



# 计算机科学

COMPUTER SCIENCE

## 全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统

张露萍, 徐飞

引用本文

张露萍, 徐飞. 全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统[J]. 计算机科学, 2023, 50(1): 270-275.

ZHANG Luping, XU Fei. [SNPT Systems Working in Global Asynchronous and Local Synchronous Mode](#) [J]. Computer Science, 2023, 50(1): 270-275.

---

## 相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

**Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)**

### [具有突触规则的脉冲神经膜系统综述](#)

Survey on Spiking Neural P Systems with Rules on Synapses

计算机科学, 2022, 49(8): 217-224. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.220300078>

### [基于粗糙规则的脉冲神经膜系统计算能力的研究](#)

Computing Ability of Spiking Neural P System Based on Rough Rules

计算机科学, 2020, 47(6A): 626-630. <https://doi.org/10.11896/JsJcx.190500120>

### [基于博弈论的云资源调度算法](#)

Cloud Resource Scheduling Algorithm Based on Game Theory

计算机科学, 2019, 46(6A): 295-299.

### [基于改进人工势场法的机器人避障及路径规划研究](#)

Research on Robot Obstacle Avoidance and Path Planning Based on Improved Artificial Potential Field Method

计算机科学, 2016, 43(12): 293-296. <https://doi.org/10.11896/j.issn.1002-137X.2016.12.054>

### [计算科学的新领域：DNA计算 \( I \)](#)

计算机科学, 2006, 33(1): 202-204.

# 全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统

张露萍 徐飞

华中科技大学人工智能与自动化学院图像处理与智能控制教育部重点实验室 武汉 430074

(lpzhang@hust.edu.cn)

**摘要** 带阈值的脉冲神经膜系统是一类生物启发式计算模型,提出该系统的灵感来自神经元电位变化与其活动的联系。对于带阈值的脉冲神经膜系统的计算能力研究,人们已证明该系统在极大同步工作模式下,作为产生数或接受数的计算设备时,是与图灵机等价(计算通用)的,而该系统在其他工作模式下的计算能力如何也是人们普遍关心的问题。文中研究的是带阈值脉冲神经膜系统在全局异步局部同步模式下产生数的能力,证明了突触带整数权重的相应系统是计算通用的,而突触带正整数权重的相应系统只能产生半线性数集。研究表明,突触权重的取值范围影响着全局异步局部同步工作模式下带阈值脉冲神经膜系统的计算能力。

**关键词** 生物启发计算;脉冲神经膜系统;全局异步;局部同步;计算能力

**中图法分类号** TP301

## SNPT Systems Working in Global Asynchronous and Local Synchronous Mode

ZHANG Luping and XU Fei

Key Laboratory of Image Processing and Intelligent Control of Education Ministry of China, School of Artificial Intelligence and Automation, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

**Abstract** Spiking neural P systems with thresholds(SNPT systems) are a class of bio-inspired computing models,inspired by the association between the potential changes in neurons and the neural activities. It is proved that SNPT systems working in the maximally parallel mode are computationally universal since they can achieve the equivalent computation power with Turing machines as number generators and acceptors. The computing power of SNPT systems working in other modes is a topic of concern. In this work,we investigate the number generating power of SNPT systems working in the global asynchronous and local synchronous way( $ASNPT_{locsyn}T$  systems). It is proved that  $ASNPT_{locsyn}T$  systems with integer weights are universal,and  $ASNPT_{locsyn}T$  systems with positive-integer weights can only generate the semilinear sets of numbers. The results show that the range of synaptic weights affects the computation power of  $ASNPT_{locsyn}T$  systems.

**Keywords** Bio-inspired computing, Spiking neural P system, Global asynchronization, Local synchronization, Computation power

## 1 引言

生物启发式计算旨在以生物界中的现象、过程为灵感,提出新的计算范式<sup>[1-2]</sup>。膜计算是生物启发式计算的一个分支,是以活体细胞结构和功能为灵感提出的一类分布并行式计算范式<sup>[3-7]</sup>。膜计算中的计算模型又被称为膜系统(或P系统),其按结构可大致分为3类:带嵌套结构的细胞膜系统、带无向网络图的组织膜系统和带有向网络图的脉冲神经膜系统<sup>[8-9]</sup>。

脉冲神经膜系统是受广泛分布于大脑、脊髓、器官、组织以及其他神经系统中神经元活动的启发而提出的一类生物启发式计算模型。每一个脉冲神经膜系统可由一个有向图来描述:图中的一个点表示一个神经元,每个神经元中可以包含若干条激发或遗忘规则,每条有向边表示两神经元间用于传递脉冲的突触<sup>[10]</sup>。经过十余年的发展,脉冲神经膜系统因其并行性、适应性、可扩展性等特点,吸引着研究人员的注意。受各类生物现象和生物特性的启发,人们提出了大量脉冲神经膜系统的变体<sup>[11-14]</sup>。这些系统作为理论计算设备,一般有

到稿日期:2021-11-08 返修日期:2022-06-14

基金项目:国家自然科学基金(62072201);国家重点研发计划-政府间国际科技创新合作项目(2021YFE0102100);湖北省重点研发计划项目(2021BAA168);中央高校基础科研专项基金(2019kfyXMBZ056)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(62072201),National Key R & D Program of China for International S & T Cooperation Projects(2021YFE0102100),Provincial Key R & D Program of Hubei Province(2021BAA168) and Fundamental Research Funds for the Central Universities(2019kfyXMBZ056).

