

内逆 P-信息智能融合与它的属性析取特征-应用

吴松丽¹ 陈桂友² 史开泉¹

(山东大学数学学院 济南 250100)¹ (山东大学控制科学与工程学院 济南 250061)²

摘要 逆 P-集合(inverse packet set)是由内逆 P-集合 \bar{X}^F (internal inverse packet set)与外逆 P-集合 \bar{X}^F (outer inverse packet set)构成的元素集合对;或者, (\bar{X}^F, \bar{X}^F) 是逆 P-集合;逆 P-集合具有动态特性。利用内逆 P-集合与内逆 P-推理(internal inverse packet reasoning)、内逆 P-信息智能融合生成、内逆 P-信息智能融合补充生成与内逆 P-信息智能融合度量,给出内逆 P-信息智能融合定理、内逆 P-信息智能融合依赖定理与内逆 P-信息智能融合还原定理。给出内逆 P-信息智能融合的属性析取特征与属性析取扩展定理,以及属性析取扩展-未知内逆 P-信息智能融合发现原理;给出这些理论结果的应用。逆 P-集合是研究另一类动态信息应用的新理论、新方法;另一类动态信息具有属性析取特征。

关键词 逆 P-集合,逆 P-推理,内逆 P-信息智能融合,属性析取,属性析取扩展,智能融合发现,应用

中图分类号 0144 **文献标识码** A

Internal Inverse P-information Intelligent Fusion and its Attribute Disjunctive Character Application

WU Song-li¹ CHEN Gui-you² SHI Kai-quan¹

(School of Mathematics, Shandong University, Jinan 250100, China)¹

(School of Control Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250061, China)²

Abstract Inverse P-sets (packet sets) are a pair of element sets composed of internal inverse P-set \bar{X}^F (internal inverse packet set \bar{X}^F) and outer inverse P-set \bar{X}^F (outer inverse packet set \bar{X}^F), or (\bar{X}^F, \bar{X}^F) is an inverse P-set. Inverse P-set has dynamic characteristic. Using internal P-set, internal inverse P-reasoning (internal inverse packet reasoning), internal inverse P-information intelligent fusion generation, internal inverse P-information intelligent fusion supplemented generation and internal inverse P-information intelligent fusion measurement, internal inverse P-information intelligent fusion theorem, internal inverse P-information intelligent fusion dependent theorem and internal inverse P-information intelligent fusion recovery theorem were proposed. The attribute disjunctive character and attribute disjunctive expansion theorem of internal inverse P-information intelligent fusion, the attribute disjunctive expansion and unknown internal inverse P-information intelligent fusion discovery theorem recovery theorem were put forward. The application of these theory results was presented. Inverse P-sets is a new theorem and method of studying the other dynamic information application. The dynamic information has attribute disjunctive character.

Keywords Inverse P-set, Inverse P-reasoning, Internal inverse P-information intelligent fusion, Attribute disjunctive, Attribute disjunctive expansion, Intelligent fusion discovery, Application

1 引言

一个普通的事实: U 是公司 A 的产品论域, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \subset U$ 是有限产品集合, 每一个产品 $x_i \in X$ 具有产品出售“合同” $\alpha_i, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\} \subset V$ 是 X 的“合同”集合。1°。若在 α 内补充“合同” α_{n+1}, α 变成 $\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha_{n+1}\}$, 则 X 变成 $\bar{X}^F = X \cup \{x_{n+1}\}$; 2°。若在 α 内删除“合同” α_n, α 变成 $\alpha^F = \alpha - \{\alpha_n\}$, 则 X 变成 $\bar{X}^F = X - \{x_n\}$; 3°。若在 α 内补充一些“合同”同时又删除另一些“合同”, 则 X 变成一个元素集合对 (\bar{X}^F, \bar{X}^F) ; 换一个说法, (\bar{X}^F, \bar{X}^F) 是因为 α 内补充“合同”又删除

“合同”而存在。这个事实指出: 产品 $x_i \in X$ 的“合同” α_i 满足析取范式: $\bigvee_{i=1}^n \alpha_i$ 。

把这个事实中的“合同” α_i 定义成“属性” α_i , 对这个事实给出推广, 对这个事实给出数学研究; 利用这个事实, 2012 年文献[1]提出逆 P-集合(inverse packet sets), 给出逆 P-集合的结构与它在另一类动态信息中的应用。逆 P-集合的特征是: 给定有限普通集合 $X \subset U, \alpha \subset V$ 是 X 的属性集合。若在 α 内补充属性, α 变成 $\alpha^F, \alpha \subseteq \alpha^F$; 则集合 X 变成内逆 P-集合 \bar{X}^F (internal inverse packet set), $X \subseteq \bar{X}^F$ 。若在 α 内删除属性, α 变成 $\alpha^F, \alpha^F \subseteq \alpha$; 则集合 X 变成外逆 P-集合 \bar{X}^F (outer inverse

到稿日期: 2013-03-04 返修日期: 2013-06-19 本文受国家自然科学基金项目(61273277), 福建省自然科学基金项目(2013J01028), 河南省基础与前沿技术研究计划资助项目(132300410289)资助。

吴松丽(1969—), 女, 副教授, 主要研究方向为信息系统与应用, E-mail: wusl8717@163.com; 陈桂友(1969—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为区域控制与信息系统; 史开泉(1945—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为信息系统与应用, E-mail: shikq@sdu.edu.cn(通信作者)。

packet set), $\bar{X}^F \subseteq X$. 若在 α 内补充一些属性同时又删除另一些属性, 则集合 X 变成一个元素集合对 (\bar{X}^F, X^F) ; 或者 (\bar{X}^F, X^F) 是 X 生成的逆 P-集合. 逆 P-集合具有动态特性. 文献[1]给出: 在一定条件下, 逆 P-集合 (\bar{X}^F, X^F) 被还原成有限普通集合 X (cantor set). 利用数学概念, 认识逆 P-集合得到: 逆 P-集合是把动态特性引入到有限普通集合 X 内, 改进有限普通集合 X 得到的. 逆 P-集合是 P-集合 (packet sets) 的对偶形式, 文献[2, 3]在 2008 年提出 P-集合, 文献[2-20]给出 P-集合在一类动态信息研究中的应用.

