

基于矩阵乘积算符的混合量子压缩经典生成对抗网络

张曜麟, 刘晓楠, 杜帅岐, 廉德萌

引用本文

张曜麟, 刘晓楠, 杜帅岐, 廉德萌. [基于矩阵乘积算符的混合量子压缩经典生成对抗网络](#)[J]. 计算机科学, 2025, 52(6): 74-81.

ZHANG Yaolin, LIU Xiaonan, DU Shuaiqi, LIAN Demeng. [Hybrid Quantum-classical Compressed Generative Adversarial Networks Based on Matrix Product Operators](#) [J]. Computer Science, 2025, 52(6): 74-81.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[一种基于混合量子卷积神经网络的恶意代码检测方法](#)

Malicious Code Detection Method Based on Hybrid Quantum Convolutional Neural Network
计算机科学, 2025, 52(3): 385-390. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.240800006>

[基于参数化量子线路的量子神经网络数据分类](#)

Parameterized Quantum Circuits Based Quantum Neural Networks for Data Classification
计算机科学, 2024, 51(11A): 231200112-7. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.231200112>

[Grover量子搜索算法在“嵩山”超级计算机系统模拟](#)

Simulation of Grover's Quantum Search Algorithm in "Songsshan" Supercomputer System
计算机科学, 2024, 51(9): 96-102. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230600219>

[基于矩阵乘积态的有限纠缠量子傅里叶变换模拟](#)

Simulation of Limited Entangled Quantum Fourier Transform Based on Matrix Product State
计算机科学, 2024, 51(9): 80-86. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230300215>

[生成扩散模型研究综述](#)

Survey on Generative Diffusion Model
计算机科学, 2024, 51(1): 273-283. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230300057>

基于矩阵乘积算符的混合量子压缩经典生成对抗网络

张曜麟^{1,2} 刘晓楠¹ 杜帅岐^{1,2} 廉德萌^{1,2}

1 国家超级计算郑州中心 郑州 450001

2 郑州大学计算机与人工智能学院 郑州 450001

(2474995768@qq.com)

摘要 神经网络在人工智能图像生成领域研究中占据重要地位。生成对抗网络作为近年来的热门算法,在图像生成任务中展现了卓越性能。量子计算作为一种新型计算模式,正在与传统人工智能算法融合,这样不仅加快了处理速度,还提升了数据安全性,尤其适合处理高维数据和优化问题。其中,混合量子经典生成对抗网络在图像生成任务中表现良好。然而,当前的混合量子经典生成模型在生成高维图像方面存在挑战,且生成器中线性层的加入,导致模型参数量增多。因此,提出了一种采用矩阵乘积算符的混合量子压缩经典生成对抗网络模型。该模型通过改进分块量子生成器的结构,使单次调用能够生成多个数据块,提高了模型效率。同时,结合经典网络的非线性特性和矩阵乘积算符,既保证了高维图像的生成质量,又提高了模型的收敛速度,并减少了参数量。实验结果表明,优化后的生成器结构将总运行时间提升了约 92.88%,模型参数减少了约 5.59%,并且在 MNIST 和 FMNIST 数据集上的收敛速度优于传统及混合量子经典模型,展示了其在高维图像生成中的潜力。

关键词: 图像生成;量子计算;参数化量子线路;混合生成对抗网络;矩阵乘积算符

中图分类号 TP385

Hybrid Quantum-classical Compressed Generative Adversarial Networks Based on Matrix Product Operators

ZHANG Yaolin^{1,2}, LIU Xiaonan¹, DU Shuaiqi^{1,2} and LIAN Demeng^{1,2}

1 National Supercomputing Center in Zhengzhou, Zhengzhou 450001, China

2 School of Computer and Artificial Intelligence, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China

Abstract Neural networks play a pivotal role in artificial intelligence, particularly in image generation. As a popular algorithm in recent years, generative adversarial networks (GANs) have demonstrated superior performance in this area. Quantum computing, merging with traditional AI algorithms, accelerates processing speeds and enhances data security, making it especially suitable for managing high-dimensional data and optimization problems. Within this context, hybrid quantum-classical GANs show promising results. However, these models face challenges in generating high-dimensional images, and the inclusion of linear layers in generators results in elevated parameter counts. Therefore, a hybrid quantum-classical compressed GAN model using matrix product operators is proposed. This model improves the structure of the block quantum generator, enabling the generation of multiple data blocks in a single call, which enhances efficiency. It integrates the nonlinear properties of classical networks with matrix product operators, ensuring high-quality image generation, speeding up model convergence, and reducing parameter counts. Experimental results show that the optimized generator structure increases total runtime by approximately 92.88%, reduces model parameters by about 5.59%, and surpasses traditional and hybrid quantum-classical models in convergence speed on MNIST and FMNIST datasets, demonstrating its potential for high-dimensional image generation.

Keywords Image generation, Quantum computing, Parametric quantum circuits, Hybrid generative adversarial networks, Matrix product operators

1 引言

深度学习正在改变人们处理大规模复杂数据的方式。目前,神经网络能在图像和语音识别等任务上达到与人类

相近的精度。其中,生成对抗网络(Generative Adversarial Network, GAN)成为最引人注目的技术之一^[1]。GAN作为一种深度神经网络,展现了在生成式机器学习任务中的巨大潜力,即学习生成逼真的数据样本。虽然最初训练这些模型

到稿日期:2024-05-06 返修日期:2024-08-26

基金项目:2022年度河南省重大科技专项(221100210600)

This work was supported by the Major Technology Project of Henan Province, China in 2022(221100210600).