通信作者:徐飞(fxu@hust.edu.cn)

以下几种方式:作为自然数的产生和接受装置<sup>[15-16]</sup>、作为语言的产生和接受装置<sup>[17-18]</sup>、作为计算函数的装置<sup>[19-20]</sup>。大多数脉冲神经膜系统及其变体都被证明是计算通用的,即与图灵机等价,其中一些系统被用于在合理时间范围内解决计算难点问题<sup>[21-24]</sup>。近年来,相关脉冲神经膜系统被广泛应用于解决实际问题,如空间索引<sup>[25]</sup>、电力系统故障诊断<sup>[26]</sup>、图像处理<sup>[27]</sup>、优化算法<sup>[28]</sup>等。

带阈值的脉冲神经膜系统是受神经元电位变化与神经元活动间的联系的启发而提出的一类脉冲神经膜系统。传统的脉冲神经膜系统以代表脉冲的符号多集为对象,而带阈值的脉冲神经膜系统以电位为对象,其结构依然用有向图表示,只是神经元内包含激发规则,而激发规则的使用依赖于该神经元的电位而非脉冲数。具体而言,如果一神经元的电位不低于其阈值,则该神经元内的激发规则被使用,在消耗部分电位的同时产生动作电位并将其通过带权重的突触传递到其他神经元;如果一神经元的当前电位低于其阈值,则该神经元在不使用任何激发规则的前提下,其电位迅速回到0。

有关带阈值的脉冲神经膜系统在极大并行的工作模式下计算能力的研究已取得许多进展。极大并行的工作模式是脉冲神经膜系统中常用的工作模式,通常假设存在一个全局时钟记录整个系统的工作时间,每一条规则的使用都在一个计算步内完成。在极大并行的工作模式下,每一计算步内,任何一个可激发神经元(其电位不低于阈值)必须选择一条激发规则来使用。根据神经元激发的方式,带阈值的脉冲神经膜系统可分为两类:第一类是神经元激发消耗部分电位,且激发后神经元电位与所使用的规则形式有关;第二类是神经元一旦激发,神经元电位回归为0<sup>[29]</sup>。其中,第一类带阈值的脉冲神经膜系统中神经元每次激发所消耗的电量与规则有关,相应系统在作为产生数和接受数的设备时,被证明其能力与图灵机等价;第二类带阈值的脉冲神经膜系统的神经元每次激发所消耗的电量与规则无关,神经元每次激发回到静息电位时,相应系统在作为数的接受的设备时被证明只能接受半线性数集。本文讨论的是第一类带阈值的脉冲神经膜系统。

全局异步局部同步的工作模式首先在脉冲神经膜系统中提出<sup>[30]</sup>,随后扩展到类细胞膜系统<sup>[31]</sup>和类组织膜系统<sup>[32]</sup>,是膜系统领域一种值得探讨的工作模式。此外,带阈值的脉冲神经膜系统在非同步的工作模式下的计算能力如何<sup>[29]</sup>仍是一个悬而未决的问题。因此,本文研究带阈值的脉冲神经膜系统在全局异步局部同步工作模式下的计算能力,一方面继续各类脉冲神经膜系统在全局异步局部同步的工作模式下计算能力的研究,另一方面尝试解答上述有关带阈值的脉冲神经膜系统的公开问题。

全局异步局部同步的工作模式有两层含义:全局异步意味着,在当前计算步可激发的神经元可以不被激发;局部同步意味着,一些特定的神经元被分到若干个局部同步子集合,若一个在局部同步子集合内的神经元被激发,则在当前计算步内所有在该子集合内可激发的神经元被全部激发。本文证明了,当突触权重取整数值时,带阈值的脉冲神经膜系统在全局异步局部同步工作模式下产生数的能力与图灵机等价,当突触权重取正整数时,该类系统产生的数集不超过半线性数集。

研究表明,突触权重的取值范围会影响全局异步局部同步工作模式下带阈值脉冲神经膜系统的计算能力。

## 2 全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统

本节给出了全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统的形式化定义,该定义中有一些概念和符号涉及形式语言理论,感兴趣的读者可参考文献[33-34]。

度为  $m$  的局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统可形式化定义为一个如下的多元集:

$$\Pi = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \text{syn}, \text{Loc}, i_{\text{out}})$$

