072201);国家重点研发计划—政府间国际科技创新合作项目(2021YFE0102100);湖北省重点研发计划项目(2021BAA168);中国博士后科学基金(2020M672359);中央高校基础科研专项基金(HUST:2019kfyXMBZ056)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(62072201), National Key R & D Program of China for International S & T Cooperation Projects(2021YFE0102100), Provincial Key R & D Program of Hubei(2021BAA168), China Postdoctoral Science Foundation(2020M672359) and Fundamental Research Funds for the Central Universities(HUST:2019kfyXMBZ056).

通信作者:徐飞(fxu@hust.edu.cn)

一般可分为3类:可由树状图表达的细胞型膜系统、可由无向图表达的组织膜系统和可由有向图表达的脉冲神经膜系统^[9-10]。

经过二十余年的发展,膜计算理论和应用研究取得了丰硕的成果。在理论方面,随着多种膜系统的提出,膜系统的计算能力和计算效率成为了研究热点^[11-13]。在研究人员设定的规则执行方式下,膜系统可以作为3种类型的计算设备,即产生或接受数的设备、产生或接受语言的设备和计算函数的设备^[14-15]。通过与图灵机或与图灵机等价的计算设备进行比较,多数膜系统都被证明是计算通用的^[16-17]。利用从膜分离、分裂以及生成等生命活动中抽象出的相应规则,通过空间换时间的方式,一部分膜系统得以在可接受的时间内求解计算困难问题^[18]。在应用方面,随着理论研究的积累,膜系统有着可观的应用前景^[19-21],如基于膜系统硬件的开发^[22-23],膜系统在图像处理^[24-25]、电力系统检测^[26]、机器人路径规划^[27-28]、加密解密^[29-30]等领域的应用逐步开展。关于膜计算的最新进展可参看膜计算的特刊¹⁾或关注膜计算领域的会议²⁾,以及定期研讨刊物³⁾。

脉冲神经膜系统的提出受到了生物神经元通过脉冲发放和传递来实现信息传递的启发^[31]。在脉冲神经膜系统中,每一个神经元均被抽象为一个单膜细胞,神经元间的连接被抽象为一条突触,神经元与神经元的交流通过接收和发放脉冲来实现^[32]。脉冲神经膜系统可由有向图表达,对应的有向图中每个点代表一个神经元,每条有向边代表一条突触。神经元包含一定数量的脉冲和一个规则集合,当一个神经元内的脉冲数积累到一定数目时,相应的激发或遗忘规则可被使用。一条激发规则的使用会消耗神经元的一部分脉冲,并产生新的脉冲,经由突触传递给突触后神经元。因此,脉冲神经膜系统通过神经元激发和神经元间的脉冲交流不断演化。自2006年脉冲神经膜系统被提出以来,其直观、易于理解的图形表达形式和强大的计算能力受到了数学、计算机、生物等众多领域研究人员的青睐。

具有突触规则的脉冲神经膜系统^[33]是一类脉冲神经膜系统。在具有突触规则的脉冲神经膜系统中,神经元只包含一定数量的脉冲(无规则),突触上具有激发规则和遗忘规则,突触上规则的可使用性依赖于突触前神经元内的脉冲数。与传统脉冲神经膜系统相比,两者的信息整合单元不同。在传统脉冲神经膜系统中,神经元负责接收、整合信息(脉冲),连接神经元的突触负责传递信息(脉冲);而在具有突触规则的脉冲神经膜系统中,神经元只负责接收和存储信息,突触则用于整合和传递信息。

本文第1节简要介绍了膜计算系统以及具有突触规则的脉冲神经膜系统;第2节介绍了具有突触规则的脉冲神经膜系统的形式化定义以及相关概念;第3节介绍了具有突触规则的脉冲神经膜系统的4个变体,并举例对比了具有突触规则的脉冲神经膜系统与其变体的工作方式;第4节介绍了

具有突触规则的脉冲神经膜系统在不同工作模式下的研究成果;第5节介绍了具有突触规则的脉冲神经膜系统的应用研究进展;最后总结全文并展望未来。

2 具有突触规则的脉冲神经膜系统

本节主要介绍具有突触规则的脉冲神经膜系统的形式化定义,该定义涉及形式语言和膜计算的概念和符号,具体请参考文献^[9,34]。

具有突触规则的脉冲神经膜系统可形式化定义为一个多元集^[28]:

$$\Pi = (O, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m, s_{yn}, i_{in}, i_{out})$$

其中,

(1) $O = \{a\}$ 是一个字母表,其中符号 a 表示一个脉冲。

(2) $\sigma_i (1 \leq i \leq m)$ 表示系统内的神经元,其具体形式为 (n_i) ,其中 n_i 是该神经元内的初始脉冲数。

(3) s_{yn} 是系统内突触的集合,突触集合内每一个元素形如 $((i, j), R_{(i, j)}) \in s_{yn}$,其中 (i, j) 代表一条从神经元 σ_i 指向神经元 σ_j 的突触 $(i, j \in \{1, 2, \dots, m\})$,如果 $\sigma_i = env$ 或 $\sigma_j = env$ 表示系统与环境的交流,则 $R_{(i, j)}$ 是突触 (i, j) 上具有下列形式的规则集。

1) 激发规则 $E/a^c \rightarrow a^b; d$,其中 E 是关于符号 a 的正则表达式, c, p, d 是整数。特别地,如果一个激发规则中 $E = a^c$,则该规则可表示为 $a^c \rightarrow a^b; d$,如果延时 $d = 0$,则该规则可表示为 $a^c \rightarrow a^b$ 。

2) 遗忘规则 $a^s \rightarrow \lambda$,其中 s 是正整数, $\{a^s\} \cap L(E) \neq \emptyset$ (E 是同一神经元中激发规则的正则表达式)。

(4) i_{in}, i_{out} 分别表示输入神经元和输出神经元。

激发规则按单条规则的使用而产生脉冲的数目可分为扩展激发规则和标准激发规则,其中扩展激发规则形如 $E/a^c \rightarrow a^b; d (d > 1)$,扩展激发规则的单次使用产生两个及以上的脉冲;标准激发规则形如 $E/a^c \rightarrow a; d$,标准激发规则的单次使用产生一个脉冲。若一个具有突触规则的脉冲神经膜系统内的所有激发规则都是标准的,则该系统被称为标准的具有突触规则的脉冲神经膜系统,至少含有一条扩展激发规则、具有突触规则的脉冲神经膜系统被称为扩展的具有突触规则的脉冲神经膜系统。

