

基于非线性交通流模型的交通子区边界控制策略研究

王晓龙

引用本文

王晓龙. 基于非线性交通流模型的交通子区边界控制策略研究[J]. 计算机科学, 2024, 51(6A): 230900016-7.

WANG Xiaolong. Traffic Subarea Boundary Control Strategy Based on Nonlinear Traffic Flow Model[J]. Computer Science, 2024, 51(6A): 230900016-7.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[迭代学习控制的最优学习律和简化学习律的频域研究](#)

Study of Optimal Learning Law and Simplified Learning Law of Iterative Learning Control in Frequency Domain

计算机科学, 2019, 46(2): 327-332. <https://doi.org/10.11896/j.issn.1002-137X.2019.02.050>

[非线性系统在任意初值下的PID型迭代学习控制](#)

PID-type Iterative Learning Control for a Class of Nonlinear Systems with Arbitrary Initial Value

计算机科学, 2016, 43(2): 283-286. <https://doi.org/10.11896/j.issn.1002-137X.2016.02.059>

[基于本体的城市交通的知识分析和推理](#)

计算机科学, 2007, 34(3): 192-196.

[改进的Dijkstra最短路径算法及其应用研究](#)

Improved Dijkstra Shortest Path Algorithm and its Application

计算机科学, 2012, 39(5): 223-228.

基于非线性交通流模型的交通子区边界控制策略研究

王晓龙

山西省智慧交通研究院有限公司 太原 030032

摘要 城市交通流具有复杂的非线性动态特征,用简化的线性交通流模型无法准确描述交通流的非线性特征。因此,在考虑扰动对子区边界控制影响的基础上,首先建立了考虑扰动的非线性城市宏观交通流模型,该模型能够更好地描述实际交通流的运行情况。其次,结合城市交通流运行的周期性特点,设计了基于迭代学习控制的子区边界控制策略,并利用 Lipschitz 条件和偏导数分析了迭代学习控制律的收敛性。最后,通过仿真案例验证了基于非线性交通流模型的交通子区边界控制策略的有效性。

关键词: 城市交通;边界控制;迭代学习控制;非线性交通流模型

中图分类号 TP273

Traffic Subarea Boundary Control Strategy Based on Nonlinear Traffic Flow Model

WANG Xiaolong

Shanxi Intelligent Transportation Research Institute Co., Ltd, Taiyuan, 030032, China

Abstract Urban traffic flow has complex nonlinear dynamic characteristics, which cannot be accurately described by a simplified linear traffic flow model. Therefore, in this paper, on the basis of considering the influence of perturbation on subarea boundary control, a nonlinear urban macroscopic traffic flow model considering perturbation is firstly established, so that the model can better describe the operation of actual traffic flow. Secondly, a subarea boundary control strategy based on iterative learning control is designed by combining the periodic characteristics of urban traffic flow operation, and the convergence of the iterative learning control law is analyzed by using the Lipschitz condition and partial derivatives. Finally, the effectiveness of the traffic subarea boundary control strategy based on the nonlinear traffic flow model is demonstrated by simulation cases.

Keywords Urban traffic, Perimeter control, Iterative learning control, Nonlinear traffic flow model

1 引言

随着城市交通拥堵的日益加剧,传统的单点信号控制和干线控制只能改善局部路网的交通状况,而难以应对大规模的区域拥堵,因此以交通子区域为控制对象的区域信号控制方法逐渐受到关注。宏观基本图(Macroscopic Fundamental Diagram, MFD)是表征同质城市网络中交通积聚和出行完成率之间的单模态和低散射关系的基本模型^[1-2],它可以直观地描述一个子区的交通运行状态,为检测子区路网的边界流量提供了可能的解决方案,而无须依赖起点到终点的出行需求数据,并简化了交通网络中交通流的动态建模过程,如图 1 所示。由于上述原因,MFD 在城市交通控制中得到广泛使用,通过对路网子区边界流量的控制来提高路网整体的通行效率^[3-4]。

边界控制可以根据 MFD 监测路网的交通状况,在子区的交通状况趋于饱和时,调整子区周边的信号交叉口的绿灯时长,合理控制车辆驶入和驶出子区,使路网的累计车辆数接近最佳累计车辆数,此时路网的运行效率最高,可以有效缓解区域的拥堵问题。

路网的 MFD 特性可以避免路网中 OD 分布带来的建模

复杂性问题,因此近年来基于 MFD 的边界控制受到了广泛关注。Haddad 等^[5]利用定量反馈控制理论提出了过饱和和区域的鲁棒控制方法,设计了一个鲁棒控制器,将子区的车辆数控制在相对准确的范围内;Keyvan-Ekbatani 等^[6]采用比例积分反馈调节器,以 MFD 的临界点为目标,对位于子区周边信号交叉口上游的控制路网交叉口应用基于反馈的门控概念,缓解了城市网络拥堵;Haddad^[7]考虑了子区边界外车辆排队问题,建立了边界排队动态的关系模型,并提出了一种具有约束的边界控制输入和约束边界排队长度的最优边界控制策略;Hajiahmadi 等^[8]在相邻子区的最优控制中引入两种不同的控制器:边界控制器和开关信号定时控制器,其中边界控制器用于控制子区之间的交通流,而开关信号控制器则控制子区内的交通流;Zhong 等^[9]基于控制 Lyapunov 函数的方法,解决了动态交通网络中由出行需求引起的外生干扰,建立了 3 种不同的控制律,并通过实验证明了驱动系统动力学能够达到预期的平衡;Haddad^[10]根据边界控制器是否独立运行,将其分为耦合控制以及解耦控制约束,并针对 3 个标准(最大总行程、最小总时间、最小累计参考积分误差和最优性证明)提出了最优反馈控制策略;Ding 等^[11]注意到多种交通状态之间的转换问题,为不同的交通状态制定了不同的控制目标,并

基金项目:国家自然科学基金(61703300)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(61703300).