其中,  $\sigma_i (1 \leq i \leq m)$  是系统内的神经元,其具体形式为  $(p_i, R_i)$ ,  $p_i$  是该神经元的初始电位,  $R_i$  是该神经元内形如  $T_i/d_{s_i} \rightarrow 1 (s_i = 1, 2, \dots, n_i)$  激发规则集合,规则中  $T_i$  是该神经元阈值,  $d_{s_i}$  指使用该规则需要消耗的电量;  $\text{syn} = \{1, 2, \dots, m\} \times \{1, 2, \dots, m\} \times Z$  是系统内突触的集合,集合内每一元素  $(i, j, \omega) \in \text{syn}$  代表一条带权重的突触,其中每一配对的  $(i, j)$  表示从神经元  $\sigma_i$  到神经元  $\sigma_j$  之间的突触  $(1, 2, \dots, m$  分别表示神经元的标签,  $\omega \in Z \setminus \{0\}$  表示该突触上赋予的权重值为一个非零整数);  $\text{Loc} = \{loc_1, loc_2, \dots, loc_n\}$  是系统内局部同步神经元集群,其中每一个局部同步集是集合  $\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m\}$  的子集;  $i_{\text{out}}$  表示输出神经元,该神经元有一条指向环境的突触  $(i_{\text{out}}, env)$ 。

全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统中,任一神经元  $\sigma_i$  有一个激发阈值  $T_i$ 。神经元  $\sigma_i$  电位为 0 时,其处于静息状态;当该神经元电位等于或高于  $T_i$  时,神经元可使用该神经元内的一条激发规则而激发;当神经元  $\sigma_i$  电位低于  $T_i$  时,该神经元不可被激发,神经元电位迅速回到电位 0,不使用神经元内的任何规则。

神经元  $\sigma_i$  内的激发规则形式为  $T_i/d_{s_i} \rightarrow 1$ 。当神经元  $\sigma_i$  的电位为  $p (p \geq T_i)$  时,该神经元内激发规则  $T_i/d_{s_i} \rightarrow 1$  的使用过程如下:神经元  $\sigma_i$  消耗  $d_{s_i}$  个单位的电量(消耗的电量小于阈值),剩余  $p - d_{s_i}$  电量,并产生一个单位电量,经过带权重的突触传递到每一个目标神经元。例如,当神经元  $\sigma_i$  激发时,神经元  $\sigma_j$  收到经由突触  $(i, j, \omega)$  从激发神经元  $\sigma_i$  传递来的  $\omega$  个单位电量。若可激发神经元  $\sigma_i$  在某时刻有两条以上激发规则可使用,则该神经元在一个计算步内从可激发规则中随机选取一条使用。

全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统,在整个系统层面可激发的神经元可以非同步地激发;而在单一局部同步集合层面,集合内的可激发的神经元必须同步激发或不激发。换句话说,在一个计算步内,一个可激发神经元可以等待若干计算步后激发,而在其等待的时段内,该神经元可能因收到来自其他激发神经元的负电量而回到静息状态。与此同时,如果  $\sigma_i$  是一个在一个局部同步集  $loc_j$  中的可激发神经元,且神经元  $\sigma_i$  在当前计算步激发,则与其在同一局部同步集  $loc_j$  中所有可激发神经元必须激发。当然,在局部同步集中的可激发神经也可能因为全局异步性而选择不激发。

全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统的格局定义为分布于各神经元的电位,例如  $C_0 = (p_1, p_2, \dots, p_m)$  表示系统  $\Pi$  的初始格局。系统通过使用激发规则,从一个格局

转移到下一个格局  $C_i \Rightarrow C_{i+1}$  ( $i \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ), 该过程称为系统格局的转移。一系列由初始格局开始的格局转移被定义为一个计算。特别地, 如果在一个计算中, 系统的格局到达一个停机格局 (无规则可用的格局), 则计算停机。

全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统的计算结果定义为, 相应系统在停机计算中由输出神经元释放到环境中的总电量。由全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统产生的数集族记为  $NASNP_{\text{locsyn}} T(\text{weig}_\alpha)$ , 其中  $\alpha$  是系统内的突触权重集。

为了让读者清楚理解全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统及其计算过程, 下面给出一个全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统的例子。

例 1 全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统  $\Pi_1 = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \text{syn}, \{\sigma_2, \sigma_3\}, 4)$ , 其中,  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = (1, 1/1 \rightarrow 1)$ ,  $\sigma_4 = (0, 1/1 \rightarrow 1)$ 。

系统  $\Pi_1$  可由有向图表示 (见图 1), 图 1 中每一个圆角矩形代表一个神经元, 神经元中包含初始电位和激发规则, 每一条有向边代表一条突触, 有向边上的数字表示突触权重。为了简洁, 系统中未标注初始电位的神经元默认其初始电位为 0, 而未标注突触权重的有向边默认其突触权重为 1。

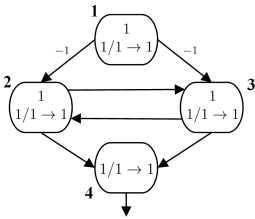


图 1 全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统  $\Pi_1$

Fig. 1 SNPT System  $\Pi_1$  with global asynchronous and local synchronization.