从内逆 P-集合 \bar{X}^F 中容易得到: 给定 $\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^F$ 分别是 $\bar{X}_k^F, \bar{X}_{k+1}^F$ 的属性集合, 因为 $\alpha_k^F \subseteq \alpha_{k+1}^F$, 所以 \bar{X}_k^F 内被补充了一些元素 x_i , \bar{X}_k^F 变成 \bar{X}_{k+1}^F , $\bar{X}_k^F \subseteq \bar{X}_{k+1}^F$; X_k^F 变成 X_{k+1}^F 等价于一些元素 $x_i \in U, x_i \in \bar{X}_k^F$, 这些元素 x_i 被融合到 \bar{X}_k^F 内, $x_i \in \bar{X}_k^F$. 换一个说法, 在条件 $\alpha_k^F \subseteq \alpha_{k+1}^F$ 下, \bar{X}_{k+1}^F 是 \bar{X}_k^F 的融合. 从外逆 P-集合 X^F 中容易得到: 给定 $\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^F$ 分别是 X_k^F, X_{k+1}^F 的属性集合, 因为 $\alpha_{k+1}^F \subseteq \alpha_k^F$, 所以 \bar{X}_k^F 内被删除了一些元素 x_i , \bar{X}_k^F 变成 \bar{X}_{k+1}^F , $\bar{X}_{k+1}^F \subseteq \bar{X}_k^F$; X_k^F 变成 X_{k+1}^F 等价于 \bar{X}_k^F 之内的一些元素 $x_i \in \bar{X}_k^F$, 这些元素 x_i 被融合到 \bar{X}_k^F 外, $x_i \in \bar{X}_k^F$. 换一个说法, 在条件 $\alpha_{k+1}^F \subseteq \alpha_k^F$ 下, \bar{X}_{k+1}^F 是 \bar{X}_k^F 的融合. 容易看到: 逆 P-集合能够被应用到信息融合研究中, 逆 P-集合是研究信息融合的一个新理论、新方法.

文献[5]提出逆 P-推理 (inverse packet reasoning), 给出逆 P-推理的结构与应用. 逆 P-推理是利用逆 P-集合得到的动态推理. 逆 P-推理是由内逆 P-推理 (internal inverse packet reasoning) 与外逆 P-推理 (outer inverse packet reasoning) 共同构成.

利用内逆 P-集合与内逆 P-推理, 本文给出内逆 P-信息智能融合与它的属性析取特征研究, 本文的主要结果是: 给出内逆 P-信息智能融合生成, 内逆 P-信息智能融合补充生成与内逆 P-信息智能融合度量. 给出内逆 P-信息智能融合定理, 内逆 P-信息智能融合依赖定理与内逆 P-信息智能融合还原定理. 给出内逆 P-信息智能融合的属性析取特征与属性析取扩展定理; 给出属性析取扩展-未知内逆 P-信息智能融合发现原理; 给出应用.

为了便于讨论与概念、模型的引用, 把逆 P-集合的结构、逆 P-推理模型引入到本文的第 2 节内, 作为本文的预备概念.

2 逆 P-集合与逆 P-推理

约定 U 是有限元素论域; V 是有限属性论域; $X \subseteq U$ 是有限普通元素集合, $\alpha \subseteq V$ 是有限属性集合; $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$, $\bar{F} = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_m\}$ 是元素 (属性) 迁移族; $f \in F, \bar{f} \in \bar{F}$ 是元素 (属性) 迁移; $f \in F$ 的特征是: 对于元素 $u \in U, u \in X, f \in F$ 把 u 变成 $f(u) = x' \in X$; 对于属性 $\beta \in V, \beta \in \alpha, f \in F$ 把 β 变成 $f(\beta) = a' \in \alpha$. $\bar{f} \in \bar{F}$ 的特征是: 对于元素 $x \in X, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 x 变成 $\bar{f}(x) = u \in X$; 对于属性 $\alpha_i \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 α_i 变成 $\bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha$. 元素 (属性) 迁移是函数概念.

2012 年文献[1]给出:

给定集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subseteq U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subseteq V$ 是 X 的属性集合, 称 \bar{X}^F 是 X 生成的内逆 P-集合 (internal inverse packet set), 简称 \bar{X}^F 是内逆 P-集合, 而且

$$\bar{X}^F = X \cup X^+ \quad (1)$$

X^+ 称作 X 的 F -元素补充集合, 而且

$$X^+ = \{u | u \in U, u \notin X, f(u) = x' \in X, f \in F\} \quad (2)$$

如果 \bar{X}^F 的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} \quad (3)$$

式(3)中, $\beta \in V, \beta \in \alpha, f \in F$ 把 β 变成 $f(\beta) = \alpha' \in \alpha$; 式(1)中, $\bar{X}^F = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}, q \leq r, q, r \in \mathbb{N}^+$.