形如 $E/a^c \rightarrow a^b; d \in R_{(i, j)}$ 的激发规则使用方法如下:当神经元 σ_i 内的脉冲数为 k 且 $a^k \in L(E)$ 时,神经元 σ_i 可激发,突触 (i, j) 上的激发规则 $E/a^c \rightarrow a^b; d$ 可使用。激发规则 $E/a^c \rightarrow a^b; d$ 的使用消耗了神经元 σ_i 内的 c 个脉冲,并产生了 p 个脉冲,在延时 d 个计算步后经由突触传递到每一个目标神经元,即每个目标神经元都能收到 p 个脉冲。如果延时 $d = 0$,则产生的脉冲立即通过突触传递出去,否则产生的脉冲在经过 d 个计算步后传递出去,而在等待的这 d 个计算步内突触 (i, j) 是封闭的,即该突触上任一规则在等待时段不能被使用。无延迟的激发规则 $E/a^c \rightarrow a^b; 0$ 可简写为 $E/a^c \rightarrow a^b$ 。

¹⁾ 《Journal of Membrane Computing》(<https://www.springer.com/journal/41965>)

²⁾ <http://imcs.org.cn/conferences.php>

³⁾ Bulletin of IMCS

当神经元 σ_i 内的脉冲数为 s 时,突触 (i, j) 上的遗忘规则 $a^s \rightarrow \lambda \in R_{(i, j)}$ 可使用。遗忘规则 $a^s \rightarrow \lambda$ 的使用消耗神经元 σ_i 内仅存的 s 个脉冲。

假设有一个全局时钟用于监测整个系统的计算,每一条规则的使用需要一个计算步。当可激发神经元 σ_i 含 k 个脉冲时,如果同一条突触 (i, j) 上有两条及以上可使用的规则,那么只有一条规则可在当前步被随机选出并使用。若有两条及以上突触始于同一神经元,且这些突触上的规则都可使用,则被使用的规则消耗脉冲数相同。例如,当可激发神经元 σ_i 含 k 个脉冲时,若突触 (i, j) 上有可使用的规则 $E_1/a^c \rightarrow a^{p_1}; d_1$, 突触 (i, k) 上有可使用的规则 $E_2/a^c \rightarrow a^{p_2}; d_2$, 则这两条规则都被使用,神经元 σ_i 消耗 c 个脉冲。

具有突触规则的脉冲神经膜系统内神经元 σ_i 的状态由参数 r_i/t_i 来描述,其中 r_i 是当前该神经元内的脉冲数, t_i 表示该神经元在经过 t_i 个计算步后开放。具有突触规则的脉冲神经膜系统的格局由系统内所有神经元的状态来描述,例如具有突触规则的脉冲神经膜系统 Π 的初始格局表示为 $\langle n_1/0, n_2/0, \dots, n_m/0 \rangle$ 。具有突触规则的脉冲神经膜系统因使用规则从一个格局传递到下一个格局的过程被称为一个转移,而从初始格局出发的一系列转移被称为该系统的一个计算。计算可以停止也可以不停止,如果一个计算停止,那么意味着该系统到达某个格局后不再继续转移且无规则可使用。

具有突触规则的脉冲神经膜系统的计算结果有两种定义方式:1)由输出神经元释放的脉冲序列来定义,激活输出神经元产生的脉冲通过突触 (i_{out}, env) 释放到环境中,以二元脉冲序列为例,输出神经元释放一个脉冲到环境中的时刻记为 1,输出神经元无脉冲释放到环境中的时刻记为 0,则该计算不论是否停机,其结果定义为输出神经元最初两次(或 k 次, $k \geq 2$)释放脉冲到环境的时间间隔;2)系统到达停机格局时刻,输出神经元向环境释放所有脉冲数的总和。设 Π 是一个具有突触规则的脉冲神经膜系统,该系统以输出神经元释放的二元脉冲序列来定义的计算结果记为 $N_2(\Pi)$,该系统以停机格局下输出神经元向环境释放所有脉冲数总和定义的计算结果记为 $N_{all}(\Pi)$ 。

具有突触规则的脉冲神经膜系统作为计算设备一般有以下几种方式:产生数、接受数、计算函数。当具有突触规则的脉冲神经膜系统作为产生数的设备时,去掉输入神经元,系统从初始格局出发,如果该系统到达停机格局,则其结果记为经由输出神经元释放到环境中的脉冲编码。当具有突触规则的脉冲神经膜系统作为接受某数的设备时,待判断自然数 n 通过输入神经元编码引入系统;输入神经元接收一个外来脉冲的时刻记为 1,输入神经元未接收到来自环境的脉冲的时刻记为 0,自然数 n 通过输入神经元二元编码 $0^c 10^{n-1} 10^c$ 引入系统后,系统开始计算。如果系统最终停机,则数 n 被该系统接受。具有突触规则的脉冲神经膜系统作为计算函数的计算设备时,相关的函数和自变量的信息通过输入神经元二元编码引入后,系统开始计算,结果由输出神经元释放到环境中的脉冲序列编码。

3 具有突触规则的脉冲神经膜系统变体

本节主要介绍具有突触规则的脉冲神经膜系统的变体,

这些变体主要针对具有突触规则的脉冲神经膜系统中考虑的特殊情况,即始于同一神经元的不同突触上有两条及以上可使用的规则。在最初的具有突触规则的脉冲神经膜系统中,针对这一特殊情形,考虑被使用的规则消耗的脉冲数相同,该策略被称为等脉冲策略。随后针对这一特殊情形,基于不同策略,提出具有突触规则的脉冲神经膜系统的 4 个变体,分别是基于串行策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统^[35]、基于消耗脉冲最大策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统^[36-37]、基于竞争策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统^[38]和基于极大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统^[39]。下面通过有关具有突触规则的脉冲神经膜系统的各变体的具体例子来说明各变体的不同,以方便读者更好地理解具有突触规则的脉冲神经膜系统各变体的相关定义。