在初始格局的系统  $\Pi_1$  中, 神经元  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  都处于激发状态, 因其以全局异步局部同步模式工作, 所以神经元  $\sigma_2, \sigma_3$  会同步激发, 而两者与神经元  $\sigma_1$  的激发顺序是不确定的。

如果神经元  $\sigma_1$  比神经元  $\sigma_2, \sigma_3$  先使用激发规则  $1/1 \rightarrow 1$ , 神经元  $\sigma_1$  耗一个单位电量, 产生并释放一个单位电量, 经过带权重  $-1$  的突触, 神经元  $\sigma_2, \sigma_3$  均因收到负电量而回归静息电位。之后, 系统停机, 无规则可使用, 输出神经元未释放的电量到环境中, 故无计算结果。

如果神经元  $\sigma_2, \sigma_3$  比神经元  $\sigma_1$  先激发 (或者同时激发), 神经元  $\sigma_4$  收到两个单位电量, 同时神经元  $\sigma_2, \sigma_3$  相互补充电量。假设神经元  $\sigma_2, \sigma_3$  在各自使用激发规则  $n$  ( $n \geq 1$ ) 次后收到神经元  $\sigma_1$  激发而传递来的负电量时, 神经元  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  均回到静息电位, 而神经元  $\sigma_4$  共收到  $2n$  个单位的电量, 即可通过使用神经元  $\sigma_4$  内激发规则  $1/1 \rightarrow 1$  向环境释放  $2n$  个单位的电量。因此, 产生的数集为  $\{2n | n \geq 1\}$ 。

全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统  $\Pi_1 = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \text{syn}, \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}, 4)$  的拓扑结构、初始格局与系统  $\Pi_1$  相同, 不同的是该系统中局部同步集为  $\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ 。在初始格局的系统  $\Pi_1'$  中可激发的神经元  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  同步激发, 神经元  $\sigma_2, \sigma_3$  各产生一个单位电量传递给神经元  $\sigma_4$  后回到

电位 0。带电位为 2 的神经元  $\sigma_4$  在使用两次激发规则后, 系统内因无规则可使用而停机, 产生的数集为  $\{2\}$ 。

由例 1 可知, 两个有着相同拓扑结构、相同初始格局的全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统, 可能因局部同步集不同而计算结果不同。

### 3 全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统的计算通用性

带阈值的脉冲神经膜系统曾作为数的产生和接收装置, 两种计算设备在极大同步工作模式下被证明是计算通用的<sup>[29]</sup>。本节将证明全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统作为数的产生装置是通用的。

证明之前, 先简单介绍一下注册机。注册机一般定义为  $M = (m, H, l_0, l_h, I)$ , 其中  $m$  是注册机  $M$  中注册器的个数,  $H = \{l_0, l_1, \dots, l_h\}$  是指令标签集,  $l_0$  是初始指令的标签,  $l_h$  是停机指令的标签,  $I$  是具体的指令集合, 该集中指令有以下 3 种形式。

(1) 加法指令  $l_i: (ADD(r), l_j, l_k)$ , 注册器  $r$  内的数加 1, 再转到指令  $l_j$  或  $l_k$ 。

(2) 减法指令  $l_i: (SUB(r), l_j, l_k)$ , 当注册器  $r$  内的数大于或等于 1, 该注册器中的数减 1, 再转到指令  $l_j$ ; 当注册器  $r$  为空, 则直接转到指令  $l_k$ 。

(3) 停机指令  $l_h: HALT$ , 计算停止。

注册机  $M$  用于产生数的计算装置的具体工作过程如下: 初始时所有注册器为空, 注册机首先执行初始指令  $l_0$ , 之后按照指令的指引转到下一条指令; 如果注册机到达停机指令  $l_h$ , 则计算停止且第一个注册机内的数即为该注册机产生的数。已知, 注册机作为数的产生装置是计算通用的, 因其可产生递归可枚举数集 (NRE)<sup>[35]</sup>。

定理 1  $NASNP_{\text{locsyn}} T(\text{weig}_{\{-1, 1\}}) = NRE$ 。

证明: 由 Turing-Church 理论, 包含关系式  $NASNP_{\text{locsyn}} T(\text{weig}_{\{-1, 1\}}) \subseteq NRE$  成立。接下来, 构造全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统证明  $NRE \subseteq NASNP_{\text{locsyn}} T(\text{weig}_{\{-1, 1\}})$  成立。

设  $M$  是用于产生数的注册机, 下面构造一个全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统  $\Pi$  来模拟注册机  $M$ 。

系统  $\Pi$  由 3 种模块构成: 加法模块用于模拟加法指令, 减法模块用于模拟减法指令, 终止模块用于终止计算并输出计算。该系统中神经元  $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}$  对应于注册机中的注册器  $r$ , 神经元  $\sigma_{r_1}$  与  $\sigma_{r_2}$  在同一局部同步集合中, 即处于激发状态的两神经元同时激发, 则神经元  $\sigma_{r_1}$  的电位与神经元  $\sigma_{r_2}$  的电位总是相等且数值上等于注册器  $r$  内的数。该系统中神经元  $\sigma_{l_i}$  对应于注册机中的指令  $l_i$ , 即当神经元  $\sigma_{l_i}$  电位为 1 时, 系统  $\Pi$  开始模拟指令  $l_i$ 。系统  $\Pi$  初始时, 除神经元  $\sigma_{l_0}$  电位为 1, 其余神经元电位为 0。

