



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

基于k-shell熵的影响力节点的排序与识别

原慧琳, 冯宠

引用本文

原慧琳, 冯宠. 基于k-shell熵的影响力节点的排序与识别[J]. 计算机科学, 2022, 49(11A): 210800177-5.

YUAN Hui-lin, FENG Chong. [Ranking and Recognition of Influential Nodes Based on k-shell Entropy](#) [J]. Computer Science, 2022, 49(11A): 210800177-5.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[基于边缘计算的数据无损压缩方法](#)

Lossless Data Compression Method Based on Edge Computing

计算机科学, 2022, 49(11A): 210500195-6. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210500195>

[基于改进EfficientNetV2的有害垃圾图像分类方法](#)

Classification Method of Harmful Garbage Images Based on Improved EfficientNetV2

计算机科学, 2022, 49(11A): 211100100-5. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.211100100>

[基于一种新的q-rung orthopair模糊交叉熵的属性约简算法](#)

Attribute Reduction Algorithm Based on a New q-rung orthopair Fuzzy Cross Entropy

计算机科学, 2022, 49(11A): 211200142-6. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.211200142>

[基于核心节点影响力的社区发现方法](#)

Community Discovery Method Based on Influence of Core Nodes

计算机科学, 2022, 49(11A): 211100002-7. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.211100002>

[复杂网络社团发现综述](#)

Survey of Community Detection in Complex Network

计算机科学, 2022, 49(11A): 210800144-11. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210800144>

基于 k-shell 熵的影响力节点的排序与识别

原慧琳¹ 冯 宠²

1 东北大学秦皇岛分校管理学院 河北 秦皇岛 066004

2 东北大学信息科学与工程学院 沈阳 110819

(1000289@neuq.edu.cn)

摘 要 节点的影响力排序一直是复杂网络领域中最具有吸引力的一个问题,其对于衡量节点的传播能力有着重要的作用。由于网络中的节点的规模很大,研究者们希望能够更准确地估计节点的传播能力。文中基于信息论的基本概念和 k-shell 方法提出了一种新的影响力节点的排序方法,根据节点所在网络中的位置的拓扑信息来测量节点的传播能力。实验结果表明,该方法可以有效地识别网络中有影响力的节点,并且可以有效避免 k-shell 法的“富人俱乐部现象”。

关键词: 复杂网络;影响力节点;k-shell;熵;信息传播

中图法分类号 TP311

Ranking and Recognition of Influential Nodes Based on k-shell Entropy

YUAN Hui-lin¹ and FENG Chong²

1 College of Management, Northeastern University, Qinhuangdao, Hebei 066004, China

2 College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China

Abstract The spreading capacity of nodes has been one of the most attractive problems in the field of complex networks. Due to the large size of nodes in network, researchers want to find accurate measures to estimate the spreading capacity of nodes. In this paper, a new method is proposed based on the basic concepts of information theory and k-shell, which measures the spreading capacity of nodes according to the topological information of their locations in the network. Experimental results show that the proposed method is more effective than other similar methods, and can effectively avoid the “rich club phenomenon” of k-shell method.

Keywords Complex network, Influential node, k-shell entropy, Information spreading

1 引言

随着复杂网络研究的兴起,识别网络中有影响力的传播者对于信息传播至关重要。借助社交网络,很大一部分人可以用最简单的方式和最短的时间获悉具体的信息。因此,在社交网络中,最大化有影响力节点被认为是一个重要的问题。影响力最大化可以定义为识别小部分节点,以最大化影响力的传播。换句话说,在特定的传播模型下,能够传播的最大化的节点的数量。因此,识别网络中节点的传播能力是解决此问题的关键因素^[1]。

目前,已经有许多度量节点的传播能力的方法被提出。经典的中心性方法包括度中心性^[2]、接近中心性^[3]、介数中心性^[4]、基于邻域的中心性^[5-6]、基于路径的中心性^[7]、局部结构相似性^[8]等。其中 Kitsak 等^[9]提出的 k-shell 方法是应用最广泛的方法。但是,具有相同 k-shell 索引的节点的重要性可能不同^[10]。换句话说,有多个节点的 k-shell 索引是相同的。