(1)基于串行策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统^[35]。当始于同一神经元的不同突触上有两条及以上可使用的规则时,当前计算步只有一条规则被随机选出并使用,除此之外,与具有突触规则的脉冲神经膜系统不同的是,新提出的系统中突触上赋有权重,突触规则形式为 $((i, j), w, E/a^c \rightarrow a)$,其中 w 为突触 (i, j) 上的权重(突触权重为 1 时,相应突触规则可简记为 $((i, j), E/a^c \rightarrow a)$)。例如,当神经元 σ_i 含 β 个脉冲时,始于该神经元的两条突触上规则 $((i, j), a^\beta/a^{c_1} \rightarrow a)$ 或 $((i, k), 2, E/a^{c_2} \rightarrow a)$ 被随机选出并在当前步使用,若规则 $((i, k), 2, a^\beta/a^{c_1} \rightarrow a)$ 被选出并使用,则神经元 σ_k 在当前步收到 2 个脉冲。

(2)基于消耗最大脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统^[36-37]。当始于同一神经元的不同突触上有两条及以上可使用的规则且规则消耗脉冲数不相同,消耗脉冲数最大的规则(可能不止一条)在当前步被使用。例如,当可激发神经元 σ_i 含 β 个脉冲时,始于神经元 σ_i 的突触 (i, j_k) ($k=1, 2, \dots, n$) 上均有规则 $a^\beta/a^{c_k} \rightarrow a^{p_k}; d_k \in R_{(i, j_k)}$ 可使用,则突触 (i, j') 上的规则 $a^\beta/a^{c'} \rightarrow a^{p'}; d'$ 被使用,其中 $c' = \max\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 。

(3)基于竞争策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统^[38]。当始于同一神经元的突触有两条或两条以上时,相应突触规则的可使用条件为突触前神经元所储存的脉冲数应大于消耗的脉冲数。具体来说,设神经元 Sigma_i 含有 n 个脉冲,该神经元有两条突触,突触上规则分别为 $((i, j), E_1/a^{c_1} \rightarrow a^{p_1})$ 和 $((i, k), E_2/a^{c_2} \rightarrow a^{p_2})$,其中 $a^n \in L(E_1) \cap L(E_2)$ 。当 $n \geq c_1 + c_2$ 时,上述两条突触规则均可被使用;当 $\max\{c_1, c_2\} \leq n \leq c_1 + c_2$ 时,上述两条突触规则中的其中一条被随机选出并使用;当 $\min\{c_1, c_2\} \leq n \leq \max\{c_1, c_2\}$ 时,消耗脉冲较少的那条突触规则被使用;当 $n \leq \min\{c_1, c_2\}$ 时,两条突触规则均不能被使用。

(4)基于极大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统^[39]。当始于同一神经元的突触有两条或两条以上时,由可使用的突触规则构成的极大集被选出(若有两个以上极大集,则其中一个集合被随机选出),被选出的极大集中的突触规则在当前步全部使用。例如,当神经元 σ_i 含 β 个脉冲时,始于神经元 σ_i 的突触 (i, j_k) ($k=1, 2, \dots, n$) 上均有规则 $a^\beta/a^{c_k} \rightarrow a^{p_k}; d_k \in R_{(i, j_k)}$ 可使用,若 $\beta \geq c_1 + c_2 + \dots + c_n$ 时,所有可使用

的规则在当前步同时使用,且使用后神经元 σ_i 剩余 $\beta - (c_1 + c_2 + \dots + c_n)$ 个脉冲,若 $\beta < c_1 + c_2 + \dots + c_n$ 时,从这些可使用规则集中选出一个极大可使用规则子集,满足 $\beta \geq c_{i_1} + c_{i_2} + \dots + c_{i_l}$ 且 $\beta < c_{i_1} + c_{i_2} + \dots + c_{i_l} + c_{j'}$ ($j' \in \{j_1, j_2, \dots, j_n\} - \{j_{i_1}, j_{i_2}, \dots, j_{i_l}\}$),选出可使用规则的极大子集在当前步使用,使得规则使用后神经元 σ_i 剩余 $\beta - (c_{i_1} + c_{i_2} + \dots + c_{i_l})$ 个脉冲。

为了进一步理解具有突触规则的脉冲神经膜系统与其 4 个变体,下面给出一个具体的例子,该例子描述了有着相同的拓扑结构、初始构型具有突触规则的脉冲神经膜系统与其 4 个变体的计算过程,以此来说明具有突触规则的脉冲神经膜系统与其 4 个变体的异同。

例 1 具有突触规则的脉冲神经膜系统

$\Pi_1 = ((3), (0), (1), \{((1, 2), R_{(1,2)} \}, ((1, 3), R_{(1,3)} \}, ((2, 3), R_{(2,3)} \}, ((3, env), R_{(3,env)} \} \}, 3)$, 其中, $R_{(1,2)} = \{a^3/a \rightarrow a\}$, $R_{(2,3)} = \{a \rightarrow a; 1, a \rightarrow a; 2\}$, $R_{(1,3)} = \{a^3/a^2 \rightarrow a\}$, $R_{(3,env)} = \{a \rightarrow a\}$ 。

系统 Π_1 可由有向图表示(见图 1),图中每一个圆圈代表一个神经元,神经元中包含初始脉冲(神经元 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 初始时刻分别含有 3, 0, 1 个脉冲),每一条有向边代表一条突触,有向边上的规则对应该突触上的规则,神经元 σ_3 是输出神经元。计算结果定义为输出神经元最初两次释放脉冲到环境的时间间隔。

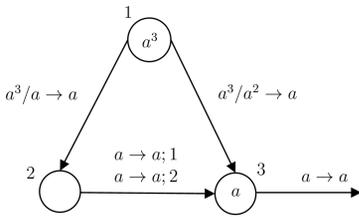


图 1 具有突触规则的脉冲神经膜系统实例

Fig. 1 Example of spiking neural P systems with rules on synapse

在初始状态下,基于等脉冲策略具有突触规则的脉冲神经膜系统 Π_1 中突触规则 $((3, env), a \rightarrow a)$ 在第一步使用并向环境释放一个脉冲,突触规则 $((1, 2), a^3/a \rightarrow a)$ 与 $((1, 3), a^3/a^2 \rightarrow a)$ 中所消耗的脉冲数不相同,因此两规则均不能被使用,相应计算在第一步末中止,无计算结果输出。