加法模块 (见图 2) 用于模拟加法指令  $l_i: (ADD(r), l_j, l_k)$ 。若系统  $\Pi$  在某时刻开始模拟加法指令  $l_i$ , 则神经元  $\sigma_{l_i}$  的电位为 1。当神经元  $\sigma_{l_i}$  通过使用激发规则  $1/1 \rightarrow 1$  而激发时, 神经元  $\sigma_{l_i}$  消耗一个单位电量并产生一个单位电量, 由突触传递到神经元  $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l_j}, \sigma_{l_k}$ 。因此, 神经元  $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}$  的电位

各增加了一个单位,且两者电位相同。同时,神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}$  因收到一个单位的电量而处于可激发状态。由于全局异步,神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}$  激发的顺序是随机的。

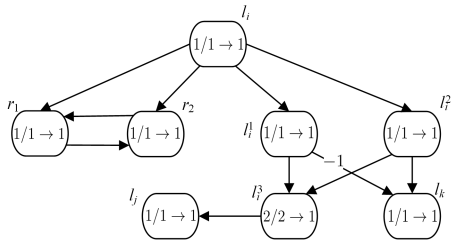


图2 加法模块带局部同步集  $\{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}\}, \{\sigma_{l_j}, \sigma_{l_k}\}$

Fig. 2 ADD module with local synchronization set  $\{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}\}, \{\sigma_{l_j}, \sigma_{l_k}\}$

如果神经元  $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}$  同时激发,各产生一个单位电量,则经过相应突触传递到目标神经元。神经元  $\sigma_{l_j}$  从这两个激发神经元收到两个单位的电量而处于激发状态,而神经元  $\sigma_{l_k}$  收到来自神经元  $\sigma_{r_2}$  的一个单位正电量和来自神经元  $\sigma_{r_1}$  的一个单位负电量,因此仍处于静息状态。当神经元  $\sigma_{r_2}$  激发时,神经元  $\sigma_{l_j}$  收到一个单位电量处于激发状态。

若神经元  $\sigma_{r_1}$  比神经元  $\sigma_{r_2}$  先激发,则突触后的神经元  $\sigma_{l_j}$  和  $\sigma_{l_k}$  均因各自电位低于阈值而立即回到电位 0。待神经元  $\sigma_{r_2}$  激发时,神经元  $\sigma_{l_j}$  电位在阈值下不使用激发规则回到电位 0,而神经元  $\sigma_{l_k}$  收到 1 个单位电量可激发。

若神经元  $\sigma_{r_2}$  比神经元  $\sigma_{r_1}$  先激发,则当产生的一个单位电量从神经元  $\sigma_{r_2}$  传到神经元  $\sigma_{l_k}$  时,局部同步集  $\{\sigma_{l_j}, \sigma_{l_k}\}$  中的神经元同时处于激发状态。神经元  $\sigma_{r_1}$  消耗一个单位电量并产生一个单位电量传递出去,而其突触后神经元  $\sigma_{l_j}$  在收到电量后因电位在阈值下而迅速回到电位 0。与此同时,同在一个局部同步集  $\{\sigma_{l_j}, \sigma_{l_k}\}$  中的神经元  $\sigma_{l_k}$  被激发。因此,上述加法模块能正确模拟减法指令  $l_i: (ADD(r), l_j, l_k)$ 。

减法模块(见图 3)用于模拟减法指令  $l_i: (SUB(r), l_j, l_k)$ 。若系统  $\Pi$  在某时刻开始模拟减法指令  $l_i$ ,神经元  $\sigma_{l_i}$  的电位为 1,神经元  $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}$  的电位均为  $n$ (对应于当前寄存器  $r$  内的数为  $n$ )。

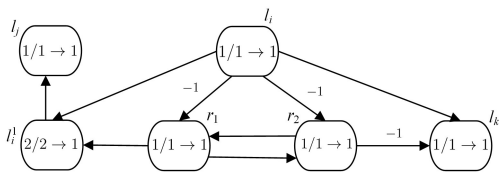


图3 减法模块带局部同步集  $\{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l_i}\}$

Fig. 3 SUB module with local synchronization set  $\{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l_i}\}$

当  $n \geq 1$  时,局部同步集  $\{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l_i}\}$  中的神经元均处于激发状态。当局部同步集  $\{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l_i}\}$  中的神经元激发时,神经元  $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}$  分别收到突触  $(l_i, r_1), (l_i, r_2)$  传递的一个单位负电量,各自电位各减少一个单位,神经元  $\sigma_{l_i}$  收到来自神经元  $\sigma_{r_1}$  的一个单位正电量和来自神经元  $\sigma_{r_2}$  的一个单位负电量而处于静息状态,神经元  $\sigma_{l_i}$  收到两个单位电量处于激发状态。当神经元  $\sigma_{l_i}$  激发时,神经元  $\sigma_{l_j}$  收到一个单位电量处于激发状态。