通信作者:刘晓楠(prof.liu.xn@foxmail.com)

存在困难,但 GAN 很快在图像生成^[2]、超分辨率^[3]、图像到图像翻译^[4]以及文本生成^[5]等多个领域得到了应用。

尽管 GAN 取得了广泛成功,但其巨大的计算需求正逼近摩尔定律的极限。例如,训练一个拥有 1.58 亿参数的 Big GAN,需要使用 1400 万个样本和 512 块 TPU 训练两天,以生成 512×512 像素的图像^[6]。目前,最先进的量子计算系统进入了噪声中等规模量子(Noisy Intermediate-Scale Quantum, NISQ)技术时代^[7],该技术被认为有潜力在短期内为特定科学领域提供实际应用。特别是,量子信息和机器学习的结合已成为量子计算最有前景的应用之一,即量子机器学习(Quantum Machine Learning, QML)^[8]。

在此背景下,量子计算和 GAN 的交叉使得一个新的研究方向诞生,即量子生成对抗网络(Quantum Generative Adversarial Network, QGAN)^[9],旨在推动生成式学习的发展。早期,许多框架仅能处理如简单概率分布等低维数据^[10]在图像生成领域,量子生成器仅能生成低分辨率图像^[11],或需要通过主成分分析降维^[12]。后来,一种基于 Wasserstein 距离的分块量子生成对抗网络^[13]被提出,其通过多个量子生成器协作完成高维数据的生成任务,但其生成器部分采用纯量子结构,拟合能力仍有提升空间。接着,文献^[14]提出了一种量子经典混合生成对抗网络,利用经典网络的非线性提高拟合效果,但该实验仍使用了经过降维的数据,并且只能生成低维数据。本文旨在在降低参数量、加快网络收敛速度和保证图像生成质量的同时,以图像形式生成高维数据。我们采用了一种改进的分块量子生成器结构,该结构基于文献^[11]的提议,并对其进行了优化:原本的设计中,每次调用子生成器仅产生一个数据块;现在的改进允许一次调用生成等同于批量大小的数据块。此外,我们还引入了经典网络结构以增强拟合效果并有效地生成高维数据,将分块生成器与经典线性层结合,代表了一种全新的尝试。需要注意的是,经典线性层包含了大量需要训练和存储的变分参数。为了减小这些参数量和降低过拟合风险,通过引入矩阵乘积算符来压缩经典线性层。

本文第 2 章介绍了量子机器学习的理论基础;第 3 章介绍了基于矩阵乘积算符的混合量子压缩经典生成对抗网络的实现;第 4 章验证了实验并分析了实验结果;最后总结全文并展望未来。

2 量子机器学习

量子计算基于量子力学原理,利用量子比特表示和处理信息。与传统比特不同,量子比特可以存在于多种状态的叠加中,并通过量子纠缠在非局部层面实现状态间的联系。这一特性使得量子计算在处理特定类型的计算问题时,其性能远超传统计算机。机器学习是人工智能的一个分支,它利用算法和统计模型解析数据、识别模式并作出决策,无需人为编程。其核心任务包括分类、回归和聚类等。量子机器学习是一种结合量子计算与机器学习理论的新兴跨学科研究领域,其目标是利用量子计算的独特优势,来提升机器学习算法的性能。

随着 NISQ 技术的发展,基于变分子线路的启发式量

子机器学习算法逐渐走向主流^[15]。但目前的 NISQ 设备仅支持少量量子比特,并且受到退相干、门错误、测量误差和串扰等噪声的影响,只能在噪声干扰较少时执行有限的门序列,而变分子线路提供了一种实现算法的途径,这类基于变分子线路的神经网络模型将成为处理经典数据的有效手段之一。考虑到图像数据是日常生活中最常接触的数据类型之一,而深度学习在图像处理领域已展现出巨大优势,将量子神经网络与深度学习相结合,设计用于图像生成的量子机器学习算法显得尤为重要。GAN 是深度学习中的一种主要图像处理模型。因此,使用基于变分子线路的神经网络代替传统神经网络构建的 GAN,是将量子机器学习算法应用于图像生成的重要切入点。

GAN 首次在文献^[1]中提出,其框架包括一个生成器和一个鉴别器,它们在一种对抗性博弈中竞争。具体来说,鉴别器的任务是区分接收到的数据是来自真实数据集还是由生成器伪造的。而生成器则尝试捕捉真实数据集的联合概率分布,并努力使其生成数据的概率分布接近真实数据的分布,从而让鉴别器难以判断数据的真伪。鉴别器的训练目标是最小化其判断错误的概率,而生成器的训练目标则是最大化鉴别器判断错误的概率。理想情况下,这一对抗过程会最终达到一个平衡点,即纳什均衡。在这一点上,生成器生成的数据与真实数据难以区分,鉴别器对于判断生成数据和真实数据的能力下降到最低,总是给出 50% 的可信度。

3 混合量子压缩经典生成对抗网络实现

本文的目标是生成高维数据,同时实现参数数量的减少,训练收敛速度的加快,以及生成图像质量的保证。生成器采用分块量子结构和参数化量子线路构造,并通过加入经典线性层来提高拟合效果;鉴别器则使用经典线性层结构。为降低参数量,引入矩阵乘积算符对生成器和鉴别器的线性层进行压缩。

3.1 矩阵乘积算符实现线性层压缩的方法

经典神经网络在处理数据中发展了强大的非线性操作,以更好地接近训练目标。引入线性层到生成器中可以提升模型的拟合能力,弥补量子模型在此方面的不足。线性层通过权重矩阵 W 执行线性变换,把维度为 N_x 的输入向量 x 映射到维度为 N_y 的输出向量 y ,如式(1)所示,结构如图 1(a)所示。然而,由于输入和输出神经元数量众多,线性层需要确定大量参数。训练和存储这些参数不仅是一大挑战,还可能增加过拟合的风险,从而限制网络的泛化能力。

$$y = Wx + b \quad (1)$$

在量子信息和凝聚态物理学领域,同样也存在类似的现象。在量子多体系统中,引入的参数总数可能极为庞大,理论上随系统大小呈指数级增长。矩阵乘积算符(Matrix Product Operator, MPO)最初在物理学中被提出,用于描述一维量子系统中的短程纠缠^[16],并已成为表示高阶张量或短程相互作用哈密顿量的常见方法。数学上, MPO 是一种张量序列近似,将高阶张量分解成所谓的局部张量的顺序乘积^[17]。采用 MPO 表示可大幅减少所需变分参数的数量,因为 MPO 包含的参数数量仅随系统大小呈线性增长。考虑到深度神经网络