给定集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subseteq U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subseteq V$ 是 X 的属性集合, 称 \bar{X}^F 是 X 生成的外逆 P-集合 (outer inverse packet set), 简称 \bar{X}^F 是外逆 P-集合, 而且

$$\bar{X}^F = X - X^- \quad (4)$$

X^- 称作 X 的 \bar{F} -元素删除集合, 而且

$$X^- = \{x | x \in X, f(x) = u \in X, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (5)$$

如果 \bar{X}^F 的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F = \alpha - \{\beta | \bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (6)$$

式(6)中, $\alpha_i \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 α_i 变成 $\bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha$; $\bar{X}^F \neq \phi, \alpha^F \neq \phi$; 式(4)中, $\bar{X}^F = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}, p \leq q, p, q \in \mathbb{N}^+$.

由内逆 P-集合 \bar{X}^F 与外逆 P-集合 \bar{X}^F 构成的元素集合对称作 X 生成的逆 P-集合 (inverse packet sets), 而且

$$(\bar{X}^F, X^F) \quad (7)$$

有限普通集合 X 称作逆 P-集合的基集合 (基础集合).

利用式(3)得到:

$$\alpha \subseteq \alpha_1^F \subseteq \alpha_2^F \subseteq \dots \subseteq \alpha_{n-1}^F \subseteq \alpha_n^F \quad (8)$$

利用式(8), 式(1)得到内逆 P-集合, 满足

$$X \subseteq \bar{X}_1^F \subseteq \bar{X}_2^F \subseteq \dots \subseteq \bar{X}_{n-1}^F \subseteq \bar{X}_n^F \quad (9)$$

利用式(6)得到:

$$\alpha_n^F \subseteq \alpha_{n-1}^F \subseteq \dots \subseteq \alpha_2^F \subseteq \alpha_1^F \subseteq \alpha \quad (10)$$

利用式(10), 式(4)得到外逆 P-集合, 满足

$$\bar{X}_n^F \subseteq \bar{X}_{n-1}^F \subseteq \dots \subseteq \bar{X}_2^F \subseteq \bar{X}_1^F \subseteq X \quad (11)$$

利用式(9), 式(11)得到:

$$\text{称} \quad \{(\bar{X}_i^F, X_j^F) | i \in I, j \in J\} \quad (12)$$

是 X 生成的逆 P-集合族, 它是逆 P-集合的一般表达式; I, J 是指标集合 (index set).

由式(1)一式(12)得到:

定理 1 (逆 P-集合第一还原定理) 若 $F = \bar{F} = \phi$, 则逆 P-集合被还原成有限普通集合 X ; 或者,

$$(\bar{X}_i^F, X_j^F)_{F=\bar{F}=\phi} = X \quad (13)$$

证明: 1°. 若 $F = \phi$, 则式(1)变成 $\bar{X}^F = X \cup X^+ = X \cup \phi = X$, 式(2)变成 $X^+ = \{u | u \in U, u \notin X, f(u) = x' \in X, f \in F\} = \phi$; 式(3)变成 $\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} = \alpha \cup \phi = \alpha$; 这里: $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} = \phi$. 2°. 若 $\bar{F} = \phi$, 则式(4)变成 $\bar{X}^F = X - X^- = X - \phi = X$, 式(5)变成 $X^- = \{x | x \in X, \bar{f}(x) = u \in X, \bar{f} \in \bar{F}\} = \phi$; 式(6)变成 $\alpha^F = \alpha - \{\beta | \bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} = \alpha - \phi = \alpha$; 这里: $\{\beta | \bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} = \phi$. 由 1° 与 2° 得到式(13).

定理 2 (逆 P-集合第二还原定理) 若 $F = \bar{F} = \phi$, 则逆 P-集合被还原成有限普通集合 X ; 或者,

$$\{(\bar{X}_i^F, X_j^F) | i \in I, j \in J\}_{F=\bar{F}=\phi} = X \quad (14)$$

命题 1 逆 P-集合丢失了动态特性, 逆 P-集合与有限普通集合等价.

2012 年, 文献[5]给出:

\bar{X}_k^F 的属性集合 α_k^F 与 \bar{X}_{k+1}^F 的属性集合 $\alpha_{k+1}^F, \bar{X}_k^F$ 与 \bar{X}_{k+1}^F 满足

$$\text{if } \alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F, \text{ then } \bar{X}_k^F \Rightarrow \bar{X}_{k+1}^F \quad (15)$$

式(15)称作内逆 P-集合生成的内逆 P-推理(internal inverse packet reasoning); $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$ 称作内逆 P-推理条件, $\bar{X}_k^F \Rightarrow \bar{X}_{k+1}^F$ 称作内逆 P-推理结论。

式(15)中, “ \Rightarrow ”与“ \subseteq ”等价。

\bar{X}_k^F 的属性集合 α_k^F 与 \bar{X}_{k+1}^F 的属性集合 α_{k+1}^F , \bar{X}_k^F 与 \bar{X}_{k+1}^F 满足

$$\text{if } \alpha_{k+1}^F \Rightarrow \alpha_k^F, \text{ then } \bar{X}_{k+1}^F \Rightarrow \bar{X}_k^F \quad (16)$$

式(16)称作外逆 P-集合生成的外逆 P-推理(outer inverse packet reasoning); $\alpha_{k+1}^F \Rightarrow \alpha_k^F$ 称作外逆 P-推理条件, $\bar{X}_{k+1}^F \Rightarrow \bar{X}_k^F$ 称作外逆 P-推理结论。

($\bar{X}_k^F, \bar{X}_{k+1}^F$)的属性集合($\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^F$)与($\bar{X}_{k+1}^F, \bar{X}_k^F$)的属性集合($\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^F$), ($\bar{X}_k^F, \bar{X}_{k+1}^F$)与($\bar{X}_{k+1}^F, \bar{X}_k^F$)满足

$$\text{if } (\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^F) \Rightarrow (\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^F), \text{ then } (\bar{X}_k^F, \bar{X}_{k+1}^F) \Rightarrow (\bar{X}_{k+1}^F, \bar{X}_k^F) \quad (17)$$