当  $n=0$  时,相应减法模块中只有神经元  $\sigma_{l_i}$  处于激发状态。当神经元  $\sigma_{l_i}$  激发时,突触后神经元  $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l_j}, \sigma_{l_k}$  中只有神经元  $\sigma_{l_k}$  因收到一个单位电量而处于激发状态,其他神经元均因各自的电位低于阈值而立即回到静息状态。

因此,上述减法模块能正确模拟减法指令  $l_i: (SUB(r), l_j, l_k)$ 。

终止模块(见图 4)用于终止计算并输出计算结果。若系统  $\Pi$  内神经元  $\sigma_{l_h}$  的电位为 1,神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}$  的电位均为  $n$ (对应于当前寄存器 1 内的数为  $n$ )。神经元  $\sigma_{l_h}$  激发产生一个单位的电量,因此神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}$  ( $r \neq 1$ ) 均收到一个单位的电量。

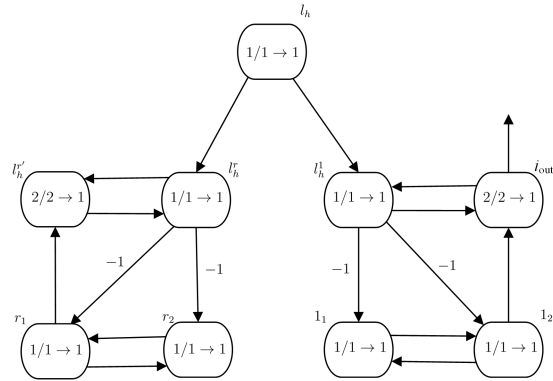


图4 终止模块带局部同步集  $\{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \sigma_{l_h}\}, \{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l'_k}\}$  ( $r \neq 1$ )

Fig. 4 FIN module with local synchronization set  $\{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \sigma_{l_h}\}, \{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l'_k}\}$  ( $r \neq 1$ )

当  $n \geq 2$  时,局部同步集  $\{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \sigma_{l_h}\}$  中的神经元同时激发,神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}$  的电位各减少一个单位,神经元  $\sigma_{i_{out}}$  收到两个单位电量而处于激发状态。当神经元  $\sigma_{i_{out}}$  激发,其向环境释放一个单位电量,神经元  $\sigma_{l_h}$  收到一个单位电量,则局部同步集  $\{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \sigma_{l_h}\}$  中的神经元又一次处于激发状态。上述过程会重复  $n-1$  次,直到神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}$  的电位均降为 1。

当  $n=1$  时,局部同步集  $\{\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \sigma_{l_h}\}$  中的神经元均处于激发状态。神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}, \sigma_{l_h}$  同时激发后,神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}$  的电位各减少一个单位,且神经元  $\sigma_{i_{out}}$  收到两个单位电量处于激发状态。当神经元  $\sigma_{i_{out}}$  激发,其产生并释放一个单位电量到环境中时,神经元  $\sigma_{l_h}$  收到一个单位电量而处于激发状态。神经元  $\sigma_{l_h}$  激发后,突触后神经元  $\sigma_{i_1}, \sigma_{i_2}$  和  $\sigma_{i_{out}}$  均因各自的电位低于阈值而迅速回到电位 0。输出神经元向外释放的总电量为  $n$ 。

同理,在局部同步集  $\{\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}, \sigma_{l'_k}\}$  ( $r \neq 1$ ) 的作用下,神经元  $\sigma_{r_1}, \sigma_{r_2}$  的电位降为 0,当系统内无规则可使用时,系统停机,输出神经元向外释放电量值恰好等于注册机  $M$  停机时注册器 1 中的数值。

综上所述,全局同步的带阈值的脉冲神经膜系统  $\Pi$  正确模拟注册机  $M$  产生数的全过程,该定理证明完毕。

将权重范围进一步扩展到整数集,全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统的计算通用性依然成立。

**定理 2**  $NASNP_{\text{locsyn}} T(\text{weig}_z) = NRE$ 。

证明:结合定理 1 得:

$$NRE = NASNP_{\text{locsyn}} T(\text{weig}_{(-1,1)}) \subseteq NASNP_{\text{locsyn}} T(\text{weig}_z) \subseteq NRE$$

