

分布式星群下虚拟 MIMO 相关信道容量分析

杨 欢 何元智

(中国人民解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

摘 要 为研究分布式星群构建的虚拟 MIMO 的相关信道容量,建立了相关信道下的 MIMO 信道容量模型,提出从相关矩阵特征值分解和建立指数参数模型两方面分别分析虚拟 MIMO 在相关信道下的信道容量,仿真结果表明,在相关信道下,分布式星群构建的虚拟 MIMO 系统能够提升信道容量,但在相关信道下的信道容量会随信道相关性的增强而减弱。

关键词 分布式星群,虚拟 MIMO,信道容量,相关性

中图法分类号 TN927.23 文献标识码 A

Correlated Channel Capacity of Virtual MIMO Based on Distributed Satellites

YANG Huan HE Yuan-zhi

(The Institute of Communication Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract In order to study the correlated channel capacity of virtual MIMO system constructed by multi-antenna of disputed satellites, a MIMO capacity model under correlated fading channel was proposed. We analyzed the correlated fading channel capacity of virtual MIMO by decomposing eigenvalue of correlated matrix and modeling correlative coefficient using exponent model. The simulation shows that the virtual MIMO constructed by disputed satellites can promote capacity of the channel while the correlated channel capacity will recede with enhancing the channel correlation.

Keywords Disputed satellites cluster, Virtual MIMO, Channel capacity, Correlation

1 引言

分布式星群网络利用多颗在轨的卫星组成星群网络,卫星之间协同工作来提升空间通信传输和覆盖等能力,可以有效解决目前我国通信卫星所面临的轨位稀少、频谱资源紧缺以及单星有效载荷受限等问题。利用分布式星群中多副卫星天线以及地面站点的天线,可以构建虚拟的 MIMO 系统,结合适当的编码技术可以有效提高分布式星群的通信传输能力。一方面,采用信号空间分集技术在多个信道中传输相同的信息然后在接收端进行合并,可以大大减小衰落产生的影响,提高信息传输的可靠性;另一方面,采用空间复用技术在多个并行信道中同时传输不同的信息,可以有效提高数据的传输速率^[1]。因此利用分布式星群组建虚拟 MIMO 系统具有很好的应用前景。独立的瑞利衰落信道下, MIMO 信道容量随天线数量增加而线性增加^[2,3,5],因而 MIMO 研究中,通常假设信道之间是完全独立、各不相关的,实际环境中的 MIMO 信道却往往存在相关。文献^[4,8]指出存在相关条件下增加收发天线数量仍然可以获得相应的增益。文献^[6,7]对大时延的卫星信道相关性作了相应的研究。现有文献中,对分布式星群中构建虚拟 MIMO,研究相关信道的信道容量的文献还比较少。因此,研究分布式星群在相关信道下的虚拟 MIMO 信道容量对实现卫星虚拟 MIMO 传输有积极的意义。

分布式星群中,利用若干在轨卫星和地面多副接收天线组成虚拟 MIMO 系统,由于散射体不够丰富,地面天线间距

较小等因素,虚拟 MIMO 系统天线之间的衰落会是准相关的。本文通过对分布式星群构建的虚拟 MIMO 系统的信道相关性进行分析,得出收发两端存在相关的条件下,信道容量会随收发两端天线数量的增加而增加,但是增加的幅度小于子信道完全独立的 MIMO 信道的结论。

2 相关信道模型分析

2.1 分布式星群虚拟 MIMO 模型和信道相关性建模

我们构建一个多颗卫星和多个地面站点的分布式星群虚拟 MIMO 系统,如图 1 所示。发射端配置的多副天线将发送信号进行 MIMO 发送处理,经由上行链路发送至星群,星群转发器采用再生处理转发的方式向接收站点发送信号,地面接收天线完成 MIMO 的接收处理。由于星上采用再生处理转发,系统的上行和下行可以视为 2 个不同的点对点通信链路,具有不同的信道容量。整个系统的容量由其中较小的信道容量所决定,上下行的容量优化可以独立分别考虑。对于一个点对点的 MIMO 系统,用离散时间描述的复基带线性系统模型为: $y = Hx + n$, H 表示信道矩阵, n 为白噪声矩阵。