中性变换与量子算符间许多相似的特性,使用文献[18]提出的 MPO 表示线性层来有效解决神经网络的参数问题,过程如算法 1 所示,结构如图 1(b)所示。

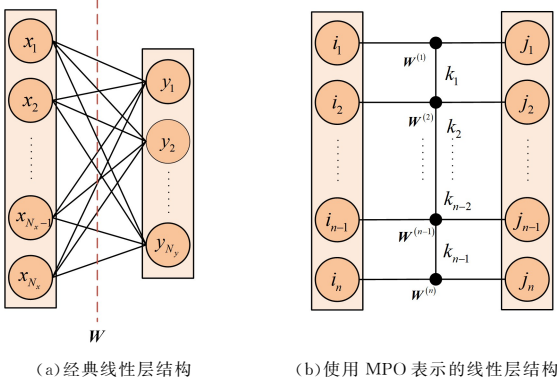


图 1 两种不同线性层结构

Fig. 1 Two different linear layer structures

算法 1 利用 MPO 实现压缩线性层

输入: in_modes, out_modes, mat_ranks, mat_cores, biases, dim, x

输出: x

1. //输入张量 \mathbf{x} 重塑为二维张量
2. $\text{reshape}(\mathbf{x}, -1, \text{prod}(\text{in_modes}))$
3. $\text{transpose}(\mathbf{x}, 1, 0)$
4. //mpo 操作以实现线性压缩
5. for $i \leftarrow 0$ to $\text{dim} - 1$ do
6. $\text{reshape}(\mathbf{x}, \text{mat_ranks}[i] * \text{in_modes}[i], -1)$
7. $\mathbf{x} \leftarrow \text{matmul}(\text{mat_cores}[i], \mathbf{x})$
8. $\text{reshape}(\mathbf{x}, \text{out_modes}[i], -1)$
9. $\text{transpose}(\mathbf{x}, 1, 0)$
10. return $\text{add}(\text{reshape}(\mathbf{x}, -1, \text{prod}(\text{out_modes})), \text{biases})$

\mathbf{W} 的 MPO 表示通过将其分解为 n 个局部张量的乘积来实现,具体过程如式(2)所示:

$$\mathbf{W}_{j_1, \dots, j_n, i_1, \dots, i_n} = \text{Tr}(\mathbf{w}^{(1)}[j_1, i_1], \mathbf{w}^{(2)}[j_2, i_2], \dots, \mathbf{w}^{(n)}[j_n, i_n]) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{w}^{(k)}[j_k, i_k]$ 的矩阵维度是 $D_{k-1} \times D_k$, D_k 代表连接 $\mathbf{w}^{(k)}$ 与 $\mathbf{w}^{(k+1)}$ 的键的维度。此时, D_0 和 D_n 的值均为 1,除了 $k=0$ 或 n 以外,所有的 D_k 均等于 D 。在这个 MPO 表示法中, $\mathbf{w}^{(k)}$ 的张量元素作为变分参数,随着键尺寸 D 的增加,参数的数量也会增加,使得 D 成为一个可调节的参数,用于平衡表达能力。

为了便于描述,将经 MPO 压缩过的线性层重新表示,如式(3)所示:

$$\mathbf{M}_{i_1, i_2, \dots, i_n}^{j_1, j_2, \dots, j_n}(D) \quad (3)$$

对于由式(3)定义的 MPO 结构,这些变分参数的总数量如式(4)所示:

$$N_{\text{mpo}} = \sum_{k=2}^{n-1} I_k J_k D^2 + I_1 J_1 D + I_n J_n D \quad (4)$$

为了量化 MPO 压缩的线性层相比于原始线性层的压缩性,我们定义了压缩比 ρ ,如式(5)所示:

$$\rho = \frac{N_{\text{mpo}}}{N_{\text{ori}}} \quad (5)$$

其中, N_{ori} 和 N_{mpo} 分别代表原始线性层和 MPO 压缩线性层的参数数量。压缩比越小,表示 MPO 中使用的参数越少。

3.2 混合量子压缩经典生成对抗网路模型

本文的生成器采用了文献[11]提出的分块量子结构,并对其进行了优化。通过使用参数化酉矩阵,构建了可训练的量子线路作为子生成器的核心,如图 2 所示,单层参数化量子线路包括 4 个量子位和 8 个参数化门。潜在向量首先被编码为 R_y 门的旋转角度,随后通过参数化量子线路进行状态转换。在量子线路的末端,对所需的量子比特进行测量,并将其幅度归一化,以生成有效的像素值。这些像素值的分块最终叠加,形成完整的图像。该过程如算法 2 所示。旧分块结构的思路如算法 3 所示。

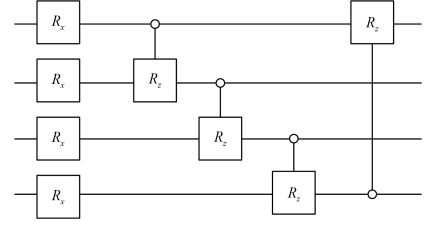


图 2 子生成器采用的参数化量子线路

Fig. 2 Parametric quantum circuits used by sub-generator

算法 2 新分块生成器算法

输入: n_qubits, block_num, circuit, q_params, x

输出: images

1. //初始化 block 的批次大小
2. $x_batch_size \leftarrow x.\text{shape}[-1]$
3. $\text{transpose}(x, 0, 1)$
4. $\text{reshape}(x, \text{block_num}, n_qubits, x.\text{shape}[1])$
5. //采用角度编码,设定旋转门的参数
6. $x \leftarrow x * \text{pi} / 2$
7. $\text{images} \leftarrow \text{empty}(x_batch_size, 0)$
8. //分块生成图像
9. for $i \leftarrow 0$ to $\text{block_num} - 1$ do
10. $\text{block} \leftarrow \text{circuit}(n_qubits, x[i], q_params[i])$
11. $\text{block} \leftarrow \text{stack}(\text{block}, \text{dim}=1)$
12. $\text{images} \leftarrow \text{cat}((\text{images}, \text{block}), \text{dim}=1)$
13. return images