式(17)称作逆 P-集合生成的逆 P-推理(inverse packet reasoning); ($\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^F$) \Rightarrow ($\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^F$) 称作逆 P-推理条件, ($\bar{X}_k^F, \bar{X}_{k+1}^F$) \Rightarrow ($\bar{X}_{k+1}^F, \bar{X}_k^F$) 称作逆 P-推理结论。

式(17)中, ($\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^F$) \Rightarrow ($\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^F$) 表示 $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F, \alpha_{k+1}^F \Rightarrow \alpha_k^F$; ($\bar{X}_k^F, \bar{X}_{k+1}^F$) \Rightarrow ($\bar{X}_{k+1}^F, \bar{X}_k^F$) 表示 $\bar{X}_k^F \Rightarrow \bar{X}_{k+1}^F, \bar{X}_{k+1}^F \Rightarrow \bar{X}_k^F$ 。

命题 2 逆 P-推理丢失了动态特性, 逆 P-推理是普通推理。

约定 在 3-5 节的讨论中, 2 节中的符号 X, \bar{X}^F 分别记作 $(x), (\bar{x})^F$; 或者 $(x) = X, (\bar{x})^F = \bar{X}^F$; $(x), (\bar{x})^F$ 分别称作信息、内逆 P-信息; $\forall x_i \in (x)$ 称作 (x) 的信息元, $\forall x_i \in (\bar{x})^F$ 称作 $(\bar{x})^F$ 的信息元。

3 内逆 P-信息智能融合生成与智能融合度量

定义 1 ($\bar{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F 与 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F , $(\bar{x})_k^F$ 与 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 满足

$$\text{if } \alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F, \text{ then } (\bar{x})_k^F \Rightarrow (\bar{x})_{k+1}^F \quad (18)$$

称 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是内逆 P-信息 $(\bar{x})_k^F$ 的智能融合生成, 简称 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 的智能融合。

定义 2 称 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是内逆 P-信息智能融合 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 的智能融合补充, 如果

$$(\bar{x})_{k+1}^+ = (\bar{x})_{k+1}^F - (\bar{x})_k^F \quad (19)$$

定义 3 称 η_k^F 是内逆 P-信息智能融合 $(\bar{x})_k^F$ 的智能融合度, 如果

$$\eta_k^F = \text{card}((\bar{x})_k^F) / \text{card}((x)) \quad (20)$$

式中, $\text{card} = \text{cardinal number}$

定义 4 称 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 单依赖于 $(\bar{x})_k^F$, 记作

$$(\bar{x})_{k+1}^F \Rightarrow (\bar{x})_k^F \quad (21)$$

称 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 双依赖于 $(\bar{x})_k^F$, 记作

$$(\bar{x})_k^F \Rightarrow (\bar{x})_{k+1}^F \quad (22)$$

式(21)、式(22)中, “ \Rightarrow ”与“ \subseteq ”等价; “ \Leftrightarrow ”与“ $=$ ”等价; 单依赖“ \Rightarrow ”, 双依赖“ \Leftrightarrow ”是数理逻辑(mathematical logic)中的概念。

利用定义 1-定义 4, 得到:

定理 3(内逆 P-信息智能融合生成的属性定理) ($\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 生成的内逆 P-信息智能融合的充分必要条件是: 存在属性集合 $\Delta\alpha_k^F \neq \phi$; $\Delta\alpha_k^F, (\bar{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 与 $(\bar{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F 满足

$$\alpha_{k+1}^F - (\alpha_k^F \cup \Delta\alpha_k^F) = \phi \quad (23)$$

证明: 1°. 若 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 生成的内逆 P-信息智能融合, 则 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 与 $(\bar{x})_k^F, (\bar{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 与 $(\bar{x})_k^F$ 的属性集合

α_k^F 满足式(15); 或者, 若 $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$, then $(\bar{x})_k^F \Rightarrow (\bar{x})_{k+1}^F$ 。由内逆 P-推理条件 $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$, 或者, $\alpha_k^F \subseteq \alpha_{k+1}^F$ 得到: 一定存在 $\Delta\alpha_k^F \neq \phi$ 。2°. 若 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 与 $(\bar{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F 满足式(23); 或者, $\alpha_{k+1}^F = (\alpha_k^F \cup \Delta\alpha_k^F), \alpha_k^F \subseteq \alpha_{k+1}^F$; 或者, $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F; \alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$ 是式(15)中的内逆 P-推理条件。具有 $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$ 的 $(\bar{x})_k^F, (\bar{x})_{k+1}^F$ 满足 $(\bar{x})_k^F \Rightarrow (\bar{x})_{k+1}^F$; 由定义 1 得到: $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 的内逆 P-信息智能融合。由 1°与 2°得到定理 3。

推论 1 若 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 生成的内逆 P-信息智能融合, 则存在 $\Delta\alpha_k^F \neq \phi, (\bar{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 双依赖于 $(\bar{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F 与 α_k^F 的属性被补充 $\Delta\alpha_k^F$; 或者,

$$(\alpha_k^F \cup \Delta\alpha_k^F) \Leftrightarrow \alpha_{k+1}^F \quad (24)$$

推论 2 若 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F 内被补充属性 $\Delta\alpha_k^F \neq \phi$ 的生成, 则 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 的一个内逆 P-信息智能融合。