这种现象被称为“富人俱乐部现象”。

目前,许多方法已经被提出以改进 k-shell 方法,并且有效避免了“富人俱乐部现象”。Hu 等^[11]确定了社区网络中多个有影响力的传播者,并发现传播者之间的距离起着重要作用。Guo 等^[12]提出了一种改进的方法来识别有影响力的传播者。Zhang 等^[13]提出了一种选择具有最佳传播能力的传播节点的方法,可以改善富人俱乐部现象。Bian 等^[14]提出了一种基于节点信息维度的方法来识别影响节点,每个节点不同拓扑距离尺度的局部维度构成节点信息维度,但其计算复杂度较高。Sheikhamadi 等^[15]定义了一个基于邻域的度、结构位置和分散度的混合参数,以发现有影响的节点。最近,Zareie 等^[16]提出了一个利用香农熵和香农散度概念确定节点中心性的指数。在该索引中,影响节点取决于其相邻节点在图中的分散度,以及它们在网络上的影响范围和影响强度。此外,还提出了几种节点排序算法来提升排序性能^[17]。节点的影响由位置和相邻节点共同确定。然而,属于较低 k-shell

基金项目:东北大学资助产学研战略合作项目(71971050);东北大学秦皇岛分校永辉超市股份有限公司产学研基地战略合作框架协议(7043902891801)

This work was supported by the Northeastern University Industry-University-Research Strategic Cooperation Project(71971050), Northeastern University Qinhuangdao Branch Yonghui-Supermarket Industry-University-Research Cooperation Strategic Framework Agreement (7043902891801).

通信作者:冯宠(fengchong1997@163.com)

索引的节点有时可能比较高 k-shell 的节点具有更大的影响^[15]。因此,设计一种有效的节点重要性排序方法至关重要。

本文提出一种基于节点的 k-shell 和信息熵的节点影响力传播的度量方法。由于节点的邻居对节点的传播能力有很大影响,一个具有高 k-shell 索引邻居的节点可能具有更高的传播能力。与此同时,节点邻居的 k-shell 值的均匀性对节点的传播能力至关重要。因此,在这项研究中,将利用信息熵提出一个衡量网络节点传播能力的方法 Ks_EntropyKs_Entropy。利用 SIR 模型评估本文方法,结果表明,现实世界网络中的 Ks_Entropy 在单调性、排名的准确性方面优于其他类似的方法。

2 理论方法

无向图和未加权图可以表示为 $G=(V,E)$,其中 V 和 E 分别是节点和边。 $A=(a_{ij})_{n \times n}$ 为邻接矩阵。

2.1 度中心性

节点的度中心性^[2]是估计节点传播能力的最简单的方法。度中心性表示为:

$$DC(v_i) = \sum_j a_{ij} \quad (1)$$

其中, a_{ij} 是邻接矩阵的元素,如果节点 v_i 和 v_j 相连接,则 $a_{ij} = 1$,否则 $a_{ij} = 0$ 。

2.2 混合度分解法

MDD^[18]是一种提高 k-shell 精度的方法。它通过同时考虑剩余度 k_r 和耗尽度 k_e 来修改过程。节点 v 的混合度定义如下:

$$k_m(v) = k_r + \lambda * k_e \quad (2)$$

其中, λ 是介于 0 和 1 之间的可调参数。

2.3 改进 k-shell 指标 (θ)

改进的 k-shell 指标^[19]考虑从目标节点到核心的最短距离,具体定义如下:

$$\theta(v) = (k_{s_{max}} - k_s(v) + 1) \sum_{w \in \Gamma_i} d(v, w) \quad (3)$$

其中, $k_{s_{max}}$ 是网络中所有的最大 k-shell 索引节点, $k_s(v)$ 是节点 v 的 k-shell 索引, $d(v, w)$ 是节点 v 到达节点 w 的最短距离, Γ_i 是 k-shell 索引为 $k_{s_{max}}$ 的节点。

