



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

基于双重方向向量的大规模多目标进化算法

韩立君, 王鹏, 李瑞旭, 刘仲尧

引用本文

韩立君, 王鹏, 李瑞旭, 刘仲尧. [基于双重方向向量的大规模多目标进化算法](#)[J]. 计算机科学, 2024, 51(6A): 230700155-11.

HAN Lijun, WANG Peng, LI Ruixu, LIU Zhongyao. [Dual Direction Vectors-based Large-scale Multi-objective Evolutionary Algorithm](#) [J]. Computer Science, 2024, 51(6A): 230700155-11.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[基于语音节奏差异的情感识别方法](#)

Speech Emotion Recognition Based on Voice Rhythm Differences

计算机科学, 2024, 51(4): 262-269. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230200063>

[基于在线学习稀疏特征的大规模多目标进化算法](#)

Large-scale Multi-objective Evolutionary Algorithm Based on Online Learning of Sparse Features

计算机科学, 2024, 51(3): 56-62. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230100004>

[基于异构特征融合的多维时间序列分类算法](#)

Multivariate Time Series Classification Algorithm Based on Heterogeneous Feature Fusion

计算机科学, 2024, 51(2): 36-46. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230100135>

[基于观测数据的地表太阳形状B-样条函数模型](#)

B-spline Functional Model of Terrestrial Sunshape Based on Measured Data

计算机科学, 2024, 51(1): 215-224. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230700209>

[基于改进D2Det尺度自适应目标检测算法研究](#)

Study on Scale Adaptive Target Detection Algorithm Based on Improved D2Det

计算机科学, 2023, 50(11A): 221100247-9. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.221100247>

基于双重方向向量的大规模多目标进化算法

韩立君 王鹏 李瑞旭 刘仲尧

烟台大学计算机与控制工程学院 山东烟台 264005

(hanlijun20210317@163.com)

摘要 大规模多目标优化问题的决策空间维度高达数百维,在巨大的搜索空间中实现快速收敛同时高效保持种群多样性极具挑战。针对上述问题,文中提出了一种基于双重方向向量的大规模多目标进化算法(DDLE),该算法的主要思想是利用两类不同的方向向量引导种群进化,提高算法的搜索效率。首先,设计了一种收敛性方向向量生成策略提升算法的收敛速度;其次,推出了一种多样性方向向量生成策略增强种群的多样性;最后,提出了一种基于自适应的环境选择算子动态平衡种群进化过程中的收敛性与多样性。为验证 DDLE 的性能,将其与 5 种先进的算法在 72 个大规模基准测试问题上进行了对比实验。实验结果表明,DDLE 在求解大规模多目标优化问题上相较于其它对比算法具有显著优势。

关键词: 进化算法;大规模多目标优化;双重方向向量;收敛性方向向量;多样性方向向量

中图分类号 TP301

Dual Direction Vectors-based Large-scale Multi-objective Evolutionary Algorithm

HAN Lijun, WANG Peng, LI Ruixu and LIU Zhongyao

College of Computer and Control Engineering, Yantai University, Yantai, Shandong 264005, China

Abstract The decision space dimension of large-scale multi-objective optimization problems is up to hundreds of dimensions. It is extremely challenging to achieve fast convergence in the huge search space while efficiently maintaining the diversity of the population. To address the above problems, a dual direction vectors-based large-scale multi-objective evolutionary algorithm(DDLE) is proposed in the paper. The main idea of the algorithm is to utilize two different types of direction vectors to guide the population evolution and improve the search efficiency of the algorithm. First, a convergent direction vector generation strategy is designed to improve the convergence speed of the algorithm. Second, a diversity direction vector generation strategy is introduced to enhance the diversity of the population. Finally, an adaptive environment-based selection operator is proposed to dynamically balance the convergence and diversity in the process of population evolution. To verify the performance of DDLE, it is compared with five state-of-the-art algorithms in experiments on 72 large-scale benchmark test problems. Experimental results show that DDLE has a significant advantage over other compared algorithms in solving large-scale multi-objective optimization problems.

Keywords Evolutionary algorithms, Large-scale multi-objective optimization, Dual direction vectors, Convergence direction vector, diversity direction vector

1 引言

多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problems, MOPs)^[1-5]涉及多个相互冲突的目标^[6]。这种冲突关系,使得一个目标的优化往往以其他目标的劣化为代价,导致很难找到同时优化所有目标的单一解决方案,只能得到一组目标之间的权衡解。因此,为 MOPs 找到最优解决方案对决策者来说至关重要^[7]。研究表明,进化算法因基于群体的特性,能够有效地解决 MOPs,如今已成为最常用的方法之一。

近年来,决策空间维度高达上百维的大规模多目标优化问题(Large-scale Multi-objective Optimization Problems,

LSMOPs)^[8]的出现吸引了研究人员的注意。随着决策变量数量增加,搜索空间大小呈指数增长^[9],传统的多目标进化算法在解决 LSMOPs 时性能急剧下降,导致“维数灾难”^[10]。因此,如何求解 LSMOPs 对于实际生产和科学研究具有较高的理论意义和应用价值^[11]。

现有的解决 LSMOPs 的方法主要包括基于协同演化的求解方法^[12]、基于决策变量分析的求解方法^[13]、基于问题转换的求解方法^[14]以及基于子代生成的求解方法^[15]。基于协同演化的求解方法在不对决策变量进行分析的情况下对决策变量进行分组,以分治的方法进行求解。基于决策变量分析的求解方法首先将决策变量根据其收敛特性与多样特性

基金项目:国家自然科学基金(62072392,61972360,62103350);山东省重大科技创新工程项目(2019522Y020131);山东省自然科学基金(ZR2020QF113,ZR2020QF046,ZR2021QF086)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(62072392,61972360,62103350), Major Innovation Project of Science and Technology of Shandong Province(2019522Y020131) and Natural Science Foundation of Shandong Province, China(ZR2020QF113, ZR2020QF046, ZR2021QF086).

通信作者:王鹏(to_wangpeng@163.com)

分类,然后分别进行优化。基于问题转换的求解方法利用问题转换技术减小搜索空间,将大规模问题小规模化。基于子代生成的求解方法通过高效的子代生成策略提升种群的收敛速度。

虽然现有的方法在处理 LSMOPs 时取得了不错的效果,但是仍然存在以下不足。第一,基于协同演化的求解方法和基于决策变量分析的求解方法由于采用了分治的思想,导致它们的性能严重依赖于分组机制。如果产生错误分组,会误导算法的搜索方向,影响算法的收敛效率。第二,基于问题转换的求解方法由于采用了问题重构的思想,需要耗费大量的计算资源,并且容易受到局部最优的影响,导致算法的收敛性和多样性无法保证。第三,基于子代生成的求解方法使用的子代生成策略可能是缺乏正确引导方向的,使得搜索具有盲目性,导致算法无法有效地收敛到帕累托前沿。因此,进化算法如何在实现快速收敛的同时维持种群的多样性仍然是一个具有挑战性的问题。

针对上述问题,本文提出了一种基于双重方向向量的大规模多目标进化算法(Dual Direction Vectors-based Large-scale multi-objective Evolutionary Algorithm, DDLE)。该算法采用了两组不同类型的方向向量分别引导生成收敛相关子代解和多样相关子代解,在加速算法收敛速度的同时维持种群的多样性。首先,在决策空间中生成的第一类方向向量为收敛相关搜索方向,通过在方向向量上进行采样产生收敛相关子代解;其次,在决策空间中生成的第二类方向向量为多样相关搜索方向,利用高斯分布在方向向量上进行采样产生多样相关子代解;最后,将父代种群、收敛相关子代种群以及多样相关子代种群组合在一起进行环境选择。主要贡献包括 3 个方面:

(1)提出了一种双重方向向量生成策略,通过构建收敛性方向向量和多样性方向向量分别引导产生收敛相关子代解和多样相关子代解,使种群在快速向帕累托前沿收敛的同时保持种群的多样性。

(2)提出了一种基于自适应的环境选择算子,用于动态平衡种群进化过程中的收敛性与多样性。在进化前期,强调种群的多样性;在进化后期,注重种群的收敛性。

(3)在大规模多目标优化基准测试集 LSMOP 的 72 个测试用例上,与 5 个先进的大规模多目标进化算法进行比较,验证了 DDLE 在解决 LSMOPs 时具有明显的竞争力。

2 背景知识

2.1 LSMOP 描述

多目标优化问题包含多个相互冲突的目标^[16]并需要同时进行优化,数学上可简单表述为:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } F(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})) \\ & \text{s. t. } \mathbf{x} \in R^d \end{aligned} \quad (1)$$

其中, m 表示目标数, d 表示决策变量数, $F(\mathbf{x})$ 是待求解的目标函数。一般情况下,将决策变量数量大于 100 的多目标优化问题称为大规模多目标优化问题。

假设 \mathbf{x}_1 和 \mathbf{x}_2 为一个优化问题的两个解,如果所对应的目标函数值均有 $f_i(\mathbf{x}_1) \leq f_i(\mathbf{x}_2)$, $i \in \{1, 2, \dots, m\}$,并且至少存在一个目标值满足 $f_j(\mathbf{x}_1) < f_j(\mathbf{x}_2)$,则称 \mathbf{x}_1 支配 \mathbf{x}_2 。如果一个解不被决策空间中的其它任何解支配,则该解被称为帕累

托最优解。决策空间中的帕累托最优解组成的集合称为帕累托最优集(Pareto Set, PS)。PS 在目标空间中的投影称为帕累托最优前沿(Pareto Front, PF)。

2.2 相关工作

现有的多目标进化算法主要包括基于帕累托支配关系的算法(如 NSGA-II^[17], SPEA2^[18])、基于分解的算法(如 MOEA/D^[19], MOEA/D-M2M^[20])、基于指标的算法(如 IBEA^[21], AR-MOEA^[22]等)。这些算法在处理 MOPs 时都取得了良好的效果,但在解决 LSMOPs 时性能却急剧下降。近年来,学者们已经提出了一些解决 LSMOPs 的方法和机制。可以分为以下 4 类:

(1)基于协同演化的求解方法。该类方法的主要思想是通过分组策略(随机分组、有序分组、线性分组、差分分组),将所有决策变量分为有限个子种群,然后对每个子种群进行优化,进而完成对整个种群的优化。例如 Luis Antonio 等提出的协同进化框架 CCGDE3^[12],该框架在 GDE3 的基础上加入了分治的思想,验证了协同演化对于解决 LSMOPs 的有效性。基于协同演化的求解方法不足之处在于对决策变量进行分组时,由于大规模问题中决策变量大部分为混合变量,分组技术受到了严重的限制。

(2)基于决策变量分析的求解方法。该类方法的主要思想是根据决策变量的特征(收敛相关变量、多样相关变量、混合性相关变量)将决策变量分组,然后采用不同的进化算子对这些决策变量分别进行优化^[23]。例如 Ma 等提出的基于决策变量分析的算法 MOEA/DVA^[24],该算法通过对决策变量进行分析,将原始的 LSMOPs 分解为多个简单的子问题,然后将每个子问题中的决策变量优化为一个独立的子组件以提升收敛速度。He 等提出的基于重组决策变量分析的大规模多目标优化算法 LERD^[13]将决策变量重组过程重新表达为二元决策变量的优化问题,目的是使决策变量逼近不同的分组结果,然后对每组决策变量分别进行收敛性优化或多样性优化。基于决策分析的求解方法的不足之处在于分组数量较少,导致每个子问题仍然是个大规模问题,影响算法的收敛效率。

(3)基于问题转换的求解方法。该类方法的主要思想是通过问题转换技术缩小搜索空间,将大规模问题转化为小规模问题进行求解。例如 Heiner 等提出的基于问题转换的大规模多目标优化框架 WOF^[25]将决策变量分为不同的组,并且每个组都有权重变量,通过优化权重变量进而对每组变量同时进行优化;He 等提出的通过问题重构加速大规模多目标优化算法 LSMOF^[26]在决策空间中沿着不同的方向对权重变量进行优化,通过重构决策空间的方法直接追踪 PS。基于问题转换的求解方法的不足之处在于问题转换技术虽然可以通过降维^[27]减小算法的求解难度,但是却在一定程度上改变了原始决策变量的有效信息,导致算法的收敛精度受到影响。

(4)基于子代生成的求解方法。该类方法的主要思想是通过高效的子代生成策略提高种群的收敛速度。例如 Tian 等提出了一种基于粒子竞争群的多目标进化算法 LMOC-SO^[28],该算法通过两两竞争的方式确定赢家和输家,然后输家向赢家学习产生子代。He 等提出了一种自适应子代生成算法 DGEA^[15],该算法首先通过预选策略选出一组优质的父代解,然后使用这些父代解产生方向向量自适应地生成子代解。

基于子代生成的求解方法的不足之处在于如果子代生成策略缺乏正确的引导,会极大地降低算法的搜索效率。

3 基于双重方向向量的大规模多目标进化算法

DDLE 的整体框架如算法 1 所示。首先,随机初始化一个大小为 N 的种群 P 以及两组均匀分配的参考向量 V 和 U 。使用 V 划分目标空间,使用 U 进行环境选择。在每次迭代中,先使用两组方向向量指导生成子代种群 Q_l 和 Q_r ,随后将 P, Q_l, Q_r 合并进行环境选择。图 1 为 DDLE 的整体框架结构图。

算法 1 DDLE 算法

输入: N (种群大小), t_{max} (最大迭代次数), W (子空间数量)

输出: P (最终种群)

1. 初始化:种群 P ;
2. 初始化:一组均匀分配的参考向量 U ;
3. 初始化:一组均匀分配的参考向量 V ;
4. for $t=1:t_{max}$ do
5. 使用参考向量 V 将目标空间划分为 W 个子空间;
6. 在每个子空间中找到逼近理想点的个体,并将其作为收敛相关解;
7. 根据收敛相关解建立收敛性方向向量;
8. 在方向向量上采样产生收敛相关子代种群 Q_l ;
9. 在种群 P 与收敛相关子代种群 Q_l 中使用角度惩罚距离的选择选出 r 个优质解作为多样相关解;
10. 根据多样相关解建立多样性方向向量;
11. 在方向向量上采样产生多样相关子代种群 Q_r ;
12. 通过基于自适应的环境选择策略从 $P \cup Q_l \cup Q_r$ 中选择出大小为 N 的下一代种群 P ;
13. end
14. return P

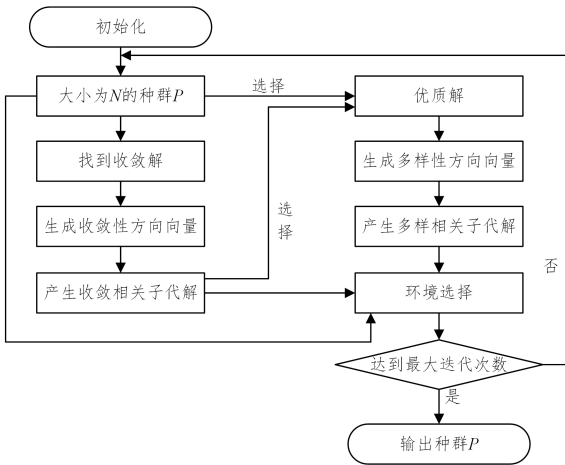


图 1 DDLE 整体框架结构图

Fig. 1 Overall framework structure of DDLE

3.1 双重方向向量生成策略

图 2 为 DDLE 的双重方向向量生成策略示例图,两组方向向量将在决策空间中生成不同的搜索行为。首先,将目标空间划分为若干子空间,在每个子空间内选择距离理想点最近的个体,因为距离理想点最近的解具有良好的收敛性能。如图 3 所示,之所以要选择多个收敛相关解的原因是为了防止单个收敛相关解引导产生的方向向量无法最大限度地穿过 PS,导致种群无法快速收敛。

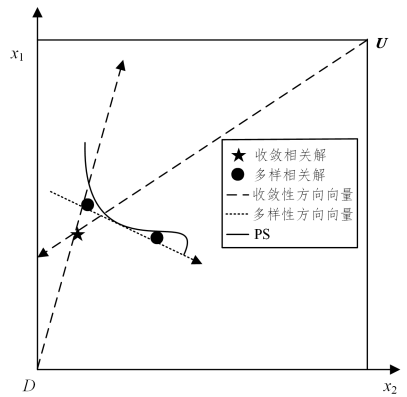


图 2 双重方向向量生成策略示例图

Fig. 2 Example diagram of dual direction vector generation strategy

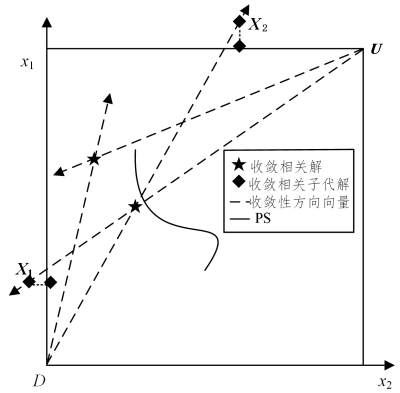


图 3 收敛性方向向量示例图

Fig. 3 Example diagram of convergence direction vector

但是,仅通过收敛方向向量产生子代解容易产生局部最优,损害种群的多样性。因此,接下来选择出一部分父代种群和收敛相关子代种群中的优质解,随机选取两个解构建方向向量,在每个方向上仅产生一个子代解,避免产生聚集分布的情况,这样可以最大限度地保持种群在 PS 上良好的多样性。下文将介绍详细细节。

3.1.1 收敛性方向向量生成策略

算法 2 为收敛性方向向量生成策略的整体框架。其中,参考向量 V 的作用是划分目标空间; W 为子空间的数量,也是收敛相关解的数量。

算法 2 收敛性方向向量生成策略

输入: P (大小为 N 的种群), W (子空间数量), M (每个方向生成子代的数量), V (参考向量)

输出: Q_l (收敛相关子代种群)

1. 初始化: $Q_l \leftarrow \emptyset$;
2. for $i=1:|P|$ do
3. 计算每个个体 i 与每个参考向量的角度值,并将个体 i 分配给角度值最小的参考向量;
4. end
5. for $i=1:W$ do
6. if 每个参考向量 V_i 都分配了个体
7. 选择离理想点最近的个体作为收敛相关解;
8. else
9. 选择非收敛相关解的个体中与参考向量 V_i 之间角度值最小的个体,将该个体分配给参考向量 V_i 并作为收敛相关解;
10. end
11. end

12. 以决策空间的最低点和最高点为起点,收敛相关解为终点建立方向向量作为收敛相关搜索方向;
13. $\mathbf{Q}_i \leftarrow$ 根据式(2)和式(3)在方向向量上采样生成收敛相关子代种群;
14. return \mathbf{Q}_i .

首先,使用一组参考向量 \mathbf{V} 将目标空间划分为 W 个子空间,然后将每一个个体分配给距离最近的参考向量 \mathbf{V}_i 。在这里将 W 设置为 4,原因是参数过大会产生额外的计算资源,参数过小会使算法的搜索空间聚集在极小的范围,导致无法对决策空间进行完全搜索。此外,为了防止有些参考向量没有被分配到个体的情况,在非收敛相关解的个体中,选择一个离该参考向量最近的个体,并将其分配给此向量,保证每个参考向量都被分配了个体。

接下来,在每一个子空间内,选择一个距离理想点最近的个体作为收敛相关解。然后,分别以决策空间的最低点和最高点为起点,以收敛相关解为终点确定两个搜索方向。共得到了 $2 * W$ 个搜索方向,这些搜索方向被定义为收敛性方向向量,随后在这些方向向量上进行采样产生收敛相关子代解。具体来说,每个方向上生成 $\lfloor N/10 \rfloor$ 个子代解,共生成 $\lfloor WN/5 \rfloor$ 个子代解。这里用 q 代替 $\lfloor N/10 \rfloor$ 。生成收敛相关子代解的数学描述如下:

$$\mathbf{S}_i^q = \mathbf{D} + \frac{x_j - \mathbf{D}}{\|x_j - \mathbf{D}\|} \cdot \gamma \cdot L_{\max} \quad (2)$$

$$\mathbf{S}_k^q = \mathbf{U} + \frac{x_j - \mathbf{U}}{\|x_j - \mathbf{U}\|} \cdot \gamma \cdot L_{\max} \quad (3)$$