通信作者:王晓龙(xlwang84@126.com)

提出了基于两种城市状态的混合边界控制方法; Haddad 等^[12]基于车辆积累建立了两个增强模型来提高动态性能, 第一个模型引入时间延迟来更好地表示子区内的拥堵传播变化, 第二个模型引入延迟互联来模拟相邻子区间的通信延迟。

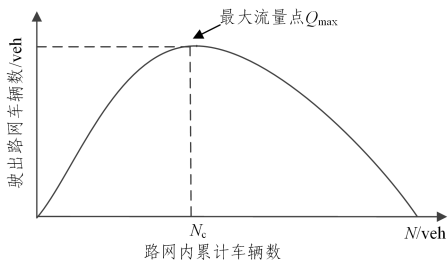


图1 宏观基本图

Fig. 1 Macroscopic fundamental diagram

在交通控制领域, 迭代学习控制 (Iterative Learning Control, ILC) 方法因其不需要精确的数学模型, 可以通过系统以往的控制经验和输出误差不断学习调整系统输入, 最终使系统输出达到跟踪期望轨迹的目的, 在城市交通控制中受到学者们的青睐。Hou 等^[13]最初将 ILC 用于高速公路匝道口交通流的控制, 通过对进入高速公路的匝道口交通流的控制, 使匝道口所在路段的车辆密度能够跟踪期望密度, 有效提高了高速公路的通行效率。为了进一步提高系统的鲁棒性, 文献^[14-15]在输入约束的情况下, 提出了 ILC 和反馈控制相结合的高速公路交通流控制方法。与高速公路相比, 城市交通流的重复性特征更加明显, 交通流情况更加复杂。Yan 等^[16-17]将 ILC 应用于具有多个交叉口的城市路网, 通过对交叉口信号的迭代学习控制, 可以适应交通状况的变化, 有效提高路网的交通效率, 并分析了基于 ILC 的交通信号控制策略对路网 MFD 的影响。文献^[18]将 ILC 应用于路网区域边界控制, 用初始以及最终的累计车辆数来规划期望曲线, 设计边界控制输入, 使路网中的实际车辆数能够跟踪期望曲线, 并针对不同的路网情况进行仿真, 取得了较为满意的控制效果。

鉴于现有的边界控制方法大多未能充分利用宏观交通流的运行特征, 本文考虑到城市交通流的非线性特征, 建立了非线性城市宏观交通流模型提出了基于非线性交通流模型的交通子区边界控制策略, 以缓解区域交通拥堵, 并参考文献^[15]分析了迭代学习控制律的收敛性, 最后通过仿真案例证明 ILC 对非线性交通流控制的有效性。

2 非线性交通流模型

本文建立的非线性交通流模型可对城市交通流的非线性现象进行描述, 具体建模过程如下:

如图 2 所示, 假设一个城市道路网包含一个具有明确 MFD 的子区域。子区域与其周边区域之间的交通流流入和流出相对稳定, 子区域 1 是处于过饱和状态或容易发生交通拥堵的区域, 子区域 2 是其周边区域。子区域 1 的车辆平衡方程可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{11}(t) = -q_{11}^{in}(t) + q_{21}^{in}(t) + q_{\xi 21}(t) \\ \dot{x}_{12}(t) = -q_{12}^{out}(t) + q_{\xi 12}(t) \\ \dot{x}_1(t) = x_{11}(t) + x_{12}(t) + \eta(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x_{11}(t)$ 表示目的地为子区的车辆总数; $x_{12}(t)$ 表示目的地为子区 2 的子区 1 的累计车辆数; $q_{11}^{in}(t)$ 表示子区 1 的内部

交通需求; $q_{12}^{out}(t)$ 表示子区 1 至子区 2 对应方向的输入转移交通流率; $q_{21}^{in}(t)$ 表示子区 2 对应于子区 1 方向的输入转移交通流率; $q_{\xi i/j}(t)$ 表示影响车辆行驶状态或道路网络上车辆累计数量的扰动; $\eta(t)$ 表示子区内数据采集装置输出产生的误差。

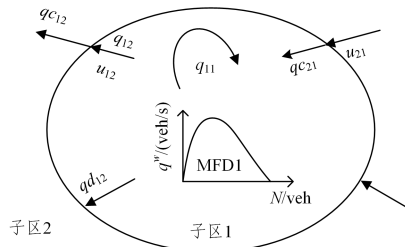


图2 子区宏观交通流运行示意图

Fig. 2 Schematic diagram of macro traffic flow operation in sub-area

根据 MFD 的模型, 控制区的内部流和转移流可以用以下加权非线性关系的形式表示:

$$\begin{aligned} q_{11}^{in}(t) &= M_{11}(x_{11}(t), x_1(t)) = \frac{x_{11}(t)}{x_1(t)} G_1(x_1(t)) \\ q_{21}^{in}(t) &= M_{21}(x_{21}(t), x_1(t)) = \frac{x_{21}(t)}{x_1(t)} G_1(x_1(t)) \\ q_{12}^{out}(t) &= M_{12}(x_{12}(t), x_1(t)) = \frac{x_{12}(t)}{x_1(t)} G_1(x_1(t)) \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $G_1(x_1(t))$ 表示旅行车辆完成流量 G_1 与子区 1 的累积车辆数 $x_1(t)$ 之间的非线性关系。

为了调节子区周边的转移流量, 输入和输出流量被定义为以下形式的调节控制流量:

$$\begin{aligned} q_{21}^{in}(t) &= \frac{x_{21}(t)}{x_1(t)} G_1(x_1(t)) u_{21}(t) \\ q_{12}^{out}(t) &= \frac{x_{12}(t)}{x_1(t)} G_1(x_1(t)) u_{12}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, 变量 $u_{12}(t)$ 和 $u_{21}(t)$ 表示周边控制输入, 在受控子区域和其周边区域的边界处引入, 以控制子区域之间的传输流。

