



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

基于双样本学习与单维搜索改进的精英麻雀搜索算法

贾凯烨, 董砚

引用本文

贾凯烨, 董砚. 基于双样本学习与单维搜索改进的精英麻雀搜索算法[J]. 计算机科学, 2023, 50(2): 317-323.

JIA Kaiye, DONG Yan. Improved Elite Sparrow Search Algorithm Based on Double Sample Learning and Single-dimensional Search [J]. Computer Science, 2023, 50(2): 317-323.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

基于改进灰狼算法优化SVR的混凝土中钢筋直径检测方法

Detection Method of Rebar in Concrete Diameter Based on Improved Grey Wolf Optimizer-based SVR
计算机科学, 2022, 49(11): 228-233. <https://doi.org/10.11896/jsjx.210800039>

基于温度以及运行数据的电缆接头绝缘劣化状态预测

Prediction of Insulation Deterioration Degree of Cable Joints Based on Temperature and Operation Data
计算机科学, 2022, 49(10): 132-137. <https://doi.org/10.11896/jsjx.210900139>

自适应分组融合改进算数优化算法及应用

Adaptive Grouping Fusion Improved Arithmetic Optimization Algorithm and Its Application
计算机科学, 2022, 49(10): 118-125. <https://doi.org/10.11896/jsjx.210800008>

基于多种改进策略的改进麻雀搜索算法

Improved Sparrow Search Algorithm Based on A Variety of Improved Strategies
计算机科学, 2022, 49(6A): 217-222. <https://doi.org/10.11896/jsjx.210700032>

基于改进麻雀搜索优化支持向量机的渔船捕捞方式识别

Fishing Type Identification of Marine Fishing Vessels Based on Support Vector Machine Optimized by Improved Sparrow Search Algorithm
计算机科学, 2022, 49(6A): 211-216. <https://doi.org/10.11896/jsjx.220300216>

基于双样本学习与单维搜索改进的精英麻雀搜索算法

贾凯焯¹ 董砚²

1 河北工业大学人工智能与数据科学学院 天津 300131

2 河北工业大学电气工程学院 天津 300131

(1462599039@qq.com)

摘要 针对麻雀搜索算法初始种群分布不均匀,种群间信息交流少,易陷入局部最优,收敛速度慢等不足,提出了一种基于双样本学习与单维搜索改进的精英麻雀搜索算法。首先,采用 Hammersley 低差异序列与反向学习相结合产生精英初始种群,增强个体质量和多样性;然后,通过双样本学习策略,改进追随者的位置更新公式,加强种群间的信息交流,提高算法跳出局部最优的能力;最后,在算法迭代后期采用单维搜索模式,增强算法在后期的深度挖掘能力,提高算法的精度。通过对时间复杂度进行分析,证明了该改进未增加算法的时间复杂度。选取 12 个不同特征的测试函数进行寻优,测试结果表明,与其他算法相比,该算法在收敛速度、精度和稳定性上都有明显的优越性。

关键词: 麻雀搜索算法; Hammersley 低差异序列; 反向学习; 双样本学习; 单维搜索

中图分类号 TP301.6

Improved Elite Sparrow Search Algorithm Based on Double Sample Learning and Single-dimensional Search

JIA Kaiye¹ and DONG Yan²

1 School of Artificial Intelligence and Data Science, Hebei University of Technology, Tianjin 300131, China

2 School of Electrical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300131, China

Abstract An improved elite sparrow search algorithm based on double-sample learning and single-dimension search is proposed to solve the problems of uneven initial population distribution, little information exchange between populations, easy to fall into local optimum and slow convergence. First, the combination of Hammersley low difference sequence and reverse learning is used to generate the initial elite population to enhance individual quality and diversity. Then, the two-sample learning strategy is adopted to improve the follower's position updating formula, strengthen the information exchange between populations, and improve the algorithm's ability to jump out of local optimum. Finally, in the late iteration of the algorithm, the single-dimensional search mode is adopted to enhance the depth mining ability of the algorithm and improve the accuracy of the algorithm. By analyzing the time complexity, it is proved that the improved algorithm does not increase the time complexity of the algorithm. Twelve test functions with different characteristics are selected for optimization, and the test results show that the algorithm has obvious advantages in convergence speed, accuracy and stability compared with other algorithms.

Keywords Sparrow search algorithm, Hammersley low difference sequence, Reverse learning, Two-sample learning, Single-dimension search

1 引言

元启发式算法是通过模拟自然界中某些生物的行为或自然现象而提出的一类仿生学算法,其中心思想是通过迭代在解空间中寻找问题的最优解。由于元启发式算法简单、高效,目前已经被用于图像处理、路径规划、机器学习参数优化等实际问题。

近年来,许多元启发式算法被相继提出,如灰狼优化算法

(GWO)^[1]、鲸鱼优化算法(WOA)^[2]、麻雀搜索算法(SSA)^[3]等。麻雀搜索算法于 2020 年被提出,具有调节参数少、寻优能力强等突出特点,目前已经被应用于医学图像分割^[4]、优化 BP 神经网络^[5]、光伏微网^[6-7]、储能调度^[8]以及无人机路径规划^[9]等领域。但是,寻优过程中存在收敛速度依赖初始解、种群间信息交流少和容易陷入局部最优等问题。

为了提升麻雀搜索算法的性能,国内外学者对其进行了相关的改进工作。对于种群的初始化,文献^[10-11]分别将

到稿日期:2021-11-15 返修日期:2022-05-16

基金项目:国家自然科学基金(U20A201284)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(U20A201284).