定理 4(内逆 P-信息智能融合的融合度量定理) ($\bar{x})_k^F$ 是 (x) 生成的内逆 P-信息智能融合的充分必要条件是 $(\bar{x})_k^F$ 的智能融合度 η_k^F 是单位离散区间 $(0, 1]$ 的一个外点; 或者

$$\eta_k^F \in (0, 1] \quad (25)$$

这里: $(0, 1]$ 是由数值 0 与 $1 = \eta = \text{card}((x)) / \text{card}((x))$ 构成的单位离散区间, $\eta = \text{card}((x)) / \text{card}((x))$ 是信息 (x) 的自身融合度。

定理 5(内逆 P-信息智能融合与融合补充定理) 若 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 生成的内逆 P-信息智能融合, 则存在 $(\bar{x})_k^+ \neq \phi, (\bar{x})_{k+1}^F, (\bar{x})_k^+$ 与 $(\bar{x})_k^+$ 满足

$$(\bar{x})_{k+1}^F - ((\bar{x})_k^F \cup (\bar{x})_k^+) = \phi \quad (26)$$

$(\bar{x})_k^+$ 是 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 的智能融合补充。

推论 3 若 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 生成的内逆 P-信息智能融合, 则 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 双依赖于 $(\bar{x})_k^F$ 与融合补充 $(\bar{x})_k^+ \neq \phi$; 或者

$$((\bar{x})_k^F \cup (\bar{x})_k^+) \Leftrightarrow (\bar{x})_{k+1}^F \quad (27)$$

推论 4 若 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 内补充 $(\bar{x})_k^+$ 的生成, 则 $(\bar{x})_{k+1}^F$ 是 $(\bar{x})_k^F$ 生成的一个内逆 P-信息智能融合。

命题 3 任意一个内逆 P-信息智能融合 $(\bar{x})_k^F$ 单依赖于信息 (x) , 或者 $(x) \Rightarrow (\bar{x})_k^F$; 反之亦真。

定理 6(内逆 P-信息智能融合还原定理) 若 $F = \phi$, 则内逆 P-信息智能融合 $(\bar{x})_k^F$ 被还原成信息 (x) ; 或者

$$(\bar{x})_{F=\phi}^F = (x) \quad (28)$$

$$\{(\bar{x})_i^F \mid i \in I\}_{F=\phi} = (x) \quad (29)$$

式中, $\{(\bar{x})_i^F \mid i \in I\}$ 是内逆 P-信息智能融合 $(\bar{x})_i^F$ 构成的内逆 P-信息智能融合族。

定理 6 的证明与定理 1、定理 2 的证明类似, 证明略。事实上, 由 2 节中的式(1)-式(3)直接得到定理 6。

4 属性析取扩展与未知内逆 P-信息智能融合发现-辨识

从逆 P-集合存在的事实(产品 $x_i \in X$ 与 x_i 的销售合同 α_i 关系^[5])中容易得到: 给定逆 P-集合的基集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ 是 X 的属性集合, $\forall x_\lambda \in X, x_\lambda$ 的属性值 α_λ 满足: $\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \dots \vee \alpha_n$ 。利用这个特征, 本节给出内逆 P-信息智能融合的属性析取、属性析取扩展特征。

定理 7(内逆 P-信息智能融合的属性析取范式定理) 若 $(\bar{x})_k^F$ 是 (x) 的内逆 P-信息智能融合, 则 $\forall x_\lambda \in (\bar{x})_k^F$ 的属性 α_λ 满足属性析取范式, 而且

$$\alpha_i = \bigvee_{i=1}^n \alpha_i \quad (30)$$

这里: $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ 是 (x) 的属性集合, $\alpha_k^f = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r, \alpha_{r+1}, \dots, \alpha_n\}$ 是 $(\bar{x})_k^f$ 的属性集合。

证明: $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r\}$ 是 (x) 的属性集合, $\forall x_i \in (x)$, x_i 的属性 $\alpha_i = \bigvee_{\rho=1}^r \alpha_\rho$; $(\bar{x})_k^f$ 是 (x) 生成的内逆 P-信息智能融合, $(\bar{x})_k^f$ 的属性集合 α_k^f 与 (x) 的属性集合 α 满足 2 节中的式 (3); 或者, $\alpha_k^f = \alpha \cup \{\alpha_{r+1}, \alpha_{r+2}, \dots, \alpha_n\}$, $\alpha \subset \alpha_k^f$; $\forall x_j \in (\bar{x})_k^f$ 的属性 α_j 满足 $\alpha_j = \bigvee_{\rho=1}^n \alpha_\rho$, $i < n$; 得到式 (30)。

定理 8(融合补充的属性析取范式不变性定理) 若 $(x)_k^+$ 是内逆 P-信息智能融合 $(\bar{x})_k^f$ 的融合补充, 则 $\forall x_\lambda \in (x)_k^+$ 的属性 α_λ 保持 $\forall x_t \in (\bar{x})_{k+1}^f$ 的属性 α_t 具有的属性析取范式; 或者, $\forall x_\lambda \in (x)_k^+$ 的属性 α_λ 满足

$$\alpha_\lambda = \bigvee_{i=1}^m \alpha_i = \alpha_t \quad (31)$$

这里: $\alpha_{k+1} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m\}$ 是 $(\bar{x})_{k+1}^f$ 的属性集合。

由定理 7 直接得到:

定理 9(内逆 P-信息智能融合的属性析取扩展定理) 若 $(\bar{x})_{k+1}^f$ 是 $(\bar{x})_k^f$ 的内逆 P-信息智能融合, 则 $\forall x_\lambda \in (\bar{x})_{k+1}^f$ 的属性 α_λ 满足

$$\alpha_\lambda = \left(\bigvee_{i=1}^n \alpha_i \right) \bigvee_{i=n+1}^m \alpha_i = \alpha_t \quad (32)$$