将方程(2)和方程(3)代入上述车辆平衡方程, 可得到下方方程:

$$\begin{aligned} x_{11}(k+1) &= x_{11}(k) + q_{\xi 21}(k) T - \left[\frac{x_{11}(k)}{x_1(k)} G_1(x_1(k)) + \right. \\ &\quad \left. q_{11}(k) + \frac{x_{21}(k)}{x_1(k)} G_1(x_1(k)) u_{21}(k) - q_{\xi 21}(k) \right] T \\ x_{12}(k+1) &= x_{12}(k) - \left[\frac{x_{12}(k)}{x_1(k)} G_1(x_1(k)) u_{12}(k) + q_{\xi 12}(k) \right] T + \\ &\quad q_{\xi 12}(k) T \\ x_1(k+1) &= x_{11}(k) + x_{12}(k) + \eta(k) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, T 表示采样周期; $q_{11}(k)$ 表示子区 1 在时间 k 的内部交通需求; $q_{\xi 12}(k)$ 表示在时间 k 从子区 1 到子区 2 的控制流量; $q_{\xi 21}(k)$ 表示在时间 k 从子区 2 到子区 1 的控制流量。

现在引入状态矩阵 $\mathbf{x}(k+1)$, 控制输入 $\mathbf{u}(k)$ 和扰动向量 $\xi(k)$, 并定义非线性函数 $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$, 式(4)可以以非线性形式重写如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \xi(k) \\ \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) + \eta(k+1) \end{cases} \quad (5)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= [x_{11}(k+1) \quad x_{12}(k+1)]^T \\ \mathbf{u}(k) &= [u_{21}(k) \quad u_{12}(k)]^T \end{aligned}$$

$$\xi(k) = [q_{z21}(k)T \ q_{z12}(k)T]^T$$

$$C = [1 \ 1]$$

$$f(x, u) = [x_{11}(k) + \left[q_{11}(k) - \frac{x_{11}(k)}{x_1(k)} G_1(x_1(k)) \right] T +$$

$$q_{21}(k)u_{21}(k)T x_{12}(k) + q_{12}(k)T - \frac{x_{12}(k)}{x_1(k)}$$

$$G_1(x_1(k))u_{12}(k)T]$$

子区 1 和子区 2 之间的周边交叉路口的相位绿化时间不应过短, 需要考虑行人过街时间、信号周期和容量的约束, 所以相位绿化时间 $u_{1,2}(k)$ 必须设置在一个合理的范围内。

$$u_{1,2}^{\min}(k) \leq u_{1,2}(k) \leq u_{1,2}^{\max}(k) \quad (6)$$

其中, $u_{1,2}^{\min}$ 和 $u_{1,2}^{\max}$ 分别为对应于子区 1 到子区 2 的周边信号交叉口绿灯时间的最小值和最大值。

3 问题描述和基本假设

为了便于后续基于非线性交通流模型的交通子区迭代学习边界控制器的设计及分析, 这里做了以下基本假设:

假设 1 在整个迭代过程中, 重新初始化条件得到满足, 即:

$$x_n(0) = x_d(0), y_n(0) = y_d(0) \quad (7)$$

其中, n 为迭代次数, $x_d(0)$ 为期望状态的初始值, $y_d(0)$ 为期望输出初始值。

假设 2 对于第 1 章提出的非线性交通流模型, 方程(5)中的函数 $f(\cdot, \cdot)$ 在系统的整个控制区间 $[0, K]$ 内满足全局一致的 Lipschitz 条件, 即:

$$\|f(x_{n+1}(k), u_{n+1}(k)) - f(x_n(k), u_n(k))\| \leq b_{f_x} \|x_{n+1}(k) - x_n(k)\| + b_{f_u} \|u_{n+1}(k) - u_n(k)\| \quad (8)$$

其中, b_{f_x} 和 b_{f_u} 表示为 Lipschitz 常数。

假设 3 存在一个有界的控制输入 $u_d(k)$, 它能在有限的时间间隔 $[0, K]$ 内跟踪期望的轨迹 $y_d(k)$, 即:

$$\begin{cases} x_d(k+1) = f(x_d(k), u_d(k)) \\ y_d(k+1) = Cx_d(k+1) \end{cases} \quad (9)$$

假设 4 状态扰动 $\xi_n(k)$ 和输出噪声 $\eta_n(k)$ 是有界的, 其值分别为 b_ξ 和 b_η , 即:

$$\|\xi_n(k)\| \leq b_\xi, \|\eta_n(k)\| \leq b_\eta \quad (10)$$

要求系统状态的初始值与假设 1 中期望状态的初始值相同。在实践中, 当两者不同时, 可以通过文献[19]中提出的方法进行修正。假设 2 表明方程(5)的非线性城市宏观交通流模型在整个区间 $[0, K]$ 内是连续可微的, 因此它满足全局一致的 Lipschitz 条件, 而且对于实际的交通系统, 路网中的车辆数量 $x(k)$ 、控制输入 $u(k)$ 以及控制时间区间 $[0, K]$ 是有限的, 所以假设 2 是一个合理的假设。由于控制任务必须是可行的, 所以假设 3 是一个合理的假设。

在交通子区的开环 PD 型迭代学习控制中, 干扰类型的设定与文献[20]相同, 第 n 次迭代的跟随误差可表示为:

$$e_n(k) = y_d(k) - y_n(k) \quad (11)$$

子区边界信号交叉路口的迭代学习控制律构建如下:

$$u_{n+1}(k) = u_n(k) + \beta_1(e_n(k+1) - e_n(k)) + \beta_2 e_{n+1}(k) \quad (12)$$

其中, $u(k)$ 是控制输入矩阵; β_1 是迭代学习增益; β_2 是反馈控制增益。

4 迭代学习控制器设计

为了便于随后对迭代学习控制算法的收敛性进行分析,

定义证明中使用的离散时间向量函数 σ -范数如下:

$$\|h\|_\sigma = \|h(k)\| \left(\frac{1}{\sigma} \right)^k \quad (13)$$

为了使迭代学习控制获得的绿灯时间满足实际交通状况, 从式(12)中获得的控制输入应满足约束条件(6), 即: $u_n(k) \in [u_{\min}(k), u_{\max}(k)]$, 而且还要保证在控制输入 $u_n(t)$ 受到约束时, 迭代学习控制律仍然是收敛的。