通信作者:董砚(dongyan73@hebut.edu.cn)

Logistic 混沌映射和 Tent 混沌映射引入麻雀种群初始化, 形成更优的初始种群; 文献[12]通过引入反向学习来提升初始种群质量。对于种群的位置更新过程, 文献[13]在迭代过程中通过引入一个变半径的扰动算子, 来提高算法的寻优精度; 文献[14]引入高斯游走策略, 避免了陷入局部最优; 文献[15]通过引入柯西变异算子, 来增强算法跳出局部最优空间的能力; 文献[16]结合鸟群算法的飞行思想来改进 SSA 的位置更新策略, 避免了陷入局部最优; 文献[17]将追随者的位置更新结合莱维飞行策略, 加强了局部逃逸能力; 文献[18]结合蝴蝶优化算法中蝴蝶的飞行方式, 增强了算法的全局寻优能力; 文献[19]通过改进边界约束, 提高了算法的收敛速度。

这些改进在一定程度上提高了算法的寻优能力, 但是由于缺少种群间的信息交流, 收敛速度与精度仍有较大的提升空间, 而且没有解决全局搜索与局部搜索不协调的问题。因此, 本文提出了一种基于双样本学习与单维搜索的改进的精英麻雀搜索算法。首先, 通过 Hammersley 低差异序列与反向学习产生初始种群; 然后, 通过双样本学习模式改进追随者的位置更新策略; 最后, 在迭代后期采用单维搜索模式改进发现者的位置更新策略。通过对 12 个基准函数进行测试, 证明了本文方法的有效性和可行性。

2 麻雀搜索算法

2.1 麻雀搜索算法

麻雀搜索算法通过模拟麻雀种群的觅食、反捕食行为建立优化模型以进行寻优。麻雀种群包括发现者与追随者, 同时在整个麻雀种群中随机分布着一定数量的警戒者。

发现者指在麻雀种群中适应度值较好的一些个体, 它们负责寻找食物和指导整个种群的位置移动, 每次迭代发现者的位置更新表达式如下:

$$\mathbf{X}_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{X}_{i,j}^t \cdot \exp\left(\frac{-i}{\alpha \cdot iter_{max}}\right), & R2 < ST \\ \mathbf{X}_{i,j}^t + Q \cdot L, & R2 \geq ST \end{cases} \quad (1)$$

其中, t 表示当前迭代次数, $\mathbf{X}_{i,j}^t$ 表示第 t 代的第 i 个麻雀在第 j 维的值, α 和 Q 为随机数, $iter_{max}$ 为最大迭代次数。 $R2$ 和 ST 分别为报警值和安全阈值, L 为 $1 \times d$ 的全 1 矩阵。

当 $R2 < ST$ 时, 意味着周围没有捕食者, 发现者进入宽搜索模式; 当 $R2 \geq ST$ 时, 意味着一些麻雀已经发现了捕食者, 所有麻雀都需要迅速飞向安全区域。

追随者指麻雀种群中适应度值较差的一些个体, 当发现者发现食物后, 它们会离开当前位置去争夺食物。追随者的位置更新表达式如下:

$$\mathbf{X}_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} Q \cdot \exp\left(\frac{\mathbf{X}_{i,worse}^t - \mathbf{X}_{i,j}^t}{i^2}\right), & i > n/2 \\ \mathbf{X}_p^{t+1} + |\mathbf{X}_{i,j}^t - \mathbf{X}_p^{t+1}| \cdot \mathbf{A}^+ \cdot L, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中, \mathbf{X}_p 为生产者所在的最佳位置, $\mathbf{X}_{i,worse}$ 为当前最差位置; \mathbf{A} 为 $1 \times d$ 的矩阵, 其中元素为 1 或 -1, $\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}$ 。

在种群中随机产生一定数量的警戒者, 一般为 10% ~ 20%, 它们的位置更新表达式如下:

$$\mathbf{X}_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{X}_{best}^t + \beta |\mathbf{X}_{i,j}^t - \mathbf{X}_{best}^t|, & f_i > f_g \\ \mathbf{X}_{i,j}^t + K \left(\frac{\mathbf{X}_{i,j}^t - \mathbf{X}_{i,worse}^t}{(f_i - f_w) + \epsilon} \right), & f_i = f_g \end{cases} \quad (3)$$

其中, \mathbf{X}_{best} 为全局最优位置, β 为迭代步长, K 为随机数, f_i 为当前麻雀适应度值, f_g 和 f_w 为全局最佳与最差适应度值, ϵ 为常数。

2.2 算法存在的问题

标准 SSA 存在的问题主要体现在寻优的精度和收敛性上。标准 SSA 采用随机初始化种群, 使麻雀个体无法在搜索空间内均匀分布, 导致了算法的不确定性。在麻雀种群中追随者与警戒者的位置更新仅与当前种群最优个体和最差个体有关。在搜索前期, 如果当前种群最佳个体陷入了局部最优, 则追随者迅速聚集, 可能导致失去对潜在最优解的探索, 最终陷入局部最优, 无法逃离。标准 SSA 采用整体的维度更新策略, 虽然前期可以提高算法的收敛速度, 但是也会削弱某些维度的信息。在搜索后期, 麻雀种群可能会在最优解附近来回游荡, 陷入振荡困境, 降低了对最优位置的发掘能力, 造成后期收敛速度与精度的降低。

3 算法的改进

3.1 种群初始化的改进

对于种群迭代的智能算法而言, 初始种群的分布是其搜索效率的基础。研究表明, 种群数量一定, 种群分布越均匀, 算法越容易在更短的时间内收敛到最优解; 反之, 则会影响算法的收敛性能。通过精英化思想将 Hammersley 低差异序列与其反向学习组合, 获得更优的初始种群。

3.1.1 初始种群均匀化

分布均匀的随机数意味着更加优秀的种群分布。目前常用的初始化方法是混沌映射, 包括 Logistic 映射、Tent 映射等。低差异序列可以在高维空间中产生均匀分布的点集, 已经被广泛应用于图形学及金融领域, 本文采用 Hammersley 低差异序列生成初始种群。如图 1 所示, 相比其他种群初始化方法, 采用 Hammersley 低差异序列可使初始种群的分布更加均匀。

