

# 无迹卡尔曼滤波在旋转乒乓球轨迹预测中的应用

张康洁 王奇志

(北京交通大学计算机与信息技术学院 北京 100044)

**摘 要** 乒乓球机器人不能进行成功的智能回球的主要原因是对于旋转球的轨迹预测不准确。减小轨迹预测误差可采取如下对策:分析旋转乒乓球飞行过程的运动学模型,采用无迹卡尔曼滤波(UKF)思想构建过程方程和观测方程,根据视觉系统观测得到的三维空间位置信息对乒乓球的三维空间位置、线速度及角速度进行在线估计。通过多次 Matlab 仿真对比实验和实际对比实验表明,UKF 算法相对 EKF 算法在轨迹预测用时上可节省 99%,跟踪误差更小。

**关键词** 旋转乒乓球,轨迹预测,无迹卡尔曼滤波,乒乓球机器人

中图分类号 TP391 文献标识码 A

## Application of Unscented Kalman Filter in Rotary Table Tennis Trajectory Prediction

ZHANG Kang-jie WANG Qi-zhi

(College of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract** The inaccurate results of ball trajectory prediction lead to ping-pong robot can not play the table tennis intelligently. In order to reduce the trajectory prediction error, the following measures may taken: The proposed method first analyses the kinematics model of the flying rotary ball, and then constructs the motion equation and observation equation of the ball's flying trajectory based on the Unscented Kalman Filter (UKF). Finally ping-pong ball's three-dimensional space position, velocity and angular velocity can be estimated, according to the three-dimensional space position information obtained by a visual observation system. The Matlab simulation experiments and real experimentals show that UKF algorithm compared to EKF algorithm in trajectory prediction time can be saved by 99%, and the tracking error is small.

**Keywords** Rotary table tennis, Trajectory prediction, Unscented kalman filter, Ping-pong robot

在乒乓球运动中,旋转球是运动员运用最多也是最有威胁的一项技术,是运动员在比赛中克敌制胜的法宝。但是一直以来少有人根据其旋转运动过程对飞行轨迹进行分析,更没有给出分类标准来区分旋转球和无旋球。要想准确对来球轨迹进行预测,关键是要考虑旋转球动力学模型中所特有的马格努斯力,而马格努斯力的计算前提是需要知道旋转乒乓球的角速度。角速度测量主要手段即配备超高速摄像头(或红外设备)<sup>[1]</sup>的成本造价过高,往往实验条件难以保证。所以如何在测量条件次优的条件下快速估计旋转乒乓球角速度,对旋转乒乓球反弹前的飞行轨迹及落点进行更好的预测,是提高乒乓球机器人回球能力的重点研究问题。

目前无论是国外还是国内乒乓球机器人,大多数轨迹预测工作都是围绕无旋球展开的。旋转球的运动过程仍处于感官认识阶段。大多数乒乓球轨迹预测的工作都没有考虑旋转产生的马格努斯力。例如,文献[2]中提到根据受力情况采用近似的物理模型对乒乓球运动轨迹进行预测,优点是预测时间短,可以满足实时性,但其中参数的不确定性导致不能精确建模,难以推广到旋转球的应用当中。芮庆和宫崎文夫教授团队提出通过 LWR (Local Weight Regression) 学习反弹前

轨迹方程系数来预测反弹后轨迹<sup>[3]</sup>,该轨迹预测方法的优点是不需要对被控对象建立动力学模型,缺点是需要离线训练大量的有效样本,并且无法区分乒乓球是否旋转。一般情况下,乒乓球的实时速度最快可达到 20m/s,这就对乒乓球机器人的视觉系统提出了很高的要求;而且特征提取计算时间开销比较大,对乒乓球的跟踪实时性差。直到近两年,部分专家对旋转球的研究进行了突破性的延伸,文献[4]中比较全面地分析了马格努斯力对飞行轨迹的影响,对旋转球的旋转类型进行了归纳,并提出了一种基于模糊 BP 神经网络的轨迹分类器。其优点是可以通过轨迹识别出上下旋球和左右旋球,缺点是需要对神经网络离线训练。文献[5]采用了扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter,以下简称 EKF)手段解决旋转球角速度在线测量问题。EKF 是传统非线性估计的代表,它的原理是对非线性模型进行一阶泰勒展开以实现系统的线性化,然后运用线性卡尔曼方法对未知变量滤波估计<sup>[6,7]</sup>。它存在两点明显的缺陷:(1)EKF 滤波性能不稳定,对比较强的噪声干扰敏感,在实验中可能导致精度下降和发散。(2)EKF 计算量大,因为必须计算 Jacobian 矩阵等复杂运算,估计效率低。