2.4 局部核心中心性

邻域核心中心性^[5]通过对所有邻居的 k-shell 值求和来估计网络中节点的传播能力。节点 v 的邻域核心定义为:

$$C_{nc}(v) = \sum_{w \in N(v)} k_s(w) \quad (4)$$

其中, $N(v)$ 是节点 v 的邻居集, $k_s(w)$ 是其邻居节点 w 的 k-shell 索引。

此外,节点 v 的扩展邻域核心度 $C_{nc+}(v)$ 如下所示:

$$C_{nc+}(v) = \sum_{w \in N(v)} C_{nc}(w) \quad (5)$$

其中, $C_{nc}(w)$ 是邻居 w 的邻域核心。

2.5 混合核、度、熵 (MCDE)

Sheikhahmadi 将加权熵^[20]定义为式(6),用于确定节点 v 的邻居在网络上的多样性,具体定义如下:

$$Entropy(v) = - \sum_{i=1}^{k_{s_{max}}} (p_i * \log_2(p_i)) \quad (6)$$

其中, p_i 是第 i 个 k-shell 中存在节点 v 的邻居的数量,其计算式如式(7)所示:

$$p_i = \frac{Count(v's \ neighbors \ in \ core \ i)}{k(v)} \quad (7)$$

由此,得出 MCDE 的定义为:

$$MCDE(v) = \alpha * k_s(v) + \beta * k(v) + \gamma * Entropy(v) \quad (8)$$

其中, $k_s(v)$ 为节点 v 的 k-shell 值, $k(v)$ 为节点 v 的度, $Entropy(v)$ 用于计算节点 v 的邻居在不同核中的分散度。为了使这些措施的效果相等,取 $\alpha = \beta = \gamma = 1$ 。

3 Ks_Entropy 法

本文考虑节点的 k-shell 方法的局限性,为了避免 k-shell^[21]方法的富人俱乐部现象,利用节点邻居的 k-shell 以及信息熵相结合的方法。如果一个节点的邻居具有较高的 k-shell 值,则这个节点很可能具有较强的传播能力。然而,具有大 k-shell 索引的节点也不一定具有较强的传播能力,可能的原因是节点的邻居分布不均匀^[16]。基于此,我们利用节点的信息熵来提高节点的邻居的均匀性。因此,结合节点的邻居节点的 k-shell 值以及信息熵的基本概念,提出 Ks_Entropy 方法,使其更加准确有效地识别影响力节点。

一阶 k-shell(Ks_v^1)是节点 v 的邻居的总和 Ks ,具体定义如式(9)所示:

$$Ks_v^1 = \sum_{v_j \in N(v)} k_s(v_j) \quad (9)$$

其中, $N(v)$ 是节点 v 的邻居的集合, $k_s(v_j)$ 代表节点 v_j 的 k-shell 值。

因此,节点 v_i 的 $Ks_Entropy$ 如式(10)所示:

$$Ks_Entropy(v_i) = - \left(\frac{Ks}{Ks_v^1} \right) \times \log \left(\frac{Ks}{Ks_v^1} \right) \quad (10)$$

其中, Ks 是节点的 k-shell, Ks_v^1 是节点 v 的一级 k-shell。

4 实验数据及评价方法

4.1 数据集

为了验证本文方法的有效性,将用真实数据集来进行验证。表 1 包含真实网络的详细信息。这些信息包括网络的节点数 $|V|$ 、边的数目 $|E|$ 、平均度 $\langle k \rangle$ 、传染病阈值 β_{th} 、平均聚类系数 ACC 、网络的异质性 (DH) 和同配性 $Assortativity$ 等。真实的网络¹⁾包括空手道俱乐部网络 (Karate)^[22]、海豚网络 (Dolphins)^[23]、爵士音乐家网络 (Jazz)^[24]、Adjnoun 网络^[25]、Celegansneural^[26]、美国足球网 (Football)^[27]、Lesmis 网络^[28]、美国政治书籍 (Polbooks)^[29]、美国航空运输网络 (USAir)^[30]。