其中, \mathbf{D} 和 \mathbf{U} 为搜索空间最低点和最高点; γ 为 $(0, 1]$ 的随机数; L_{\max} 为决策空间的最大长度,即 $\|\mathbf{D} - \mathbf{U}\|$; x_j 代表第 i 个参考向量的收敛相关解。 $\frac{x_j - \mathbf{D}}{\|x_j - \mathbf{D}\|}$ 和 $\frac{x_j - \mathbf{U}}{\|x_j - \mathbf{U}\|}$ 为一组搜索方向。 i 和 k 为方向 $\frac{x_j - \mathbf{D}}{\|x_j - \mathbf{D}\|}$ 和 $\frac{x_j - \mathbf{U}}{\|x_j - \mathbf{U}\|}$ 上生成的第 i 个解和第 k 个解。

按照上述策略生成的部分子代解可能超出决策空间上下界,产生不必要的计算成本,造成资源浪费。为了解决上述问题,需要将超出上下界的子代解投影回可行域。如图 3 所示,在可行域外产生了两个收敛相关子代解 \mathbf{x}_1 和 \mathbf{x}_2 ,通过虚线将其投影回可行域。数学描述如下:

$$\mathbf{S}_{i,d}^* = \min\{\{\mathbf{S}_{i,d}, \mathbf{U}_d\}, \mathbf{U}_d\} \quad (4)$$

$$\mathbf{S}_{k,d}^* = \min\{\{\mathbf{S}_{k,d}, \mathbf{U}_d\}, \mathbf{U}_d\} \quad (5)$$

其中, d 为解 \mathbf{S} 的第 d 个决策变量, $d = 1, 2, \dots, n$; $\mathbf{S}_{i,d}$ 和 $\mathbf{S}_{k,d}$ 分别为两个方向上的不可行解。

3.1.2 多样性方向向量生成策略

算法 3 为多样性方向向量生成策略的整体框架。其中, S 为多样相关子代解的数量。首先,将父代种群与收敛相关子代种群合并在一起。然后,在当前合并种群中利用角度惩罚距离 (APD)^[29] 选出 r 个优质解作为多样相关解,文中将 r 设置为 10,这些解形成一个分布良好的解集 P_r ,用于生成多样性方向向量。接着,在 P_r 中随机选择两个解生成搜索方向。最后,利用高斯分布在方向向量上产生多样相关子代解。生成多样相关子代解的数学描述如下:

$$\mathbf{S}_j = \frac{\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2}{\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|} \cdot \gamma + \mathbf{x}_1 \quad (6)$$

其中, $\frac{\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2}{\|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\|}$ 为搜索方向, γ 为高斯分布上的样本, \mathbf{S}_j 表

示第 j 个方向生成的子代解。

算法 3 多样性方向向量生成策略

输入: N (种群大小), W (子空间数量), \mathbf{P} (大小为 N 的种群), \mathbf{Q}_i (收敛相关子代种群)

输出: \mathbf{Q}_r (多样相关子代种群)

1. $\mathbf{P}_r \leftarrow \mathbf{Q}_i$;
2. $\mathbf{Q}_r \leftarrow \emptyset$;
3. $S = \lfloor N - WN/5 \rfloor$;
4. $\mathbf{P}_r \leftarrow$ 从 \mathbf{P} 和 \mathbf{Q}_i 中选择出 r 个分布良好的解;
5. for $i = 1 : S$ do
6. 从 \mathbf{P}_r 中随机选择两个解 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$;
7. $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ 之间建立方向向量作为多样性方向向量;
8. $\mathbf{Q}_i \leftarrow$ 根据高斯分布 $N(\mathbf{x}_1, \mathbf{R})$ 生成多样相关子代解; $/ * \mathbf{R}$ 是一个全 1 向量 $*$ /
9. end
10. $\mathbf{Q}_r = \mathbf{Q}_r \cup \{\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_S\}$;
11. return \mathbf{Q}_r ;

3.2 基于自适应的环境选择算子

所提出的基于自适应的环境选择算子在种群进化前期注重多样性,其指标使用参考向量与候选解之间的锐角来表示,具体公式如下所示:

$$Fitness = \frac{M \times \theta_{i,j}}{\min_{i \in \{1, \dots, |U|\}, i \neq j} \langle \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j \rangle} \quad (7)$$

在种群进化后期注重收敛性,其指标使用种群中候选解到理想点的距离来表示,具体公式如下所示:

$$Fitness = \|f_{i,t} - z_t^{\min}\| \quad (8)$$

其中, M 为目标数, \mathbf{U} 为参考向量集, $\theta_{i,j}$ 表示参考向量 \mathbf{u}_i 和 \mathbf{u}_j 之间的锐角。 t 为当前代数, $f_{i,t}$ 为个体 i 的目标向量, z_t^{\min} 为最小目标值。

该算子依据下列公式进行自适应的适应度值选择:

$$F = \begin{cases} \frac{M \times \theta_{i,j}}{\min_{i \in \{1, \dots, |U|\}, i \neq j} \langle \mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j \rangle}, & \frac{gen_t}{gen_{t_{\max}}} \leq \varphi \\ \|f_{i,t} - z_t^{\min}\|, & \frac{gen_t}{gen_{t_{\max}}} > \varphi \end{cases} \quad (9)$$

其中, F 表示综合适应度值, gen_t 表示当前代数, $gen_{t_{\max}}$ 表示最大代数, $\frac{gen_t}{gen_{t_{\max}}}$ 表示进化百分比, φ 表示自适应参数。当

$\frac{gen_t}{gen_{t_{\max}}} \leq \varphi$ 时为种群进化前期,注重多样性;当 $\frac{gen_t}{gen_{t_{\max}}} > \varphi$ 时为种群进化后期,注重收敛性。文中将 φ 设置为 0.8。

首先计算每个解到参考向量集 U 的余弦值,将其与余弦值最大的参考向量关联起来,然后通过式(7)或式(8)计算与相同参考向量相关联解的适应度值,选择适应度值最小的解进入下一代。

综上所述,在进化过程的早期阶段,对多样性指标施加较高的选择压力,更加注重种群的多样性;在进化后期,使种群迅速向 PF 靠近,在选择中强调种群的收敛性。

3.3 时间复杂度分析

为了考察 DDLE 的效率,对其时间复杂度进行了分析。具体来说,双重方向向量的时间复杂度为 $O(2W + S)$,其中 $2W + S < N$ 。子代生成的时间复杂度为 $O((2W + S)^2)$ 。在本文中,对于基于自适应的环境选择策略需要在每一代进行种群的划分,其时间复杂度为 $O(MN^2)$,对于适应度值计算和精英选择过程,在最坏的情况下时间复杂度分别为

$O(MN^2)$ 和 $O(N^2)$ 。综上所述,DDLE的时间复杂度为 $O(MN^2)$ 。

4 实验研究

4.1 实验环境与测试函数

(1)实验环境

本节将通过实验验证 DDLE 的性能。采用统一的实验环境:64 位 Windows10 系统独立运行 20 次,其中 CPU 为 Intel(R) Core(TM)i5-7200U/2.5GHz,内存为 8GB。本文选用基准函数 LSMOP^[30] 测试算法的性能。

(2)测试函数

本节将在 9 个大规模多目标优化问题基准 LSMOP1-9 上进行实验。它们在 PF 形状、形态特征、决策变量之间的可分性上的特点不同,旨在从不同的角度验证对比算法的性能。详细属性如表 1 所列。

表 1 LSMOP1-LSMOP9 测试问题主要特点

Table 1 Main features of LSMOP1-LSMOP9 test questions

问题	PF 形状	形态特征	可分性
LSMOP1	线性	单模态	完全可分
LSMOP2	线性	混合	部分可分
LSMOP3	线性	多模态	混合
LSMOP4	线性	混合	混合
LSMOP5	非线性	单模态	完全可分
LSMOP6	非线性	混合	部分可分
LSMOP7	非线性	多模态	混合
LSMOP8	非线性	混合	混合
LSMOP9	不连续	混合	完全可分

4.2 对比算法与参数设置

(1)对比算法

为了验证 DDLE 的综合求解效率,本文选取了 FLEA^[31],LSMaODE^[32],S3CMAES^[33],LMOC SO^[28],CCG-DE3^[12]作为对比算法。上述算法均为大规模多目标优化领域中先进的求解算法,并且基于不同的求解思想取得了优异的效果,具有较强的说服力。

(2)参数设置

DDLE 以及所有对比算法的实验平台为 PlatEMO^[34],终止条件为允许最大的函数评价次数,即 FE_{\max} 。为了综合测

试 DDLE 的性能,分别在目标数量为 2 和 3,决策变量数量为 500,1000,1500,2000,总计 72 个测试实例上进行实验。为了保证比较的公平性,将种群大小设置为 100, FE_{\max} 设置为 100000。这样既不会因为评价次数过少影响实验结果,又在一定程度上节省了计算资源。

其中,各对比算法在子代生成过程中用到的交叉概率 P_c 为 1.0,变异概率 P_m 为 $1/D$,交叉分布指标 η_c 和变异分布指标 η_m 均为 20,缩放因子 F 为 0.5。各算法的其它详细参数均为文献中所推荐的数值。

4.3 性能指标

为了验证 DDLE 的性能,本文使用反世代距离(Inverted Generational Distance,IGD)^[35]作为评价指标,评估算法得到的解集的质量。IGD 在靠近 PF 时能够考虑到解集的综合性能,即收敛性和多样性。IGD 值的计算如下:

$$IGD(\mathbf{P},\mathbf{S})=\frac{\sum_{x_i \in \mathbf{S}} Mindis(x_i,\mathbf{P})}{|\mathbf{S}|} \quad (10)$$

其中, \mathbf{P} 是种群中非支配解集, \mathbf{S} 是一组均匀分布的参考点, $Mindis(x_i,\mathbf{P})$ 是 \mathbf{S} 中一个参考解 x_i 和 \mathbf{P} 中所有解之间的最小欧氏距离, $|\mathbf{S}|$ 是 \mathbf{S} 的容量。IGD 值越小,说明算法的综合性能越好。