对于分布式星群构建的虚拟 MIMO 系统而言,信道之间不是完全不相关也不是完全相关的,通常情况信道的相关性的决定因素包括天线的物理参数、天线间距、空间散射体的分布等。目前使用最为广泛的是 Kronecker 相关模型^[9]。为使信道模型相对简单,认为 MIMO 子信道相关性在发射端和接收端是可以相互分离的,在 Kronecker 相关模型中有如下假

本文受国家自然科学基金重点项目(61231011)资助。

杨 欢(1989—),男,硕士生,主要研究方向为卫星通信。

设:1)发射端相邻两根天线 p 和 q 到接收端同一天线之间的相关性为 Ψ_{pq}^T , 并且和接收端的天线无关。 Ψ^T 表示发射端天线相关矩阵。2)同一发射天线到接收端相邻的两根天线 j 和 k 之间的相关性为 Ψ_{jk}^R 并且与发射端的天线无关, Ψ^R 表示接收端的天线相关矩阵。3)两个确定收发天线对之间的相关性是发射端和接收端相关性的乘积, 用公式表达为 $E[H_{pj}H_{qk}^*] = \Psi_{pq}^T \cdot \Psi_{jk}^R$, 其中, H_{pj} 和 H_{qk} 是子信道的信道矩阵。

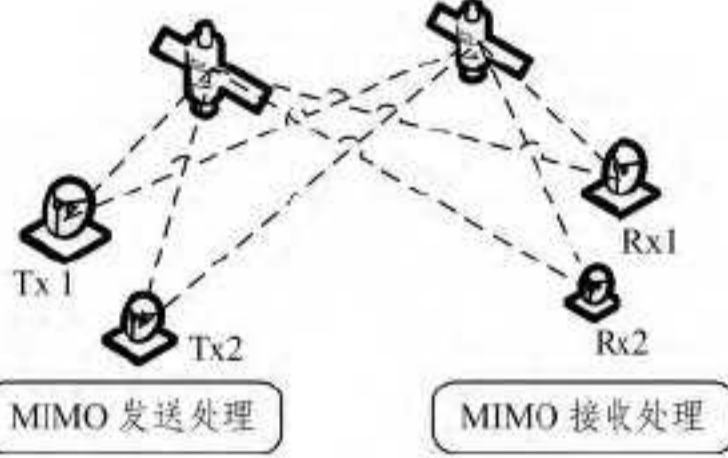


图1 分布式星群构建虚拟 MIMO 示意图

2.2 指数参数模型信道容量分析

在前述中可知, 分布式星群构建的虚拟 MIMO 系统当中, 如果一个发射端 m 根天线, 接收端 n 根天线的模型, 传输信道为瑞利衰落信道, 则接收信号模型为: $y = Hx + n$, 系统的容量公式^[10]为:

$$C = \log_2 \det(I_m + \frac{SNR}{m} HH^H) \text{ bit/s/Hz} \quad (1)$$

其中, I_m 为 m 阶矩阵, H^H 是对信道矩阵求共轭转置。假设所有接收机等功率接收, 对于矩阵 H 的元素 h_{ij} 令 $\sigma_i = \sum_j |h_{ij}|^2 = 1$, $\Phi = HH^H$, 则式(1)可以写为:

$$C = \log_2 \det(I_m + \frac{SNR}{m} \Phi) \text{ bit/s/Hz} \quad (2)$$

对于任意 Φ 的元素, 有

$$\varphi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_i \sigma_j}} \sum_k h_{ik} h_{jk}^* = \sum_k h_{ik} h_{jk}^*$$