到稿日期:2013-04-28 返修日期:2013-05-21 本文受国家自然科学基金(61075035)资助。

张康洁(1989—),女,硕士生,主要研究方向为人工智能,E-mail: kangjie777@hotmail.com;王奇志(1967—),女,博士,副教授,主要研究方向为人工智能、机器人控制、智能控制、模仿学习等,E-mail: qzhuwang1@bjtu.edu.cn。

本文选用的无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, 以下简称 UKF)方法直接使用系统的非线性模型,不像 EKF 方法那样需要对非线性系统线性化,对于非线性系统,UKF 方法则可以得到更好的估计<sup>[8,9]</sup>。

然而在实际系统中,不仅过程噪声未知,而且环境噪声也不可能准确得到,这就给 UKF 的应用带来很大的限制,鲁棒性不强可能导致结果发散甚至过程中出现奇异矩阵<sup>[10]</sup>。为了提高 UKF 滤波适用性,很多专家学者给出了自适应调整噪声参数的算法来估计噪声参数。文献[11]基于极大后验估计原理提出次优 MAP 噪声统计估计器,对不准确的过程噪声和量测噪声进行最优估计,但是此法的自适应能力仅在比较长的时间段内才可以体现, $Q$ 需要大概 30 秒, $R$ 需要大概 200 秒。文献[12]给出一种自适应方法在滤波过程中调整过程噪声  $Q$  的取值,在大约 3 秒左右时刻达到精确稳定的跟踪效果。在实际中,球从击打点运动到与球台碰撞点之间时长一般只有不到 0.6 秒的时间,如果不能在反弹之前达到稳定的跟踪结果,那么对于落点的定位以及在反弹后运动方向的估计上都是不可想象的,所以上述在线自适应调整噪声参数的方法在乒乓球机器人系统中并不适用。

本文通过多次实验验证了 UKF 在乒乓球的角速度实时估计中的有效性,并且与 EKF 从运算时间即精度上均进行对比,发现无迹卡尔曼滤波的估计效果更准确、更可靠。此外,本文用无迹卡尔曼滤波方法同样对乒乓球的线速度和空间位置进行估计,滤波结果与实际数据偏差小,处于可接受范围之内。

## 1 旋转乒乓球运动模型

乒乓球中的旋转球又称弧线球,通常分为上旋、下旋和侧旋,和足球场上的香蕉球很类似。球拍与球相互作用时,如果球拍对球的作用力合力方向不通过球心,乒乓球就会发生旋转。根据流体力学理论,带有旋转的乒乓球在飞行过程中除受重力、空气阻力、浮力以外,空气粘滞作用使乒乓球上下两侧受到侧压力差,这个压力差就是旋转时产生的马格努斯力。乒乓球飞行过程中速度逐渐减小,但角速度变化不大,所以一段时间过后乒乓球旋转特性愈加明显,主要表现在运动轨迹和飞行速度两个方面。

旋转球的运动模型如图 1 所示,乒乓球台的短边为  $Y$  轴,球台长边方向为  $X$  轴,根据右手法则竖直方向为  $Z$  轴。 $V$  为乒乓球运动方向,旋转乒乓球在飞行过程中主要受到 3 个力的作用,分别是重力  $G$ 、空气阻力  $F_d$  和马格努斯力  $F_m$ 。而影响马格努斯力的主要因素就是角速度  $\omega$ 。这里浮力我们忽略不计,因为浮力的大小比其他的力小两个数量级,对乒乓飞行轨迹影响非常小。根据马格努斯力定义,马氏力的方向为角速度与线速度的矢量积方向,三者服从右手定理,即马氏力既垂直于线速度方向又垂直于角速度方向。

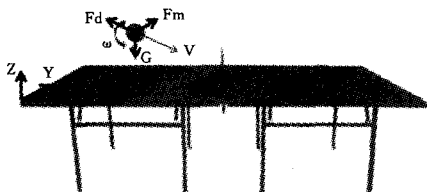


图 1 旋转乒乓球受力分析图

角速度是实验中无法直接获得的变量,但我们可以用滤波理论间接估计出来。卡尔曼滤波理论就是在系统可观测信号进行测量的基础上,根据一定的估计准则,对未知状态进行估计的一种方法。

## 2 扩展卡尔曼滤波(EKF)算法的原理

### 2.1 基本概念

非线性系统描述:离散非线性系统可以用一个过程方程和一个观测方程表示,如式(1)所示:

$$\begin{cases} X_{k+1} = F(X_k, U_k) + W_k \\ Z_k = H(X_k) + V_k \end{cases} \quad (1)$$