算法 3 旧分块生成器算法

输入: n_qubits, block_num, circuit, q_params, x

输出: images

1. //采用角度编码,设定旋转门的参数
2. $x \leftarrow x * \text{pi} / 2$
3. $\text{images} \leftarrow \text{empty}(0, n_qubits * \text{block_num})$
4. //分批生成
5. for elem in x do
6. $\text{patches} \leftarrow \text{empty}(0, n_qubits)$
7. //分块生成单个批次图像
8. for params in q_params do
9. $q_out \leftarrow \text{circuit}(n_qubits, \text{elem}, \text{params})$
10. $\text{tensor}(q_out)$
11. $\text{reshape}(q_out, -1, n_qubits)$
12. $\text{patches} \leftarrow \text{cat}((\text{patches}, q_out), \text{dim}=0)$
13. $\text{reshape}(\text{patches}, -1, n_qubits * \text{self.block_num})$
14. $\text{images} \leftarrow \text{cat}((\text{images}, \text{patches}), \text{dim}=0)$
15. return images

其中,利用 PennyLane 框架特性,当给定一个量子线路输入 n 维张量时,这个量子线路的输出也是一个 n 维张量,这个特性可以将 n 作为批次。旧分块生成器算法的思想是把 n 设置成 1,因此生成一个批次大小的图像,需要调用 n 次生成器,单次调用只能生成一张拼接而成的图像;而新分块生成器算法的思想是将 n 设置成批次大小,当生成一个批次大小的图像时,只需要调用 1 次生成器就能完成分块图像的生成任务,这样做极大地缩短了生成所需要的时间。

如文献[14]所述,强大的非线性处理能力能够提升网络在训练目标拟合上的表现;此外,更深的网络结构能生成更

复杂的图像数据。为降低参数数量,我们通过矩阵乘积算符简化一层经典线性层。基于此,融合参数化量子层、经典层及压缩经典层的混合型生成网络应运而生。本文研究了两种 QGAN 网络模型:混合量子压缩经典生成网络模型和混合量子经典生成网络模型,如图 3 所示,对应图中(a)和(b)结构。我们还使用具有相同层数的经典生成网络模型进行了性能对比,如图 3 所示,对应图中(c)结构。经典生成网络模型和混合量子经典生成网络模型的鉴别器都包括多个经典线性层。而混合量子压缩经典生成网络模型由多个经典线性层和一个通过 MPO 压缩的线性层组成。结构如图 3 所示,分别对应图中(d)和(e)结构。

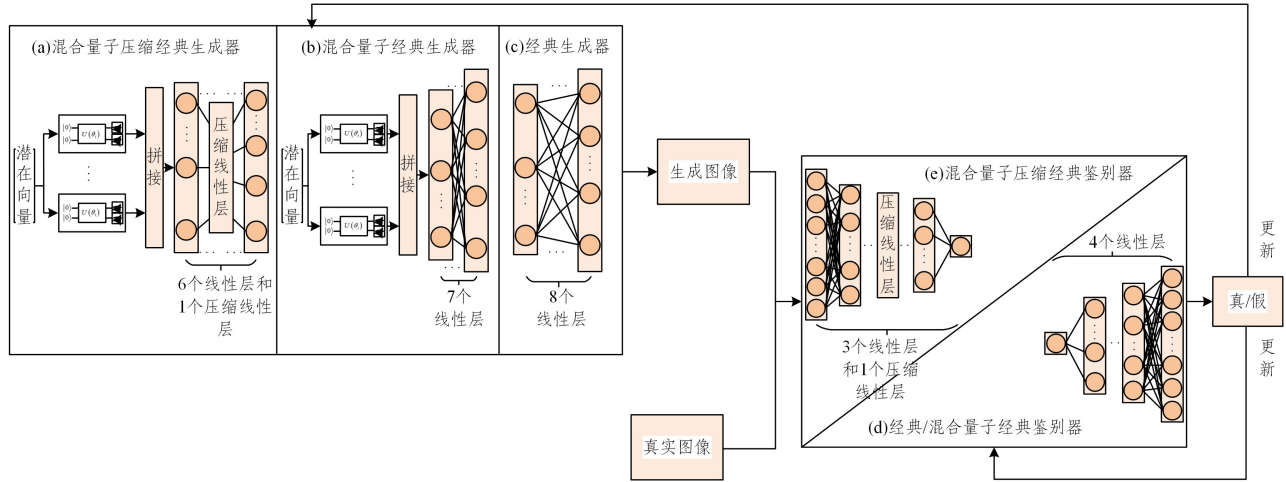


图 3 完整图像生成结构图

Fig. 3 Complete image generation structure diagram

图像生成的完整结构如图 3 所示,可分为:生成器模块和鉴别器模块。首先,经典数据或者经过编码线路成为包含经典信息的量子态会经过不同的生成器生成对应的图像;然后将生成图像或真实图像输入到鉴别器中,由鉴别器来进行判别;最后,再由目标数值进行比较得出对应的损失函数数值,进行反向传播,交替优化生成器与鉴别器。经过反复的迭代运算,网络可以达到纳什均衡状态。

3.3 损失函数

生成对抗网络中的核心损失是生成对抗损失,由两个网络互相牵制,促使生成器试图生成能够欺骗鉴别器的图像。这里所讨论的生成器由 T 个子生成器 $\{G_i\}$ 组成,每个子生成器负责生成图像的一部分。以子生成器 G_i 在第 k 次迭代的实现为例,这一方法同样适用于所有子生成器。假定量子层包含 n 个量子位,生成器的输入潜在状态表示为 $|\mathbf{z}^{(k)}\rangle$,其数学表示为 $|\mathbf{z}^{(k)}\rangle = (\bigotimes_{i=1}^n R_y(a_z^{(k)})) |0\rangle^{\otimes n}$ 。这里, R_y 代表沿 y 轴的单量子比特旋转门, $a_z^{(k)}$ 则是从 $(0, \pi)$ 的均匀分布中采样得到的。在每次迭代中,所有子生成器接收相同的潜在状态 $|\mathbf{z}^{(k)}\rangle$ 作为输入。接下来,将 $|\mathbf{z}^{(k)}\rangle$ 输入到 G_i ,即通过可训练的酉矩阵 $\mathbf{U}(\theta_i^{(k)})$ 进行处理。图 2 给出了 $\mathbf{U}(\theta_i^{(k)})$ 的实现过程。 G_i 生成的量子态如式(6)所示:

$$|\Phi_i^{(k)}(\mathbf{z})\rangle = \mathbf{U}(\theta_i^{(k)}) |\mathbf{z}^{(k)}\rangle \quad (6)$$