这里: $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ 是 $(\bar{x})_k^f$ 的属性集合, $\forall x_i \in (\bar{x})_k^f$ 的属性 α_i 满足 $\alpha_i = \bigvee_{i=1}^n \alpha_i$ 。

定理 9 的证明见定理 10, 定理 9 的证明略。

定理 10(属性析取扩展-未知内逆 P-信息智能融合发现定理) 若 $x_\lambda \in (\bar{x})_{k+1}^f$ 的属性 α_λ 是 $x_t \in (\bar{x})_k^f$ 的属性 α_t 的属性析取扩展; 或者

$$\alpha_\lambda = \left(\bigvee_{i=1}^n \alpha_i \right) \bigvee_{i=n+1}^m \alpha_i \quad (33)$$

则 $(\bar{x})_{k+1}^f$ 在 $(\bar{x})_k^f$ 之外被发现; $(\bar{x})_{k+1}^f$ 与 $(\bar{x})_k^f$ 满足内逆 P-推理结论 $(\bar{x})_k^f \Rightarrow (\bar{x})_{k+1}^f$ 。

这里: $x_t \in (\bar{x})_k^f$ 的属性 α_t 满足 $\alpha_t = \bigvee_{i=1}^n \alpha_i$ 。

证明: 设 $\alpha_k^f = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$, $\alpha_{k+1}^f = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n, \alpha_{n+1}, \dots, \alpha_m\}$ 分别是 $(\bar{x})_k^f$, $(\bar{x})_{k+1}^f$ 的属性集合, $\alpha_k^f \subseteq \alpha_{k+1}^f$; 或者, α_{k+1}^f 是 α_k^f 内被补充属性 $\alpha_{n+1}, \alpha_{n+2}, \dots, \alpha_m$ 得到的; 显然, $\forall x_\lambda \in (\bar{x})_{k+1}^f$ 的属性 α_λ 满足: $\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \dots \vee \alpha_n \vee \alpha_{n+1} \vee \dots \vee \alpha_m$; $\forall x_t \in (\bar{x})_k^f$ 的属性 α_t 满足: $\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \dots \vee \alpha_n$; 或者, $\alpha_\lambda = \bigvee_{i=1}^m \alpha_i$ 是 $\alpha_t = \bigvee_{i=1}^n \alpha_i$ 的属性析取扩展: $\alpha_\lambda = \left(\bigvee_{i=1}^n \alpha_i \right) \bigvee_{i=n+1}^m \alpha_i$ 。因为 $\alpha_k^f \subseteq \alpha_{k+1}^f$, 由 2 节中的式(1)一式(3)得到: $(\bar{x})_k^f \subseteq (\bar{x})_{k+1}^f$, $(\bar{x})_{k+1}^f$ 在 $(\bar{x})_k^f$ 之外被发现。由 2 节中的式(15)得到: $(\bar{x})_k^f$ 的属性集合 α_k^f 与 $(\bar{x})_{k+1}^f$ 的属性集合 α_{k+1}^f , $(\bar{x})_k^f$ 与 $(\bar{x})_{k+1}^f$ 满足内逆 P-推理: 若 $\alpha_k^f \Rightarrow \alpha_{k+1}^f$, then $(\bar{x})_k^f \Rightarrow (\bar{x})_{k+1}^f$; $(\bar{x})_k^f \Rightarrow (\bar{x})_{k+1}^f$ 是内逆 P-推理结论。

定理 11(未知内逆 P-信息智能融合辨识定理) 若 $(\bar{x})_{k+1}^f$ 是属性析取扩展被发现的未知内逆 P-信息智能融合, 则 $(\bar{x})_k^f$ 与 $(\bar{x})_{k+1}^f$ 满足

$$\text{IDE}((\bar{x})_{k+1}^f, (\bar{x})_k^f) \quad (34)$$

式中, IDE=identification。

利用定理 7—定理 11 得到:

未知内逆 P-信息智能融合发现准则

$(\bar{x})_{k+1}^f$ 是被发现的 $(\bar{x})_k^f$ 的一个未知内逆 P-信息智能融

合, $(\bar{x})_k^f$ 与 $(\bar{x})_{k+1}^f$ 满足内逆 P-推理结论 $(\bar{x})_k^f \Rightarrow (\bar{x})_{k+1}^f$; $x_\lambda \in (\bar{x})_{k+1}^f$ 的属性 α_λ 是 $x_\rho \in (\bar{x})_k^f$ 的属性 α_ρ 的属性析取扩展。

5 内逆 P-信息智能融合在数据(信息)状态分析中的应用

本节取自计算机视觉辨识系统, 例子来自非典型性肺炎患者血样参数分类-辨识, 血样参数取自门诊检验报告。2003 年我国发生建国以来罕见的非典型性肺炎传染疾病, 该病的发病率与传播速度之快出乎我国医学界的预料; 全国的危重病人急剧增加, 死亡人数见于报端, 引起人们的恐慌。国务院启动应急预案, 国家卫生部门、国家疾病预防控制中心、各省级医院与各大军区医院联合抗拒这个突发性的传染病。在北京的汤山, 成立了紧急救治的汤山医院, 接纳来自全国的危重患者。对入院的患者, 第一时间采集患者的血样, 利用计算机视觉辨识系统对血样参数给出辨识, 以确诊患者的病理状态。

因为患者来自全国的不同省份, 他们被感染的程度轻重不一; 每个病人的血样参数各有差异, 患者对健康人的传染能力又各不相同; 汤山医院依据计算机视觉系统对病人血样参数辨识结果, 对患者采取分类观察、分类救治、分类隔离、防止交叉感染、截断继续传播途径的方案。