式中, $F$ 为状态过程函数, $H$ 为观测过程函数, $U_k$ 为 $k$ 时刻输入向量, $Z_k$ 为 $k$ 时刻观测向量, $W_k$ 和 $V_k$ 分别为 $k$ 时刻过程噪声和量测噪声,两者是互不相关的高斯白噪声, $X_k$ 为 $k$ 时刻运动状态向量。

### 2.2 EKF 算法

在非线性系统中,采取局部线性化的方法近似描述非线性问题,这就是 EKF 算法。EKF 算法的滤波过程由两个步骤不断迭代实现:

Step1 预测过程分为两步,即对状态向量进行预测和对状态向量协方差进行预测,预测值作为状态变量和状态变量协方差的先验估计值,如式(2)所示:

$$\begin{cases} X_{(k|k-1)} = F(X_{k-1}, U_{k-1}) \\ P_{(k|k-1)} = A_{k-1} P_{(k-1)} A_{k-1}^T + Q_k \\ A_k = \frac{\partial F}{\partial X}(X_{k-1}, U_{k-1}) \end{cases} \quad (2)$$

式中, $X_{(k|k-1)}$ 表示状态变量的先验估计值, $P_{(k|k-1)}$ 表示状态变量协方差的先验估计值, $A_k$ 表示过程函数  $F$  对状态变量的偏导数。

Step2 更新过程分为 3 步,首先计算当前时刻的卡尔曼增益  $K(k)$ ,然后结合观测值  $Z_k$  和状态变量的先验估计值  $X_{(k|k-1)}$  计算出状态变量的后验估计值,从而完成对状态变量及状态变量协方差的更新,如式(3)所示:

$$\begin{cases} K(k) = P(k|k-1) \times D_k^T \times (D_k \times P(k|k-1) \times D_k^T + R_k)^{-1} \\ X(k|k) = X(k|k-1) + K(k) \times (Z_k - H(X_{(k|k-1)})) \\ P(k|k) = (I - K(k) \times D_k) \times P(k|k-1) \\ D_k = \frac{\partial H}{\partial X}(X_{(k|k-1)}) \end{cases} \quad (3)$$

式中, $K(k)$ 表示卡尔曼增益, $D_k$ 表示观测函数  $H$  对状态变量的偏导数。

EKF 算法虽然在非线性系统中广泛应用,但存在两点明显的缺陷:①对于强非线性系统,EKF 对非线性函数的一阶线性化近似精度低,估计不准确且容易发散;②需要计算非线性过程函数和观测函数的 Jacobian 矩阵,计算速度慢,在实时系统中应用受限。为了克服这些局限性,本文采用 UKF 方法取代 EKF,基于 UT 变换的 UKF 算法不但估计精度高,而且估计速度满足机器人在线打乒乓球问题。

## 3 基于在线角速度估计的改进算法

视觉系统对旋转乒乓球的快速跟踪是乒乓球机器人实时回球的重要保证,因此,跟踪速度是在线应用的一个瓶颈,在不损失精度的前提下提高跟踪速度具有很大的应用价值。

针对目前在线角速度估计存在的实时性差问题,本文提出采用 UKF 实现的基于在线角速度估计的改进方法。UKF 是一种基于最小方差估计准则的非线性高斯状态估计器<sup>[13]</sup>,滤波过程不需对非线性系统的线性化及计算复杂的 Jacobian 矩阵,用 UT 变换来近似系统状态的后验均值及后验协方差,估计时间代价更小,估计值精确度更高。

### 3.1 构建系统过程方程与观测方程

显然,在我们研究的机器人系统中过程方程是非线性的,观测方程是线性的。状态变量用 9 维向量表示,即乒乓球的三维空间位置、线速度和角速度信息。

$$X = [p_x, p_y, p_z, v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$$

观测向量用 3 维向量表示,即视觉系统得到的乒乓球的三维空间位置信息。

$$Z = [p_x, p_y, p_z]^T$$

理想条件下,认为短时间内角速度的值趋于稳定。结合第 2 部分乒乓球飞行中的运动模型构建系统过程方程,如式(4)~式(6)所示:

$$\begin{bmatrix} p_{x,k} \\ p_{y,k} \\ p_{z,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{x,k-1} \\ p_{y,k-1} \\ p_{z,k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{x,k-1} \\ v_{y,k-1} \\ v_{z,k-1} \end{bmatrix} \Delta t + \begin{bmatrix} W_{1,k} \\ W_{2,k} \\ W_{3,k} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} v_{x,k} \\ v_{y,k} \\ v_{z,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{x,k-1} \\ v_{y,k-1} \\ v_{z,k-1} \end{bmatrix} - k_1 \|V\| \begin{bmatrix} v_{x,k-1} \\ v_{y,k-1} \\ v_{z,k-1} \end{bmatrix} \Delta t + k_2 \begin{bmatrix} \omega_{x,k-1} \\ \omega_{y,k-1} \\ \omega_{z,k-1} \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} v_{x,k-1} \\ v_{y,k-1} \\ v_{z,k-1} \end{bmatrix} \Delta t - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \Delta t + \begin{bmatrix} W_{4,k} \\ W_{5,k} \\ W_{6,k} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_{x,k} \\ \omega_{y,k} \\ \omega_{z,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{x,k-1} \\ \omega_{y,k-1} \\ \omega_{z,k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{7,k} \\ W_{8,k} \\ W_{9,k} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中,  $[p_x, p_y, p_z, v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  为系统  $k$  时刻的 9 维状态向量,  $W_k$  为 9 维零均值过程噪声向量。

式(5)中系数  $k_1$  表示空气阻力因子,  $k_2$  表示马格努斯力因子<sup>[15]</sup>,  $\|V\|$  表示第  $k-1$  时刻 3 个方向线速度的模值,最后一列附加项代表第  $k$  时刻的过程噪声。其中,  $k_1 = -\frac{1}{2m} C_D \rho A$ ,  $C_D$  与球表面粗糙程度相关,实验中取为 0.45<sup>[14]</sup>,空气密度  $\rho$  取值为  $1.205 \text{ kg/m}^3$ ,  $A$  即乒乓球的最大横截面积;  $k_2 = \frac{C_L \rho D^3}{2\pi m}$ , 升力系数  $C_L$  为 1.23,  $\rho$  仍表示空气密度,  $D$  为乒乓球的直径,取  $0.04 \text{ m}$ ,  $m$  为乒乓球质量,取  $0.0027 \text{ kg}$ 。

系统观测方程如式(7)所示:

$$\begin{bmatrix} z_{x,k} \\ z_{y,k} \\ z_{z,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{x,k} \\ p_{y,k} \\ p_{z,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{1,k} \\ V_{2,k} \\ V_{3,k} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $V_k$  为 3 维零均值观测噪声向量。这里  $W_k$  与  $V_k$  线性无关,且满足

$$\begin{cases} E\{W_k^T W_j^T\} = \delta_{kj} R_k, \forall k, j \\ E\{V_k^T V_j^T\} = \delta_{kj} Q_k, \forall k, j \end{cases}$$

### 3.2 UT 变换

UT 变换是基于加权统计线性回归计算随机变量后验分布的,它首先根据随机变量先验分布  $(\bar{\sigma}, P_0)$  选取一定数量的点,计算这些点经非线性传递之后的值,然后利用加权线性回

归技术实现对随机变量非线性函数的线性化。统计近似由于考虑了随机变量的统计特性,因此与 EKF 阶段泰勒级数的方法相比,可以获得更小的线性化误差。

本文采样策略选用对称采样(SUT),确定的采样对状态概率密度函数做近似避免了滤波发散问题,采样  $\sigma$  点数量  $L = 2 * N + 1 = 19$ ,  $N$  为状态变量维数。

然后,计算采样  $\sigma$  点的均值权重和方差权重,计算方法如式(8)所示:

$$\begin{cases} \sigma_0 = \bar{\sigma} \\ \sigma_{i-1} = [\bar{\sigma}_{i-1}, \bar{\sigma}_{i-1} \pm \sqrt{\theta+9}(\sqrt{P_{i-1}})] \\ W_{(0)}^{(m)} = \frac{\theta}{\theta+9} \\ W_{(0)}^{(s)} = \frac{\theta}{\theta+9} + (1-\alpha^2+\beta) \\ W_{(0)}^{(m)} = W_{(0)}^{(s)} = 1/2(\theta+9) \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $W_{(0)}^{(s)}$  表示第  $i$  个采样点的方差的权重,  $W_{(0)}^{(m)}$  表示第  $i$  个采样点的期望的权重,  $\theta = \alpha^2(9+\lambda) - 9$ ,  $\alpha$  代表  $\sigma$  点的分布距离,通常取一正数,本实验认为取 0.001 较合适,  $\lambda$  为一个比例系数,通常设为 0 或  $3-N$ ,这里取 0。  $\beta$  表示采样点的分布信息,正态情况下取最优值 2。协方差平方根  $\sqrt{P_{i-1}}$  采用鲁棒性较强的 Cholesky 分解法,如果  $P_{i-1} = A^T A$  时,取  $A$  的第  $i$  行;当  $P_{i-1} = A A^T$  时,取  $A$  的第  $i$  列。