最后对生成态 $|\Phi_i^{(k)}(\mathbf{z})\rangle$ 进行测量,得到经典生成结果。简而言之,第 k 次迭代生成的图像 $\hat{x}^{(k)}$ 是由 T 个子生成器的测量

组合形成的。

混合量子 GAN 的训练与经典 GAN 的训练过程相似。在 k 次迭代过程中,通过损失函数 l 来迭代优化生成器和鉴别器。损失函数的具体数学表达式如式(7)所示:

$$l(\theta, \gamma) = \log(D_\gamma(x)) + \log(1 - D_\gamma(G_\theta(\mathbf{z}))) \quad (7)$$

其中, $x \in D, \mathbf{z} \in P(\mathbf{z}), \theta$ 和 γ 分别为生成器和鉴别器的可训练参数。生成器和鉴别器的目标分别是最小化和最大化损失函数,形式化为 $\max_\gamma \min_\theta l(\theta, \gamma)$ 。生成器的参数更新规则如式(8)所示:

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} - \eta_G \times \partial_\theta l(\theta^{(k)}, \gamma^{(k)}) / \partial \theta^{(k)} \quad (8)$$

同样,鉴别器的参数更新规则如式(9)所示:

$$\gamma^{(k+1)} = \gamma^{(k)} + \eta_D \times \partial_\gamma l(\theta^{(k)}, \gamma^{(k)}) / \partial \gamma^{(k)} \quad (9)$$

其中, η_G 和 η_D 表示生成器和鉴别器的学习率。

4 实验验证

本文采用了公开的 MNIST 和 FMNIST 数据集进行实验。所有模型均使用 Python 3, PyTorch 和 PennyLane 进行实现,其中 PyTorch 是一个高性能机器学习库, PennyLane 为 PyTorch 提供了量子机器学习的接口。训练过程在国家超级计算郑州中心的平台上模拟完成。通过超参数调整,我们确定生成器的学习率需高于鉴别器,分别设置为 0.0002 和 0.0001。采用 Adam 优化器进行更新优化,并设置了 30 个批次以确保生成器在训练期间得到充分更新,所有实验共进行

了 10 000 次迭代,并用 $M_{2,4,4,2,2}^{1,4,4,2,2}(4)$ 和 $M_{2,4,4,2,2}^{2,4,4,2,2}(4)$ 分别表示混合量子压缩经典 GAN 网络生成器与鉴别器中经 MPO 压缩的线性层。对于 MNIST 数据集,选取了标签为 0(数字 0 类)和 3(数字 3 类)的 28×28 像素数据进行训练;对于 FMNIST 数据集,选择了标签为 0(T 恤类)和 1(裤子类)的 28×28 像素数据。

4.1 在 MNIST 数据集上对模型效果进行验证

首先,在 MNIST 数据集上利用经典 GAN 网络、混合量子经典 GAN 网络和混合量子压缩经典 GAN 网络分别生成数字 0 和 3,并展示了使用这些网络结构的训练和测试效果对比。为节约计算和存储资源,每个子生成器配置为 1 层且含 4 个数据量子位。

损失函数的收敛情况是评估 GAN 生成性能的重要

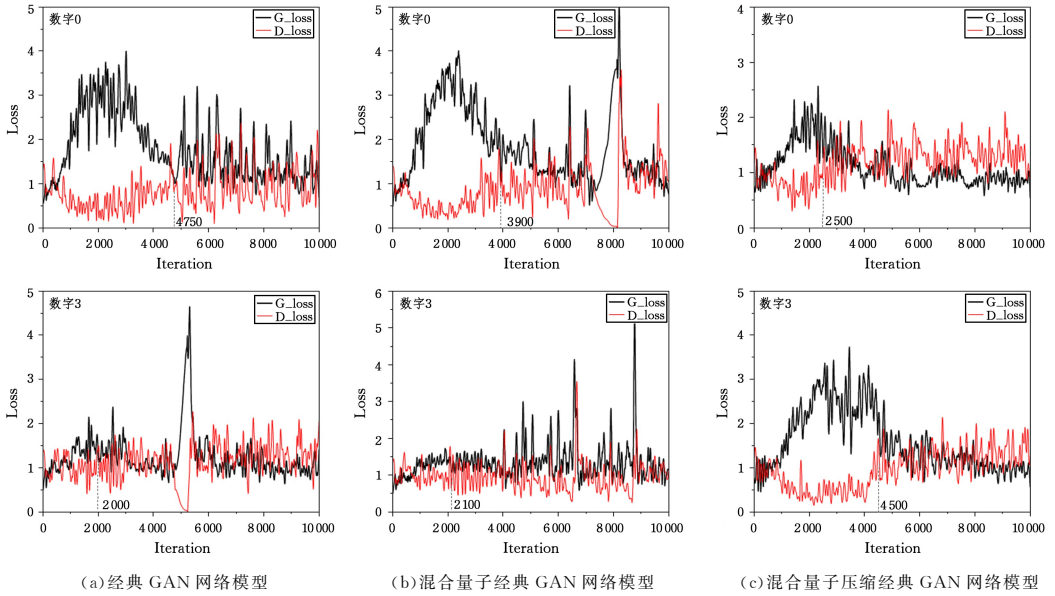


图 4 3 种模型的训练结果

Fig. 4 Training results of three models

损失函数的收敛情况只能反映生成器与鉴别器之间的对抗结果,但无法直接显示生成概率分布与目标概率分布之间的差异。因此,引入 KL 散度^[19]来衡量这两个概率分布之间的差异。KL(Kullback-Leibler)散度是衡量两个概率分布差异的常用方法,其源于信息论,被广泛应用于机器学习、统计学和信息论等多个领域,计算式如式(10)所示:

$$KL(p_d \parallel p_g) = \sum_i p_d(x_i) \log \left(\frac{p_d(x_i)}{p_g(x_i)} \right) \quad (10)$$