其中, “*”表示复共轭, 式中第二个等号由接收机等功率接收而来。对于式(2)中的行列式部分, 令 Z 来表示, 经过恒等变换可以能够得到

$$\det(Z) = (I_m + \frac{SNR}{m})^m \Delta_m$$

$$\Delta_m = \det \begin{bmatrix} 1 & \beta\varphi_{12} & \beta\varphi_{13} & \cdots & \beta\varphi_{1m} \\ \beta\varphi_{21}^* & 1 & \beta\varphi_{23} & \cdots & \beta\varphi_{2m} \\ \beta\varphi_{31}^* & \beta\varphi_{32}^* & 1 & \cdots & \beta\varphi_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta\varphi_{m1}^* & \beta\varphi_{m2}^* & \beta\varphi_{m3}^* & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中

$$\beta = \frac{SNR}{m} (1 + \frac{SNR}{m})^{-1}$$

于是, 虚拟 MIMO 系统的容量写成,

$$C = m \log_2 (1 + \frac{SNR}{m}) + \log_2 \Delta_m \quad (4)$$

从上式中可以看出, 信道容量的第一部分表示 m 条完全独立的平行子信道的容量, 第二部分表示信道相关性对系统产生的影响。值得注意的是, 第二部分应该是负值, 因为对于行列式 Δ_m 有 $0 \leq \Delta_m < 1$, 这也从侧面解释了信道之间的相关性会减小信道的容量大小。在高信噪比 ($SNR \gg 1$) 条件下, 行列式 Δ_m 只与相关矩阵有关, 并且可以证明是格拉姆矩阵^[11], 首先从天线相关性上对 Δ_m 进行分析。采用一种基于指数的相关系数模型^[12], 即对于矩阵 Φ 中的元素有:

$$\varphi_{ij} = \begin{cases} \varphi^{j-i}, & i \leq j \\ \varphi_{ji}^*, & i > j \end{cases}, \varphi \leq 1 \quad (5)$$

参数 φ 表示相邻接收天线分支之间的相关系数。将上式代入 Δ_m , 得到:

$$\Delta_m = \det \begin{bmatrix} 1 - \beta|\varphi|^2 & (\beta-1)\varphi & 0 & \cdots & 0 \\ \beta\varphi^*(1-|\varphi|^2) & 1 - \beta|\varphi|^2 & (\beta-1)\varphi & \cdots & 0 \\ \beta\varphi^{*2}(1-|\varphi|^2) & \beta\varphi^*(1-|\varphi|^2) & 1 - \beta|\varphi|^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta\varphi^{*m-1} & \beta\varphi^{*m-2} & \beta\varphi^{*m-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

对于 Δ_m , 直接求解其解析式十分困难, 考虑到分布式星群构建虚拟 MIMO 的信道环境, 在 $1 - \beta \rightarrow 0$ 和信噪比 SNR 较高的条件下重新计算上式, 那么 Δ_m 就近似一个下三角阵, 行列式的值就只和主对角线的元素有关, 于是得到:

$$\Delta_m \approx (1 - \beta|\varphi|^2)^{m-1}$$

$$C = m \log_2 (1 + \frac{SNR}{m} (1 - |\varphi|^2)) + \log_2 (\frac{1 + \frac{SNR}{m}}{1 + \frac{SNR}{m} (1 - |\varphi|^2)}) \quad (6)$$

考虑到 $m \geq 1$ 和 $\varphi < 1$, 于是有 $\log_2 (\frac{1 + \frac{SNR}{m}}{1 + \frac{SNR}{m} (1 - |\varphi|^2)})$

≈ 0 即:

$$C \approx m \log_2 (1 + \frac{SNR}{m} (1 - |\varphi|^2)) \quad (7)$$

2.3 矩阵分解的信道容量分析

从统计角度考虑, 相关信道 H 可以表示为: $H = R_R^{1/2} H_w R_T^{1/2}$, 其中 R_T 和 R_R 是发射和接收两端的相关矩阵, H_w 的各个元素是独立同分布的高斯矩阵, $A^{1/2}$ 是对半正定矩阵 A 开平方运算。由于 $H = R_R^{1/2} H_w R_T^{1/2}$, 于是 $HH^H = R_R^{1/2} H_w R_T H_w^H R_R^{1/2}$, H_w 的元素服从高斯分布, 那么对于任意的酉矩阵 U, UH_w 和 $H_w U$ 与 H_w 具有同样的分布。对收发两端的相关矩阵作特征值分解有: $R_R = U D_R U^H$, $R_T = V D_T V^H$, 其中 U 和 V 均为酉矩阵, D_R 和 D_T 同为对角阵, 那么可以得到 $R_R H_w R_T H_w^H$ 和 $D_R H_w D_T H_w^H$ 具有同样的特征值分布, 因此对于信道容量可以得出:

$$C = \log_2 \det(I_m + \frac{SNR}{m} D_R H_w D_T H_w^H) \quad (8)$$

对于式(8), 利用不等式关系, 可以得出 $C > \log_2 \det(\frac{SNR}{m} D_R H_w D_T H_w^H)$, 当信噪比较高时, 不等式右边部分是信道容量的紧致下界。如果对角阵 D_R 和 D_T 的秩相等, 即 $\text{rank}(D_R) = \text{rank}(D_T) = \kappa$, 那么对不等式右边部分进行分解如下:

$$\log_2 \det(\frac{SNR}{m} D_R H_w D_T H_w^H) = \log_2 \det(D_R) + \log_2 \det(D_T) + \log_2 \det(\frac{SNR}{m} H_w H_w^H) \quad (9)$$

对于 D_T , 由于 $\text{tr}(D_T) = m$, 因此 $\det(D_T) \leq 1$, 同理 $\det(D_R) \leq 1$ 。信道的相关性越强, 对应的信道两端相关矩阵的最大特征值和最小非零特征值之间的比值就越大, 从而 $\det(D_T)$ 和 $\det(D_R)$ 就越小, 同时 $\log_2 \det(\frac{SNR}{m} H_w H_w^H)$ 比 $m \times m$ 的独立同分布的信道容量的下界小, 减小的这部分是由信

道矩阵的秩减小带来的,可等效为收发两端天线数目的减少。另外一个造成信道容量损失的原因是收发两端的相关性带来的衰落,即 $\log \det(D_T)$ 和 $\log \det(D_R)$ 造成的损失。对于分布式星群构建的虚拟 MIMO 系统而言,星群的间隔较大,在空间上认为发射端天线是不相关的,于是虚拟 MIMO 的信道容量公式为:

$$C = \log_2 \det\left(\frac{\text{SNR}}{m} H_w H_w^H\right) + \log_2 \det(D_R) \quad (10)$$

3 仿真分析

针对分布式星群下利用多天线组建的虚拟 MIMO 系统,仿真了在不同情境下的信道容量,为使结果准确,统一起见,所有的仿真收发天线数目均设为 4。具体参数为:采用同步轨道上的分布式卫星,星群每颗卫星配置一副天线,卫星之间间距为 100km,卫星天线直径为 0.9m,功率为 40dBi,采用地面固定接收,接收站天线直径为 8m,功率为 60dBi,调制方式为 QPSK。首先仿真比较了在完全独立信道和相关信道下的信道容量,如图 2 所示。对于相关信道,分别采用相关矩阵特征值分解和指数参数模型,可以看出:1)两种计算模型都反映出了在相关信道下虚拟 MIMO 信道容量的减小,减小的信道容量在 4.1bps/Hz 左右;2)在信噪比较高的情况下,相关矩阵特征值分解模型和指数参数模型两者在反映相关性带来的信道损失是一致的,信噪比较低时,指数参数模型和相关矩阵特征值分解之间是存在误差的,这一部分误差产生的原因是在对 Δ_m 估计时,假设信噪比较高,即得到 $\Delta_m \approx (1 - \beta|\varphi|^2)^{m-1}$ 。