4.4 实验结果与分析

为了计算每个算法的 IGD 值来分析算法的性能,在测试问题 LSMOP1-9 的 PF 上均匀采样 10000 个参考点。使用 α 为 0.05 的显著性水平的 Wilcoxon 秩和检验^[34],将 DDLE 得到的结果与其它算法进行对比。符号“+”“-”“=”分别表示比较算法在性能上显著优于、显著劣于、类似于 DDLE。

为了验证 DDLE 的性能,将其与 FLEA,LSMaODE,S3CMAES,LMOC SO,CCGDE3 分别在 500,1000,1500,2000 个决策变量,2 目标和 3 目标 LSMOP1-9 测试问题上进行比较。表 2 和表 3 分别为 2 目标和 3 目标在 LSMOP 上的 IGD 结果。为了显示更直观,将最优结果加粗突出表示。除此之外,为了进一步讨论 DDLE 的优势,图 4 和图 5 展示了 6 种算法在 1000 个决策变量,2 目标 LSMOP2 测试实例以及 3 目标 LSMOP4 测试实例上,在 20 次独立运行中与 IGD 值相关的种群分布图像。

表 2 DDLE 与 5 种比较算法在 500 维、1000 维、1500 维和 2000 维 2 目标 LSMOP1-9 测试问题上获得的 IGD 值

Table 2 Statistics of IGD values obtained by five comparison algorithms and DDLE on 500-D,1000-D,1500-D, and 2000-D 2-Objective LSMOP1-9 test problems

测试问题	目标维度	FLEA	LSMaODE	S3CMAES	LMOC SO	CCGDE3	DDLE
LSMOP1	500	6.4316×10^{-1} (6.19×10^{-2})—	3.6100 (1.10)—	4.1074×10 (2.49×10)—	1.2966 (6.89×10^{-2})—	4.9068 (3.74×10^{-1})—	6.1841×10^{-1} (3.03×10^{-2})
	1000	6.4582×10^{-1} (3.67×10^{-2})=	5.8085×10^{-1} (6.80×10^{-2})=	2.3286×10 (1.64×10)—	1.5624 (6.14×10^{-2})—	6.8720 (4.79×10^{-1})—	6.0026×10^{-1} (3.91×10^{-2})
	1500	6.5238×10^{-1} (3.86×10^{-2})—	1.2279 (1.93×10^{-1})—	3.3668×10 (2.23×10)—	1.6171 (4.92×10^{-2})—	6.8467 (2.91×10^{-1})—	6.2372×10^{-1} (3.59×10^{-2})
	2000	6.4758×10^{-1} (3.81×10^{-2})—	2.0768 (2.63×10^{-1})—	2.7778×10 (1.99×10)—	1.6656 (5.44×10^{-2})—	6.7844 (2.86×10^{-1})—	6.1739×10^{-1} (4.21×10^{-2})
LSMOP2	500	2.0873×10^{-2} (1.78×10^{-3})—	5.5827×10^{-2} (1.17×10^{-3})—	5.0124×10^{-1} (1.30×10^{-1})—	4.6587×10^{-2} (1.02×10^{-3})—	7.2082×10^{-2} (1.09×10^{-3})—	1.7997×10^{-2} (6.91×10^{-4})
	1000	1.4142×10^{-2} (3.73×10^{-3})—	3.6800×10^{-2} (4.22×10^{-4})—	4.2979×10^{-1} (8.17×10^{-2})—	2.6054×10^{-2} (5.35×10^{-4})—	3.9799×10^{-2} (5.24×10^{-4})—	1.0056×10^{-2} (2.61×10^{-4})
	1500	1.6007×10^{-2} (4.93×10^{-3})—	2.6704×10^{-2} (1.99×10^{-4})—	4.7409×10^{-1} (9.26×10^{-2})—	1.8622×10^{-2} (3.19×10^{-4})—	2.7876×10^{-2} (3.13×10^{-4})—	7.5147×10^{-3} (2.01×10^{-4})
	2000	1.3580×10^{-2} (3.52×10^{-3})—	2.1307×10^{-2} (2.32×10^{-4})—	4.5646×10^{-1} (9.75×10^{-2})—	1.4784×10^{-2} (2.64×10^{-4})—	2.1763×10^{-2} (3.04×10^{-4})—	6.2225×10^{-3} (8.00×10^{-5})

(续表)

测试问题	目标维度	FLEA	LSMaODE	S3CMAES	LMOC SO	CCGDE3	DDLE
LSMOP3	500	1.5670 (9.10 × 10 ⁻⁴) =	5.2511 (1.59) -	3.6183 × 10 ⁵ (4.43 × 10 ⁵) -	2.0349 × 10 (4.44 × 10) -	2.5828 × 10 (1.70) -	1.5672 (1.51 × 10 ⁻⁴)
	1000	1.5761 (1.23 × 10 ⁻²) -	3.2510 × 10 (2.43 × 10) -	2.3486 × 10 ⁵ (2.89 × 10 ⁵) -	4.9630 × 10 (1.28 × 10 ²) -	2.9623 × 10 (1.09) -	1.5738 (1.68 × 10 ⁻⁴)
	1500	2.6990 (3.29) -	1.3928 × 10 ² (1.50 × 10 ²) -	2.7783 × 10 ⁵ (3.81 × 10 ⁵) -	1.9367 × 10 ² (7.65 × 10 ²) -	3.0717 × 10 (1.01) -	1.5760 (1.39 × 10 ⁻⁴)
	2000	4.3125 (4.68) -	3.5200 × 10 ² (2.47 × 10 ²) -	2.2605 × 10 ⁵ (3.09 × 10 ⁵) -	7.2349 × 10 (1.71 × 10 ²) -	3.2000 × 10 (1.08) -	1.5770 (2.34 × 10 ⁻⁴)
LSMOP4	500	5.5609 × 10 ⁻² (2.70 × 10 ⁻³) -	4.8214 × 10 ⁻² (3.41 × 10 ⁻³) +	5.2250 × 10 ⁻¹ (1.69 × 10 ⁻¹) -	9.1620 × 10 ⁻² (8.14 × 10 ⁻⁴) -	1.1677 × 10 ⁻¹ (1.40 × 10 ⁻³) -	5.0490 × 10 ⁻² (2.08 × 10 ⁻³)
	1000	3.2920 × 10 ⁻² (2.09 × 10 ⁻³) -	4.8021 × 10 ⁻² (1.70 × 10 ⁻³) -	4.8316 × 10 ⁻¹ (1.18 × 10 ⁻¹) -	5.3316 × 10 ⁻² (5.64 × 10 ⁻⁴) -	7.1053 × 10 ⁻² (1.66 × 10 ⁻³) -	2.6942 × 10 ⁻² (9.74 × 10 ⁻⁴)
	1500	2.5279 × 10 ⁻² (2.83 × 10 ⁻³) -	4.1769 × 10 ⁻² (1.03 × 10 ⁻³) -	4.6489 × 10 ⁻¹ (1.21 × 10 ⁻¹) -	3.8578 × 10 ⁻² (2.59 × 10 ⁻⁴) -	5.2145 × 10 ⁻² (1.48 × 10 ⁻³) -	1.9419 × 10 ⁻² (1.12 × 10 ⁻³)
	2000	2.2194 × 10 ⁻² (2.31 × 10 ⁻³) -	3.6587 × 10 ⁻² (6.71 × 10 ⁻⁴) -	4.7114 × 10 ⁻¹ (1.06 × 10 ⁻¹) -	3.0438 × 10 ⁻² (2.38 × 10 ⁻⁴) -	4.1274 × 10 ⁻² (1.30 × 10 ⁻³) -	1.4883 × 10 ⁻² (5.21 × 10 ⁻⁴)
LSMOP5	500	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶) =	2.5430 × 10 ⁻¹ (4.26 × 10 ⁻²) +	9.5423 × 10 (6.52 × 10) -	2.8381 (1.64 × 10 ⁻¹) -	1.1448 × 10 (8.21 × 10 ⁻¹) -	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶)
	1000	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶) =	1.2658 (2.52 × 10 ⁻¹) -	7.1704 × 10 (5.48 × 10) -	3.3124 (1.44 × 10 ⁻¹) -	1.2984 × 10 (9.88 × 10 ⁻¹) -	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶)
	1500	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶) =	2.5398 (4.14 × 10 ⁻¹) -	8.6722 × 10 (5.92 × 10) -	3.5221 (1.65 × 10 ⁻¹) -	1.3472 × 10 (1.01) -	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶)
	2000	7.4371 × 10 ⁻¹ (8.87 × 10 ⁻³) =	4.6449 (7.02 × 10 ⁻¹) -	7.9174 × 10 (4.97 × 10) -	3.5130 (1.53 × 10 ⁻¹) -	1.3895 × 10 (8.33 × 10 ⁻¹) -	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶)
LSMOP6	500	3.5858 × 10 ⁻¹ (1.52 × 10 ⁻¹) =	1.6231 (2.86) -	1.0076 × 10 ⁶ (8.15 × 10 ⁵) -	7.9353 × 10 ⁻¹ (5.82 × 10 ⁻³) -	8.1335 × 10 ⁻¹ (2.47 × 10 ⁻³) -	3.0488 × 10 ⁻¹ (3.63 × 10 ⁻²)
	1000	3.9433 × 10 ⁻¹ (1.33 × 10 ⁻¹) -	1.0051 × 10 ² (1.46 × 10 ²) -	5.5475 × 10 ⁵ (7.04 × 10 ⁵) -	7.7063 × 10 ⁻¹ (2.06 × 10 ⁻³) -	7.7518 × 10 ⁻¹ (5.11 × 10 ⁻⁴) -	2.9494 × 10 ⁻¹ (3.71 × 10 ⁻²)
	1500	4.3674 × 10 ⁻¹ (1.59 × 10 ⁻¹) -	4.0288 × 10 ² (4.70 × 10 ²) -	6.5520 × 10 ⁵ (7.29 × 10 ⁵) -	7.6226 × 10 ⁻¹ (1.01 × 10 ⁻³) -	7.6308 × 10 ⁻¹ (9.71 × 10 ⁻⁵) -	3.0060 × 10 ⁻¹ (3.35 × 10 ⁻²)
	2000	3.8579 × 10 ⁻¹ (1.28 × 10 ⁻¹) -	5.8135 × 10 ² (5.62 × 10 ²) -	7.2675 × 10 ⁵ (7.92 × 10 ⁵) -	7.5692 × 10 ⁻¹ (5.09 × 10 ⁻⁴) -	7.5731 × 10 ⁻¹ (9.71 × 10 ⁻⁵) -	2.9119 × 10 ⁻¹ (3.97 × 10 ⁻²)
LSMOP7	500	1.5704 (3.51 × 10 ⁻¹) -	1.4235 × 10 (3.17) -	3.2615 × 10 ⁵ (3.03 × 10 ⁵) -	4.5262 × 10 ² (7.43 × 10) -	2.3405 × 10 ⁴ (5.44 × 10 ³) -	1.5067 (4.39 × 10 ⁻⁴)
	1000	2.8883 (6.25) -	5.3988 × 10 ² (1.73 × 10 ²) -	2.9450 × 10 ⁵ (2.60 × 10 ⁵) -	9.5844 × 10 ² (9.90 × 10) -	2.7440 × 10 ⁴ (4.76 × 10 ³) -	1.5119 (2.92 × 10 ⁻⁴)
	1500	1.5193 × 10 (4.31 × 10) =	2.0797 × 10 ³ (6.52 × 10 ²) -	3.2008 × 10 ⁵ (2.79 × 10 ⁵) -	1.2186 × 10 ³ (1.27 × 10 ²) -	3.0406 × 10 ⁴ (5.18 × 10 ³) -	1.5138 (3.44 × 10 ⁻⁴)
	2000	2.4466 × 10 (8.24 × 10) =	5.8961 × 10 ³ (1.90 × 10 ³) -	4.6376 × 10 ⁵ (3.40 × 10 ⁵) -	1.3589 × 10 ³ (1.46 × 10 ²) -	3.1343 × 10 ⁴ (4.61 × 10 ³) -	1.5145 (4.41 × 10 ⁻⁴)
LSMOP8	500	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶) =	2.0228 × 10 ⁻¹ (3.94 × 10 ⁻²) +	3.6558 × 10 (1.61 × 10) -	1.7949 (1.16 × 10 ⁻¹) -	8.8126 (7.70 × 10 ⁻¹) -	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶)
	1000	7.4219 × 10 ⁻¹ (5.40 × 10 ⁻⁴) =	1.0219 (9.78 × 10 ⁻²) -	3.4424 × 10 (1.58 × 10) -	2.3193 (1.12 × 10 ⁻¹) -	1.0062 × 10 (8.53 × 10 ⁻¹) -	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶)
	1500	7.4584 × 10 ⁻¹ (1.19 × 10 ⁻²) =	2.1348 (3.46 × 10 ⁻¹) -	3.8273 × 10 (1.53 × 10) -	2.5238 (1.46 × 10 ⁻¹) -	1.0142 × 10 (6.48 × 10 ⁻¹) -	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶)
	2000	7.4928 × 10 ⁻¹ (2.96 × 10 ⁻²) =	3.7706 (5.57 × 10 ⁻¹) -	4.0644 × 10 (1.80 × 10) -	2.6534 (1.87 × 10 ⁻¹) -	1.0620 × 10 (8.26 × 10 ⁻¹) -	7.4209 × 10 ⁻¹ (3.39 × 10 ⁻¹⁶)
LSMOP9	500	8.0010 × 10 ⁻¹ (3.28 × 10 ⁻²) +	2.9708 × 10 ⁻¹ (4.26 × 10 ⁻²) +	1.5564 × 10 ² (5.99 × 10) -	5.6737 × 10 ⁻¹ (4.93 × 10 ⁻²) +	2.2933 × 10 (3.25) -	8.0337 × 10 ⁻¹ (1.29 × 10 ⁻²)
	1000	7.4931 × 10 ⁻¹ (1.48 × 10 ⁻¹) +	2.0783 (6.41 × 10 ⁻¹) -	1.4301 × 10 ² (6.92 × 10) -	1.8622 (3.78 × 10 ⁻¹) -	2.9256 × 10 (3.47) -	7.7857 × 10 ⁻¹ (5.29 × 10 ⁻²)
	1500	7.7899 × 10 ⁻¹ (9.46 × 10 ⁻²) =	5.9163 (1.67) -	1.1937 × 10 ² (5.87 × 10) -	4.3882 (3.88) -	3.2656 × 10 (4.35) -	7.8722 × 10 ⁻¹ (2.85 × 10 ⁻²)
	2000	9.4455 × 10 ⁻¹ (3.94 × 10 ⁻¹) -	1.1855 × 10 (2.32) -	1.4255 × 10 ² (6.10 × 10) -	5.6979(1.59) -	3.3287 × 10 (3.16) -	7.9245 × 10 ⁻¹ (3.28 × 10 ⁻²)
+/-/=		2/20/14	4/31/1	0/36/0	1/35/0	0/36/0	