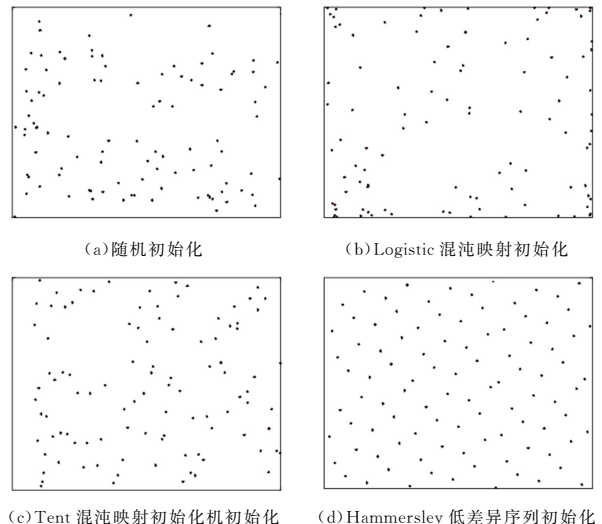


图 1 几种初始化方法种群的分布散点图

Fig. 1 Scatter plots of population distribution of several initialization methods

Hammersley 低差异序列生成初始种群的具体过程为:

将整数 i 转化为 b 进制数,然后把这个 b 进制数镜像到小数点右边,即得到 Van der Corput 序列:

$$\Phi_b(i) = (b^{-1} \cdots b^{-M})(a_0(i) \cdots a_{M-1}(i))^T = \sum_{l=0}^{M-1} a_l(i) b^{-l-1} \quad (4)$$

将第一个维度设置为 i/N ,其他维度为基于不同基底 b_n 的 Van der Corput 序列,即得到 Hammersley 低差异序列:

$$\mathbf{X}_i := \left[\frac{i}{N}, \Phi_{b_1}(i), \dots, \Phi_{b_{n-1}}(i) \right] \quad (5)$$

其中, b 是质数, $a_l(i)$ 为向量, M 为维度, N 为样本点集中点的个数。

为了不失一般性,设置种群数量为 10000,对比几种初始化方法的种群分布。图 2 为几种初始化方法生成种群的分布直方图。采用 Hammersley 低差异序列产生的初始种群均匀性得到明显提升。

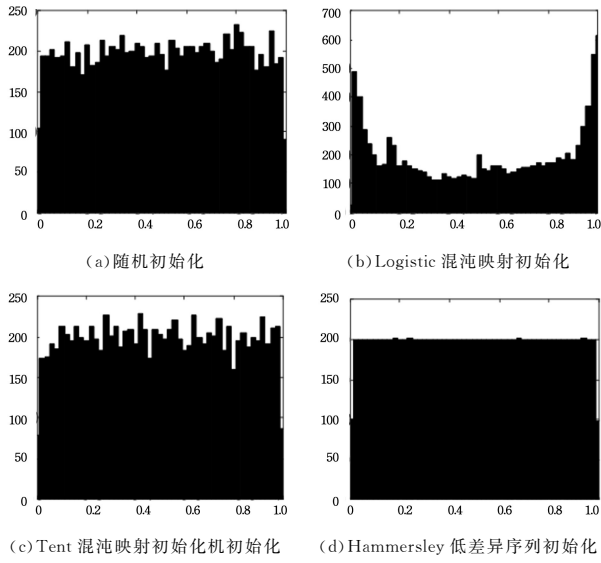


图 2 几种初始化方法种群的分布直方图

Fig. 2 Histogram of population distribution of several initialization methods

3.1.2 初始种群精英化

通过反向学习实现种群精英化。反向学习的核心思想是通过计算种群的反向解,并与当前解进行比较,选择较优解引领下次迭代。结合光的反射及折射原理而提出的反射-折射反向学习扩大了可选解的范围。通过精英选取较优解,实现了初始种群个体质量的提升。

如图 3 所示,在 x 轴上的搜索范围是 $[a, b]$, o 为 a 和 b 的中点,法线为 y 轴,入射角、反射角和折射角分别为 α, α 和 β ,入射光线、反射光线和折射光线的长度分别为 l, l' 和 l'' 。由光的反射定律可知:

$$\frac{x'_{i,j} - \frac{a+b}{2}}{\frac{a+b}{2} - x_{i,j}} = \frac{l'}{l} \quad (6)$$

令 $p = l/l'$,代入式(6)并将其扩展到多维空间,可得:

$$x'_{i,j} = \frac{a_j + b_j}{2} + \frac{a_j + b_j}{2p} - \frac{x_{i,j}}{p} \quad (7)$$

其中, $x_{i,j}$ 代表麻雀种群第 i 个麻雀在第 j 维的解, a_j 和 b_j

分别为搜索空间在 j 维的下界和上界。

由光的折射定律可知:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\frac{a+b}{2} - x_{i,j}}{x'_{i,j} - \frac{a+b}{2}} = \frac{l''}{l} \quad (8)$$

其中, n 为折射率,令 $q = n * l/l''$,代入到式(8)可得:

$$x''_{i,j} = \frac{a_j + b_j}{2} + \frac{a_j + b_j}{2q} - \frac{x_{i,j}}{q} \quad (9)$$

其中, $x''_{i,j}$ 为 $x_{i,j}$ 的折射反向解。

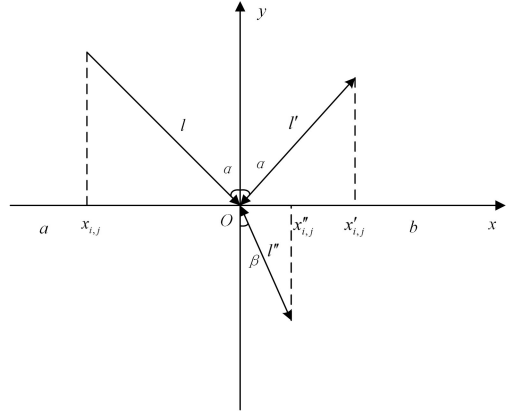


图 3 基于反射-折射反向学习策略示意图

Fig. 3 Diagram of reverse learning strategy based on reflection-refraction

通过 Hammersley 低差异序列产生的初始种群可以很好地满足均匀性要求,但是同时也降低了种群分布的随机性。在反射-折射反向学习中,通过调节各个维度 p, q 的取值,改变反射解及折射解的位置,来满足初始种群随机性的要求。麻雀种群精英初始化的具体过程为:采用 Hammersley 低差异序列产生数量为 N 的初始种群 X ,将 X 代入式(7)产生反射反向种群 Y ,将 X 代入式(9)产生折射反向种群 Z 。将种群 X, Y, Z 中所有麻雀个体根据适应度值进行排序,选择前 N 个适应度较高的个体组成新的初始麻雀种群。