引理 1

$$\|u_d(k) - \text{sat}[u_n(k)]\| \leq \|u_d(k) - u_n(k)\| \quad (14)$$

其中, $\text{sat}[u_n(t)]$ 是控制输入的饱和函数, 即:

$$\text{sat}[u_n(k)] = \begin{cases} u_{\min}(k), & u_n(k) \leq u_{\min}(k) \\ u_n(k), & u_{\min}(k) < u_n(k) < u_{\max}(k) \\ u_{\max}(k), & u_n(k) \geq u_{\max}(k) \end{cases} \quad (15)$$

详细证明过程参见文献[15]。

考虑输入约束时, 迭代学习控制律(12)应改为如下形式:

$$u_{n+1}(k) = \text{sat}[u_n(k)] + \beta_1(e_n(k+1) - e_n(k)) + \beta_2 e_{n+1}(k) \quad (16)$$

定理 1 如果非线性交通流模型(5)满足假设 1-4, 并且存在一个迭代学习增益 β_1 , 满足 $\|I - \beta_1 C f_u\| \leq \rho < 1$, 那么在控制律(16)作用下, 系统的跟踪误差在有限时间 $[0, K]$ 内经过若干次迭代后收敛到一个界内。

$$0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \|e_n\|_\sigma \leq \left(\frac{\epsilon b_x b_{f_x} + b_x b_\xi}{1 - \rho} \right) \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}} + b_\eta \quad (17)$$

其中, $a = \|A\|$, $b_a = \|B\|$, $\sigma > \max\{1, a, a + b_a b_{\beta_2}\}$,

$$\rho = \frac{\rho(\sigma - a) + b_a b_{\beta_2}(1 - (a/\sigma)^K)}{\sigma - a - b_a b_{\beta_2}(1 - (a/\sigma)^K)} > 0.$$

证明: 从非线性交通流模型(5)可以得出第 n 次迭代时的

系统状态方程如下:

$$\begin{cases} x_n(k+1) = f(x_n(k), \text{sat}[u_n(k)]) + \xi_n(k) \\ y_n(k+1) = Cx_n(k+1) + \eta_n(k+1) \end{cases} \quad (18)$$

根据假设 3 和式(18)可以得到系统的以下误差:

$$\begin{aligned} e_n(k+1) &= y_d(k+1) - y_n(k+1) \\ &= Cx_d(k+1) - Cx_n(k+1) - \eta_n(k+1) \\ &= C\delta x_n(k+1) - \eta_n(k+1) \end{aligned} \quad (19)$$

对式(19)的两边取范数, 并由假设 4 可得:

$$\|e_n(k+1)\| \leq \|C\| \|\delta x_n(k+1)\| + b_\eta \quad (20)$$

由假设 3 和式(18)可以推出:

$$\begin{aligned} \delta x_n(k+1) &= x_d(k+1) - x_n(k+1) \\ &= f(x_d(k), u_d(k)) - f(x_n(k), \text{sat}[u_n(k)]) - \xi_n(k) \end{aligned} \quad (21)$$

在式(21)的两边取范数, 并使用定理 1 和假设 4, 可得:

$$\begin{aligned} \|\delta x_n(k+1)\| &\leq \|f(x_d(k), u_d(k)) - f(x_n(k), \text{sat}[u_n(k)])\| - \|\xi_n(k)\| \\ &\leq b_{f_x} \|x_d(k) - x_n(k)\| + b_{f_u} \|u_d(k) - \text{sat}[u_n(k)]\| + b_\xi \\ &\leq b_{f_x} \|x_d(k) - x_n(k)\| + b_{f_u} \|u_d(k) - u_n(k)\| + b_\xi \\ &\leq b_{f_x} \|\delta x_n(k)\| + b_{f_u} \|\delta u_n(k)\| + b_\xi \end{aligned} \quad (22)$$

根据假设 1, 可以得到式(22)的递归形式如下:

$$\|\delta x_n(k+1)\| \leq \sum_{j=0}^{k-1} b_{f_x}^{k-j-1} (b_{f_u} \|\delta u_n(j)\| + b_\xi) \quad (23)$$

由式(12)、式(18)和式(19), 可推得:

$$\delta u_{n+1}(k) = u_d(k) - u_{n+1}(k)$$

$$\begin{aligned}
 &= \mathbf{u}_d(k) - \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)] - \beta_1(\mathbf{e}_n(k+1) - \mathbf{e}_n(k)) - \beta_2 \mathbf{e}_{n+1}(k) \\
 &= \mathbf{u}_d(k) - \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)] + \beta_1 \mathbf{e}_n(k) - \beta_2 \mathbf{e}_{n+1}(k) - \beta_1(\mathbf{C}\delta\mathbf{x}_n(k+1) - \boldsymbol{\eta}_n(k+1)) \\
 &= \mathbf{u}_d(k) - \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)] + \beta_1 \mathbf{e}_n(k) - \beta_2 \mathbf{e}_{n+1}(k) + \beta_1 \mathbf{C}\boldsymbol{\xi}_n(k) + \beta_1 \boldsymbol{\eta}_n(k+1) - \beta_1(\mathbf{C}\mathbf{f}(\mathbf{x}_d(k), \mathbf{u}_d(k)) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_n(k), \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)])) \\
 &= \mathbf{u}_d(k) - \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)] + \beta_1 \mathbf{C}\delta\mathbf{x}_n(k) - \beta_1 \boldsymbol{\eta}_n(k) - \beta_2 \mathbf{C}\delta\mathbf{x}_{n+1}(k) + \beta_2 \boldsymbol{\eta}_{n+1}(k) + \beta_1 \mathbf{C}\boldsymbol{\xi}_n(k) + \beta_1 \boldsymbol{\eta}_n(k+1) - \beta_1 \mathbf{C}\boldsymbol{\xi}_x(\mathbf{x}_d(k) - \mathbf{x}_n(k)) + f_u(\mathbf{u}_d(k) - \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)]) \\
 &= (\mathbf{I} - \beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_u)(\mathbf{u}_d(k) - \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)]) - \beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_x \delta\mathbf{x}_n(k) + \beta_1 \mathbf{C}\boldsymbol{\xi}_n(k) + \beta_1 \boldsymbol{\eta}_n(k+1) + \beta_1 \mathbf{C}\delta\mathbf{x}_n(k) - \beta_1 \boldsymbol{\eta}_n(k) - \beta_2 \mathbf{C}\delta\mathbf{x}_{n+1}(k) + \beta_2 \boldsymbol{\eta}_{n+1}(k) \quad (24)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\mathbf{f}_x = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_n(k), \mathbf{u}_n(k))}{\partial \mathbf{x}_n(k)}$$

$$\mathbf{f}_u = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_n(k), \mathbf{u}_n(k))}{\partial \mathbf{u}_n(k)}$$