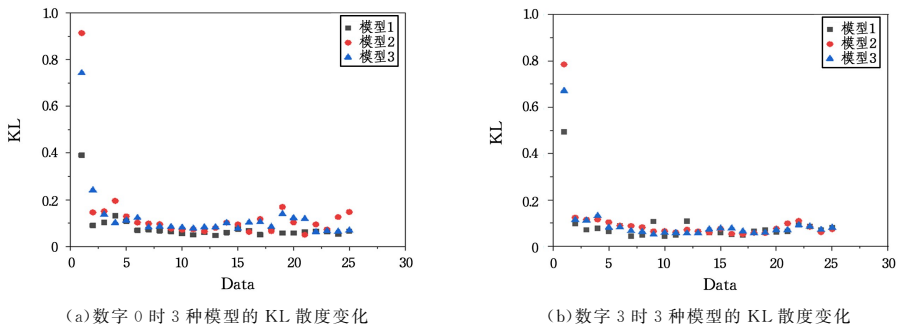


图 5 3 种模型的 KL 散度变化情况

Fig. 5 KL divergence changes for three models

指标之一。在训练过程中,损失函数曲线可以反映模型参数的优化进程和收敛状态。图 4 给出了在训练中生成器与鉴别器的损失值变化。图 4 中,虚线表示轮数收敛临界值。对于数字 0 的生成,混合量子压缩经典 GAN 网络在大约 2 100 轮时已经收敛,而其他两个网络尚未收敛。混合量子经典 GAN 网络的收敛速度也早于经典 GAN 网络。这证明了参数较少的模型通常需要较少的训练数据来学习有效特征,并且参数更新更迅速,从而加快了收敛速度。然而,在数字 3 的生成中,经典 GAN 网络和混合量子经典 GAN 网络分别在 2 000 轮、2 100 轮较早地进入收敛状态,但在后续轮次中出现了严重损失值波动。相比之下,混合量子压缩经典 GAN 网络在 4 500 轮收敛后保持稳定。

其中, $p_d(x)$ 表示真实数据 x 的概率密度, $p_g(x)$ 表示生成数据 $G(z)$ 的概率密度。KL 散度的值随着 $p_d(x)$ 和 $p_g(x)$ 之间差异的增加而增大;当 $p_d(x)$ 与 $p_g(x)$ 完全相同时,KL 散度的值为零,这是最优状态。

通过对每 400 轮训练数据的 KL 散度求平均,得到了 25 组综合 KL 散度数据。图 5 给出了 KL 散度在训练过程中的变化,其中模型 1 为经典 GAN 网络,模型 2 为混合量子经典 GAN 网络,模型 3 为混合量子压缩经典 GAN 网络。

图 5(a)给出了 3 种模型对数字 0 的 KL 散度变化情况,图 5(b)则为数字 3 的情况。在 10 000 次迭代后,对于数字 0 的实验,模型 2 的 KL 散度为 0.147,略低于 KL 散度为 0.067 的模型 1。引入压缩经典线性层后,模型 3 的 KL 散度逐渐接近模型 1,并最终达到 0.068,与模型 1 几乎相同,保证了图像的生成质量以及提高了模型的拟合效果。对于数字 3 的实验,模型 1—模型 3 的最终 KL 散度分别为 0.08,0.083,0.081。这表明增加压缩经典线性层可以提升网络的最终生成效果。

图 6 给出了 3 种模型在不同迭代轮次生成数字 0 和数字 3 的图像集合,其中左边为经典 GAN 网络的生成结果,中间和右边分别为混合量子经典 GAN 网络和混合量子压缩经典 GAN 网络的生成结果。

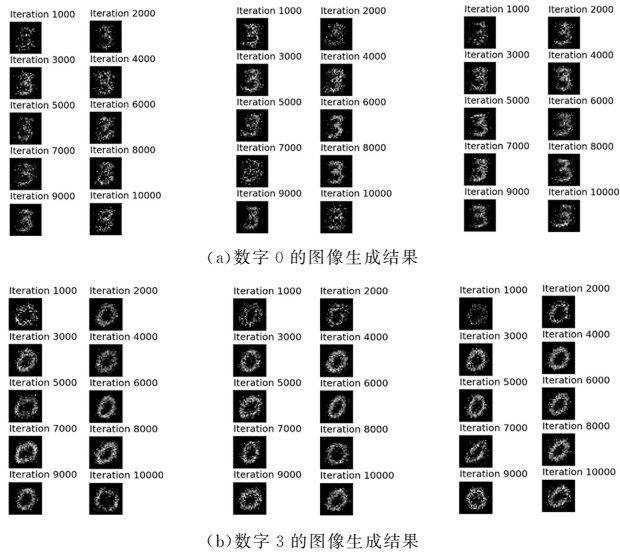


图 6 3 种模型的生成结果

Fig. 6 Generation results of three models

从图中可以清楚看出,在经典和量子情况下,生成器均成功学习了生成数字 0 和数字 3 的图像,其中混合量子压缩经典 GAN 网络生成的图像轮廓更为清晰。然而,经典 GAN 网

络的参数数量高于本文模型,尤其是经矩阵乘积算符压缩的线性层,根据式(5)计算可得,单层压缩比约为 40,具体模型参数数量的对比如表 1 所列。

表 1 各网络模型的具体参数量

Table 1 Specific parameter counts of each network model

经典 GAN 网络	混合量子经典 GAN 网络	混合量子压缩经典 GAN 网络
量子+经典参数量	0+1153344	32+1153088
		32+1088896