表3 DDLE与5种比较算法在500维、1000维、1500维和2000维3目标LSMOP1-9测试问题上获得的IGD值

Table 3 Statistics of IGD values obtained by five comparison algorithms and DDLE on 500-D, 1000-D, 1500-D, and 2000-D 3-objective LSMOP1-9 test problems

测试问题	目标维度	FLEA	LSMaODE	S3CMAES	LMOC SO	CCGDE3	DDLE
LSMOP1	500	1.2288 (5.86 × 10 ⁻¹) -	5.3021 (8.54 × 10 ⁻¹) -	4.5502 × 10 (3.36 × 10) -	1.3923 (9.13 × 10 ⁻²) -	8.8107 (8.69 × 10 ⁻¹) -	8.0580 × 10 ⁻¹ (1.64 × 10 ⁻²)
	1000	8.0250 × 10 ⁻¹ (1.08 × 10 ⁻¹) -	8.3831 × 10 ⁻¹ (1.46 × 10 ⁻¹) =	4.1114 × 10 (3.30 × 10) -	1.6137 (7.70 × 10 ⁻²) -	1.0293 × 10 (1.01) -	8.0054 × 10 ⁻¹ (1.83 × 10 ⁻²)
	1500	8.1377 × 10 ⁻¹ (1.03 × 10 ⁻¹) -	1.7658 (3.05 × 10 ⁻¹) -	4.1386 × 10 (2.46 × 10) -	1.6660 (8.31 × 10 ⁻²) -	1.0863 × 10 (1.31) -	8.0503 × 10 ⁻¹ (1.66 × 10 ⁻²)
	2000	8.2481 × 10 ⁻¹ (1.39 × 10 ⁻¹) -	6.9615 (1.05) -	5.4410 × 10 (3.84 × 10) -	2.0281 (1.58 × 10 ⁻¹) -	1.0692 × 10 (1.31) -	8.0519 × 10 ⁻¹ (1.51 × 10 ⁻²)

(续表)