4.2 传染病模型

SIR 模型^[31]被广泛应用于描述信息的传播过程。因此,本文采用 SIR 传播模型来评估排序节点的真实影响力。SIR 模型中的每个节点可以是 3 种状态:易感 (S)、感染 (I) 或恢复 (R)。一个节点 v_i 首先被感染,其余节点变为易感节点。在每个时间点内,感染节点 (I) 尝试影响它们的易感节点 (S) 邻居并以传染概率将它们感染到感染 (I) 状态,再以一定的回复概率转变成 R 状态。

¹⁾ www-personal.umich.edu/~mejn/netdata/

表 1 网络数据集的统计特性

Table 1 Statistical characteristics of datasets

Network	$ V $	$ E $	$\langle k \rangle$	$\langle k^2 \rangle$	β_{th}	ACC	Assortativity	DH
Karate	34	78	4.588	35.647	0.129	0.571	-0.4756	0.3854
Adjnoun	112	425	7.589	104.536	0.073	0.173	-0.1293	0.4173
Celegansneural	297	2148	14.465	376.781	0.038	0.292	-0.1632	0.3855
Dolphins	62	159	5.129	34.903	0.147	0.259	-0.0436	0.3250
Jazz	198	2742	27.697	1070.242	0.026	0.617	0.0202	0.3460
Lesmis	77	254	6.597	79.532	0.083	0.573	-0.1652	0.4610
Polbooks	105	441	8.400	100.248	0.084	0.488	-0.1279	0.3280
Usair	332	2126	12.807	568.163	0.023	0.625	-0.2079	0.6472

该过程一直持续到网络中不再有处于感染(I)状态的节点。恢复(R)状态节点的最终数量被视为 SIR 过程结束时节点 v_i 的传播能力。SIR 过程最终获得的所有节点的排名列表 $Y_i (i=1,2,3,\dots,|V|)$ 。节点的传播能力通过重复 SIR 过程来估计每一个节点的传播能力。在 SIR 模拟中,传播概率 $\beta^{[16]}$ 的最小值为 β_{th} 。其中, $\beta_{th} = \frac{\langle k \rangle}{\langle k^2 \rangle}$, $\langle k \rangle$ 和 $\langle k^2 \rangle$ 分别表示网络邻居和二阶邻居的平均度数。在对网络运行 1000 次 SIR 模拟后,将最终的恢复节点的平均数量视为节点最终的传播能力。

SI^[16]模型是 SIR 模型的一种特殊形式。SI 模型中的节点只有两种状态:易感(S)和感染(I)。一个节点 v_i 首先被感染,其余节点变为易感节点。在每一个时刻,感染(I)节点尝试影响它们的易感(S)节点邻居并以传染概率将它们感染到感染(I)状态。随着感染过程的持续,感染的节点会达到一种饱和的状态,即感染的节点的数目不再增加。与 SIR 不同的是,它没有恢复的过程。因此,利用此模型来评价各种方法的影响力节点的感染能力,将最终的感染节点的个数视为节点最终的传播能力。

4.3 评价方法

本文使用单调性函数 M ^[16]、肯德尔系数 τ 、以及节点的传播能力 3 种方法来评价网络中节点的传播能力。

单调函数 M 用于检验各方法识别网络中不同影响力节点的传播能力。利用式(11)来计算各种方法所得到的节点的传播能力的排序列表的单调性。

$$M(R) = \left[1 - \frac{\sum_{r \in R} n_r \times (n_r - 1)}{n \times (n - 1)} \right]^2 \quad (11)$$