3.2 双样本学习

在标准的 SSA 中,追随者的位置更新仅与当前种群最佳与最差个体有关,每次迭代中麻雀个体只能选择一个个体进行学习,没有充分发挥种群间信息交流的作用。如果当前种群最佳麻雀陷入局部最优时,会引领其他麻雀聚集,陷入局部最优停滞,难以逃脱当前局部空间。

如图 4 所示,搜索空间有 4 个局部最优区域,即 $A1, A2, A3, A4$ 。其中, $A3$ 为全局最优区域, $A4$ 为当前种群最佳麻雀位置, $A1$ 和 $A2$ 为其他发现者所在位置。追随者 x 如果向 $A4$ 移动则会陷入局部最优。为了让 x 能够搜索到全局最优区域,令 x 同时向当前最优位置 $A4$ 和其他任一发现者位置 $A1$ 或 $A2$ 搜索。追随者的双样本学习表达式为:

$$\mathbf{X}_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{Q} \cdot \exp\left(\frac{\mathbf{X}_{i,j}^{\text{worse}} - \mathbf{X}_{i,j}}{i^2}\right), & i > n/2 \\ \mathbf{X}_{i,j} + [r_1(\mathbf{X}_p - \mathbf{X}_{i,j}) + r_2(\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{i,j})] \cdot \mathbf{A}^+ \cdot \mathbf{L}, & i \leq n/2 \end{cases} \quad (10)$$

其中, \mathbf{X}_R 为任意一发现者, r_1 和 r_2 为步长控制参数, $r_2 = 1 - r_1$ 。随机步长有很大的不确定性, 特别是在迭代后期, 很可能会跳过最优解或者在最优解附近震荡徘徊, 导致寻优能力较差。由于 r_1 控制向当前最优解移动的距离, r_2 控制向其他发现者移动的距离, 步长控制参数 r_1 较小, 有利于进行全局搜索, r_1 较大, 有利于进行局部开发。因此, 通过将一非线性增长因子与随机因子相结合, 构成一个呈非线性增长趋势的步长控制参数。对步长控制参数 r_1 进行如下定义:

$$r_1 = \text{rand}(0, 0.5) + 0.5 \cdot \frac{t}{T} \quad (11)$$

随着迭代次数的增加, r_1 呈非线性增长趋势, 有利于前期的全局搜索及后期的深度挖掘。

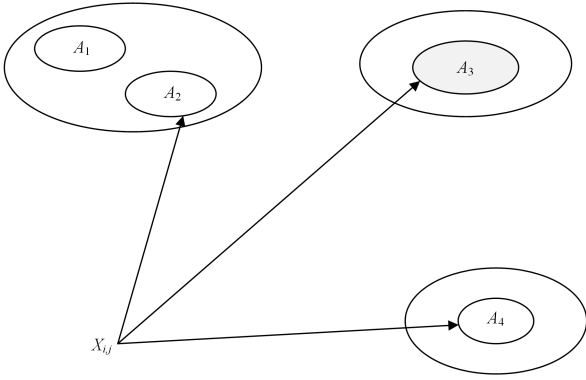


图4 双样本学习

Fig. 4 Two-sample learning

3.3 单维搜索模式

在标准的 SSA 中, 发现者之间没有进行信息传递。而在迭代后期, 发现者聚集在全局最优位置附近, 发现者中携带有重要信息, 此时信息传递显得尤为重要。若采用整体维度更新, 则可能导致重要信息丢失。

假设在迭代后期发现者都位于全局最优区域附近。如图 5 所示, 黑球 n 为当前最优位置, 白球 m 为另一发现者位置, 灰色区域为全局最优区域。此时, 白球在 j 维处于更优位置, 黑球在 k 维处于更优位置。若采用整体维度更新策略, 白球向黑球运动虽然可以获得更好的适应度, 但是同时也丢失了 j 维的重要信息。若采用单维搜索模式, 随机选取某个维度进行移动, 可同时保留个体在其他维度的信息。发现者位置更新表达式为:

$$\mathbf{X}_{i,j}^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{X}_{i,j}^t \cdot \exp\left(\frac{-i}{\alpha \cdot \text{iter}_{\max}}\right), & R2 < ST, t < 0.7 \cdot \text{iter}_{\max} \\ \mathbf{X}_{i,j}^t + \mathbf{Q} \cdot \mathbf{L}, & R2 \geq ST, t < 0.7 \cdot \text{iter}_{\max} \\ [x_{i,1}^t, \dots, x_{i,c-1}^t, x_{i,c}^{t+1}, x_{i,c-1}^t, \dots, x_{i,d}^t], & t \geq 0.7 \cdot \text{iter}_{\max} \end{cases} \quad (12)$$