式(24)两边取范数,并根据定理1和假设4,可得到:

$$\begin{aligned}
 &\|\delta\mathbf{u}_{n+1}(k)\| \\
 &\leq \|\mathbf{I} - \beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_u\| \|\mathbf{u}_d(k) - \text{sat}[\mathbf{u}_n(k)]\| + \|\beta_1\| \|\boldsymbol{\eta}_n(k+1)\| + \|\beta_1\| \|\boldsymbol{\eta}_n(k)\| + \|\beta_2\| \|\boldsymbol{\eta}_{n+1}(k)\| + \|\beta_1 \mathbf{C}\| \|\boldsymbol{\xi}_n(k)\| + (\|\beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_x\| + \|\beta_1 \mathbf{C}\|) \|\delta\mathbf{x}_n(k)\| + \|\beta_2 \mathbf{C}\| \|\delta\mathbf{x}_{n+1}(k)\| \\
 &\leq \|\mathbf{I} - \beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_u\| \|\mathbf{u}_d(k) - \mathbf{u}_n(k)\| + (\|\beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_x\| + \|\beta_1 \mathbf{C}\|) \|\delta\mathbf{x}_n(k)\| + \|\beta_2\| b_\gamma + \|\beta_2 \mathbf{C}\| \|\delta\mathbf{x}_{n+1}(k)\| + 2\|\beta_1\| b_\gamma + \|\beta_1 \mathbf{C}\| b_\xi \\
 &\leq \|\mathbf{I} - \beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_u\| \|\delta\mathbf{u}_n(k)\| + \|\beta_2\| b_\gamma + (\|\beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_x\| + \|\beta_1 \mathbf{C}\|) \|\delta\mathbf{x}_n(k)\| + \|\beta_2 \mathbf{C}\| \|\delta\mathbf{x}_{n+1}(k)\| + 2\|\beta_1\| b_\gamma + \|\beta_1 \mathbf{C}\| b_\xi \quad (25)
 \end{aligned}$$

令: $b_{\beta f_x} = \|\beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_x\| + \|\beta_1 \mathbf{C}\|$, $b_{\beta_1} = \|\beta_1 \mathbf{C}\|$, $b_{\beta_2} = \|\beta_2 \mathbf{C}\|$, $b_1 = \|\beta_1\|$, $b_2 = \|\beta_2\|$

则:

$$\begin{aligned}
 &\|\delta\mathbf{u}_{n+1}(k)\| \\
 &\leq \|\mathbf{I} - \beta_1 \mathbf{C}\mathbf{f}_u\| \|\delta\mathbf{u}_n(k)\| + b_1 b_\gamma + b_2 b_\gamma + b_{\beta_1} b_\xi + 2b_1 b_\gamma + b_{\beta f_x} \|\delta\mathbf{x}_n(k)\| + b_{\beta_2} \|\delta\mathbf{x}_{n+1}(k)\| \\
 &\leq \rho \|\delta\mathbf{u}_n(k)\| + b_{\beta_1} b_\xi + (2b_1 + b_2) b_\gamma + b_{\beta f_x} \sum_{j=0}^{k-1} b_{f_x}^{k-j-1} (b_{f_u} \|\delta\mathbf{u}_n(j)\| + b_\xi) + b_{\beta_2} \sum_{j=0}^{k-1} b_{f_x}^{k-j-1} (b_{f_u} \|\delta\mathbf{u}_{n+1}(j)\| + b_\xi) \quad (26)
 \end{aligned}$$

将式(26)两边同时乘以 $(1/\sigma)^k$, 有:

$$\begin{aligned}
 &\|\delta\mathbf{u}_{n+1}(k)\| \left(\frac{1}{\sigma}\right)^k \leq \rho \|\delta\mathbf{u}_n(k)\| \left(\frac{1}{\sigma}\right)^k + \left(\frac{b_{\beta f_x}}{\sigma}\right) \sum_{j=0}^{k-1} \left(\frac{b_{f_x}}{\sigma}\right)^{k-j-1} (b_{f_u} \|\delta\mathbf{u}_n(j)\| \left(\frac{1}{\sigma}\right)^j + b_\xi \left(\frac{1}{\sigma}\right)^j) + \left(\frac{b_{\beta_2}}{\sigma}\right) \sum_{j=0}^{k-1} \left(\frac{b_{f_x}}{\sigma}\right)^{k-j-1} (b_{f_u} \|\delta\mathbf{u}_{n+1}(j)\| \left(\frac{1}{\sigma}\right)^j + b_\xi \left(\frac{1}{\sigma}\right)^j) + \left(\frac{1}{\sigma}\right)^k (b_{\beta_1} b_\xi + (2b_1 + b_2) b_\gamma) \quad (27)
 \end{aligned}$$

令 $\sigma > \max\{1, b_{f_x}\}$, 则由式(27)可得:

$$\begin{aligned}
 &\|\delta\mathbf{u}_{n+1}\|_\sigma \\
 &\leq \rho \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma + b_{\beta_1} b_\xi + (2b_1 + b_2) b_\gamma +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\left(\frac{b_{\beta f_x}}{\sigma}\right) \left(b_{f_u} \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma + b_\xi\right) \sum_{j=0}^{k-1} \left(\frac{b_{f_x}}{\sigma}\right)^{k-j-1} + \left(\frac{b_{\beta_2}}{\sigma}\right) \left(b_{f_u} \|\delta\mathbf{u}_{n+1}\|_\sigma + b_\xi\right) \sum_{j=0}^{k-1} \left(\frac{b_{f_x}}{\sigma}\right)^{k-j-1} \\
 &\leq b_{f_u} b_{\beta_2} \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}} \|\delta\mathbf{u}_{n+1}\|_\sigma + \left(\rho + b_{\beta f_x} b_{f_u} \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}}\right) \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma + b_\xi \left(\frac{(b_{\beta f_x} + b_{\beta_2}) [1 - (b_{f_x}/\sigma)^K]}{\sigma - b_{f_x}} + b_{\beta_1}\right) + (2b_1 + b_2) b_\gamma \quad (28)
 \end{aligned}$$