基于串行策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统 Π_2 (系统 $\Pi_2, \Pi_3, \Pi_4, \Pi_5$ 的拓扑结构与初始构型与系统 Π_1 相同,以下不再重复)在第一步中,突触规则 $((3, env), a \rightarrow a)$ 被使用,该规则的使用伴随着系统第一次向环境释放脉冲;与此同时,突触规则 $((1, 2), a^3/a \rightarrow a)$ 或 $((1, 3), a^3/a^2 \rightarrow a)$ 被使用。若突触规则 $((1, 3), a^3/a^2 \rightarrow a)$ 在第一步被使用,神经元 σ_3 在第一步末收到一个脉冲,则突触规则 $((3, env), a \rightarrow a)$ 在第二步使用使得环境第二次收到脉冲;系统产生二元序列 11。若突触规则 $((1, 2), a^3/a \rightarrow a)$ 在第一步使用,神经元 σ_2 在第一步末收到一个脉冲,则突触规则 $((2, 3), a \rightarrow a; 1)$ 或 $((2, 3), a \rightarrow a; 2)$ 在第二步被使用;突触规则 $((3, env), a \rightarrow a)$ 在第四步(或第五步)才被使用,系统输出二元序列 1001 或 10001。因此,该系统产生的数集为 $\{1, 3, 4\}$ 。

基于最大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统 Π_3 在第一步中,系统通过使用突触规则 $((3, env), a \rightarrow a)$ 第一次向环境释放脉冲;与此同时,由于可使用的突触规则 $((1, 2), a^3/a \rightarrow a)$ 和 $((1, 3), a^3/a^2 \rightarrow a)$ 中后者消耗的脉冲数更多,因此突触规则 $((1, 3), a^3/a^2 \rightarrow a)$ 在第一步被使用。系统输出二元序列 11,产生的数集为 $\{1\}$ 。

基于竞争策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统 Π_4 在第一步中,系统通过使用突触规则 $((3, env), a \rightarrow a)$ 第一次向环境释放脉冲;神经元 σ_1 含有 3 个脉冲 ($3 = 1 + 2$),突触前神经元 σ_1 中脉冲数不少于突触规则 $((1, 2), a^3/a \rightarrow a)$ 和 $((1, 3), a^3/a^2 \rightarrow a)$ 总消耗脉冲数,因此突触规则 $((1, 2), a^3/a \rightarrow a)$ 和 $((1, 3), a^3/a^2 \rightarrow a)$ 在第一步均被使用。在第一步末,神经元 σ_2, σ_3 均收到一个脉冲。系统产生二元序列 11011 或 110011,产生的数集为 $\{1\}$ 。

基于极大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统 Π_5 在第一步中,可使用规则构成的极大集为 $\{((1, 2), a^3/a \rightarrow a \}, ((1, 3), a^3/a^2 \rightarrow a \}, ((3, env), a \rightarrow a \}$ 。在第一步,该集中突触规则均被使用,神经元 σ_2, σ_3 均收到一个脉冲。系统输出二元序列 11011 或 110011,产生的数集为 $\{1\}$ 。

由上述例子可知,具有突触规则的脉冲神经膜系统与其 4 个变体即使有着相同的拓扑结构、初始构型,计算结果也不尽相同。

4 具有突触规则的脉冲神经膜系统在不同规则执行方式下的计算能力研究

本节先介绍具有突触规则的脉冲神经膜系统及其变体在极大同步模式下的计算能力研究,然后介绍具有突触规则的脉冲神经膜系统在异步模式下的计算能力研究,最后介绍具有突触规则的脉冲神经膜系统在带限制的同步模式下计算能力的研究。其中,在极大同步、异步模式下,研究的是具有突触规则的脉冲神经膜系统产生数(或向量)、接受数、计算函数能力,在带限制的同步模式下研究的是相应系统接受语言的能力。

4.1 具有突触规则的脉冲神经膜系统在极大同步模式下的计算能力

极大同步模式意味着,在每一个计算步内,可使用的规则形成一个规则集,按照单条突触上规则串行使用的原则(每步只能使用一条规则),考虑始于同一神经元的不同突触上有两条及以上可使用的规则且规则消耗脉冲数不同时的策略,可使用规则集中的最大子集被选出,即选出集合中的每条规则必须在当前计算步使用。

关于在极大同步模式下,具有突触规则的脉冲神经膜系统的计算能力是该系统被提出后的研究重点。若具有突触规则的脉冲神经膜系统内只有一个神经元,则其作为产生数的设备时,刻画的是有限自然数集;若系统内有两个神经元,则其作为产生数的设备时,产生的数集包含于半线性数集;若系统内神经元数目无限制,在作为以上 3 种计算设备,即产生数、接受数、计算函数的设备时,都被证明是与图灵机等价的^[40]。构造小通用系统是具有突触规则的脉冲神经膜系统领域的另一个研究重点,文献[33]用 39 个神经元和标准规则

构造了用于计算函数的通用的具有突触规则的脉冲神经膜系统,若允许使用扩展规则,通用系统中神经元的数目则可减少到30,而在文献[40]中通用系统中的神经元数目可减少到6。

关于基于串行策略具有突触规则的脉冲神经膜系统的计算能力研究,文献[35]指出,在该策略下,不带权重的具有突触规则的脉冲神经膜系统的计算能力被极大地限制了,其只能产生有限数集,而带权重的具有突触规则的脉冲神经膜系统被证明是计算通用的,该结果说明了权重对于相应系统的计算能力的影响不可小觑。此外,上述文献用26个神经元和标准规则(或扩展规则)构造了相应的小通用系统,用于计算函数。