其中, n_r 是具有相同排序的节点的数量, n 是排名列表 R 的数量。如果排序列表 R 是完全单调的,则单调性 $M(R) = 1$,

如果 R 中的所有节点都具有相同的秩,则 $M(R) = 0$ 。

肯德尔系数用来评价两个传播能力序列的相关程度。利用此系数衡量用各种中心性方法所获得的节点的传播能力序列 X ,以及利用 SIR 模型所获得的节点的传播序列 Y 的相关程度,如式(12)所示:

$$\tau(X, Y) = \frac{n_c - n_d}{0.5 \times n \times (n - 1)} \quad (12)$$

其中, n_c 和 n_d 分别是 X 和 Y 排名列表中一致和不一致配对的数量, n 是排名列表的大小。使用肯德尔系数计算利用 SIR 模型感染过程得到的排序结果与中心性方法计算得到的排序结果的相关性可以评价排序结果的准确性。

节点的传播能力是评价节点的影响力的一个重要的指标。一个节点的传播能力越强,说明节点在网络中的影响力就越大。因此,本文中利用 SI 模型来评价节点的传播能力,把节点在 SI 模型中最终的感染节点的个数作为节点的传播能力。

5 实验结果分析

在实验过程中,利用度中心性(DC)、混合度分解法(MDD)、改进的 k-shell 指标(θ)、邻居核心中心性(C_{nc} 、 C_{nc+})、混合核、度、熵(MCDE)、k-shell,以及 H-index 等方法来进行对比。

5.1 单调性

本文根据单调函数 M 来计算出不同方法的排序列表的单调性 M 的值。从表 2 中可以得出,本文方法在 8 个真实的数据集网络中的单调性值 M 接近 1,并且高于其他几种方法。由此可见,本文方法相比其他方法能更好地识别网络中不同影响力的节点。

表 2 不同方法在不同网络中获得的单调性值

Table 2 Monotonicity values obtained by different methods in different network

DM(X)	Adjnoun	Celegansneural	Dolphins	Jazz	Lesmis	Polbooks	Usair	Karate
DM(DC)	0.0357	0.0471	0.0161	0.0657	0.0779	0.0381	0.0783	0.1765
DM(MDD)	0.3571	0.2290	0.2419	0.500	0.2727	0.3048	0.2831	0.3235
DM(θ)	0.4911	0.4141	0.5484	0.3182	0.1818	0.4571	0.1717	0.1765
DM(C_{nc})	0.3125	0.2997	0.2742	0.8333	0.3896	0.3238	0.4337	0.4118
DM(C_{nc+})	0.8124	0.9259	0.6613	0.9293	0.5455	0.8476	0.7169	0.6471
DM(Ks)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0051	0.0000	0.0000	0.0060	0.0294
DM(H-index)	0.5890	0.6340	0.7520	0.8520	0.4130	0.8095	0.6241	0.6294
DM(MCDE)	0.3929	0.5892	0.2903	0.8838	0.3377	0.4476	0.4217	0.3235
DM(Ks_Entropy)	0.9786	0.9529	0.9694	0.9793	0.5955	1.0000	0.7849	0.7265