测试问题	目标维度	FLEA	LSMaODE	S3CMAES	LMOC SO	CCGDE3	DDLE
LSMOP2	500	8.4032×10^{-2} (3.59×10^{-3})—	6.6463×10^{-2} (7.60×10^{-4})—	5.7833×10^{-1} (1.55×10^{-1})—	6.0744×10^{-2} (5.45×10^{-4})—	8.2077×10^{-2} (4.01×10^{-3})—	5.5649×10^{-2} (7.32×10^{-4})—
	1000	7.0388×10^{-2} (4.03×10^{-3})—	5.2860×10^{-2} (8.43×10^{-4})—	5.0892×10^{-1} (1.10×10^{-1})—	5.0247×10^{-2} (3.08×10^{-4})—	6.4475×10^{-2} (2.73×10^{-3})—	4.5198×10^{-2} (3.59×10^{-4})—
	1500	6.6316×10^{-2} (4.43×10^{-3})—	4.9347×10^{-2} (1.08×10^{-3})—	5.4411×10^{-1} (1.01×10^{-1})—	4.7015×10^{-2} (1.49×10^{-4})—	5.9184×10^{-2} (2.88×10^{-3})—	4.2510×10^{-2} (3.93×10^{-4})—
	2000	6.3842×10^{-2} (4.35×10^{-3})—	4.9414×10^{-2} (2.21×10^{-3})—	5.4803×10^{-1} (1.14×10^{-1})—	4.5567×10^{-2} (1.21×10^{-4})—	5.7192×10^{-2} (2.89×10^{-3})—	4.1355×10^{-2} (2.05×10^{-4})—
LSMOP3	500	1.6680 (1.78)—	3.5209 (1.79)—	3.3172×10^4 (2.06×10^4)—	1.3967×10 (2.56)—	1.9672×10 (2.24)—	8.6065×10^{-1} (7.09×10^{-5})—
	1000	2.3213 (2.82)—	1.9895×10 (1.64×10)—	2.7704×10^4 (2.26×10^4)—	1.4264×10 (2.98)—	2.0063×10 (2.80)—	8.6065×10^{-1} (7.43×10^{-5})—
	1500	5.3779 (4.48)—	6.1992×10 (3.81×10)—	3.2822×10^4 (1.88×10^4)—	1.5438×10 (2.42)—	2.3652×10 (4.93)—	8.6065×10^{-1} (8.43×10^{-5})—
	2000	7.4380 (4.96)—	1.2996×10^2 (1.20×10^2)—	3.8197×10^4 (1.74×10^4)—	1.7208×10 (3.66)—	$2.1846 \times 10(4.80)$ —	8.6063×10^{-1} (7.55×10^{-5})—
LSMOP4	500	1.7165×10^{-1} (1.40×10^{-2})—	1.3882×10^{-1} (6.76×10^{-3})—	7.6610×10^{-1} (2.39×10^{-1})—	1.5794×10^{-1} (1.57×10^{-3})—	2.1368×10^{-1} (8.00×10^{-3})—	1.3577×10^{-1} (3.16×10^{-3})—
	1000	1.2113×10^{-1} (7.40×10^{-3})—	1.1115×10^{-1} (1.92×10^{-3})—	6.1420×10^{-1} (1.95×10^{-1})—	9.9660×10^{-2} (7.23×10^{-4})—	1.3090×10^{-1} (5.45×10^{-3})—	8.5459×10^{-2} (1.73×10^{-3})—
	1500	1.0125×10^{-1} (6.65×10^{-3})—	8.8251×10^{-2} (1.99×10^{-3})—	5.9721×10^{-1} (1.54×10^{-1})—	7.7717×10^{-2} (4.86×10^{-4})—	1.0250×10^{-1} (5.11×10^{-3})—	6.7667×10^{-2} (1.21×10^{-3})—
	2000	8.8539×10^{-2} (5.08×10^{-3})—	7.6448×10^{-2} (1.51×10^{-3})—	6.0299×10^{-1} (1.36×10^{-1})—	6.7376×10^{-2} (3.59×10^{-4})—	8.7700×10^{-2} (3.71×10^{-3})—	5.8916×10^{-2} (8.45×10^{-4})—
LSMOP5	500	1.0535 (2.73×10^{-1})=	4.0234×10^{-1} (4.01×10^{-2}) +	5.9242×10 (4.30×10)—	2.6610 (2.06×10^{-1})—	1.5755×10 (2.72)—	9.4592×10^{-1} (3.39×10^{-16})—
	1000	9.6812×10^{-1} (2.43×10^{-1})—	1.3876 (3.07×10^{-1})—	7.0392×10 (5.86×10)—	3.3071 (1.49×10^{-1})—	1.6570×10 (2.12)—	9.4592×10^{-1} (3.39×10^{-16})—
	1500	1.1365 (3.58×10^{-1})=	2.8788 (6.03×10^{-1})—	8.0413×10 (5.98×10)—	3.4656 (1.99×10^{-1})—	1.7149×10 (1.98)—	9.4592×10^{-1} (3.39×10^{-16})—
	2000	1.0367 (3.19×10^{-1})—	4.7767 (8.67×10^{-1})—	6.4600×10 (5.34×10)—	3.4652 (1.56×10^{-1})—	1.7336×10 (2.08)—	9.4592×10^{-1} (3.39×10^{-16})—
LSMOP6	500	1.8381×10 (6.78×10)—	1.3807×10 (3.72)—	7.9145×10^5 (7.87×10^5)—	1.4685×10^2 (5.28×10)—	2.2287×10^4 (6.10×10^3)—	8.0099×10^{-1} (9.12×10^{-4})—
	1000	1.3053 (2.27×10^{-1})—	4.5331×10^2 (2.38×10^2)—	4.7813×10^5 (5.71×10^5)—	3.2630×10^2 (9.27×10)—	2.5937×10^4 (6.72×10^3)—	8.0999×10^{-1} (1.15×10^{-3})—
	1500	1.2971 (2.01×10^{-1})—	1.7859×10^3 (6.27×10^2)—	6.1767×10^5 (7.13×10^5)—	4.3484×10^2 (1.23×10^2)—	2.7064×10^4 (7.93×10^3)—	8.0832×10^{-1} (8.98×10^{-4})—
	2000	9.4236×10 (2.79×10^2)—	3.9436×10^3 (1.09×10^3)—	4.6187×10^5 (5.87×10^5)—	4.7843×10^2 (1.54×10^2)—	2.7424×10^4 (5.58×10^3)—	8.1096×10^{-1} (5.19×10^{-4})—
LSMOP7	500	9.4117×10^{-1} (1.17×10^{-1})=	1.3350×10 (2.48×10)—	3.6280×10^5 (4.39×10^5)—	1.1433 (5.45×10^{-2})—	1.2993 (1.59×10^{-2})—	1.0054 (4.60×10^{-2})—
	1000	1.0139 (5.55×10^{-2})—	2.6913×10^2 (3.37×10^2)—	3.5297×10^5 (4.66×10^5)—	1.0490 (2.22×10^{-2})—	1.1044 (4.55×10^{-3})—	9.1233×10^{-1} (5.93×10^{-2})—
	1500	1.0118 (6.79×10^{-3})—	8.5709×10^2 (7.26×10^2)—	4.7232×10^5 (5.65×10^5)—	1.0165 (1.41×10^{-2})—	1.0439 (1.52×10^{-3})—	8.9260×10^{-1} (6.20×10^{-2})—
	2000	9.9736×10^{-1} (4.61×10^{-3})—	2.0870×10^3 (1.87×10^3)—	3.8555×10^5 (4.87×10^5)—	1.0011 (7.56×10^{-3})—	1.0176 (1.91×10^{-3})—	8.8930×10^{-1} (6.65×10^{-2})—
LSMOP8	500	6.0761×10^{-1} (1.17×10^{-1})—	3.3965×10^{-1} (5.16×10^{-2}) +	3.4473×10 (2.72×10)—	8.8029×10^{-1} (1.17×10^{-1})—	9.0106×10^{-1} (8.89×10^{-2})—	5.4743×10^{-1} (4.85×10^{-2})—
	1000	8.1949×10^{-1} (1.36×10^{-1})—	7.6318×10^{-1} (2.56×10^{-1})—	3.8144×10 (3.23×10)—	9.2853×10^{-1} (7.76×10^{-2})—	9.1566×10^{-1} (6.33×10^{-2})—	5.1547×10^{-1} (5.37×10^{-2})—
	1500	8.6161×10^{-1} (7.23×10^{-2})—	7.4978×10^{-1} (1.01×10^{-1})—	4.1172×10 (3.09×10)—	9.2437×10^{-1} (6.10×10^{-2})—	9.3570×10^{-1} (5.02×10^{-2})—	5.0176×10^{-1} (2.61×10^{-2})—
	2000	8.5890×10^{-1} (7.99×10^{-2})—	9.7686×10^{-1} (5.66×10^{-1})—	3.4885×10 (2.99×10)—	9.2190×10^{-1} (7.58×10^{-2})—	9.1740×10^{-1} (6.45×10^{-2})—	4.9358×10^{-1} (2.03×10^{-2})—
LSMOP9	500	1.4103 (3.29×10^{-1})—	7.8925×10^{-1} (2.76×10^{-1}) +	2.6053×10^2 (1.13×10^2)—	1.1238×10 (2.61×10)—	6.6190×10 (8.30)—	1.1301 (3.69×10^{-1})—
	1000	1.3885 (4.55×10^{-1})—	7.1341 (1.87)—	2.9232×10^2 (1.08×10^2)—	1.0969×10^2 (4.98×10)—	7.8755×10 (6.98)—	1.1825 (3.48×10^{-1})—
	1500	2.9530 (2.05)—	1.9808×10 (3.42)—	2.6290×10^2 (1.19×10^2)—	1.3920×10^2 (4.80×10)—	7.9108×10 (6.99)—	1.2720 (3.44×10^{-1})—
	2000	6.4623(3.79)—	3.4899×10 (4.55)—	2.3636×10^2 (1.12×10^2)—	1.4389×10^2 (4.41×10)—	8.3864×10 (8.64)—	1.4555 (1.68×10^{-1})—
+/-/=		0/33/3	3/32/1	0/36/0	0/36/0	0/36/0	

4.4.1 2目标各算法的实验结果与分析

由表2的实验结果可知,DDLE显著优于5种对比算法。在36个测试问题中,DDLE有28个问题获得最优;LSMaODE有5个问题获得最优;FLFE有3个问题获得最优;S3CMAES,LMOCSO和CCGDE3没有获得最优的统计结果。此外,根据Wilcoxon秩和检验的统计数据,只有2种对比算法(LSMaODE和FLFE)能够分别在5和3个测试问题上优于DDLE。5种对比算法中表现比DDLE差的测试问题个数分别为20,31,36,35和36,表现与DDLE相当的测试问题个数分别为14,1,0,1和0,表现比DDLE好的测试问题个数分别为2,4,1,1和0。

图4(a)~图4(f)分别为FLFE,LSMaODE,S3CMAES,LMOCSO,CCGDE3和DDLE在LSMOP2测试问题上得到的种群分布图像,其中直线为真实的PF。

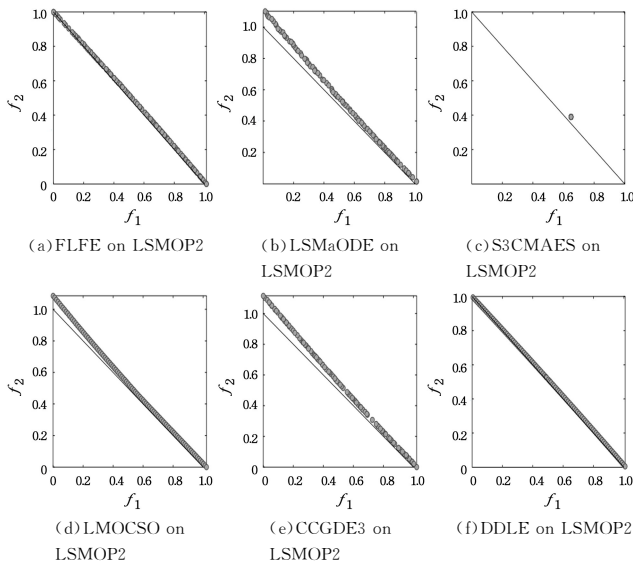


图4 6种算法在2目标的LSMOP2测试函数上的Pareto前沿

Fig. 4 Pareto fronts for six algorithms on LSMOP2 test functions for 2-objective

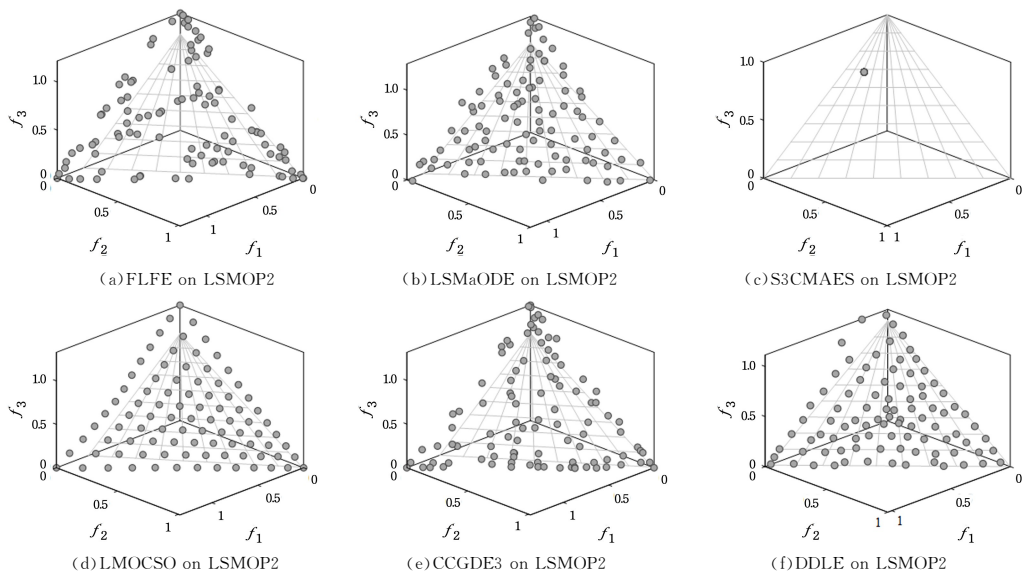


图5 6种算法在3目标的LSMOP4测试函数上的Pareto前沿

Fig. 5 Pareto fronts for six algorithms on LSMOP4 test functions for 3-objective

综上所述,DDLE通过利用双重方向向量策略引导子代生成,利用收敛性方向向量和多样性方向向量极大地平衡了

从图中易知,DDLE能够很好地收敛到PF并保持均匀分布。如图4(a)所示,FLFE的收敛性能虽然较其它对比算法具有一定的优势,但是其分布性较差;如图4(b)和图4(e)所示,LSMaODE和CCGDE3距离PF有一些距离,并且没有保持均匀分布;如图4(c)所示,S3CMAES无法有效地收敛到PF,说明它在决策空间中的搜索效率较低,很难收敛;如图4(d)所示,LMOCSO距离PF有一定距离,表示其不能得到很好的收敛,但是由于使用了参考向量的环境选择,种群的多样性较好。