同时,实验比较了新旧分块结构生成器的运行时间,均使用标签为 0 的 MNIST 数据集、混合量子压缩经典模型、相同的参数化量子线路及批次大小。本文详细比较了前 500 轮的总运行时间和平均运行时间,结果如表 2 所列。数据显示,经过优化的分块结构生成器的单轮平均运行时间比优化前提高了约 93.02%,总运行时间提高了约 92.88%。

表 2 新旧分块结构生成器的运行时间

Table 2 Runtime of new and old block structure generators

	500 轮平均运行时间/s	500 轮总运行时间/s
新分块结构生成器	0.03	15.39
旧分块结构生成器	0.43	216.08

4.2 在 FMNIST 数据集上对模型效果的验证

接下来,本文将探究混合量子压缩经典 GAN 网络是否能学习并生成更复杂的数据,使用来自 FMNIST 数据集的 T 恤类和裤子类图像进行验证,并保持子生成器结构为 1 层 4 个数据量子位。

图 7 给出了训练过程中生成器与鉴别器的损失值情况,其中虚线表示轮数收敛临界值。经典 GAN、混合量子经典 GAN 和混合量子压缩经典 GAN 网络模型,在 T 恤类的生成实验中分别在 7 100 轮、6 650 轮、5 200 轮达到收敛;在裤子类的生成实验中分别在 7 200 轮、4 200 轮、3 800 轮达到收敛。结果再次证明,混合量子经典 GAN 网络的收敛速度快于经典 GAN 网络,并且在加入压缩经典线性层后,模型的收敛速度进一步提高。与在 MNIST 数据集上的实验相比,本文模型在处理更复杂的图像数据时,快速收敛的效果更为显著。

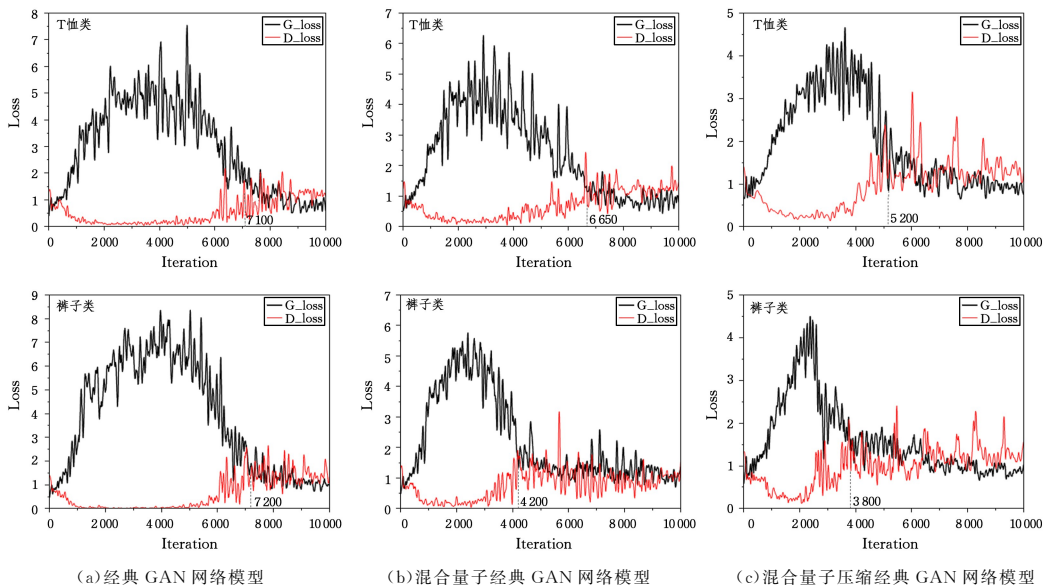
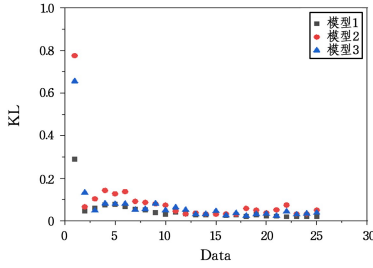


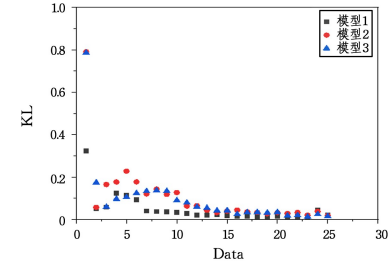
图 7 3 种模型的训练结果

Fig. 7 Training results of three models

同样,使用 KL 散度来评估两个概率分布之间的差异。我们对每 400 轮数据的 KL 散度求平均,共得到 25 组综合 KL 散度数据。



(a) T 恤类时 3 种模型的 KL 散度变化

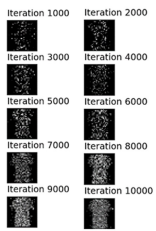


(b) 裤子类时 3 种模型的 KL 散度变化

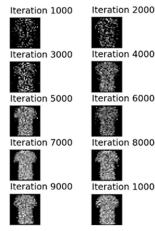
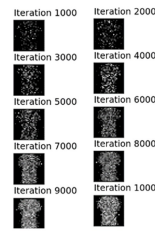
图 8 3 种模型的 KL 散度变化情况

Fig. 8 KL divergence changes of three models

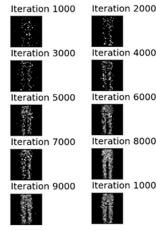
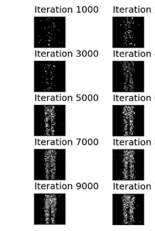
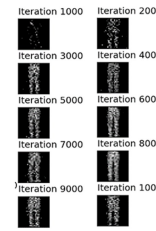
图 9 给出了 3 种模型在不同迭代轮次下生成 T 恤类和裤子类图像的集合。与 MNIST 数据集相比,FMNIST 作为一个更复杂的数据集,所展示的结果更为明显。从 T 恤类图像来看,混合量子压缩经典 GAN 网络比混合量子经典 GAN 网络和经典 GAN 网络能更早生成图像,并且图像轮廓更清晰。