有关基于最大脉冲消耗策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统的研究,主要集中在其作为产生数、接受数以及产生数的向量集(产生每一分量为自然数的向量集)的设备时的计算能力。文献[36]中,基于最大脉冲消耗策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统,作为数的产生与接受设备时被证明是计算通用的。另一方面,该系统作为产生数的向量集的设备,系统从初始格局出发,如果该系统输出神经元至少两次(或 k 次, $k \geq 2$)释放脉冲到环境中,其结果记为输出神经元最初两次(或 k 次)释放脉冲到环境的时间间隔。在极大同步模式下,基于最大脉冲消耗策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统被证明,当对单个神经元内的脉冲数无限限时,该类系统可产生所有图灵机能产生的数集或数的向量集,当神经元内脉冲数有限制时,该类系统产生的数集是半线性数集,而产生的数的向量集严格包含于半线性向量集^[37]。

有关基于竞争策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统的研究,主要集中在证明其作为产生数、接受数、计算函数的设备时的计算通用性方面^[38]。值得一提的是,与通常的编码输入信息不同,输入神经元是根据接收到的外来脉冲数序列进行编码,即若在某时刻输入神经元接收到 i 个脉冲,则当前步记录为 $i(i \in \mathbb{N})$,特别地,输入神经元未接收到来自环境的脉冲的时刻记为0。当基于竞争策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统作为计算函数的设备时,自然数 n 通过输入神经元二元编码 $0^* 43^{n-1} 40^*$ 引入系统,系统开始计算,其计算结果记为输出神经元最初两次释放脉冲到环境的时间间隔。基于竞争策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统被证明在其作为产生数、接受数、计算函数的设备时与图灵机等价,并用72个神经元构造了一个通用的基于竞争策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统用于计算函数。

有关基于极大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统的研究,主要集中在证明其作为产生数、接受数设备时的计算能力方面^[39]。基于极大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统,在采用二元编码定义输出时被证明只能刻画半线性数集,即其是非通用的。此外,文献[39]中尝试在突触上加上权重,将基于极大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统作为产生数,以及当输入采用二元编码时,其作为接受数的设备都是通用的。结果表明,突触权重是影响基于极大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统计算能力的一个要素。

4.2 具有突触规则的脉冲神经膜系统在异步模式下的计算能力

异步模式是对极大并行模式的扩展,在该模式下,可使用的规则可以不立即使用,而是等待任意长时间后使用,但未被使用的规则在其等待期内也可能因为其他规则的使用导致系统格局的转移而变得不可使用。异步模式下的随机性更大,但是考虑到生物系统中由于环境、温度、噪声、反应速率等因素,异步更符合实际情况,而生物系统在异步模式下性状的稳定性是研究的热点和难点。

具有突触规则的脉冲神经膜系统在异步模式下的研究主要集中在其作为产生数和接受数的设备的能力。当该系统作为产生数的设备时,系统从初始格局出发,如果该系统到达停机格局,则其结果记为输出神经元释放到环境中的脉冲总数;当其作为接受某数的设备时,带检测数经编码为系统初始格局,相应系统由初始格局开始演化,如果系统最终停机,则待检测数被该系统接受。在异步工作模式下,具有突触规则的脉冲神经膜系统在使用扩展规则时被证明是计算通用的,且用94个神经元和扩展规则构造了通用的在异步模式下的具有突触规则的脉冲神经膜系统,并用于接受数^[41]。

以上结果表明,具有突触规则的脉冲神经膜系统因扩展规则的使用,其在异步模式下计算能力没有被削弱,但该系统仅使用标准规则,其是否通用尚未得到证实。在脉冲神经膜系统研究领域,异步模式下脉冲神经膜系统引入局部同步后被证明是计算通用的。

4.3 具有突触规则的脉冲神经膜系统在带限制的同步模式下的计算能力

带限制同步模式是相对于极大同步提出的,相应系统内的可使用规则在一定条件下才能被使用。具体而言,通过映射 $\varphi: R \rightarrow \Sigma \cup \{\lambda\}$,将具有突触规则的脉冲神经膜系统中的每一条规则赋予一个符号,这个符号可能是给定字母表 Σ 中的一个符号,也可能是空字符 λ 。与极大同步模式下不同的是,相应系统在一个计算步内某一特定符号的可使用规则才能被使用^[42]。

具有突触规则的脉冲神经膜系统在带限制同步模式下的研究主要是将该系统作为接受语言的设备,考察其接受语言的能力。系统从初始格局出发,在其虚拟输入带上放有带检测的字符串,一个虚拟的读头最初指在该字符串的最左端。当读头指向一个字符,在具有突触规则的脉冲神经膜系统对应该字符的所有可使用规则才能被使用,对应其他字符的可使用规则暂时不能被使用,当规则使用后该字符被消耗掉,读头向右移动;若当前步系统内对应该字符的规则都不可使用,那么系统中对应空字符 λ 的规则均被使用,读头仍停在当前字符。在带限制同步模式下,若字符串读完,系统到达一个终止格局,则该字符串被接受,否则被拒绝。

文献[42]将带限制同步模式下具有突触规则的脉冲神经膜系统接受语言的能力与乔姆斯基层次语言族相比,证明了具有突触规则的脉冲神经膜系统在带限制同步模式下接受语言的能力,与该系统的计算是否允许对应于空字符 λ 规则被使用有关。如果带限制同步模式下具有突触规则的脉冲神经膜系统的计算无空字符 λ 的规则被使用,只含一个神经元的

系统只能刻画有限语言族,对神经元数目无限制的系统可以接受正则语言、上下文无关语言,但至多接受上下文有关语言,其中只含一个神经元的带限制同步具有突触规则的脉冲神经膜系统刻画的是有限语言族;如果相应系统计算允许空字符 λ 的规则被使用,则相应系统可接受递归可枚举语言。

5 具有突触规则的脉冲神经膜系统应用

本节先介绍有关具有突触规则的脉冲神经膜系统在经典 NP 难问题求解方面的应用,再简要介绍近年来基于具有突触规则的脉冲神经膜系统在算术运算和解密研究方面的应用。

5.1 求解子集和问题

本节先根据文献[43],介绍利用具有突触规则的脉冲神经膜系统求解判定性问题的概念,然后分析相应膜系统求解子集和这一经典 NP 难问题的能力。

定义 1 设 I_Q 是若干实例的集合, Θ_Q 是一个有关实例的命题, $Q = \{I_Q, \Theta_Q\}$ 是一个判定问题, $f: N \rightarrow N$ 是一个可计算函数。若:

(1) 存在一个在多项式时间工作的图灵机,且这个图灵机可以构建具有突触规则的脉冲神经膜系统 $\Pi(n) (n \in N)$;

(2) 在 I_Q 上存在一个多项式时间的计算函数对 (cod, s) , 使得:

1) 对于每一个例子 $q \in I_Q$, 存在一个自然数 $s(q)$, $cod(q)$ 是经具有突触规则的脉冲神经膜系统 $\Pi(s(q))$ 编码过的一个输入;

2) 对于每一个例子 $q \in I_Q$, 由输入 $cod(q)$ 诱导的系统 $\Pi(s(q))$ 的计算至多在 $f(|q|)$ 步内停止, 被称为系统族 Π 关于 (Q, cod, s) 是 f 有界的;

3) 若对每一个例子 $q \in I_Q$, 系统 $\Pi(s(q))$ 存在一个由输入 $cod(q)$ 诱导的可接受计算, 那么 $Q(q) = 1$ 且系统族 Π 关于 (Q, cod, s) 是充分的;

4) 若对每一个例子 $q \in I_Q$, 存在一个系统 $\Pi(s(q))$ 由输入 $cod(q)$ 诱导的可接受计算, 那么系统族 Π 关于 (Q, cod, s) 是完备的。

则称 Q 可由一族 f 有界的具有突触规则的脉冲神经膜系统 $\Pi = \{\Pi(n) | n \in N\}$ 以确定、统一的方式求解, 记为 $Q \in NRSSN(f)$ 。

定义 2 若 Q 可由具有突触规则的脉冲神经膜系统 $\Pi = \{\Pi(n) | n \in N\}$ 在多项式时间内以非确定、统一的方式解答, 则记为 $Q \in NPRSSN(f)$ 。

定义 3 若对每一个例子 $q \in I_Q$, 存在一个在多项式时间内工作的图灵机, 构建关于 $Q = \{I_Q, \Theta_Q\}$ 的具有突触规则的脉冲神经膜系统, 可以在以可计算函数 f 为界的时间内以非确定、非统一的方式解答, 称由具有突触规则的脉冲神经膜系统族 $\Pi = \{\Pi(q) | q \in I_Q\}$ 关于解答判断问题 Q 是非统一、 f 有界、充分且完备的, 记为 $Q \in NRSSN^*(f)$ 。

定义 4 若 Q 可由具有突触规则的脉冲神经膜系统 $\Pi = \{\Pi(q) | q \in I_Q\}$ 在多项式时间内以非确定、非统一的方式解答, 则记为 $Q \in NPRSSN^*(f)$ 。

子集和问题(Subset Sum)是一个经典的 NP 难问题。设 S

和集合 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 中的元素都是正整数, $I_Q = \langle V, S \rangle$ 是子集和问题的一个例子, $\Theta_Q = \{\exists V_1 | V_1 \subset V \text{ s. t. } \sum_{v_i \in V_1} v_i = S\}$ 是有关该例子的一个命题, $Q = \{I_Q, \Theta_Q\}$ 是关于该命题的判定问题。根据文献[43], 具有突触规则的脉冲神经膜系统求解子集和问题(Subset Sum)的计算能力如下。

定理 1 Subset Sum $\in NPRSSN^*$

定理 2 Subset Sum $\in NPRSSN$

此外, 用矩阵来表达具有突触规则的脉冲神经膜系统的计算过程, 使有关子集和问题的求解有相应的仿真算法, 通过仿真实验证实了该系统的可行性和有效性。

5.2 算术运算和 RSA 解密

文献[44]提出将基于串行策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统作为处理算术运算的装置, 构造了只用一个输入神经元的基于串行策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统, 该系统的输入、输出都采取脉冲序列二元编码, 解决了文献[45]中提出的问题; 如何设计一个单输入的脉冲神经膜系统, 使之可以求解 n 个自然数的和以及任意两个自然数的乘积。此外, 文献[45]中用于求解两数的最大公约数所构造的系统比文献[46]构造的系统使用的神经资源更少。

RSA 算法由 Rivest 等于 1977 年提出, 是目前最具影响力的公钥加密算法之一[47], 该算法的安全性依赖于大整数的质因数分解这一著名的计算困难问题, 是多年来研究人员一直尝试解决的问题[48]。近年来, 人们尝试用非传统计算模型求解该类问题, 鉴于膜系统具有的分布式结构, 以及已有的在求解 NP 难问题方面取得的成果, 膜系统可以用于在合理时间范围内求解 RSA 算法中大整数的质因数分解问题[30]。文献[49]构造了一个基于串行策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统, 该系统由输入模块、随机数模块、乘法模块和比较模块和输出模块构成, 所构造的系统通过输入模块来接收采用二进制编码的自然数, 随机数模块、乘法模块、比较模块对输入数质因数进行分解, 并将计算结果通过输出模块以二进制编码的脉冲序列输出。文献[49]通过实验证明, 该系统可以通过空间换取时间的方式, 在线性时间内实现对较大整数的质数分解, 破解经 RSA 算法加密的密码。从实验结果来看, 采用基于串行策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统对破解 RSA 算法加密的密码有一定的可行性。

结束语 具有突触规则的脉冲神经膜系统于 2014 年被提出。本文梳理了具有突触规则的脉冲神经膜系统及其变体的相关研究成果, 首先介绍了具有突触规则的脉冲神经膜系统的形式定义与相关概念, 然后介绍了具有突触规则的脉冲神经膜系统的 4 个变体, 即基于串行策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统、基于消耗脉冲最大策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统、基于极大消耗脉冲策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统和基于竞争策略的具有突触规则的脉冲神经膜系统, 最后介绍了具有突触规则的脉冲神经膜系统及其变体的计算能力和应用研究进展。本文尽管取得了一些研究进展, 但是具有突触规则的脉冲神经膜系统仍是一类新兴计算模型, 有许多值得研究的问题。