### 3.3 预测过程

按照前面提到的  $\sigma$  点采样策略,由  $\bar{\sigma}(k-1|k-1)$  和  $P(k-1|k-1)$  来计算  $\sigma$  点  $\sigma_{k-1}$  ( $k=1, 2, \dots, L$ ),通过状态函数  $F$  传播为  $\sigma_{(k|k-1)}$ ,由  $\sigma_{(k|k-1)}$  可计算下一步状态预测值  $\bar{\sigma}(k|k-1)$ ,以及下一步误差协方差  $P(k|k-1)$ 。同理,利用  $\bar{\sigma}(k|k-1)$  和  $P(k|k-1)$  按照采样策略计算  $\sigma_{(k|k-1)}$ ,通过量测函数  $H$  传播为  $z_{(k|k-1)}$ ,再由  $z_{(k|k-1)}$  加权算出量测预测值  $\tilde{z}(k|k-1)$ 、误差协方差  $P_{zz}(k|k-1)$  和互协方差  $P_{z\bar{\sigma}}(k|k-1)$ ,如式(9)所示:

$$\begin{cases} \sigma_{(k|k-1)} = F(\sigma_{k-1}, U_{k-1}) \\ \bar{\sigma}(k|k-1) = \sum_{i=0}^{18} W_i^m \sigma_{(k|k-1)} \\ P(k|k-1) = \sum_{i=0}^{18} W_i^s (\sigma_{(k|k-1)} - \bar{\sigma}(k|k-1)) \times \\ \quad (\sigma_{(k|k-1)} - \bar{\sigma}(k|k-1))^T + Q_{k-1} \\ z_{(k|k-1)} = H(\sigma_{(k|k-1)}) \\ \tilde{z}(k|k-1) = \sum_{i=0}^{18} W_i^m z_{(k|k-1)} \\ P_{zz}(k|k-1) = \sum_{i=0}^{18} W_i^s (z_{(k|k-1)} - \tilde{z}(k|k-1)) \times \\ \quad (z_{(k|k-1)} - \tilde{z}(k|k-1))^T + R_{k-1} \\ P_{z\bar{\sigma}}(k|k-1) = \sum_{i=0}^{18} W_i^s (\sigma_{(k|k-1)} - \bar{\sigma}(k|k-1)) \times \\ \quad (z_{(k|k-1)} - \tilde{z}(k|k-1))^T \end{cases} \quad (9)$$

### 3.4 更新过程

在得到新的量测值  $z_k$  后,更新下一时刻的状态值  $\bar{\sigma}(k|k)$  和误差协方差  $P(k|k)$ ,式(10)中  $K(k)$  表示增益矩阵。

$$\begin{cases} K(k) = P_{z\bar{\sigma}}(k|k-1) \times P_{zz}^{-1}(k|k-1) \\ \bar{\sigma}(k|k) = \bar{\sigma}(k|k-1) + K(k) \times \\ \quad (z_k - \tilde{z}(k|k-1)) \\ P(k|k) = P(k|k-1) - K(k) \times \\ \quad P_{zz}(k|k-1) \times K^T(k+1) \end{cases} \quad (10)$$

## 4 实验结果与分析

### 4.1 仿真实验

仿真实验中,本文使用仿真数据模拟实际观测值,采样周期设为 0.001s,总迭代时间为 1.2s,初始值设为 $[0\text{m } 0\text{m } 0\text{m } 3\text{m/s } 5\text{m/s } 5\text{m/s } -56\text{rad/s } -53\text{rad/s } 47\text{rad/s}]$ ,分别对应 $p_x, p_y, p_z, v_x, v_y, v_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z$ 。将其代入运动学方程迭代产生 1200 个模拟实际观测值,假设观测噪声特性已知,在 1200 个模拟值的 XYZ 3 个方向上分别加入标准差为 0.003m 的高斯白噪声。然后使用这 1200 个加噪观测数据进行滤波, $p_x, p_y, p_z$  的先验估计值取第一组观测数据, $v_x, v_y, v_z$  的先验估计值取前两个状态的位置差分作为初始线速度, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  的先验估计值取 $[0\text{rad/s } 0\text{rad/s } 0\text{rad/s}]$ 。