(a) T 恤类的图像生成结果



然而,裤子类图像的样本仍然显示出一定的模糊性。尽管如此,我们注意到混合量子压缩经典 GAN 正在尝试捕捉更多细微的特征,如图 9(b)中裤子腿的不同色调和厚度。这显示出量子生成器未来有潜力从更复杂的图像中学习。与本文相关的一些研究对比如表 3 所列。



(b) 裤子类的图像生成结果

图 9 3 种模型的生成结果

Fig. 9 Generation results of three models

表 3 本文与其他文献的对比

Table 3 Comparison of this paper with other literature

	文献[20]	文献[13]	文献[14]	本文
生成对象	MNIST 数据集	MNIST 数据集和 FMNIST 数据集	MNIST 数据集	MNIST 数据集和 FMNIST 数据集
生成网络	纯量子生成对抗网络	量子生成器加经典鉴别器	混合量子经典生成器加经典鉴别器	混合量子压缩经典生成器加压缩经典鉴别器
特点	利用纯量子结构生成数据,证明了量子生成对抗网络的可行性。然而,这种结构无法生成高维数据,且拟合效果不足	利用 Wasserstein GAN 的理论优势,改进了生成对抗网络结构,以生成高维图像数据。但采用纯量子结构生成器在拟合效果上表现不足	采用量子与经典相结合的生成网络结构,利用经典网络的非线性特性提高模型的拟合效果。然而,实验中使用的是压缩后的数据,仍无法处理和生成高维数据	采用改进的分块量子结构,结合经典网络和矩阵乘积算符,实现了高维图像的生成,同时保证了图像质量。此外,该方法还提高了模型的收敛速度并减少了模型参数数量

结束语 本文提出了一种结合量子、经典及压缩经典技术的 GAN 网络,用于高维图像生成任务。本文模型采用改进的分块量子生成算法,使模型的平均运行时间和总运行时间分别缩短了约 93.02% 和 92.88%。同时,在模型参数减少了约 5.59% 的情况下,相比经典 GAN 网络和混合量子经典 GAN 网络,本文模型加快了网络的收敛速度并保证了生成图像的质量。但是在迭代生成数据过程中,图像生成质量不佳,这是由数据转换方式或不恰当的损失函数选择引起的。因此,未来研究应考虑合理的数据转换方式和损失函数对网络生成质量的影响。

参考文献

- [1] GOODFELLOW I J, POUGET-ABADIE J, MIRZA M B, et al. Generative Adversarial Nets[C]// Proceedings of the 27th International Conference on Neural Information Processing Systems-Volume 2. 2014:2672-2680.
- [2] ZHU J Y, KRÄHENBÜHL P, SHECHTMAN E, et al. Generative Visual Manipulation on the Natural Image Manifold[C]// European Conference on Computer Vision. 2016:597-613.
- [3] LEDIG C, THEIS L, HUSZAR F, et al. Photo-realistic single

- image super-resolution using a generative adversarial network [C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition(CVPR). 2017;4681-4690.
- [4] ISOLA P,ZHU J Y,ZHOU T,et al. Image-to-image translation with conditional adversarial networks[C]// Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). 2017;1125-1134.
- [5] GULRAJANI I,AHMED F,ARJOVSKY M,et al. Improved training of wasserstein GANS[C]// Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems. 2017;5769-5779.
- [6] DENG C,YANG E,LIU T,et al. Unsupervised semantic-preserving adversarial hashing for image search[J]. IEEE Transactions on Image Processing 28,2019,28(8):4032-4044.
- [7] PRESKILL J. Quantum computing in the NISQ era and beyond [J]. Quantum,2018,2(1):79.
- [8] BIAMONTE J,WITTEK P,PANCOTTI N,et al. Quantum machine learning[J]. Nature,2017,549(7671):195-202.
- [9] LLOYD S,WEDDBROOK C. Quantum generative adversarial learning[J]. Physical Review Letters,2018,121(4):040502.
- [10] ASSOUEL A,JACQUIER A,KONDRATYEV A. A quantum generative adversarial network for distributions[J]. arXiv:2110.02742v1,2021.
- [11] HUANG H L,DU Y,GONG M,et al. Experimental quantum generative adversarial networks for image generation[J]. Physical Review Applied,2021,16(2):024051.
- [12] CHU C,SKIPPER G,SWANY M,et al. IQGAN: robust quantum generative adversarial network for image synthesis on NISQ Devices[J]. arXiv:2210.16857v1,2022.
- [13] TSANG S L,WEST M T,ERFANI S M,et al. Hybrid quantum-classical generative adversarial network for high resolution image generation[J]. arXiv:2212.11614v2,2023.
- [14] JIANG Y D,WANG M M. Data reconstruction based on quantum generative adversarial networks[J]. Computer Engineering and Applications,2024,60(5):156-164.
- [15] CHEN S Y C,YANG C H H,QI J,et al. Variational quantum circuits for deep reinforcement learning[J]. IEEE Access,2020,8(1):141007-141024.
- [16] PIRVU B,MURG V,CIRAC J I,et al. Matrix product operator representations[J]. New Journal of Physics, 2010; 12(2):025012.
- [17] LIU X N,LIAN D M,DU S Q,et al. Simulation of limited entangled quantum fourier transform based on matrix product state[J]. Computer Science,2024,51(9):80-86.
- [18] GAO Z F,CHENG S,HE R Q,et al. Compressing deep neural networks by matrix product operators[J]. Physical Review Research,2020,2(2):023300.
- [19] LI J G,ZHAO H T,SUN S Y. KL-divergence-based policy optimization[J]. Computer Science,2019,46(6):212-217.
- [20] STEIN S A,BAHERI B,CHEN D,et al. QuGAN: a generative adversarial network through quantum states [J]. arXiv:2010.09036,2020.



ZHANG Yaolin, born in 2000, postgraduate. His main research interests include quantum algorithm and quantum machine learning.



LIU Xiaonan, born in 1977, Ph.D, associate, professor, master's supervisor. His main research interests include quantum algorithm and high-performance parallel computation.

(责任编辑:李亚辉)