4.4.2 3目标各算法的实验结果与分析

与2目标统计结果一致,在3目标时DDLE的性能仍然显著优于其它算法。在36个测试问题中,DDLE有32个问题获得最优;FLFE有1个问题获得最优;LSMaODE有3个问题获得最优;S3CMAES,LMOCSO和CCGDE3仍然没有获得最优的统计结果。此外,根据Wilcoxon秩和检验的统计数据,仍然只有2种对比算法(LSMaODE和FLFE)能够在3和2个测试问题上优于DDLE。5种对比算法中表现比DDLE差的测试问题个数分别为33,32,36,36和36,表现与DDLE相当的测试问题个数分别为0,1,0,0和0,表现比DDLE好的测试问题个数分别为0,3,0,0和0。

图5(a)~图5(f)分别为FLFE,LSMaODE,S3CMAES,LMOCSO,CCGDE3和DDLE在LSMOP4测试问题上得到的种群分布图像,其中网格为真实的PF。从图中易知,与2目标结果一致,DDLE能够很好地收敛到PF并且多样性良好。

如图5(a)所示,FLFE在一定程度上陷入了局部最优,其综合性能还有一定的提升空间;如图5(b)和图5(e)所示,LSMaODE和CCGDE3虽然完成了部分收敛,但是分布性较差;如图5(c)所示,S3CMAES仍然无法有效地收敛到PF;如图5(d)所示,LMOCSO有些解与PF有一定距离,表示算法无法完全收敛。

种群的收敛性与多样性,使算法在LSMOP问题集上获得了显著的效果。而S3CMAES和CCGDE3在对决策变量进行

划分时容易受到准确率的影响,如果在错误的分组下,会导致算法的性能受到严重的影响,在实验数据中可以看出两种算法的性能较其他对比算法具有明显的劣势。LMOCSO则需要很多次函数评估才能在巨大的决策空间内搜索到解,严重浪费计算资源。而 FLFE 采用的参考向量引导的子代生成算子以及 LSMaODE 使用的多种群的差分进化方法虽然取得了一定的效果,但是当决策空间维度上升导致搜索难度增加时,它们仍然不能很好地平衡维度处理与收敛性、多样性之间的关系。

表 4 DDLE 与 DDLE-OC 以及 DDLE-OD 在 LSMOP1-9 测试问题上获得的 IGD 值

Table 4 Statistics of IGD values obtained by DDLE-OC, DDLE-OD and DDLE on LSMOP1-9 test problems

测试问题	目标维度	DDLE-OC	DDLE-OD	DDLE
LSMOP1	500	$6.5350 \times 10^{-1} (1.60 \times 10^{-2}) -$	$2.8077 (2.38 \times 10^{-1}) -$	$6.1841 \times 10^{-1} (3.03 \times 10^{-2})$
	1000	$6.5764 \times 10^{-1} (1.08 \times 10^{-2}) -$	$2.8659 (3.23 \times 10^{-1}) -$	$6.0026 \times 10^{-1} (3.91 \times 10^{-2})$
	1500	$6.5835 \times 10^{-1} (1.24 \times 10^{-2}) -$	$2.9921 (3.36 \times 10^{-1}) -$	$6.2372 \times 10^{-1} (3.59 \times 10^{-2})$
	2000	$6.5677 \times 10^{-1} (1.39 \times 10^{-2}) -$	$2.8878 (2.54 \times 10^{-1}) -$	$6.1739 \times 10^{-1} (4.21 \times 10^{-2})$
LSMOP2	500	$1.8615 \times 10^{-2} (5.79 \times 10^{-4}) -$	$6.1123 \times 10^{-2} (2.99 \times 10^{-3}) -$	$1.7997 \times 10^{-2} (6.91 \times 10^{-4})$
	1000	$1.0260 \times 10^{-2} (2.86 \times 10^{-4}) -$	$3.4730 \times 10^{-2} (1.67 \times 10^{-3}) -$	$1.0056 \times 10^{-2} (2.61 \times 10^{-4})$
	1500	$7.6307 \times 10^{-3} (1.91 \times 10^{-4}) -$	$2.3869 \times 10^{-2} (8.08 \times 10^{-4}) -$	$7.5147 \times 10^{-3} (2.01 \times 10^{-4})$
	2000	$6.3875 \times 10^{-3} (1.30 \times 10^{-4}) -$	$1.8991 \times 10^{-2} (8.90 \times 10^{-4}) -$	$6.2225 \times 10^{-3} (8.00 \times 10^{-5})$
LSMOP3	500	$1.5673 (1.34 \times 10^{-4}) -$	$3.2836 \times 10 (4.37) -$	$1.5672 (1.51 \times 10^{-4})$
	1000	$1.5739 (1.26 \times 10^{-4}) -$	$3.2390 \times 10 (1.82) -$	$1.5738 (1.68 \times 10^{-4})$
	1500	$1.5761 (9.97 \times 10^{-5}) =$	$3.3232 \times 10 (1.87) -$	$1.5760 (1.39 \times 10^{-4})$
	2000	$1.5772 (9.71 \times 10^{-5}) -$	$3.3358 \times 10 (2.16) -$	$1.5770 (2.34 \times 10^{-4})$
LSMOP4	500	$5.2133 \times 10^{-2} (1.81 \times 10^{-3}) -$	$1.0748 \times 10^{-1} (3.30 \times 10^{-3}) -$	$5.0490 \times 10^{-2} (2.08 \times 10^{-3})$
	1000	$2.7622 \times 10^{-2} (1.25 \times 10^{-3}) -$	$6.2014 \times 10^{-2} (1.90 \times 10^{-3}) -$	$2.6942 \times 10^{-2} (9.74 \times 10^{-4})$
	1500	$1.9621 \times 10^{-2} (8.03 \times 10^{-4}) =$	$4.4471 \times 10^{-2} (1.44 \times 10^{-3}) -$	$1.9419 \times 10^{-2} (1.12 \times 10^{-3})$
	2000	$1.5371 \times 10^{-2} (7.07 \times 10^{-4}) -$	$3.4783 \times 10^{-2} (1.42 \times 10^{-3}) -$	$1.4883 \times 10^{-2} (5.21 \times 10^{-4})$
LSMOP5	500	$7.4187 \times 10^{-1} (2.19 \times 10^{-4}) +$	$5.9083 (7.48 \times 10^{-1}) -$	$7.4209 \times 10^{-1} (3.39 \times 10^{-16})$
	1000	$7.4196 \times 10^{-1} (1.50 \times 10^{-4}) +$	$6.0228 (5.51 \times 10^{-1}) -$	$7.4209 \times 10^{-1} (3.39 \times 10^{-16})$
	1500	$7.4192 \times 10^{-1} (1.22 \times 10^{-4}) +$	$6.3435 (1.02) -$	$7.4209 \times 10^{-1} (3.39 \times 10^{-16})$
	2000	$7.4195 \times 10^{-1} (1.12 \times 10^{-4}) +$	$6.1961 (7.28 \times 10^{-1}) -$	$7.4209 \times 10^{-1} (3.39 \times 10^{-16})$
LSMOP6	500	$3.1589 \times 10^{-1} (1.88 \times 10^{-2}) =$	$8.1742 \times 10^{-1} (6.83 \times 10^{-4}) -$	$3.0488 \times 10^{-1} (3.63 \times 10^{-2})$
	1000	$3.0844 \times 10^{-1} (2.29 \times 10^{-2}) =$	$7.7438 \times 10^{-1} (5.17 \times 10^{-3}) -$	$2.9494 \times 10^{-1} (3.71 \times 10^{-2})$
	1500	$3.0539 \times 10^{-1} (1.74 \times 10^{-2}) =$	$7.6314 \times 10^{-1} (1.05 \times 10^{-6}) -$	$3.0060 \times 10^{-1} (3.35 \times 10^{-2})$
	2000	$3.0175 \times 10^{-1} (2.71 \times 10^{-2}) =$	$7.5738 \times 10^{-1} (3.82 \times 10^{-7}) -$	$2.9119 \times 10^{-1} (3.97 \times 10^{-2})$
LSMOP7	500	$1.5072 (9.04 \times 10^{-4}) =$	$5.1934 \times 10^3 (1.24 \times 10^3) -$	$1.5067 (4.39 \times 10^{-4})$
	1000	$1.5127 (1.14 \times 10^{-3}) -$	$5.8718 \times 10^3 (1.42 \times 10^3) -$	$1.5119 (2.92 \times 10^{-4})$
	1500	$1.5145 (1.11 \times 10^{-3}) -$	$5.5866 \times 10^3 (1.46 \times 10^3) -$	$1.5138 (3.44 \times 10^{-4})$
	2000	$1.5153 (9.09 \times 10^{-4}) -$	$6.1512 \times 10^3 (2.02 \times 10^3) -$	$1.5145 (4.41 \times 10^{-4})$
LSMOP8	500	$7.4197 \times 10^{-1} (1.42 \times 10^{-4}) +$	$5.1539 (6.47 \times 10^{-1}) -$	$7.4209 \times 10^{-1} (3.39 \times 10^{-16})$
	1000	$7.4189 \times 10^{-1} (2.14 \times 10^{-4}) +$	$5.1585 (5.66 \times 10^{-1}) -$	$7.4209 \times 10^{-1} (3.39 \times 10^{-16})$
	1500	$7.4191 \times 10^{-1} (1.69 \times 10^{-4}) +$	$5.2737 (6.81 \times 10^{-1}) -$	$7.4209 \times 10^{-1} (3.39 \times 10^{-16})$
	2000	$7.4188 \times 10^{-1} (2.52 \times 10^{-4}) +$	$5.1869 (7.31 \times 10^{-1}) -$	$7.4209 \times 10^{-1} (3.39 \times 10^{-16})$
LSMOP9	500	$8.0710 \times 10^{-1} (2.12 \times 10^{-3}) -$	$7.4436 (1.54) -$	$8.0337 \times 10^{-1} (1.29 \times 10^{-2})$
	1000	$8.0558 \times 10^{-1} (1.23 \times 10^{-3}) -$	$7.1526 (1.24) -$	$7.7857 \times 10^{-1} (5.29 \times 10^{-2})$
	1500	$8.0473 \times 10^{-1} (1.42 \times 10^{-3}) -$	$7.2172 (1.43) -$	$7.8722 \times 10^{-1} (2.85 \times 10^{-2})$
	2000	$8.0453 \times 10^{-1} (1.34 \times 10^{-3}) -$	$7.4082 (1.27) -$	$7.9245 \times 10^{-1} (3.28 \times 10^{-2})$
+/-/=		8/21/7	0/36/0	