本文分别利用 UKF 和 EKF 方法对乒乓球角速度进行了跟踪对比,结果如图 2—图 4 所示。

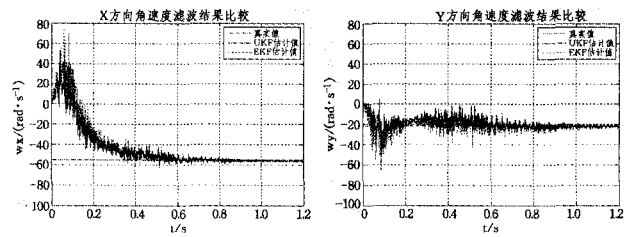


图 2 X方向角速度滤波对比结果

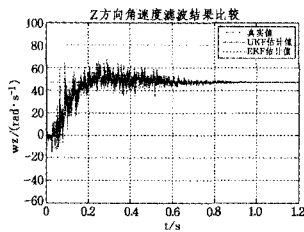


图 3 Y方向角速度滤波对比结果

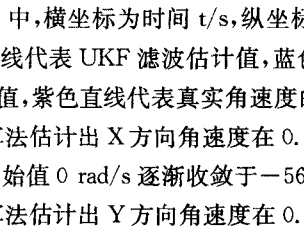


图 4 Z方向角速度滤波对比结果

图 2—图 4 中,横坐标为时间  $t/\text{s}$ ,纵坐标依次为  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ,红色实型曲线代表 UKF 滤波估计值,蓝色点型曲线代表 EKF 滤波估计值,紫色直线代表真实角速度的值。从图 2 可以看到 UKF 算法估计出 X 方向角速度在 0.4~0.6s 时间内趋于稳定,从初始值 0 rad/s 逐渐收敛于 $-56\text{rad/s}$ ;从图 3 可以看到 UKF 算法估计出 Y 方向角速度在 0.4~0.6s 时间内趋于稳定,从初始值 0 rad/s 逐渐收敛于 $-53\text{rad/s}$ ;从图 4 可以看到 UKF 算法估计出 Z 方向角速度在 0.4~0.6s 时间内趋于稳定,从初始值 0 rad/s 逐渐收敛于 $47\text{rad/s}$ 。

通过仿真实验首先验证了 UKF 对本非线性系统角速度估计的适用性,此外对 UKF 得到以下 3 方面的结论:其一,与 EKF 相比,UKF 运算速度更快,从图 5 可以看出,前者滤波总时长为 389.695162s,而后者仅仅需要 2.043460s,时间效率提高 99% 以上,从而验证了 Jacobian 矩阵的计算量对时间开销的重大影响,与前文分析结论相符。其二,在滤波精度上,后者在 X 方向角速度滤波精度平均提高了 2.1849 rad/s, Y 方向角速度滤波精度平均提高了 2.5871 rad/s, Z 方向角速度滤波精度平均提高了 0.1843 rad/s,进一步验证了经 UT 变换后采样点的估计均值和协方差精度更高,相对达到二阶精度的 EKF 可达四阶。其三,在收敛速度上,EKF 分别在

0.6s/0.6s/0.5s 左右,UKF 在 0.5s/0.4s/0.5s 左右,UKF 达到稳定时间更短,收敛速度更快。

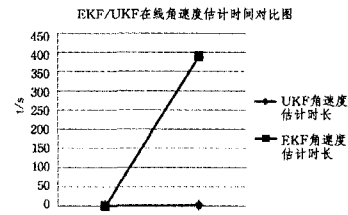


图 5 在线角速度估计用时对比结果

此外,本文将视觉系统检测得到的观测值直接作为滤波器输入,将此方法用于估计角速度和乒乓球飞行轨迹进行了实际应用实验。

### 4.2 应用实验

乒乓球机器人的视觉系统由两个摄像头组成,用于捕捉乒乓球的空间位置。实验观测数据使用视觉系统采集到的人与人对打产生的旋转球轨迹, $p_x, p_y, p_z$  的先验估计值取第一组观测数据, $v_x, v_y, v_z$  的先验估计值取前两个状态的位置差分作为初始线速度, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  的先验估计值取 $[40\text{rad/s } 20\text{rad/s } 30\text{rad/s}]$ 。

实际的乒乓球角速度跟踪结果如图 6—图 8 所示,横坐标为时间  $t/\text{s}$ ,纵坐标依次为  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 。可以看出大约在 0.5s 左右三维角速度的值逐渐趋于稳定, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  稳定值分别为 $4\text{rad/s}, -37\text{rad/s}, -22\text{rad/s}$ 。从前文对马格努斯力的介绍中容易理解  $\omega_y$  的值越小, Y 方向所受的马格努斯力越大,乒乓球在 Z 轴正方向加速度越大,故轨迹有明显下压的趋势,由此可以判断来球是下旋球,与实验中记录的下旋球视频相吻合。