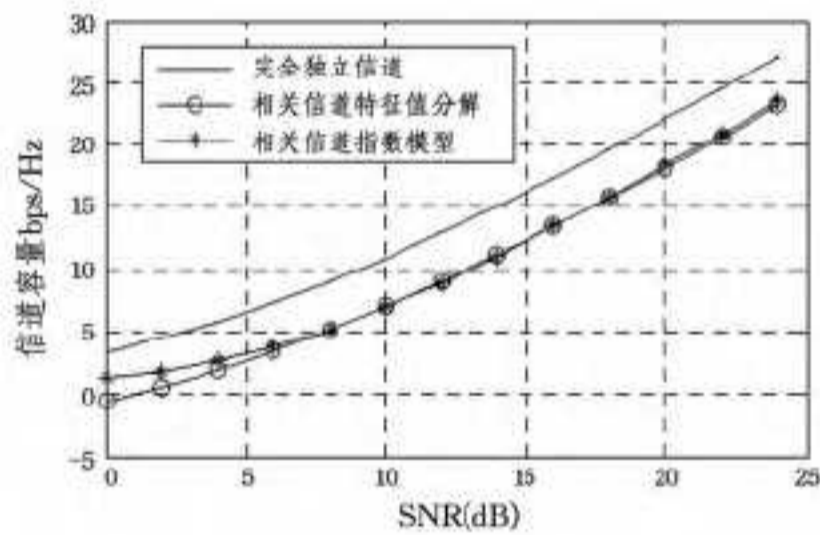


图 2 独立信道和相关信道的信道容量

图 3 比较了同样在收发两端配置 4 副天线的情况下,指数参数的变化对于信道容量的影响。从仿真结果可以看出,随着指数参数由 0 逐渐增大到接近 1,信道的相关性也随之增加,信道相关性的增加使相关条件下的信道容量减小。当相关性参数接近 1 时,信道容量迅速下降,信道状况严重恶化。

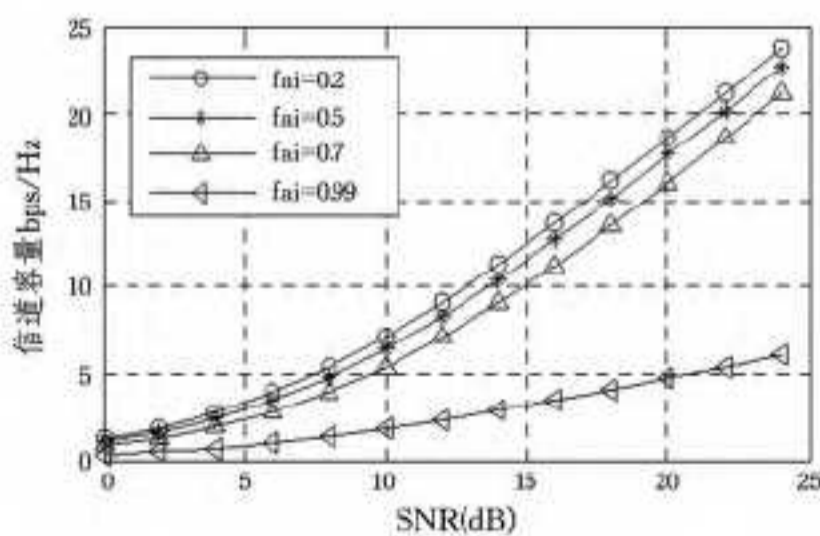


图 3 不同指数参数下相关信道的容量变化

图 4 的仿真中,同样配置了 4 副收发天线,比较了在不同的相关矩阵(在图中分别为矩阵 1-4)的情况下,虚拟 MIMO 信道容量的变化。这里如何确定相关矩阵和天线数、相关程度的解析关系和卫星天线间距、地面站点的几何关系以及信道状况相关,需要结合实际信道状况模型来分析。仿真结