这里选择最大迭代次数的后 30% 作为迭代后期, 其中 c 为选中的维度, $c \in [1, d]$, 其他维度的值保持不变, c 维的位置更新为:

$$x_{i,c}^{t+1} = x_{i,c}^t + r_3 (x_{p,c}^t - x_{i,c}^t) \quad (13)$$

其中, r_3 服从区间 $[0, 1]$ 随机分布, $x_{p,c}^t$ 为当前最佳个体在 c 维的值。

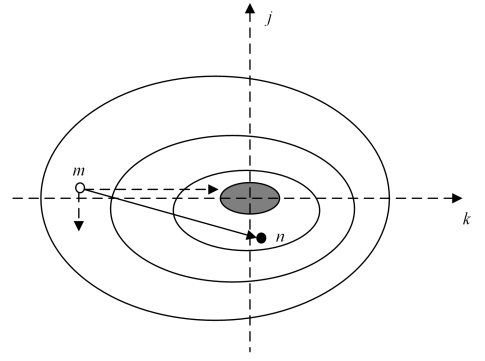


图5 单维搜索模式

Fig. 5 One-dimensional search mode

3.4 时间复杂度分析

时间复杂度是反映算法性能的一个重要指标。假定标准 SSA 中麻雀种群规模为 N , 空间维度为 D , 求适应度函数所需时间为 $f(D)$, 根据文献[5], 标准 SSA 的时间复杂度计算式为:

$$T = O(D + f(D)) \quad (14)$$

在改进 SSA 算法中, 后面以 SSA1 代指改进 SSA。假设参数初始化的时间为 c_1 , 每一维产生 Hammersley 低差异序列的时间为 c_2 , 产生反射反向种群的时间为 c_3 , 产生折射反向种群的时间为 c_4 , 则参数初始化阶段的时间复杂度为:

$$\begin{aligned} T_1 &= O(c_1 + Dc_2 + Nf(D)) + O(Dc_3 + Nf(D)) + \\ &O(Dc_4 + Nf(D)) \\ &= O(D + f(D)) \end{aligned} \quad (15)$$

麻雀种群中发现者的数量为 n_1 , 迭代前期, 发现者的迭代次数为 k , 发现者每一维进行位置更新的时间为 c_5 , 生成随机数的时间为 c_6 , 则发现者位置更新的时间复杂度为:

$$T_2 = O(n_1 k D (c_5 + c_6) + n_1 (\text{iter}_{\max} - k) (c_5 + c_6)) = O(D) \quad (16)$$

麻雀种群中跟随者的数量为 $N - n_1$, 产生 3 个随机数的时间都为 c_7 , 跟随者每一维位置更新的时间为 c_8 , 则跟随者位置更新的时间复杂度为:

$$\begin{aligned} T_3 &= O\left(\frac{N}{2} D (c_7 + c_8) + \left(\frac{N}{2} - n_1\right) \cdot D (c_7 + c_7 + c_8)\right) \\ &= O(D) \end{aligned} \quad (17)$$

麻雀种群中警戒者的数量为 n_2 , 每一维进行位置更新的时间为 c_9 , 生成两个正态分布随机参数的时间为 c_{10} , 警戒者位置更新时间复杂度为:

$$T_4 = O(n_2 D (c_9 + c_{10} + c_{10})) = O(D) \quad (18)$$

综上所述, SSA1 的时间复杂度为:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = O(D + f(D)) \quad (19)$$

SSA1 与标准 SSA 的时间复杂度相同, 即本文所提改进策略没有增加算法的时间复杂度。

4 算法性能测试分析

4.1 测试函数选取

为了验证所提算法改进的有效性, 利用 12 个基准测试函数进行测试。其中, $f_1 - f_6$ 为单峰函数, 用于测试函数的局部搜索精度; $f_7 - f_{10}$ 为高维多峰函数, 用于测试函数的全局

搜索精度; $f_{11}-f_{12}$ 为低维多峰函数,用于测试迭代后期单维搜索的有效性。测试函数的具体信息如表 1 所列。

表 1 测试函数
Table 1 Test functions

序号	函数公式	维度	定义域	最佳值
f_1	$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	30	$[-100, 100]$	0
f_2	$f_2(x) = \sum_{i=1}^n x_i + \prod_{i=1}^n x_i $	30	$[-10, 10]$	0
f_3	$f_3(x) = \sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n x_j)^2$	30	$[-100, 100]$	0
f_4	$f_4(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1}-x_i^2)^2 + (x_i-1)^2]$	30	$[-30, 30]$	0
f_5	$f_5(x) = \sum_{i=1}^n (x_i+0.5)^2$	30	$[-100, 100]$	0
f_6	$f_6(x) = \max_i \{ x_i , 1 \leq i \leq n\}$	30	$[-100, 100]$	0
f_7	$f_7(x) = \sum_{i=1}^n -x_i \sin(\sqrt{ x_i })$	30	$[-500, 500]$	$-418.9829n$
f_8	$f_8(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	30	$[-5.12, 5.12]$	0
f_9	$f_9(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$	30	$[-32, 32]$	0
f_{10}	$f_{10}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	30	$[-600, 600]$	0
f_{11}	$f_{11}(x) = \left(\frac{1}{500} + \sum_{j=1}^{25} \frac{1}{j + \sum_{i=1}^2 (x_i - a_{ij})^6}\right)^{-1}$	2	$[-65, 65]$	1
f_{12}	$f_{12}(x) = \sum_{i=1}^{11} \left[ai - \frac{x_1(b_i^2 + b_i x_2)}{b_i^2 + b_i x_3 + x_4}\right]^2$	4	$[-5, 5]$	0.000307

4.2 结果分析

选取 GWO, WOA, SSA 和 SSA1 这 4 种算法进行仿真实验,所有算法的公共参数保持一致,种群规模设置为 100,最大迭代次数设置为 100。为了避免偶然性,对 10 个测试函数分别进行 10 次独立实验。表 2 列出了 4 种算法对 6 个单峰测试函数分别独立运行 10 次所得的实验结果。表 3 列出了 4 种算法对 6 个多峰函数分别独立运行 10 次的实验结果。

表 2 不同智能算法对单峰函数的寻优结果

Table 2 Optimization results of single peak function by different intelligent algorithms