5.2 准确性

第二个实验用于衡量不同方法识别网络中不同的有影响力节点的准确性。

利用本文方法以及其他的中心性方法所计算出节点的中心性,在真实网络中形成的排序列表与利用 SIR 模型计算的排序所得到的肯德尔系数如图 1 所示。肯德尔系数越大,

说明相应的方法识别节点影响力的准确性就越高。

从图 1 可以看出,在真实网络中,Ks_Entropy 方法比

其他类似方法的肯德尔系数高。因此,Ks_Entropy 法可以更准确地识别节点的传播能力。

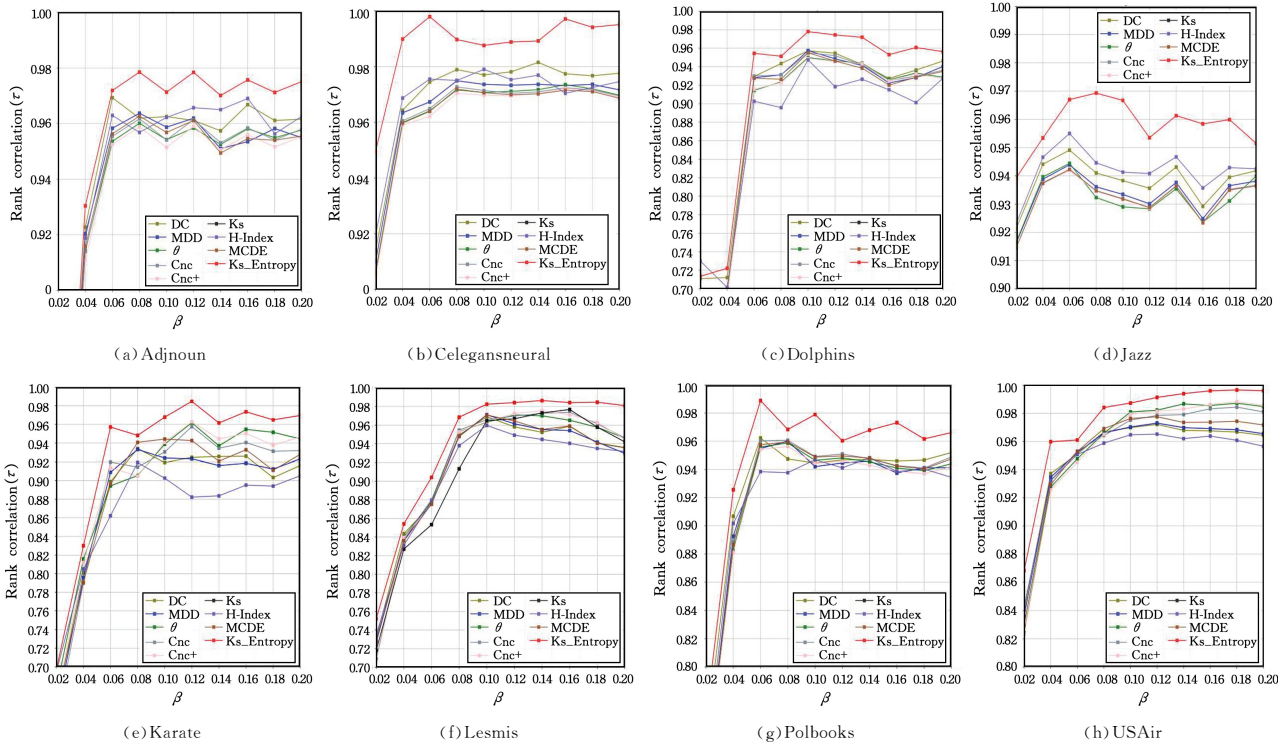


图 1 真实网络在不同的传染概率 β 下的肯德尔系数变化

Fig. 1 Changes of Kendall coefficient τ of real network with different infection probability β

5.3 节点传播能力

第三个实验是判断节点的传播能力。因此,利用 SI 模型来模拟信息在网络中的传播。具体过程为:分别选出每种中

心性方法排名前 10 的节点作为传染源,检测经过一定时间之后所感染的节点数目。具体结果如图 2 所示。由图可知, Ks_Entropy 法的传播能力比其他相似方法强。