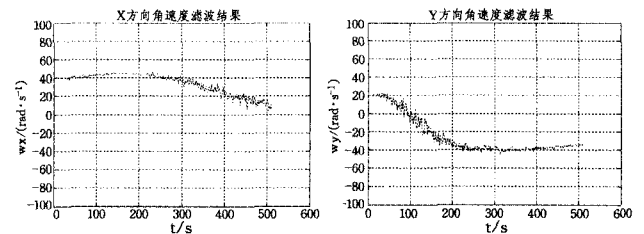


图 6 X方向角速度滤波结果

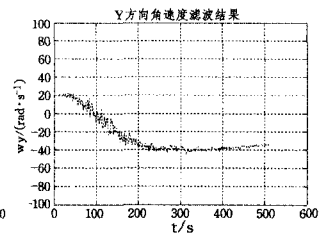


图 7 Y方向角速度滤波结果

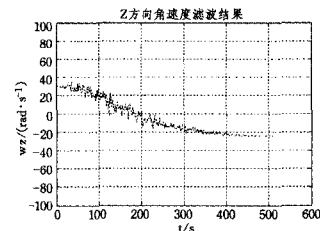


图 8 Z方向角速度滤波结果

多组角速度估计实验中 EKF 和 UKF 的计算用时统计如表 1 所列。UKF 算法省去了 EKF 算法在计算过程方程和观测方程中对 9 阶 Jacobian 矩阵的复杂计算,UKF 对机器人角速度估计速度大大提高,平均效率提高 99% 以上。一般来说,乒乓球从击打飞出到与球台碰撞的时间在 0.5s~0.6s 之间,在保证滤波精度的基础上,时间开销的大幅削减为反弹后的轨迹分析以及运动控制回球争取了宝贵的反应时间。

表1 EKF/UKF 对乒乓球角速度估计时间对比

| Index | EKF 估计时间<br>(seconds) | UKF 估计时间<br>(seconds) | UKF 估计速度提高<br>(%) |
|-------|-----------------------|-----------------------|-------------------|
| 1     | 166.140894            | 1.063729              | 99.36             |
| 2     | 165.550189            | 0.927501              | 99.44             |
| 3     | 165.588567            | 0.927771              | 99.44             |
| 4     | 167.350952            | 1.097488              | 99.34             |
| 5     | 166.103210            | 1.068120              | 99.36             |
| 6     | 168.884541            | 1.110385              | 99.34             |
| 7     | 166.460505            | 1.063835              | 99.36             |

此外,为了比较滤波精确程度,本文还对旋转乒乓球的反弹前轨迹进行了预测,UKF 方法跟踪反弹前轨迹误差值如表2 所列,轨迹预测误差和平均小于 50mm,满足击打要求。

表2 UKF 轨迹预测误差

| Index | UKF 坐标(mm)              | 采集坐标(mm)                | 误差和(mm) |
|-------|-------------------------|-------------------------|---------|
| 1     | (62.68,315.06,423.79)   | (66.09,315.65,416.66)   | 11.15   |
| 2     | (310.26,313.12,505.15)  | (322.42,320.41,492.06)  | 31.98   |
| 3     | (812.19,305.87,545.20)  | (817.56,324.94,539.01)  | 30.62   |
| 4     | (1264.28,320.73,43.71)  | (1289.48,321.38,441.70) | 38.84   |
| 5     | (1527.45,315.26,340.13) | (1541.24,343.15,334.01) | 41.80   |
| 6     | (1883.56,280.49,91.78)  | (1898.73,299.60,99.53)  | 42.03   |
| 7     | (1996.45,293.95,20.22)  | (2015.22,315.82,17.98)  | 42.88   |

乒乓球飞行跟踪轨迹如图9 所示,取视觉系统得到的坐标为参考值,从轨迹整体可以看出滤波轨迹与实际轨迹比较接近,实际落点坐标大约在(2042.276mm,293.241mm,8.948mm)左右,EKF 估计落点坐标为(2062.5mm,307.3mm,2.7302mm),而 UKF 估计落点坐标为(2023.3mm,298.75mm,5.1963mm),即 EKF/UKF 在 X 方向分别相差 20.2240/18.9760mm,Y 方向分别相差 14.0590/5.5090mm,Z 方向分别相差 6.2178/3.7517mm 左右。实际实验中 EKF 滤波计算总时间消耗为 168.030242s,而 UKF 滤波总时间仅需要 1.202260s,运算时间提高了 99.28%左右。采用多组旋转球轨迹数据实验,均得到类似结果。