	算法	平均值	最佳值	标准差	运行时间/s
f_1	GWO	2.32×10^{-5}	6.52×10^{-6}	1.67×10^{-5}	7.23×10^{-1}
	WOA	2.44×10^{-17}	8.79×10^{-20}	4.09×10^{-17}	6.31×10^{-1}
	SSA	1.44×10^{-291}	0.00	0.00	8.23×10^{-1}
	SSA1	0.00	0.00	0.00	9.77×10^{-1}
f_2	GWO	8.96×10^{-4}	6.19×10^{-4}	1.65×10^{-4}	6.73×10^{-1}
	WOA	3.68×10^{-11}	8.63×10^{-13}	3.01×10^{-11}	6.62×10^{-1}
	SSA	1.98×10^{-133}	0.00	6.27×10^{-133}	8.98×10^{-1}
	SSA1	0.00	0.00	0.00	1.03
f_3	GWO	22.40	2.89	21.30	9.95×10^{-1}
	WOA	5.90×10^4	3.92×10^4	1.62×10^4	1.47
	SSA	1.53×10^{-228}	0.00	0.00	1.53
	SSA1	0.00	0.00	0.00	1.74
f_4	GWO	27.70	26.20	8.25×10^{-1}	7.76×10^{-1}
	WOA	7.53	5.79	7.76	5.82×10^{-1}
	SSA	5.03×10^{-5}	1.26×10^{-6}	7.97×10^{-5}	8.35×10^{-1}
	SSA1	1.88×10^{-4}	2.02×10^{-5}	2.55×10^{-4}	8.02×10^{-1}
f_5	GWO	8.11×10^{-1}	9.77×10^{-2}	4.39×10^{-1}	6.31×10^{-1}
	WOA	4.76×10^{-1}	2.65×10^{-1}	1.10×10^{-1}	5.90×10^{-1}
	SSA	1.55×10^{-5}	7.99×10^{-7}	2.69×10^{-5}	7.66×10^{-1}
	SSA1	1.45×10^{-5}	1.54×10^{-8}	1.84×10^{-5}	1.01
f_6	GWO	1.57×10^{-1}	1.18×10^{-1}	3.87×10^{-2}	6.90×10^{-1}
	WOA	56.80	1.18	27.8	7.08×10^{-1}
	SSA	3.77×10^{-98}	0.00	1.19×10^{-97}	8.95×10^{-1}
	SSA1	3.70×10^{-182}	0.00	0.00	1.36

从表 2 可以看出,对于 6 个单峰函数,4 种算法在求解时,SSA1 收敛精度整体表现最佳,其次是 SSA,再次是 WOA,最后是 GWO。除 f_4 外,SSA1 在平均值、最优值及标准差上均表现最佳。具体而言,对于 f_1, f_2 和 f_3 ,SSA1 的平均值、最佳值和标准差均为 0,而 SSA 的最佳值为 0,平均值不为 0,这说明标准 SSA 的稳定性不足,算法的改进增强了其精度及鲁棒性;对于 f_4 ,SSA1 稍弱于 SSA,但是求解精度相当,相比 GWO 和 WOA 仍具有较大优势,精度分别提高了 5 和 4 个数量级,这说明 SSA1 保留了 SSA 的性能;对于 f_5 ,SSA1 的平均值、最佳值、标准差均表现最佳,相比 GWO,WOA 和 SSA 精度分别提高了 6,7 和 1 个数量级;对于 f_6 ,SSA1 在平均值、最佳值、标准差上均表现最佳,SSA 也具有搜索到全局最优的能力,但 SSA1 的平局值与标准差更小,表现了更强的鲁棒性。综上所述,SSA1 对于单峰函数具有较好的整体寻优精度和更优的鲁棒性。

从表 3 可以看出,对于 6 个多峰函数,4 种算法在求解时,SSA1 在平均值、最优值及标准差上均表现最佳。寻优精度整体表现方面,SSA1 优于 SSA,其次是 WOA,最后是 GWO。具体而言,对于 f_7 ,SSA1 在平均值、最佳值及标准差上均表现最佳,同时 WOA 也表现出了良好的性能,两者均优于 GWO 和 SSA,其收敛精度提高了 1 个数量级,说明 SSA1 改进了 SSA 的收敛精度;对于 f_8 和 f_{10} ,SSA1 和 SSA 的平均值、标准差和标准差均为 0,而 GWO 和 WOA 均未收敛到全局最优点,说明 SSA1 保留了 SSA 的性能;对于 f_9 ,SSA1 与 SSA 表现相当,相比 GWO 和 WOA,收敛精度分别提高了 15 和 5 个数量级;对于 f_{11} ,SSA1 在平均值、最佳值和标准差上均表现最佳,相比 GWO,WOA 和 SSA,收敛精度分别提高了 8,7 和 1 个数量级,说明 SSA1 的改进提高了算法的收敛

精度;对于 f_{12} , SSA1 在平均值、最佳值和标准差上均表现最佳,虽然整体差距不大,但是标准差相比 GWO, WOA 和 SSA 分别提高了 3, 2 和 1 个数量级,证明 SSA1 提高了算法的稳定性。其中, f_{11} 和 f_{12} 是低维多峰函数,说明在低维多峰问题中 SSA1 改善了 SSA 的精度及鲁棒性,证明了单维搜索的有效性。

表 3 不同智能算法对多测试函数的寻优结果

Table 3 Optimization results of multiple test functions by different intelligent algorithms