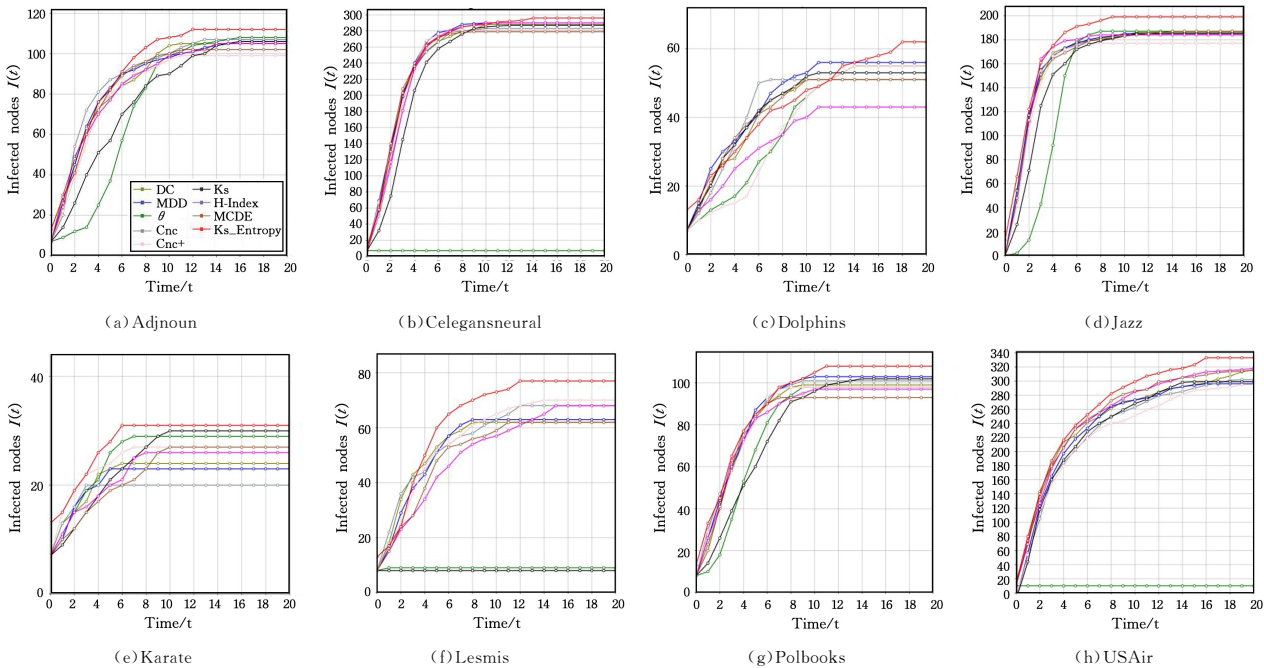


图 2 不同网络中排名前 10 的节点的传播能力

Fig. 2 Infection capacity of top ten nodes in different networks

结束语 本文提出一种基于 k-shell 和熵的节点影响力方法,该方法分别从单调性、准确性以及节点的传播能力 3 个方面说明了该方法的效果。同时,该方法也可以有效避免 k-shell 方法的“富人俱乐部现象”,从而改善影响力