进一步,由式(28)可推出

$$\begin{aligned}
 &\left(1 - b_{f_u} b_{\beta_2} \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}}\right) \|\delta\mathbf{u}_{n+1}\|_\sigma \\
 &\leq \left(\rho + b_{\beta f_x} b_{f_u} \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}}\right) \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma + b_\xi \left(\frac{(b_{\beta f_x} + b_{\beta_2}) [1 - (b_{f_x}/\sigma)^K]}{\sigma - b_{f_x}} + b_{\beta_1}\right) + (2b_1 + b_2) b_\gamma \quad (29)
 \end{aligned}$$

令 $\sigma > \max\{1, b_{f_x}, b_{f_u} + b_{f_u} b_{\beta_2}\}$, 由式(29)可得:

$$\|\delta\mathbf{u}_{n+1}\|_\sigma \leq \rho \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma + \varepsilon \quad (30)$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \rho &= \frac{\rho(\sigma - b_{f_x}) + b_{f_u} b_{\beta f_x} (1 - (b_{f_x}/\sigma)^K)}{\sigma - b_{f_x} - b_{f_u} b_{\beta_2} (1 - (b_{f_x}/\sigma)^K)} > 0 \\
 \varepsilon &= \left(b_\xi \left(\frac{(b_{\beta f_x} + b_{\beta_2}) [1 - (b_{f_x}/\sigma)^K]}{\sigma - b_{f_x}} + b_{\beta_1}\right) + (2b_1 + b_2) b_\gamma\right) \times \frac{\sigma - b_{f_x}}{\sigma - b_{f_x} - b_{f_u} b_{\beta_2} (1 - (b_{f_x}/\sigma)^K)}
 \end{aligned}$$

由式(30)可进一步得出:

$$\begin{aligned}
 &\|\delta\mathbf{u}_{n+1}\|_\sigma \leq \rho^n \|\delta\mathbf{u}_1\|_\sigma + \varepsilon \sum_{j=0}^{n-1} \rho^j = \rho^n \|\delta\mathbf{u}_1\|_\sigma + \frac{\varepsilon(1 - \rho^n)}{1 - \rho} \quad (31)
 \end{aligned}$$

选择 σ 使得 $\rho < 1$, 则有:

$$0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma \leq \frac{\varepsilon}{1 - \rho} \quad (32)$$

式(22)两边同时乘以 $(1/\sigma)^k$, 有:

$$\begin{aligned}
 &\|\delta\mathbf{x}_n(k+1)\| \left(\frac{1}{\sigma}\right)^k \leq \left(\frac{1}{\sigma}\right)^k \sum_{j=0}^{k-1} \left(\frac{b_{f_x}}{\sigma}\right)^{k-j-1} (b_{f_u} \|\delta\mathbf{u}_n(j)\| \left(\frac{1}{\sigma}\right)^j + b_\xi \left(\frac{1}{\sigma}\right)^j) \quad (33)
 \end{aligned}$$

令 $\sigma > \max\{1, b_{f_x}, b_{f_u} + b_{f_u} b_{\beta_2}\}$, 由式(33)可得:

$$\begin{aligned}
 &\|\delta\mathbf{x}_n\|_\sigma \leq (b_{f_u} \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma + b_\xi) \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}} \\
 &= b_{f_u} \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}} \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma + b_\xi \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}} \quad (34)
 \end{aligned}$$

式(20)两边同时乘以 $(1/\sigma)^k$, 有:

$$\begin{aligned}
 &\|\mathbf{e}_n(k+1)\|_\sigma \\
 &\leq \|\mathbf{C}\| \|\delta\mathbf{x}_n(k+1)\|_\sigma + b_\gamma \\
 &\leq b_{f_u} \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}} \|\delta\mathbf{u}_n\|_\sigma + b_\xi \frac{1 - (b_{f_x}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_x}} + b_\gamma \quad (35)
 \end{aligned}$$

将式(32)代入式(35),并对 $\|e_n\|_\sigma$ 取极限,有:

$$0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \|e_n\|_\sigma \leq \left(\frac{\epsilon b_c b_{f_n} + b_c b_\xi}{1 - \frac{1}{\rho}} + b_c b_\xi \right) \frac{1 - (b_{f_c}/\sigma)^K}{\sigma - b_{f_c}} + b_\eta \quad (36)$$

从上述证明过程可以看出,当系统的状态扰动和输出扰动都是有界的,则在控制律(16)的作用下,系统的跟踪误差 $e_n(k)$ 经过几次迭代学习控制后收敛到一个界内。

5 仿真研究

5.1 仿真路网与参数设置

图3是根据义乌市实际区域路网在VISSIM仿真平台上构建的路网模型。该区域路网由23个交叉口和54条双向车道组成,包括14个边界交叉口和19条外部道路,各路段包含的车道数如表1所列,每条车道宽度为3.75m。以义乌市交管中心数据采集系统采集的数据作为输入,模拟该地区平峰和高峰时段的交通流量,每半小时增加一次交通需求,模拟平峰时段的变化。文献[20]在本文中定义了低和高两个干扰等级。