为了使问题讨论简化, 又不失例子的原貌, 不引起误解, 例子中省略了血样参数名称与参数数值分布, 血样参数用属性 α_i 简单表示; 患者用 x_i 简单表示, 省略了患者的名称。

已入院接受救治的患者是 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 是他们的属性(血样参数), 则有信息 $(x)_0$, 属性集合 α_0 :

$$\alpha_0 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\} \quad (35)$$

$$(x)_0 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\} \quad (36)$$

在新进入医院的患者中, 计算机视觉系统新发现了属性(血样参数): $\alpha_5', \alpha_6'; \alpha_7'', \alpha_8''$ 。属性集合 α_0 , 信息 $(x)_0$ 分别变成式(37), 式(38), 式(39), 式(40):

$$\alpha_0^f = \alpha_0 \cup \{\alpha_5', \alpha_6'\} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5', \alpha_6'\} \quad (37)$$

$$(\bar{x})_0^f = (x)_0 \cup \{x_8, x_9, x_{10}\} \\ = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\} \quad (38)$$

$$\alpha_0^f = \alpha_0^f \cup \{\alpha_7'', \alpha_8''\} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5', \alpha_6', \alpha_7'', \alpha_8''\} \quad (39)$$

$$(\bar{x})_0^f = (\bar{x})_0^f \cup \{x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}\} \\ = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, \\ x_{13}, x_{14}\} \quad (40)$$

因为新的属性 $\alpha_5', \alpha_6', \alpha_7'', \alpha_8''$ 的出现, 信息 $(x)_0$ 变成 $(\bar{x})_1^f, (\bar{x})_2^f$ 。依据属性集合 α_0 , $\Delta\alpha_1 = \{\alpha_5', \alpha_6'\}$, $\Delta\alpha_2 = \{\alpha_7'', \alpha_8''\}$; 得到 $(\bar{x})_2^f$ 的分类: $[x]_0, [x]_1, [x]_2$:

$$[x]_0 = (x)_0 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\} \quad (41)$$

$$[x]_1 = (\bar{x})_1^f - (x)_0 = \{x_8, x_9, x_{10}\} \quad (42)$$

$$[x]_2 = (\bar{x})_2^f - ((x)_0 \cup (\bar{x})_1^f) = \{x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}\} \quad (43)$$

由式(41)一式(43)得到:

$$[x]_0 \cap [x]_1 \cap [x]_2 = \emptyset \quad (44)$$

内逆 P-信息智能融合生成与属性析取扩展的未知信息融合发现

在式(35)一式(38)中, 因为 α_0 内被补充了属性 α_5', α_6' (新发现的血样参数), α_0 变成 α_0^f , $(x)_0$ 变成 $(\bar{x})_1^f$, 满足内逆 P-推理:

$$\text{if } \alpha_0 \Rightarrow \alpha_0^f, \text{ then } (x)_0 \Rightarrow (\bar{x})_1^f \quad (45)$$

$(\bar{x})_1^f$ 是 x_8, x_9, x_{10} 融合到 $(x)_0$ 内被内逆 P-推理生成的

内逆 P-信息智能融合; $\forall x_i \in (\bar{x})_i^F$ 的属性 $\alpha_i = (\bigvee_{k=1}^4 \alpha_k) \bigvee_{k=4+1}^6 \alpha_k$ 是 $\forall x_j \in (x)_o$ 的属性 $\alpha_j = \bigvee_{k=1}^4 \alpha_k$ 的属性析取扩展; 显然, 因为 α_5', α_6' 被补充到 α_o 内, $(\bar{x})_i^F$ 在 $(x)_o$ 之外被发现。

在式(37)–式(40)中, 因为 α_1^F 内被补充了属性 α_7'', α_8'' (新发现的血样参数), α_1^F 变成了 α_2^F , $(\bar{x})_i^F$ 变成了 $(\bar{x})_2^F$, 满足内逆 P-推理:

$$\text{if } \alpha_1^F \Rightarrow \alpha_2^F, \text{ then } (\bar{x})_i^F \Rightarrow (\bar{x})_2^F \quad (46)$$

$(\bar{x})_2^F$ 是 $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ 融合到 $(\bar{x})_i^F$ 内被内逆 P-推理生成的内逆 P-信息智能融合; $\forall x_i \in (\bar{x})_2^F$ 的属性 $\alpha_i = (\bigvee_{k=1}^6 \alpha_k) \bigvee_{k=6+1}^8 \alpha_k$ 是 $\forall x_j \in (\bar{x})_i^F$ 的属性 $\alpha_j = \bigvee_{k=1}^6 \alpha_k$ 的属性析取扩展; 显然, 因为 α_7'', α_8'' 被补充到 α_1^F 内, $(\bar{x})_2^F$ 在 $(\bar{x})_i^F$ 之外被发现; $(x)_o, (\bar{x})_i^F, (\bar{x})_2^F$ 被辨识; 或者, 由式(41)–式(43)得到: IDE $([x]_o, [x]_1, [x]_2)$, 满足信息智能融合发现准则。

应当特别指出: 在式(35)中, 属性(血样参数) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 是非典型性肺炎疾病的常规属性; 式(37), 式(39)中, 属性 $\alpha_5', \alpha_6', \alpha_7'', \alpha_8''$ 是因为病菌变异生成的新属性。 $\alpha_5', \alpha_6', \alpha_7'', \alpha_8''$ 具有使患者死亡的危险; 这些因病菌变异生成的新属性使疾病具有更强的传染性, 这个结论已被诊断报告证实。在 $\alpha_5', \alpha_6', \alpha_7'', \alpha_8''$ 未被计算机视觉系统发现之前, 患者 $x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}$ 不被人们事先知道。