有关具有突触规则的脉冲神经膜系统及其变体计算能力的理论方面还需继续研究。一方面, 研究人员提出了有关具有

突触规则的脉冲神经膜系统的多个变体,而受其他生物反应启发或结合数学、计算机科学中的机制,提出其他具有突触规则的脉冲神经膜系统的变体,以满足不同的计算需求也是值得研究的。另一方面,具有突触规则的脉冲神经膜系统在极大同步、异步模式下和带限制的同步模式下的计算能力已有相关研究,在其他膜计算领域讨论的工作模式(如串行模式、与时间无关模式等)下的计算能力值得进一步研究。此外,从目前的研究进展来看,有关具有突触规则的脉冲神经膜系统语言方面的研究相对较少,如具有突触规则的脉冲神经膜系统产生语言的能力,或是在其他约束条件下产生或者接受语言的能力都值得进一步的研究。

现实中许多难题可以归结到数学中的计算困难问题,鉴于具有突触规则的脉冲神经膜系统目前在求解计算困难方面的成果,相关研究值得继续深入。子集和是经典的计算困难问题,人们通过具有突触规则的脉冲神经膜系统设计了相应的非统一算法和统一算法,将具有突触规则的脉冲神经膜系统运用于求解其他 NP 难问题(如文献[50-51]提出的哈密尔顿和可满足问题),或若干实际的计算困难问题,如 RSA 加密、解密中的核心问题——大整数质因数分解的也是值得考虑的。此外,基于膜系统本身的分布式结构、选择性信息交流和求解计算困难问题的理论,后期的相关研究可以针对突破现有的局限来开展,如分析现有实验的局限性(如文献[52-54]中的模拟实验),尽可能地缩小模拟过程串行 CPU 和并行 GPU 间性能差异等。

参 考 文 献

- [1] MANGE D, MARCO T. Bio-inspired Computing Machines: Towards Novel Computational Architectures[M]. PPUR Presses Polytechniques, 1998.
- [2] SIPPER M. Machine Nature: The Coming Age of Bio-inspired Computing[M]. McGraw Hill, 2002.
- [3] KAR A K. Bio-inspired computing—a review of algorithms and scope of applications[J]. Expert Systems with Applications, 2016, 59: 20-32.
- [4] DARWISH A. Bio-inspired computing: Algorithms review, deep analysis, and the scope of applications[J]. Future Computing and Informatics Journal, 2018, 3(2): 231-246.
- [5] PĂUN GH. Computing with membranes[J]. Journal of Computer and System Sciences, 2000, 61(1): 108-143.
- [6] PĂUN GH. Membrane computing: an introduction[M]. Springer Science & Business Media, 2002.
- [7] ZHANG G, PAN L. A survey of membrane computing as a new branch of natural computing[J]. Chinese Journal of Computers, 2010, 33(2): 208-214.
- [8] SONG B, LI K, ORELLANA-MARTÍN D, et al. A survey of nature-inspired computing: membrane computing[J]. ACM Computing Surveys(CSUR), 2021, 54(1): 1-31.
- [9] PĂUN GH, ROZENBERG G, SALOMAA A. The Oxford Handbook of Membrane Computing[M]. London: Oxford University Press, 2009.
- [10] PĂUN GH. A quick introduction to membrane computing[J]. The Journal of Logic and Algebraic Programming, 2010, 79(6): 291-294.
- [11] ZHANG G, PÉREZ-JIMÉNEZ M J, RISCOS-NÚÑEZ A, et al. Membrane computing models: implementations[M]. New York, USA: Springer, 2021.
- [12] JIMENEZ Z B, CABARLE F G C, DE LA CRUZ R T A, et al. Matrix representation and simulation algorithm of spiking neural P systems with structural plasticity[J]. Journal of Membrane Computing, 2019, 1(3): 145-160.
- [13] CHEN Y, CHEN Y, ZHANG G, et al. A survey of learning spiking neural P systems and a novel instance[J]. International Journal of Unconventional Computing, 2021, 16(2/3): 173-200.
- [14] JIANG K, SONG B, SHI X, et al. An overview of membrane computing[J]. Journal of Bioinformatics and Intelligent Control, 2012, 1(1): 17-26.
- [15] VERLAN S, FREUND R, ALHAZOV A, et al. A formal framework for spiking neural P systems[J]. Journal of Membrane Computing, 2020, 2(4): 355-368.
- [16] RONG H, WU T, PAN L, et al. Spiking neural P systems: theoretical results and applications[M]// Enjoying Natural Computing. Cham: Springer, 2018: 256-268.
- [17] FU Z, ZHANG L. Cortical neural P systems[C]// International Conference on Bio-Inspired Computing: Theories and Applications. Singapore: Springer, 2020: 624-638.
- [18] SOSÍK P. P systems attacking hard problems beyond NP: a survey[J]. Journal of Membrane Computing, 2019, 1(3): 198-208.
- [19] ZHANG G, GHEORGHE M, PAN L, et al. Evolutionary membrane computing: a comprehensive survey and new results[J]. Information Sciences, 2014, 279: 528-551.
- [20] FAN S, PAUL P, WU T, et al. On applications of spiking neural P systems[J]. Applied Sciences, 2020, 10(20): 7011.
- [21] ZHANG G, PÉREZ-JIMÉNEZ M J, RISCOS-NÚÑEZ A, et al. Membrane Computing Models: Implementations[M]. Cham: Springer, 2021.
- [22] ZHANG G, SHNAG Z, VERLAN S, et al. An overview of hardware implementation of membrane computing models[J]. ACM Computing Surveys(CSUR), 2020, 53(4): 1-38.
- [23] VALENCIA-CABRERA L, PÉREZ-HURTADO I, MARTÍNEZ-DEL-AMOR M Á. Simulation challenges in membrane computing[J]. Journal of Membrane Computing, 2020, 2(4): 392-402.
- [24] YAHYA R I, SHAMSUDDIN S M, YAHYA S I, et al. Image segmentation using membrane computing: a literature survey[C]// International Conference on Bio-Inspired Computing: Theories and Applications. Singapore: Springer, 2016: 314-335.
- [25] DÍAZ-PERNIL D, GUTIÉRREZ-NARANJO M A. Membrane computing and image processing: A short survey[J]. Journal of Membrane Computing, 2019, 1(1): 58-73.
- [26] LIU Y, CHEN Y, PAUL P, et al. A review of power system fault diagnosis with spiking neural P systems[J]. Applied Sciences, 2021, 11(10): 4376.
- [27] PAVEL A B, VASILE C I, DUMITRACHE I. Membrane computing in robotics[M]// Beyond Artificial Intelligence. Berlin: Springer, 2013: 125-135.