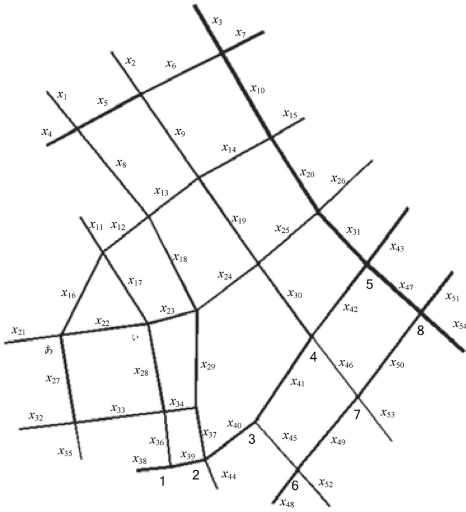


图3 实验路网

Fig. 3 Experimental road network

表1 各路段车道数

车道数	路段编号
双向4车道	$x_1, x_2, x_4, x_9, x_{11}, x_{19}, x_{21}, x_{30}, x_{32}$ $x_{37}, x_{44}, x_{46}, x_{52}, x_{53}$
双向6车道	$x_{38}, x_{43}, x_{48}, x_{51}$
双向8车道	$x_3, x_{10}, x_{20}, x_{31}, x_{47}, x_{54}$

采用模型预测控制策略进行了比较模拟实验,控制方案设置如下:

根据式(5)建立的宏观交通流模型在预测时域 N_p 中得到了系统的预测值:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}(k) &= [\hat{y}(k+1|k) \ \hat{y}(k+2|k) \ \cdots \ \hat{y}(k+N_p|k)]^T \\ \hat{\mathbf{x}}(k) &= [\hat{x}(k|k) \ \hat{x}(k+1|k) \ \cdots \ \hat{x}(k+N_p-1|k)]^T \quad (37) \\ \mathbf{u}(k) &= [u(k) \ u(k+1) \ \cdots \ u(k+N_p-1)]^T \end{aligned}$$

其中,上三角符号 $\hat{\cdot}$ 表示预测值。模型预测控制的目标,函数如下:

$$\min_{\mathbf{u}(k)} \sum_{k=0}^{N_p-1} (\|\hat{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{y}_d(k)\|^2 + \|\Delta \mathbf{u}(k)\|^2) \quad (38)$$

其中,式(38)受制于以下约束:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= f(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \xi(k) \\ \mathbf{y}(k+1) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) + \boldsymbol{\eta}(k+1) \\ \Delta \mathbf{u}(k) &= \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}_{\min} &\leq \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_{\max} \\ 0 &\leq \mathbf{y}(k) \leq \mathbf{y}_{jam} \end{aligned}$$

其中, $\forall k \in \{0, \dots, N_p - 1\}$ 。

具体仿真参数设置如下:路网边界交叉口初始相位为两相位,信号周期为120s,与路网中检测器的采样间隔一致;每次仿真持续时间为2h;学习过程迭代40次;不同路段之间的转弯率左:直:右为1:3:1。在实施边界控制时,ILC后的绿灯时间要满足信号灯持续时间的约束,信号灯周期对应的边界信号交叉口的绿灯时间取值范围为[30s, 90s]。根据定理1的收敛条件 $\|\mathbf{I} - \boldsymbol{\beta}_1 \mathbf{C}\mathbf{B}\| < 1$,迭代增益矩阵 $\boldsymbol{\beta}_1$ 可由 $\boldsymbol{\beta}_1 = (\mathbf{C}\mathbf{B})^{-1}$ 计算得到;其他仿真参数使用VISSIM的默认值。

5.2 仿真结果分析

根据VISSIM仿真实验结果,绘制累计车辆数与行程完成流量的关系曲线,得到该区域在不同扰动程度下的MFD曲线如图4所示。因此从拟合曲线和临界累计车辆数可以得出,在路网尚未进入饱和状态时,低、高扰动的目标曲线斜率分别取为1.04和0.86。图5给出了不同扰动程度下迭代学习边界控制方法每次迭代的最大误差车辆数随迭代次数的变化情况。可以看出,由于路网扰动的存在,误差曲线并没有出现平滑下降的误差波动现象,而且随着扰动程度的增加,迭代学习收敛速度变慢,但从整体来看误差车辆数都呈现收敛趋势。

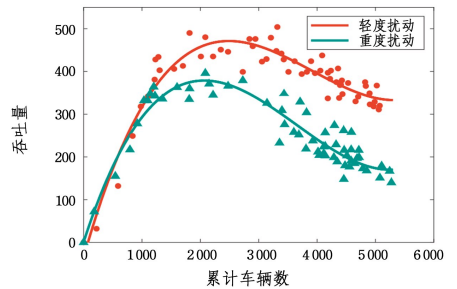


图4 不同程度扰动下的MFD拟合曲线

Fig. 4 MFD fitting curves with different levels of perturbation

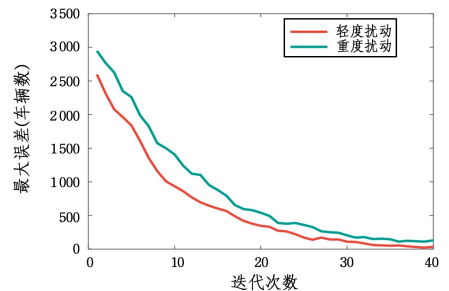


图5 不同程度扰动下迭代的最大误差

Fig. 5 Maximum error of iterations with different levels of perturbation

图6—图8为模型预测控制和迭代学习控制两种控制方案在重度扰动下路网性能的对比结果。从图中可以

看出,在网络未饱和时,迭代学习控制方案与模型预测控制方案的性能指标差异不大,而在网络饱和后,迭代学习控制方案下的网络整体车辆排队长度小于模型预测控制方案。此外,迭代学习控制方案下的路网平均速度曲线波动小于模型预测控制方案下的速度曲线,说明路网中的车辆速度相对平稳。