算法	平均值	最佳值	标准差	运行时间/s	
f_7	GWO	-5.83×10^3	-7.03×10^3	1.44×10^3	7.40×10^{-1}
	WOA	-9.83×10^3	-1.15×10^4	1.43×10^3	9.28×10^{-1}
	SSA	-7.88×10^3	-8.93×10^3	6.70×10^2	1.12
	SSA1	-1.05×10^4	-1.17×10^4	6.58×10^2	1.25
f_8	GWO	19.50	10.20	5.75	6.52×10^{-1}
	WOA	7.96×10^{-14}	0.00	9.36×10^{-14}	7.52×10^{-1}
	SSA	0.00	0.00	0.00	9.49×10^{-1}
	SSA1	0.00	0.00	0.00	1.12
f_9	GWO	1.11×10^{-3}	5.62×10^{-4}	4.34×10^{-4}	8.02×10^{-1}
	WOA	9.67×10^{-10}	8.41×10^{-11}	9.84×10^{-10}	8.05×10^{-1}
	SSA	8.88×10^{-16}	8.88×10^{-16}	0.00	1.06
	SSA1	8.88×10^{-16}	8.88×10^{-16}	0.00	1.09
f_{10}	GWO	1.30×10^{-2}	1.99×10^{-5}	1.71×10^{-2}	8.43×10^{-1}
	WOA	3.56×10^{-2}	0.00	1.12×10^{-1}	8.86×10^{-1}
	SSA	0.00	0.00	0.00	1.07
	SSA1	0.00	0.00	0.00	1.29
f_{11}	GWO	6.45×10^{-2}	3.40×10^{-2}	3.89×10^{-2}	1.41
	WOA	2.48×10^{-2}	2.59×10^{-3}	4.30×10^{-2}	1.33
	SSA	2.72×10^{-8}	1.00×10^{-9}	3.91×10^{-8}	1.43
	SSA1	1.61×10^{-8}	3.65×10^{-10}	1.40×10^{-8}	1.57
f_{12}	GWO	2.46×10^{-3}	3.24×10^{-4}	6.29×10^{-3}	3.99×10^{-1}
	WOA	8.50×10^{-4}	3.33×10^{-4}	5.27×10^{-4}	4.91×10^{-1}
	SSA	3.29×10^{-4}	3.07×10^{-4}	6.66×10^{-5}	7.99×10^{-1}
	SSA1	3.09×10^{-4}	3.07×10^{-4}	1.80×10^{-6}	9.26×10^{-1}

通过以上分析可知,对于单峰和多峰函数,相比其他 3 种算法,SSA1 不仅在寻优精度上整体表现最优,并且在稳定性上的整体表现也更优。

4.3 收敛曲线分析

由于在 100 次迭代中,对于单峰函数 f_1, f_2, f_3 和多峰函数 f_8, f_9, f_{10} , SSA 与 SSA1 都收敛到相同值,而且从表 2 和表 3 中无法得知 4 种算法收敛速度的差异。为了表现更直观,分别用 4 种算法对这 6 个测试函数进行实验,得到如图 6 所示的收敛曲线图。

从图 6 可以直观地看到各算法在寻优过程中适应度值的变化情况。 $f_1 - f_3$ 这 3 个单峰测试函数常用来检测算法的收敛速度,图 6(a) - 图 6(c) 中 SSA1 均只需要最少的迭代次数即可收敛到全局最优。具体而言,图 6(a) 中,SSA1 收敛到全局最优需要迭代 15 次左右,SSA 需要 80 次左右,而 GWO 和 WOA 在 100 次迭代中未搜索到全局最优;图 6(b) 中,SSA1 收敛到全局最优需要 20 次左右,而 SSA, GWO 和 WOA 在 100 次迭代中均未搜索到全局最优;图 6(c) 中,SSA1 收敛到全局最优需要迭代 20 次左右,而 SSA 需要 80 次以上, GWO 和 WOA 在 100 次迭代中均未搜索到全局最优。

$f_8 - f_{10}$ 这 3 个多峰测试函数包含多个极值点,常用来检测算法的全局收敛能力。从曲线的形状来看,SSA1 收敛曲线形态接近垂直向下,出现弧形和阶梯向下的次数明显少于其他算法,这是由于 Hammersley 低差异序列及精英选取策略产生的初始化种群可以有效避免算法陷入局部最优,因此在迭代过程中出现明显的断层现象,这说明双样本学习可以更快跳出局部最优。从收敛速度来看,图 6(d) 中,SSA1 对于 f_8 没有提高算法的收敛速度,但是相比 GWO 和 WOA 仍具有很大的优势,这说明 SSA1 保留了 SSA 的优秀性能;图 6(e) 中,4 种算法均未收敛到理论全局最优,SSA1 需要少于 10 次即可收敛到局部最优,而 SSA 需要 10 次以上,且精度相比于 GWO 和 WOA 精度至少提升了 5 个数量级;图 6(f) 中,SSA1 需要 5 次左右即可收敛到全局最优,SSA 需要 10 次以上,而 GWO 和 WOA 在 100 次迭代中均未搜索到全局最优,这说明对于 f_{10} , SSA1 在兼顾全局收敛能力的情况下,收敛速度也得到了提高。