- [28] BUIU C, FLOREA A G. Membrane computing models and robot controller design, current results and challenges[J]. *Journal of Membrane Computing*, 2019, 1(4): 262-269.
- [29] GUO P, XU W. Implementation of RSA algorithm based on P system[J]. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 2017, 14(9): 4227-4235.
- [30] GANBAATAR G, NYAMDORJ D, CICHON G, et al. Implementation of RSA cryptographic algorithm using SN P systems based on HP/LP neurons[J]. *Journal of Membrane Computing*, 2021, 1(3): 22-34.
- [31] IONESCU M, PĂUN GH, YOKOMORI T. Spiking neural P systems[J]. *Fundamenta Informaticae*, 2006, 71(2/3): 279-308.
- [32] GHEORGHE M, LEFTICARU R, KONNUR S, et al. Spiking neural P systems; matrix representation and formal verification [J]. *Journal of Membrane Computing*, 2021, 3(2): 133-148.
- [33] SONG T, PAN L, PĂUN GH. Spiking neural P systems with rules on synapses[J]. *Theoretical Computer Science*, 2014, 529: 82-95.
- [34] GRZEGORZ R, SALOMAA A. *Handbook of Formal Languages [M]*. Berlin; Springer, 1997.
- [35] ZHANG X, ZENG X, PAN L. Weighted spiking neural P systems with rules on synapses [J]. *Fundamenta Informaticae*, 2014, 134(1/2): 201-218.
- [36] SONG T, PAN L. Spiking neural P systems with rules on synapses working in maximum spiking strategy[J]. *IEEE Transactions on Nanobioscience*, 2015, 14(4): 465-477.
- [37] SONG T, PAN L. Spiking neural P systems with rules on synapses working in maximum spikes consumption strategy[J]. *IEEE Transactions on Nanobioscience*, 2015, 14(1): 37-43.
- [38] PENG H, CHEN R, WANG J, et al. Competitive spiking neural P systems with rules on synapses[J]. *IEEE Transactions on Nanobioscience*, 2017, 16(8): 888-895.
- [39] SU Y, WU T, XU F, et al. Spiking neural P systems with rules on synapses working in sum spikes consumption strategy[J]. *Fundamenta Informaticae*, 2017, 156(2): 187-208.
- [40] SONG T, XU J, PAN L. On the universality and non-universality of spiking neural P systems with rules on synapses[J]. *IEEE Transactions on Nanobioscience*, 2015, 14(8): 960-966.
- [41] SONG T, ZOU Q, LIU X, et al. Asynchronous spiking neural P systems with rules on synapses[J]. *Neurocomputing*, 2015, 151: 1439-1445.
- [42] ZHNAG L, XU F, RAMANUJAN A, et al. Control languages accepted by labelled spiking neural P systems with rules on synapses[J]. *Theoretical Computer Science*, 2021, 893: 60-71.
- [43] CABARLE F G C, DE LA CRUZ R T A, CAILIPAN D P P, et al. On solutions and representations of spiking neural P systems with rules on synapses[J]. *Information Sciences*, 2019, 501: 30-49.
- [44] WANG H, ZHOU K, ZHANG G. Arithmetic operations with spiking neural P systems with rules and weights on synapses [J]. *International Journal of Computers Communications & Control*, 2018, 13(4): 574-589.
- [45] GUTIÉRREZ N M Á, LEPORATI A. Performing arithmetic operations with spiking neural P systems[C]// *Proceedings of the Seventh Brainstorming Week on Membrane Computing*. Sevilla, ETS de Ingenieria Informatica, 2009: 181-198.
- [46] ZHANG X, ZENG X, PAN L, et al. A spiking neural P system for performing multiplication of two arbitrary natural numbers [J]. *Chinese Journal of Computers*, 2009, 32(12): 2362-2372.
- [47] RIVEST R L, SHAMIR A, ADLEMAN L. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems[J]. *Communications of the ACM*, 1978, 21(2): 120-126.
- [48] MÜLLER S, MÜLLER W B. The security of public key cryptosystems based on integer factorization[C]// *Australasian Conference on Information Security and Privacy*. Berlin; Springer, 1998: 9-23.
- [49] WNAG H, ZHOU K, ZHANG G, et al. Application of weighted spiking neural P systems with rules on synapses for breaking RSA encryption[C]// *Proceedings of the Asian Branch of International Conference on Membrane Computing (ACMC2018)*. Auckland, New Zealand, 2020: 191-210.
- [50] PAN L, ALHAZOV A. Solving HPP and SAT by P systems with active membranes and separation rules[J]. *Acta Informatica*, 2006, 43(2): 131-145.
- [51] VALENCIA-CABRERA L, SONG B, MACÍAS-RAMOS L F, et al. Computational efficiency of P systems with symport /antiport rules and membrane separation[C]// *Proceedings of the 13th Brainstorming Week on Membrane Computing*. Sevilla: ETS de Ingenieria Informatica, 2015: 325-370.
- [52] CABARLE F G C, ADORNA H N, MARTÍNEZ-DEL A M Á, et al. Improving GPU simulations of spiking neural P systems [J]. *Romanian Journal of Information Science and Technology*, 2012, 15 (1): 5-20.
- [53] CARANDANG J P, CABARLE F G C, ADORNA H N, et al. Handling non-determinism in spiking neural P systems; algorithms and simulations [J]. *Fundamenta Informaticae*, 2019, 164 (2/3): 139-155.
- [54] CARANDANG J P, VILLAFLORES J M, CABARLE F G C, et al. CuSNP: spiking neural P systems simulators in CUDA[J]. *Romanian Journal of Information Science and Technology*, 2017, 20(1): 57-70.



ZHANG Lu-ping, born in 1982, master, associated professor. Her main research interests include natural computing and membrane computing.



XU Fei, born in 1984, Ph.D, research associate. His main research interests include natural computing, DNA computing and its applications in bio-medicine.