## 4 全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统的计算非通用性

本节证明,在全局异步局部同步的带阈值脉冲神经膜系统中,当权重取正整数时,作为数的产生装置产生的数集是半线性集(SLIN)。

**定理 3**  $NASNP_{\text{locsyn}} T(\text{weig}_{(N)}) = \text{SLIN}$ 。

证明:任一个全局异步局部同步的带阈值的脉冲神经膜系统  $\Pi_N$  中,突触权重全取正整数,该系统的格局可以定义为一个  $m$  维的向量  $(q_1, q_2, \dots, q_m)$ , 其中  $q_i \in \{L, H\}$  表示第  $i$  个神经元的状态,  $L$  表示该神经元处于静息状态,  $H$  表示该神经元处于激发状态。设  $\tilde{C} = \{C_0, C_1, \dots\}$  是系统  $\Pi_N$  的格局集, 其中  $C_0$  是初始格局且该集合多含  $2^m$  个元素。

系统  $\Pi_N$  可能的演化可表示为:

(1)  $C_i \rightarrow C_j$ , 系统从格局  $C_i$  转移到格局  $C_j$ , 在此过程中无电量释放到环境中;

(2)  $C_i \rightarrow 1C_j$ , 系统从格局  $C_i$  转移到格局  $C_j$ , 在此过程中输出神经元释放一个单位电量到环境中;

(3)  $C_i \rightarrow 1$ , 系统从格局  $C_i$  转移到停机格局  $C_j$ , 在此过程中输出神经元释放最后一个单位电量到环境中;

(4)  $C_i \rightarrow \lambda$ , 系统从格局  $C_i$  转移到停机格局  $C_j$ , 在此过程中无电量释放到环境中;

(5)  $C_i \rightarrow \#$ , 系统从格局  $C_i$  转移到陷阱格局;

(6)  $\# \rightarrow \#$ , 系统入陷阱格局。

构造正则文法  $G = (\tilde{C} \cup \{\#\}, \{1\}, R, C_0)$ , 其中  $R$  是上述(有限)转移集。系统  $\Pi_N$  产生的数可与由文法  $G$  产生语言的长度刻画, 而已知正则语言的长度集族是半线性的<sup>[36]</sup>, 从而得系统  $\Pi_N$  产生的数是半线性的, 该定理得证。

**结束语** 本文研究了带阈值脉冲神经膜系统在全局异步局部同步模式下的计算能力, 证明了当突触权重取整数时, 全局异步局部同步工作模式下带阈值脉冲神经膜系统产生数的能力与图灵机等价(见定理 1、定理 2); 当突触权重取正整数时, 全局异步局部同步工作模式下带阈值脉冲神经膜系统产生的数集至多是半线性集(见定理 3)。

本文研究的是带阈值的脉冲神经膜系统在全局异步局部同步工作模式下的计算能力, 该系统在其他工作模式下(如串行模式、无时间无关模式等)以及结合其他脉冲神经膜系统的规则使用(如基于突触扩展规则的带电荷脉冲神经膜系统<sup>[37]</sup>)的计算能力如何, 有待进一步研究。此外, 如何利用带阈值脉冲神经膜系统求解计算困难问题也是值得研究的问题。

## 参考文献

[1] FORBES N. Imitation of Life: How Biology is Inspiring Computing [M]. Mit Press, 2004.

[2] AKERKAR R, SAJJA P S. Bio-inspired Computing: Constituents and Challenges [J]. International Journal of Bio-Inspired Computation, 2009, 1(3): 135-150.

[3] PĂUN G H. A Quick Introduction to Membrane Computing

[J]. The Journal of Logic and Algebraic Programming, 2010, 79(6): 291-294.

[4] ZHANG G, GHEORGHE M, PAN L, et al. Evolutionary Membrane Computing: A Comprehensive Survey and New Results [J]. Information Sciences, 2014, 279: 528-551.

[5] PĂUN G H. A Dozen of Research Topics in Membrane Computing [J]. Theoretical Computer Science, 2018, 736: 76-78.

[6] ZHANG G, SHANG Z, VERLAN S, et al. An Overview of Hardware Implementation of Membrane Computing Models [J]. ACM Computing Surveys (CSUR), 2020, 53(4): 1-38.

[7] BUTU C, FLOREA A G. Membrane Computing Models and Robot Controller Design, Current Results and Challenges [J]. Journal of Membrane Computing, 2019, 1(4): 262-269.

[8] BARFEH D P Y. Basic Mathematical Operations in Membrane Computing [C] // 2019 International Conference on Computational Intelligence and Knowledge Economy (ICCIKE). IEEE, 2019: 278-282.

[9] SONG B, LI K, ORELLANA-MARTÍN D, et al. A Survey of Nature-Inspired Computing: Membrane Computing [J]. ACM Computing Surveys (CSUR), 2021, 54(1): 1-31.

[10] IONESCU M, PĂUN G H, YOKOMORI T. Spiking Neural P Systems [J]. Fundamenta Informaticae, 2006, 71(23): 279-308.

[11] PAN L, PĂUN G H. Spiking Neural P Systems with Anti-Spikes [J]. International Journal of Computers Communications & Control, 2009, 4(3): 273-282.

[12] PAN L, PĂUN G H, ZHANG G. Spiking Neural P Systems with Communication on Request [J]. International Journal of Neural Systems, 2017, 27(8): 1750042.