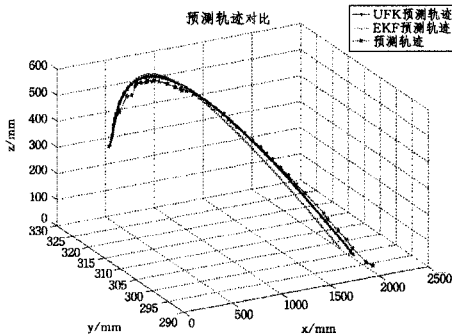


图9 预测轨迹与实际轨迹对比图

综合上述实验可以得出结论,本文方法对坐标的估计结果比 EKF 更精确,前者在保证估计结果准确性的前提下大大压缩了计算时间。除此之外实验结果表明 UKF 滤波的收敛性较好,对先验估计取值并不敏感。由此可见,采用 UKF 算法相对 EKF 估计速度大大提高,更适用于角速度的在线估计。

**结束语** 本文在现有的对旋转乒乓球角速度估计问题上做了进一步的研究,发现采用 UKF 方法在不失滤波收敛性和准确性的前提下大大提高了运算速度。主要工作体现在对使用 EKF 滤波来在线估计角速度的算法<sup>[5]</sup>的改进,仿真实验

结果和实际实验结果均表明,UKF 算法不需要对非线性系统线性化且容易实现,平均用时节省 99%以上,轨迹预测误差小于 50mm,处于可接受范围之内,因此更适用于乒乓球角速度的在线估计,为旋转乒乓球角速度的在线跟踪问题提供了新的解决方法,有助于机器人在更短时间内判断来球情况,为机械控制节省大量时间。通过轨迹分析结合图像处理,从角速度出发能够对旋转球与无旋球以及不同类型旋转进行区分,提高现有乒乓球机器人的学习能力,从而实现对带有旋转的高难度来球的模仿学习。

之后的研究重点主要是在可接受的时间范围内如何进一步优化滤波器轨迹预测的结果,以及如何获取更准确的状态转移过程噪声  $Q$  和观测过程噪声  $R$  等参数。

参考文献

[1] Cristina F, Dapoto S, Russo C. A lightweight method for computing ball spin in real time [J]. Journal of Computer Science and Technology, 2007, 7(1): 34-38

[2] Zhang Zheng-tao, Xu De, Yu Jun-zhi. Research and Latest Development of Ping-Pong Robot Player [C]// 7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Chongqing, IEEE, 2008; 4881-4886

[3] 芮庆,胡宗武,宫琦文夫. 用 LWR 学习进行乒乓球轨道预测的仿真研究[J]. 机器人, 1998, 20(5): 373-377

[4] 任艳青,方灶军,徐德,等. 基于模糊神经网络的乒乓球旋转飞行轨迹模式分类[J]. 控制与决策

[5] 张远辉,韦巍. 在线角速度估计的乒乓球机器人视觉测量方法[J]. 浙江大学学报:工学版, 2012, 46(7)

[6] Raman K, Mehra R. A comparison of several nonlinear filters for Reentry vehicle tracking[J]. IEEE Trans. on Automation Contr01, 1971, 16(4): 307-319

[7] Sastry V. Decomposition of the extended Kalman filter[J]. IEEE Trans. On Automation Contr01, 1971, 16(3): 260-261

[8] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proc. of the IEEE, 2004, 92(3): 401-422

[9] Julier S J, Uhlmann J K. A new approach for filtering nonlinear system[C]// Proc. of the 1995 American Control Conference. 1995: 1628-1632

[10] Song Q, Qi J T, Han J D. An Adaptive UKF Algorithm and Its Application in Mobile Robot Control [C]// Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Kunming, China, 2006: 1117-1122

[11] 赵琳,王晓旭,薛红香,等. 带噪声统计估计器的 Unscented 卡尔曼滤波器设计[J]. 控制与决策, 2009, 24(10)

[12] Song Qi, Han Jian-da. An Adaptive UKF Alorithm for the State ang Parameter Estimations of a Mobile Robot[J]. Acta Automatica Sinica, 2008, 34(1): 72-79

[13] 赵琳. 非线性系统滤波理论[M]. 北京: 国防工业出版社

[14] Zhang Zheng-tao, Xu De, Tan Min. Visual measurement and prediction of ball trajectory for table tennis robot [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010, 59(12): 3195-3205

[15] Resnick R, HALLIDAY D, KRANE K S. Physics [M]. Singapore: Wiley, 2002: 351-364