果表明,随着相关矩阵的元素增大,虚拟 MIMO 子信道之间的相关性也渐渐加强,信道容量也减小。

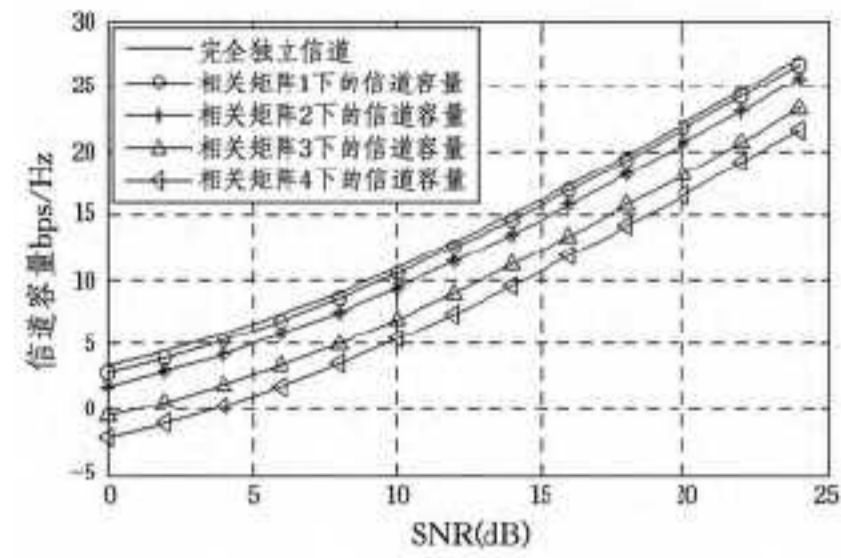


图 4 不同相关矩阵下相关信道容量变化

结束语 本文利用分布式星群的多天线构建虚拟 MIMO,结合相关矩阵分解和指数参数模型两种方法分析了在相关信道下的虚拟 MIMO 的信道容量随相关性变化的变化。仿真结果表明,在收发两端信道存在相关的情况下,虚拟 MIMO 技术仍然有效,但是系统的信道容量会随着相关性的增强而减小。如何确定具体环境下的相关系数和相关矩阵需要依据卫星天线和地面站点天线的几何关系模型来估计,这是今后工作的一个方向。

参考文献

- [1] Foschini G J, Gans M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas [J]. Wireless Personal Communication, 1998, 6(3): 311-335
- [2] Golden G D, et al. Detection algorithm and initial laboratory results using V-BLAST space-time communication architecture [J]. Electronic Letters, 1999, 35(1): 4-16
- [3] Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels [J]. AT&T Bell Labs, Internal Tech. Memo, 1995
- [4] Rayleigh G G, Gioffi J M. Spatio-temporal coding for wireless communications [J]. IEEE Trans on Communication, 1998, 46: 357-366
- [5] Shiu D S, et al. Fading correlation and its effect on the capacity of multi-element antenna systems [J]. IEEE Trans on Communication, 2000, 48: 502-513
- [6] Duel-Hallen A, Hu Sheng-quan, Hallen H. Long-Range prediction of Fading Signals [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2000, 17: 62-75
- [7] Heidari A, Khandani A K, McAvoy D. Adaptive modeling and long-range prediction of mobile fading channels [J]. IET Communications, Sept. 2010, 4: 39-50
- [8] Liu Ke, Sayeed R A M. Capacity Scaling and Spectral Efficiency in Wide-Band Correlated MIMO Channels [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2003, 49(10): 2504-2525
- [9] Chen-Nee Chua, Tse D N C, Kahn J M. Capacity Scaling in MIMO Wireless Systems under Correlated Fading [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2002, 48(3): 637-650
- [10] Salz J, Winters J H. Effect of Fading Correlation on Adaptive Arrays in Digital Mobile Radio [J]. IEEE Transaction on Vehicular Technology, 1994, 43(4): 1049-1057
- [11] Salz J, Winters J H. Effect of Fading Correlation on Adaptive Arrays in Digital Wireless Communications [J]. AT&T Bell Laboratories Holmdel, 1993, 3: 1768-1774
- [12] Loyka S L. Channel Capacity of MIMO Architecture Using the Exponential Correlation Matrix [J]. IEEE Communication Letters, 2001, 5(9): 369-371