[13] ZHANG X, ZENG X, PAN L. Weighted Spiking Neural P Systems with Rules on Synapses [J]. Fundamenta Informaticae, 2014, 134(12): 201-218.

[14] CABARLE F G C, DE LA CRUZ R T A, CAILIPAN D P P, et al. On Solutions and Representations of Spiking Neural P Systems with Rules on Synapses [J]. Information Sciences, 2019, 501: 30-49.

[15] PAN L, WU T, SU Y, et al. Cell-like Spiking Neural P Systems with Request Rules [J]. IEEE Transactions on Nanobioscience, 2017, 16(6): 513-522.

[16] JIANG Y, SU Y S, LUO F. An Improved Universal Spiking Neural P System with Generalized Use of Rules [J]. Journal of Membrane Computing, 2019, 1(4): 270-278.

[17] ZHANG L, XU F, RAMANUJAN B A. Control Languages Accepted by Labeled Spiking Neural P Systems with Rules on Synapses [J]. Theoretical Computer Science, 2021, 893: 60-71.

[18] RONG H, WU T, PAN L, et al. Spiking Neural P Systems: Theoretical Results and Applications [M] // Enjoying Natural Computing. Springer, 2018: 256-268.

[19] SONG T, PAN L. Spiking Neural P Systems with Request Rules [J]. Neurocomputing, 2016, 193: 193-200.

[20] PENG H, WANG J, PÉREZ-JIMÉNZ M J, et al. Dynamic Threshold Neural P Systems [J]. Knowledge-Based Systems, 2019, 163: 875-884.

- [21] PAN L, PÁUN G H, PÉREZ-JIMÉNZ M J. Spiking Neural P Systems with Neuron Division and Budding[J]. Science China Information Sciences, 2011, 54(8): 1596-1607.
- [22] VERLAN S, FREUND R, ALHAZOV A, et al. A Formal Framework for Spiking Neural P Systems[J]. Journal of Membrane Computing, 2020, 2(4): 355-368.
- [23] DE LA CRUZ R T A, CABARLE F G C, MACABABAYAO I C H, et al. Homogeneous Spiking Neural P Systems with Structural Plasticity[J]. Journal of Membrane Computing, 2021, 3(1): 10-21.
- [24] SOSÍK P P Systems Attacking Hard Problems Beyond NP; A Survey [J]. Journal of Membrane Computing, 2019, 1(3): 198-208.
- [25] CETERCHI R, ZHANG L, SUBRAMANIAN K G, et al. Hilbert Words as Arrays Generated with P Systems [J]. Journal of Membrane Computing, 2021, 3(3): 163-169.
- [26] LIU Y, CHEN Y, PAUL P, et al. A Review of Power System Fault Diagnosis with Spiking Neural P Systems [J]. Applied Sciences, 2021, 11(10): 4376.
- [27] DÍAZ-PERNIL D, GUTIÉRREZ-NARANJO M A, PENG H. Membrane Computing and Image Processing; A Short Survey [J]. Journal of Membrane Computing, 2019, 1(1): 58-73.
- [28] DONG J, ZHANG G, LUO B, et al. A Distributed Adaptive Optimization Spiking Neural P System for Approximately Solving Combinatorial Optimization Problems [J]. Information Sciences, 2022, 596: 1-14.
- [29] ZENG X, ZHANG X, SONG T, et al. Spiking Neural P Systems with Thresholds [J]. Neural Computation, 2014, 26(7): 1340-1361.
- [30] SONG T, PAN L, PÁUN G H. Asynchronous Spiking Neural P Systems with Local Synchronization [J]. Information Sciences, 2013, 219: 197-207.
- [31] AMAN B, CIOBANU G. Synchronization of Rules in Membrane Computing [J]. Journal of Membrane Computing, 2019, 1(4): 233-240.
- [32] SONG B, PAN L. Rule Synchronization for Tissue P Systems [J]. Information and Computation, 2021, 281: 104685.
- [33] DASSOW J, PÁUN G H. Regulated Rewriting in Formal Language Theory [M]. Berlin: Springer, 2012.
- [34] ROBERT N M, MICHAEL AA, KFOURY A J. An Introduction to Formal Language Theory [M]. New York: Springer, 1988.
- [35] MINSKY M L. Finite and Infinite Machines [M]. Englewood Cliffs Prentice-Hall, 1967.
- [36] IBARRA O H, WOODWORTH S. Characterizations of Some Restricted Spiking Neural P Systems [C]// International Workshop on Membrane Computing. Berlin: Springer, 2006: 424-442.
- [37] JIANG S X, FAN J H, GENG S T, et al. The Computational Power of Spiking Neural P Systems with Polarizations and Extended Rules on Synapses [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2020, 34(12): 177-185.



**ZHANG Luping**, born in 1982, master, associated professor. Her main research interests include natural computing and membrane computing.



**XU Fei**, born in 1984, Ph.D, associate researcher. His main research interests include natural computing, bio-inspired computing, DNA computing, and their applications in biomedicine.

(责任编辑:喻黎)