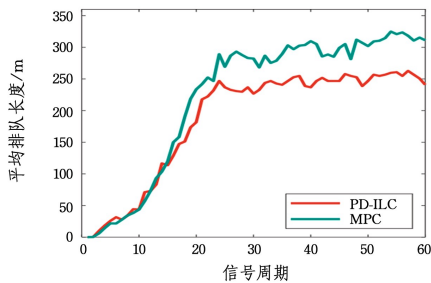


图6 重度扰动下车辆的平均排队长度

Fig. 6 Average queue length of vehicles with heavy disturbances

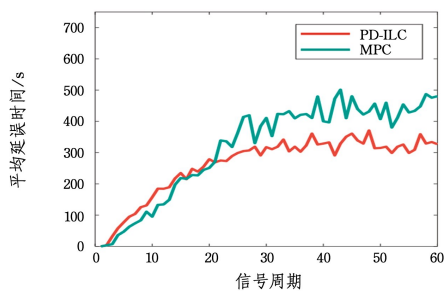


图7 重度扰动下车辆的平均延误时间

Fig. 7 Average delay time of vehicles with heavy disturbances

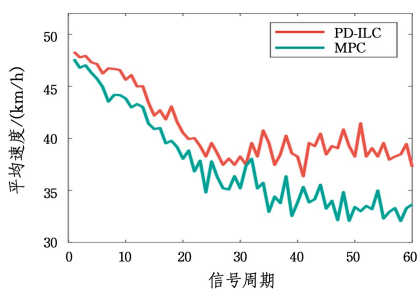


图8 重度扰动下车辆的平均速度

Fig. 8 Average speed of vehicles with heavy disturbance

上述仿真结果表明,无论是迭代学习边界控制还是模型预测边界控制,都能有效提升路网的性能,改善路网的大规模拥堵状况。由于交通流的非线性和复杂性,用宏观交通流模型很难准确预测交通流,导致模型预测边界控制方案的控制效果不佳。因此,在考虑实际交通流的非线性特征时,本文提出的边界控制方法可以使饱和路网的累计车辆数在经过几次迭代学习控制后收敛到临界值,从而减少交通拥堵,提高路网的运行效率,并通过对比仿真实验进一步验证了迭代学习控制策略在交通子区边界控制中的有效性。

结束语 本文结合城市交通流运行的非线性特征,建立了面向控制的城市宏观交通流非线性模型,使交通流模型与实际交通流运行更加一致,并根据宏观交通流的运行特征设计了城市交通子区域的迭代学习边界控制策略,同时给出了相应的收敛性证明,最后设计了迭代学习的目标曲线,并利用

VISSIM-MATLAB联合仿真平台进行了仿真实验对比。仿真结果表明,迭代学习的周边控制方案能够更好地适应路网中交通流的变化,缓解路网的拥堵,从而提高路网的运行效率。

参考文献

- [1] YU Z, NING N W, ZHENG Y L, et al. Review of Intelligent Traffic Signal Control Strategies Driven by Deep Reinforcement Learning [J]. *Computer Science*, 2023, 50(4): 159-171.
- [2] OU Y Z, ZHOU S Y, LV Y, et al. DRL-based Vehicle Control Strategy for Signal-free Intersections [J]. *Computer Science*, 2022, 49(3): 46-51.
- [3] SUN H, CHEN C L, LIU Q, et al. Traffic Signal Control Method Based on Deep Reinforcement Learning [J]. *Computer Science*, 2020, 47(2): 169-174.
- [4] HADDAD J, ZHENG Z F. Adaptive perimeter control for multi-region accumulation-based models with state delays [J]. *Transportation Research Part B*, 2020, 137(7): 133-153.
- [5] HADDAD J, SHRAIBER A. Robust perimeter control design for an urban region [J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2014, 68: 315-332.
- [6] KEYVAN-EKBATAN I, PAPAGEORGIU M, KNOOP V L. Controller design for gating traffic control in presence of time-delay in urban road networks [J]. *Transportation Research Procedia*, 2015, 59(10): 308-322.
- [7] HADDAD J. Optimal perimeter control synthesis for two urban regions with aggregate boundary queue dynamics [J]. *Transportation Research Part B*, 2015, 96(13): 1-25.
- [8] HAJIAHMADI M, HADDAD J, SCHUTTER B D, et al. Optimal hybrid perimeter and switching plans control for urban traffic networks [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2015, 23(2): 464-478.
- [9] ZHONG R X, CHEN C, HUANG Y P, et al. Robust perimeter control for two urban regions with macroscopic fundamental diagrams: a control-Lyapunov function approach [J]. *Transportation Research Procedia*, 2017, 23(9): 922-941.
- [10] HADDAD J. Optimal coupled and decoupled perimeter control in one-region cities [J]. *Control Engineering Practice*, 2017, 61(10): 134-148.
- [11] DING H, ZHANG Y, ZHENG X, et al. Hybrid perimeter control for two-region urban cities with different states [J]. *Control Systems Technology, IEEE Transactions*, 2018, 26(6): 2049-2062.
- [12] HADDAD J, ZHENG Z. Adaptive perimeter control for multi-region accumulation-based models with state delays [J]. *Transportation Research Part B*, 2018, 137(6): 1-21.
- [13] HOU Z S, XU J X. Freeway traffic density control using iterative learning control approach [C] // *IEEE The IEEE 6th International Conference on Intelligent Transportation Systems*. Shanghai: IEEE Press; 2003: 1081-1086.
- [14] HOU Z S, XU J X, YAN J W. An iterative learning approach for density control of freeway traffic flow via ramp metering [J]. *Transportation Research Part C*, 2008, 16(1): 71-97.
- [15] HOU Z, XU X, YAN J, et al. A complementary modularized

ramp metering approach based on iterative learning control and ALINEA[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2011, 12(4): 1305-1318.

[16] YAN F, TIAN F L, SHI Z K, et al. Iterative learning approach for traffic signal control of urban road networks[J]. IET Control Theory and Applications, 2017, 11(4): 466-475.

[17] YAN F, TIAN F L, SHI Z K. An extended signal control strategy for urban network traffic flow[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2016, 445: 117-127.

[18] DING Y, JIN S, YIN C, et al. ILC based perimeter control for an urban traffic network[C]// 2016 14th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision(ICARCV). IEEE, 2016: 1-6.

[19] SU X, HUANG C, WANG W, et al. Iterative learning control

with initial rectifying for nonlinear robotic system[C]// 2017 11th Asian Control Conference (ASCC). IEEE, 2017: 1543-1547.

[20] YAN F, WANG K, SHI Z K. Iterative learning perimeter control method for traffic sub-region considering disturbances[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2021, 578(1): 126104.



WANG Xiaolong, born in 1984, master, senior engineer. His main research interests is intelligent traffic control.