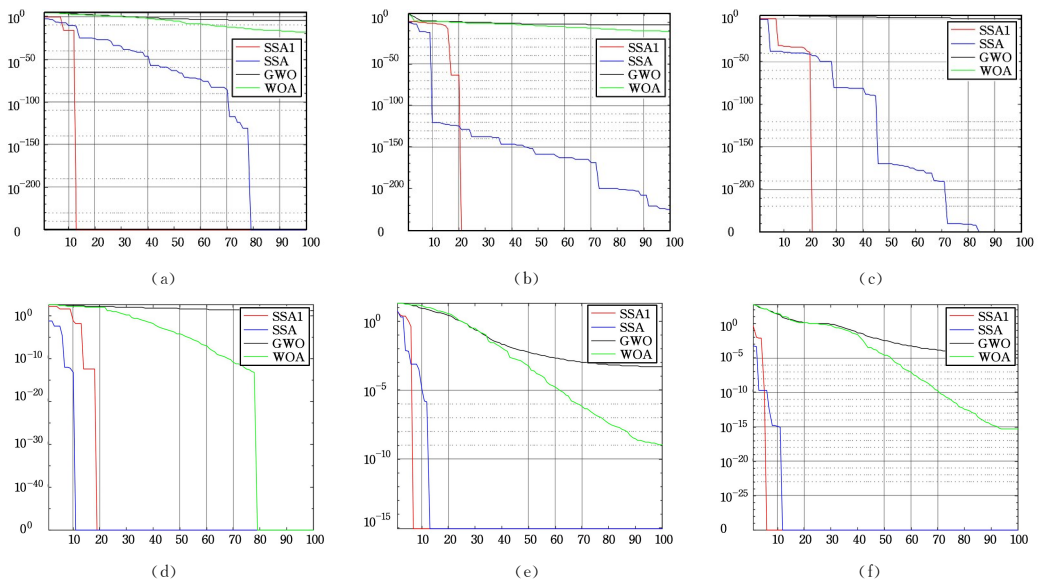


图 6 SSA1, SSA, GWO, WOA 对 6 个测试函数的收敛曲线

Fig. 6 Convergence curves of SSA1, SSA, GWO and WOA for 6 test functions

整体而言,对于不同的单峰函数和多峰函数,SSA1 需要更少的迭代次数,收敛到更高的精度,这证明 SSA1 相比 SSA

在平衡局部收敛能力及局部搜索精度上都有明显的提高。

结束语 本文在标准麻雀搜索算法的基础上,引入了 Hammersley 低差异序列与反射-折射反向学习结合的精英化初始种群方法,结合双样本学习和后期单维搜索的思想,提出了一种基于双样本学习与单维搜索的精英麻雀搜索算法。首先 Hammersley 低差异序列与反向学习产生均匀的初始种群,加快了算法的收敛速度;其次,通过双样本学习增加了种群间的信息交流,避免了算法陷入局部最优;最后,通过单维搜索,增强了算法对最优位置的发掘能力,这使得 SSA1 相比 SSA 寻优精度更高。经计算,算法的改进没有提高算法的时间复杂度。通过选取 12 个基准函数与其他 3 种算法进行比较,实验结果表明,SSA1 的寻优能力得到了明显提升,具有良好的收敛速度、精度及鲁棒性。但是,对于高维目标函数,后期采用单维搜索模式可能会导致搜索速度降低,针对不同维度采用不同的搜索模式有待探索。

参 考 文 献

- [1] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey Wolf Optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69(3): 46-61.
- [2] MIRJALILI S, LEWIS A. The Whale Optimization Algorithm [J]. *Advances in Engineering Software*, 2016, 95(5): 51-67.
- [3] XUE J K, SHEN B. A novel swarm intelligence optimization approach: sparrow search algorithm[J]. *Systems Science & Control Engineering*, 2020, 8(1): 22-34.
- [4] JIANG Y, MA Y, LIANG Y Z, et al. Optimization of OTSU lung tissue segmentation algorithm based on fractional sparrow search[J]. *Computer Science*, 2021, 48(S1): 28-32.
- [5] YAN P C, SHANG S H, ZHANG C Y, et al. Research on the Processing of Coal Mine Water Source Data by Optimizing BP Neural Network Algorithm With Sparrow Search Algorithm [J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 108718-108730.
- [6] YUAN J H, ZHAO Z W, LIU Y P, et al. DMPPT Control of Photovoltaic Microgrid Based on Improved Sparrow Search Algorithm[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 16623-16629.
- [7] ZAFAR M H, KHAN U A, KHAN N M. A sparrow search optimization algorithm based MPPT control of PV system to harvest energy under uniform and non-uniform irradiance [C] // 2021 International Conference on Emerging Power Technologies (ICEPT). Pakistan: IEEE Press, 2021: 1-6.
- [8] ZHENG Y L, LIU F. Optimal Dispatch Strategy of Microgrid Energy Storage Based on Improved Sparrow Search Algorithm [C] // 2021 40th Chinese Control Conference (CCC). Shanghai: IEEE Press, 2021: 1832-1837.
- [9] LIU Q L, ZHANG Y, LI M Q, et al. Multi-UAV Path Planning Based on Fusion of Sparrow Search Algorithm and Improved Bioinspired Neural Network[J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 124670-124681.
- [10] CHEN X, XIAO M Q, SUN Y, et al. Fault diagnosis of fiber Op-

tic gyroscope based on improved Sparrow search algorithm and support vector machine [J]. *Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition)*, 2021, 22(3): 33-40.

- [11] OUYANG C T, LIU Y J, ZHU D L. An adaptive chaotic sparrow search optimization algorithm [C] // 2021 IEEE 2nd International Conference on Big Data, Artificial Intelligence and Internet of Things Engineering (ICBAIE). Nanchang: IEEE Press, 2021: 76-82.
- [12] FU H, LIU H. Improved sparrow search algorithm based on multi-strategy fusion and its application [J]. *Control and Decision*, 2022, 37(1): 87-96.
- [13] MA B, LU P, ZHANG L, et al. Enhanced Sparrow Search Algorithm With Mutation Strategy for Global Optimization [J]. *IEEE Access*, 2021, 9: 159218-159261.
- [14] TANG A D, HAN T, XU D W, et al. Uav path planning method based on chaotic sparrow search algorithm [J]. *Computer Application*, 2021, 41(7): 2128-2136.
- [15] MAO Q H, ZHANG Q. An improved Sparrow algorithm combining Cauchy variation and reverse learning [J]. *Computer Science and Discovery*, 2021, 15(6): 1155-1164.
- [16] LV X, MU X D, ZHANG J. Multi-threshold image segmentation based on improved Sparrow search algorithm [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2021, 43(2): 318-327.
- [17] MAO Q H, ZHANG Q, MAO C C, et al. Hybrid sines and cosines and Levy's flying sparrow algorithm [J]. *Journal of Shanxi University (Natural Science Edition)*, 2021, 44(6): 1086-1091.
- [18] ZHANG W K, LIU S, REN C H. Hybrid strategy improved sparrow search algorithm [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2021, 57(24): 74-82.
- [19] LIANG Q K, CHEN B, WU H N, et al. A Novel Modified Sparrow Search Algorithm Based on Adaptive Weight and Improved Boundary Constraints [C] // 2021 IEEE 6th International Conference on Computer and Communication Systems (ICCCS). Nanjing: IEEE Press, 2021: 104-109.



JIA Kaiye, born in 1996, postgraduate. His main research interests include control theory and control engineering.



DONG Yan, born in 1973, Ph.D, professor, Ph.D supervisor. Her main research interests include power electronics and electrical transmission.