节点的传播能力。

综上所述,考虑邻居节点的 k-shell 值和熵相结合可以有效地改进影响力节点的传播能力。与此同时,该方法可以更加精准地确定影响力节点。

参 考 文 献

- [1] ZHAO Y, LI S, JIN F. Identification of influential nodes in social networks with community structure based on label propagation [J]. *Neurocomputing*, 2016, 210: 34-44.
- [2] FREEMAN L C. Centrality in social networks conceptual clarification [J]. *Social Networks*, 1978, 1(3): 215-239.
- [3] SABIDUSSI G. The centrality index of a graph [J]. *Psychometrika*, 1966, 31(4): 581-603.
- [4] FREEMAN L C. A Set of Measures of Centrality Based on Betweenness [J]. *Sociometry*, 1977, 40(1): 35-41.
- [5] BAE J, KIM S. Identifying and ranking influential spreaders in complex networks by neighborhood coreness [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2014, 395(4): 549-559.
- [6] WANG J, HOU X, LI K. A novel weight neighborhood centrality algorithm for identifying influential spreaders in complex networks [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2017, 475: 88-105.
- [7] HAJARATHAIAH K, ENDURI M K, ANAMALAMUDI S. Efficient algorithm for finding the influential nodes using local relative change of average shortest path [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2022, 591: 126708.
- [8] LIU J G, WANG Z Y, GUO Q. Identifying multiple influential spreaders via local structural similarity [J]. *Europhysics Letters*, 2017, 119(1): 18001.
- [9] KITSACK M, GALLOS L K, HAVLIN S. Identification of influential spreaders in complex networks [J]. *Nature Physics*, 2010, 6(11): 888-893.
- [10] REN Z M, LIU J G L, SHAO F. Analysis of the spreading influence of the nodes with minimum K-shell value in complex networks [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(10): 956-959.
- [11] HU Z L, LIU J G, YANG G Y. Effects of the distance among multiple spreaders on the spreading [J]. *Europhysics Letters*, 2014, 106(1): 18002.
- [12] GUO L, LIN J H, GUO Q. Identifying multiple influential spreaders in term of the distance-based coloring [J]. *Physics Letters A*, 2016, 380(7/8): 837-842.
- [13] ZHANG J X, CHEN D B, DONG Q. Identifying a set of influential spreaders in complex networks [J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 27823.
- [14] BIAN T, DENG Y. Identifying influential nodes in complex networks: A node information dimension approach [J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2018, 28(4): 043109.
- [15] WANG Z, ZHAO Y, XI J, et al. Fast ranking influential nodes in complex networks using a k-shell iteration factor [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2016, 461: 171-181.
- [16] ZAREIE A, SHEIKHAHMADI A, JALILI M. Influential node ranking in social networks based on neighborhood diversity [J]. *Future Generation Computer Systems*, 2019, 94: 120-129.
- [17] LIU Y, WEI B, DU Y. Identifying influential spreaders by weight degree centrality in complex networks [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2016, 86: 1-7.
- [18] ZENG A, ZHANG C J. Ranking spreaders by decomposing complex networks [J]. *Physics Letters A*, 2013, 377(14): 1031-1035.
- [19] LIU J G, REN Z M, GUO Q. Ranking the spreading influence in complex networks [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2013, 392(18): 4154-4159.
- [20] SHEIKHAHMADI A, NEMATBAKHSH M A. Identification of multi-spreader users in social networks for viral marketing [J]. *Journal of Information Science*, 2017, 43(3): 412-423.
- [21] CARMÍ S, HAVLIN S, KIRKPATRICK S, et al. A model of Internet topology using k-shell decomposition [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2007, 104(27): 11150-11154.
- [22] LUSSEAU D, SCHNEIDER K, BOISSEAU O J. The bottlenose dolphin community of Doubtful Sound features a large proportion of long-lasting associations [J]. *Behavioral Ecology and Sociobiology*, 2003, 54(4): 396-405.
- [23] GLEISER P M, DANON L. Community structure in jazz [J]. *Advances in Complex Systems*, 2003, 6(4): 565-573.
- [24] NEWMAN M E J. Finding community structure in networks using the eigenvectors of matrices [J]. *Physical Review E*, 2006, 74(3): 036104.
- [25] RABADE R, MISHRA N, SHARMA S. Survey of influential user identification techniques in online social networks [M] // *Recent Advances in Intelligent Informatics*. Cham: Springer, 2014: 359-370.
- [26] GIRVAN M, NEWMAN M E J. Community structure in social and biological networks [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2002, 99(12): 7821-7826.
- [27] MEHLHORN K, NÄHER S, UHRIG C. The LEDA platform for combinatorial and geometric computing [C] // *International Colloquium on Automata, Languages, and Programming*. Berlin: Springer, 1997: 7-16.
- [28] SOUAM F, AÏTELHADJ A, BABA-ALI R. Dual modularity optimization for detecting overlapping communities in bipartite networks [J]. *Knowledge and Information Systems*, 2014, 40(2): 455-488.
- [29] COLIZZA V, PASTOR-SATORRAS R, VESPIGNANI A. Reaction-diffusion processes and metapopulation models in heterogeneous networks [J]. *Nature Physics*, 2007, 3(4): 276-282.
- [30] WHITE J G, SOUTHGATE E, THOMSON J N, et al. The structure of the nervous system of the nematode *Caenorhabditis elegans* [J]. *Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci*, 1986, 314(1165): 1-340.
- [31] WEN T, JIANG W. Identifying influential nodes based on fuzzy local dimension in complex networks [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2019, 119: 332-342.



YUAN Hui-lin, born in 1969, Ph.D. professor. Her main research interests include modeling and optimization of complex systems, information retrieval and artificial intelligence.



FENG Chong, born in 1997, postgraduate. His main research interests include complex network and artificial intelligence.