6 讨论

逆 P-集合是由内逆 P-集合 \bar{X}^F 与外逆 P-集合 \bar{X}^F 构成的元素集合对; 或者 (\bar{X}^F, \bar{X}^F) 是逆 P-集合。逆 P-集合的逻辑特征是: 逆 P-集合的属性满足属性析取范式。本文给出内逆 P-集合与内逆 P-推理交叉生成的内逆 P-信息智能融合与它的属性析取特征研究, 给出内逆 P-信息智能融合与属性析取扩展在疾病分类救治中的应用, 应用例子取自病理诊断报告。事实上, 因为式(35)中的 α_o 内补充了 α_5', α_6' ; 在 α_o 内补充 α_5', α_6' 的条件下, x_8, x_9, x_{10} 被融合到 $(x)_o$ 内, $(x)_o$ 生成 $(\bar{x})_i^F, (\bar{x})_2^F$ 是 $(x)_o$ 生成的内逆 P-信息智能融合。因为 α_5', α_6' 被补充到 α_o 内, $(\bar{x})_i^F$ 被发现, $(x)_o \subseteq (\bar{x})_i^F$ 。内逆 P-集合与内逆 P-推理交叉能使得内逆 P-集合在动态智能系统中获得应用, 拓宽了内逆 P-集合的动态特性的应用范围。本文给出的理论结果可以平移到其它动态智能系统应用研究中。

P-集合、逆 P-集合是两类特征不同的动态模型。P-集合的动态特征来自基集合的属性^[2-20, 21-24]集合的变化, P-集合中的元素的属性满足“属性合取范式”。逆 P-集合的动态特征来自基集合的属性^[1, 21-24]集合的变化, 逆 P-集合中的元素的属性满足“属性析取范式”。“属性合取范式扩展-属性合取范式收缩”是 P-集合存在的逻辑基石; “属性析取范式扩展-属性析取范式收缩”是逆 P-集合存在的逻辑基石。在动态信息系统中, 一类动态信息的属性满足“属性合取范式”, 另一类动态信息的属性满足“属性析取范式”。信息的属性逻辑特征未引起人们太多的注意; 因此, 动态信息的一些重要应用特征不被人们发现并对它加以利用。事实上, P-集合、逆 P-集合(或函数 P-集合、函数逆 P-集合)中的属性概念是从粗集、S-粗集^[21-24]中被移植借用过来的。

参考文献

[1] 史开泉. 逆 P-集合[J]. 山东大学学报: 理学版, 2012, 47(1): 98-

[2] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报: 理学版, 2008, 43(11): 77-84

[3] Shi Kai-quan. P-sets and its applications [J]. An International Journal Advance in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219

[4] 史开泉. P-集合与它的应用特性[J]. 计算机科学, 2010, 37(8): 1-8

[5] 史开泉. P-集合, 逆 P-集合与信息智能融合-过滤辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 1-13

[6] 史开泉. 函数 P-集合[J]. 山东大学学报: 理学版, 2011, 46(2): 62-69

[7] Shi Kai-quan. Function P-sets[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2011, 2(4): 281-288

[8] 史开泉. P-推理与信息的 P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(7): 1-9

[9] 林宏康, 李豫颖. 数据依赖与异常数据分离-应用[J]. 计算机科学, 2011, 38(5): 203-207

[10] 汪洋, 耿红琴, 史开泉. P-集合与动态信息的依赖-发现[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(9): 2035-2038

[11] 李豫颖, 范成贤, 史开泉. 混合记忆信息与记忆信息筛选[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(8): 1824-1828

[12] 张冠宇, 周厚勇, 史开泉. P-集合与双 P-数据恢复-辨识[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(9): 1919-1924

[13] 耿红琴, 张冠宇, 史开泉. F-信息伪装与伪装-还原辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(2): 241-245

[14] 汤积华, 陈保会, 史开泉. P-集合与-数据生成-辨识[J]. 山东大学学报: 理学版, 2009, 44(11): 83-92

[15] 于秀清. 迭代 F-内嵌入信息生成及其遗传发现-应用[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(12): 2691-2731

[16] Fan Cheng-xian, Lin Hong-kang. Psets and reasoning- identification of disaster information[J]. An International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(1): 337-345

[17] Lin Hong-kang, Fan Cheng-xian. The dual form of Preasoning and identification of unknown attribute[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2012, 6(10): 121-131

[18] Lin Rong, Fan Cheng-xian. P-sets and identification of inward-convergence information[J]. An International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(7): 157-164

[19] Lin Hong-kang, Fan Cheng-xian. Embedding - camouflage of inverse P-information and applications [J]. An International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(20): 471-480

[20] Fan Cheng-xian, Huang Shun-liang. Inverse Preasoning discovery identification of inverse P-information [J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2012, 6(20): 735-744

[21] 史开泉, 姚炳学. 函数 S-粗集与规律辨识[J]. 中国科学 E: 信息科学, 2008, 38(4): 553-564

[22] 史开泉, 赵建立. 函数 S-粗集与隐藏规律安全-认证[J]. 中国科学 E: 信息科学, 2008, 38(8): 1234-1243

[23] Shi Kai-quan, Yao Bing-xue. Function S-rough sets and law identification[J]. Science in China F: Information science, 2008, 51(5): 499-510

[24] Shi Kai-quan, Zhao Jian-li. Function S-rough sets and security-authentication of hiding law[J]. Science in China F: Information Science, 2008, 51(7): 924-935