综上所述,仅使用单一的收敛性方向向量或多样性方向向量无法保证得到优质解集,证明了 DDLE 的双重方向向量策略可以很好地利用两类方向向量,在加速种群的收敛速度以及保持种群的多样性方面取得平衡。

结束语 本文提出了一种基于双重方向向量的大规模多目标进化算法 DDLE。该算法通过双重方向向量生成策略引导生成收敛相关子代解和多样相关子代解,提高了算法的收敛速度,同时维持了种群的多样性。为了验证 DDLE 在解决大规模多目标优化问题时的能力,本文将其与 FLFE, LSMaODE, S3CMAES, LMOCSO, CCGDE3 这 5 个大规模多目标优化进化算法在 72 个问题上进行了对比实验,实验结果表明,所提算法具有显著的优势。

未来的工作包括两个方面:

4.5 双重方向向量策略的有效性实验及分析

为了验证双重方向向量策略的有效性,本节将其与仅使用收敛性方向向量 DDLE-OC 和仅使用多样性方向向量 DDLE-OD 分别进行比较。表 4 列出了 DDLE 与 DDLE-OC 以及 DDLE-OD 在目标数为 2, 决策变量数为 500, 1000, 1500, 2000 的 LSMOP1-LSMOP9 上的实验统计结果。从表 4 可以看出,与 DDLE-OC 相比,在 36 个测试问题中,DDLE 在 21 个问题上获胜,在 8 个问题上失败。与 DDLE-OD 相比,DDLE 在所有的测试问题上都得到了最优的结果。

(1) 本文算法在解决稀疏的大规模多目标优化问题时并不能有效解决其中的数据稀疏问题,所以在未来工作中将在现有算法的基础上设计一个参考向量自适应的环境选择策略。使算法能够在处理大规模问题的基础上更好地处理稀疏的问题。

(2) 本文算法仅在目标数为 2 和 3 的测试函数上进行了测试,而没有针对高维大规模多目标优化问题进行测试。下一步工作将在此算法的基础上,通过融合高维多样性处理机制将该算法拓展到高维多目标优化问题中。

参考文献

[1] CAI X Y, MA Z Y, ZHANG F, et al. A daptive decomposition-based multi-task collabo-rative expensive multi-objective optimi-

- zation algorithm[J]. *Journal of Computer Science*, 2021, 44(9): 1934-1948.
- [2] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X Y, et al. A strengthened dominance relation considering convergence and diversity for evolutionary many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 23(2): 331-345.
- [3] LIU X F, ZHAN Z H, GAO Y, et al. Coevolutionary particle swarm optimization with bottleneck objective learning strategy for many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2018, 23(4): 587-602.
- [4] OLOWU T, JAFARI H, MOGHADDAMI M, et al. Multiphysics and multiobjective design optimization of high-frequency transformers for solid state transformer applications[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2020, 57(1): 1014-1023.
- [5] LI Y Z, NI Z X, ZHAO T Y, et al. Coordinated scheduling for improving uncertain windpower adsorption in electric vehicles—windintegrated power systems by multiobjective optimization approach[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2020, 56(3): 2238-2250.
- [6] GU Z M, WANG G G. Improving NSGA-III algorithms with information feedback models for large-scale many-objective optimization[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2020, 107: 49-69.
- [7] HONG W J, YANG P, TANG K. Evolutionary computation for large-scale multi-objective optimization: A decade of progresses[J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2021, 18(2): 155-169.
- [8] MA L B, HUANG M, YANG S X, et al. An adaptive localized decision variable analysis approach to large-scale multiobjective and many-objective optimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 52(7): 6684-6696.
- [9] WAN H D, JIAO L C, SHANG R H, et al. A memetic optimization strategy based on dimension reduction in decision space[J]. *Evolutionary Computation*, 2015, 23(1): 69-100.
- [10] PARSONS L, HAQUE E, LIU H. Subspace clustering for high dimensional data: a review[J]. *Acm sigkdd Explorations News Letter*, 2004, 6(1): 90-105.
- [11] LIU J C, LI F, WANG H H, et al. A review of research on evolutionary high-dimensional multiobjective optimization algorithms[J]. *Control and Decision*, 2018, 33(5): 879-887.
- [12] ANTONIO L M, COELLO C A C. Use of cooperative coevolution for solving large-scale multi objective optimization problems [C]// *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2013: 2758-2765.
- [13] HE C, CHENG R, LI L H, et al. Large-scale multi objective optimization via reference point based decision variable analysis[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2022, 26: 1-1.
- [14] FENG Y L, FENG L, KWONG S, et al. A multivariation multi-factorial evolutionary algorithm for large-scale multiobjective optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2021, 26(2): 248-262.
- [15] HE C, CHENG R, YAZDANI D. Adaptive offspring generation for evolutionary large-scale multiobjective optimization [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Systems*, 2020, 52(2): 786-798.
- [16] SUN G, WU J J, CHEN H, et al. Hidden preference-based multi-objective evolutionary algorithm based on chebyshev distance[J]. *Computer Science*, 2020, 41(12): 2543-2549.
- [17] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGAII[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182-197.
- [18] ZITZLER E, LAUMANN S, THIELE L. S-PEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm [J]. *Technical Report*, 2001, 103: 95-100.
- [19] ZHANG Q F, LI H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712-731.
- [20] LIU H L, GU F Q, ZHANG Q F. Decomposition of a multiobjective optimization problem into a number of simple multiobjective subproblems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2014, 18(3): 450-455.
- [21] ZITZLER E, KUNZLI S. Indicator-based selection in multiobjective search [C] // *Parallel Problem Solving from Nature*. Springer Berlin Heidelberg, 2004: 832-842.
- [22] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X Y, et al. An indicator-based multiobjective evolutionary algorithm with reference point adaptation for better versatility[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 22(4): 609-622.
- [23] LIU Z Z, WANG Y. Handling constrained multiobjective optimization problems with constraints in both the decision and objective spaces[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(5): 870-884.
- [24] MA X L, LIU F, QI Y T, et al. A multiobjective evolutionary algorithm based on decision variable analyses for multiobjective optimization problems with large-scale variables [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2015, 20(2): 275-298.
- [25] HEINER Z, HISAO I, SANAZ M, et al. A framework for large-scale multiobjective optimization based on problem transformation [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2017, 22(2): 260-275.
- [26] HE C, LI L H, TIAN Y, et al. Accelerating large-scale multiobjective optimization via problem reformulation[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2019, 23(6): 949-961.
- [27] LIANG Z P, LIU C, WANG Z Q, et al. A large-scale multi-objective optimization algorithm based on archiving and weight expansion[J]. *Journal of Computer Science*, 2022, 45(5): 951-972.
- [28] TIAN Y, ZHENG X T, ZHANG X Y, et al. Efficient large-scale multiobjective optimization based on a competitive swarm optimizer[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 50(8): 3696-3708.
- [29] CHENG R, JIN Y C, OLHOFER M, et al. A reference vector guided evolutionary algorithm for many-objective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2016, 20(5): 773-791.
- [30] CHENG R, JIN Y C, OLHOFER M. Test problems for large-scale multiobjective and many-objective optimization[J]. *IEEE*

Transactions on Cybernetics,2016,47(12):4108-4121.

- [31] LI L H, HE C, CHENG R, et al. A fast sampling based evolutionary algorithm for million-dimensional multiobjective optimization [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2022, 75: 101181.
- [32] ZHANG K, SHEN C N, YEN G G. Multipopulation-based differential evolution for large-scale many-objective optimization [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 10: 1-13.
- [33] CHEN H K, CHENG R, WEN J M, et al. Solving large-scale many-objective optimization problems by covariance matrix adaptation evolution strategy with scalable small subpopulations [J]. Information Sciences, 2020, 509: 457-469.
- [34] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X Y, et al. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization [educational forum] [J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 73-87.
- [35] ZHOU A M, JIN Y C, ZHANG Q F, et al. Combining model-

based and genetics-based offspring generation for multi-objective optimization using a convergence criterion [C] // 2006 IEEE International Conference on Evolutionary Computation. 2006: 892-899.



HAN Lijun, born in 1997, postgraduate. Her main research interests include large-scale multi-objective evolutionary algorithm and so on.



WANG Peng, born in 1987, Ph.D, lecturer, postgraduate supervisor. is a member of CCF (No. F9977M). His main research interests include evolutionary computation, service computing, and swarm intelligence algorithm.