



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

复杂系统的形式化建模及量化分析方法综述

王慧强, 林焯, 吕宏武

引用本文

王慧强, 林焯, 吕宏武. 复杂系统的形式化建模及量化分析方法综述[J]. 计算机科学, 2025, 52(9): 346-359.

WANG Huiqiang, LIN Yang, LYU Hongwu. [Survey on Formal Modelling and Quantitative Analysis Methods for Complex Systems](#) [J]. Computer Science, 2025, 52(9): 346-359.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[图神经网络节点分类任务基准测试及分析](#)

Benchmarking and Analysis for Graph Neural Network Node Classification Task
计算机科学, 2024, 51(4): 132-150. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230200084>

[基于经验动态建模的因果检测研究综述](#)

Review on Causality Detection Based on Empirical Dynamic Modeling
计算机科学, 2023, 50(6A): 220600194-12. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.220600194>

[基于卷积神经网络的旁路密码分析综述](#)

Overview of Side Channel Analysis Based on Convolutional Neural Network
计算机科学, 2022, 49(5): 296-302. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210300286>

[微服务时代的复杂服务软件开发](#)

Development of Complex Service Software in Microservice Era
计算机科学, 2020, 47(12): 11-17. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.200700181>

[一种ARM处理器面向高性能计算的性能评估](#)

Performance Evaluation of ARM-ISA SoC for High Performance Computing
计算机科学, 2019, 46(8): 95-99. <https://doi.org/10.11896/j.issn.1002-137X.2019.08.015>

复杂系统的形式化建模及量化分析方法综述

王慧强 林 焯 吕宏武

哈尔滨工程大学计算机科学与技术学院 哈尔滨 150000

(wanghuiqiang@hrbeu.edu.cn)

摘要 形式化模型是系统验证和性能分析的重要基础手段,在系统设计阶段即可评估复杂系统可行性和性能边界,被广泛应用于各类复杂系统的抽象仿真与理论分析。由于系统交互模式逐渐向多元化、动态化转变,这加剧了系统的复杂性和不确定性。对此,以形式化建模的核心评价要素为出发点,系统分析了几种典型的形式化建模方法的优势和不足,为复杂系统形式化建模提供了技术参考。首先,提出形式化建模及模型求解方法的评价要素框架。其次,对常见形式化建模方法进行分类,阐述了不同形式化方法的实现原理、优势、局限及适用的应用场景。再次,围绕模型求解过程中状态空间爆炸问题,对比了目前典型的求解方法,并结合评价框架,探讨了不同方法在不同应用场景下的适用性;在此基础上,剖析了基于进程代数的2种典型应用案例。最后,总结了形式化建模和量化分析领域的研究热点,并展望了未来的发展方向。

关键词:性能评估;形式化建模;复杂系统;模型求解;状态空间爆炸

中图分类号 TP311

Survey on Formal Modelling and Quantitative Analysis Methods for Complex Systems

WANG Huiqiang, LIN Yang and LYU Hongwu

College of Computer Science and Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150000, China

Abstract Formal modeling is an important fundamental method of system verification and performance analysis. It can be utilized to evaluate the feasibility and performance boundaries of the system as early as in the design phase and is widely applied for abstract simulation and theoretical analysis of various complex systems. Because the system interaction is gradually shifting toward diversification and dynamism, this exacerbates complexity and uncertainty. Starting from the common evaluation criteria of formal modeling, this paper summarizes the advantages and disadvantages of different common formal languages and their analysis methods, providing technical references for formal modeling of complex systems. Firstly, this paper proposes a framework of evaluation metrics for formal modeling and solution methods. Secondly, it classifies the existing formal methods and discusses the implementation principles, advantages, limitations, and application scenarios of different methods. Thirdly, it compares the current typical solving methods around the state space explosion problem in the model-solving process and analyzes the performance in different scenarios based on the metrics selected. On this basis, this paper examines two typical application scenarios based on process algebra technology. Finally, this paper summarizes the research hotspots in formal modeling and quantitative analysis and provides a preliminary outlook on the research trends.

Keywords Performance evaluation, Formal modelling, Complex system, Model solution, State space explosion

随着信息化技术的深入推进,各行业信息化系统都面临着软件规模日益膨胀、模块耦合关系日趋复杂、开发周期不断增长等严峻挑战。因此,在系统设计阶段,如何刻画大规模复杂系统的结构模型、分析系统资源配置、优化网络资源调度,从理论上支撑大规模复杂系统的迭代改进和优化升级,已成为当前软件工程领域的基础性需求。性能评估作为衡量计算机系统效率和稳定性的重要工具^[1],为刻画大规模复杂系统的性能以及合理分配和优化系统资源提供了方法支撑^[2]。性能

评估解决的核心问题是:对计算机系统和网络的性能进行量化、分析和优化,从而支持复杂系统的优化与改进。而形式化建模作为性能评估的主要方法被广泛用于分析系统结构、任务分布、资源配置等因素,且通过模型求解得到精确的分析结果,这在系统设计阶段具有举足轻重的作用。

在实际应用中,需针对不同场景选择合适的建模和求解方法,以分析和优化复杂系统。本文基于本领域普遍关注的收敛性、计算成本和适应性等5个独立要素建立统一评价框

到稿日期:2024-06-03 返修日期:2024-12-17

基金项目:国家自然科学基金(62272126);国家科技重大专项(2016ZX03001023-005);中央高校基本科研业务费专项基金(3072020CF0603)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(62272126), National Science and Technology Major Project of China(2016ZX03001023-005) and Fundamental Research Fund for the Central Universities in China(3072020CF0603).

通信作者:吕宏武(lvhongwu@hrbeu.edu.cn)

架,从适用场景、建模便捷性及突出优缺点等角度出发,对形式化建模及求解方法进行综述,用于直观地评价形式化建模和求解方法,展现各类方法在具体应用场景中的优势与局限。首先,对排队网(Queueing Network, QN)、Petri网(Petri Net, PN)、进程代数(Process Algebra, PA)以及随机进程代数(Stochastic Process Algebra, SPA)等形式化建模方法在不同场景下的优势与局限进行分析;在此基础上,进一步对状态聚合、随机模拟及流近似等模型求解方法进行讨论。此外,本文还选取了两个典型实例对大规模复杂系统形式化建模和量化分析进行说明。本文工作可以为形式化建模及求解方法的进一步发展提供有益的参考和借鉴,揭示其中的挑战和机遇。

1 相关工作

目前,PE领域内已发表诸多关于形式化建模的研究文献^[3-13]和综述文献^[14-27],由于综述类文献具有一定的时效性,本文将关注重点放在近10年发表的相关领域文献上,同时也包含部分发表时间较早但在行业内具有较高认可度的文献^[2,14],以确保研究的全面性和权威性。

现有综述文献在形式化建模方法的覆盖范围上存在一定局限性,部分研究仅对单一建模方法进行总结,未能涵盖多种建模方法及其对比分析。例如,Marsan等^[14]对随机Petri网(Stochastic Petri Net, SPN)方法进行了系统性的归纳,并介绍了基于SPN的模型求解方法。然而,该研究仅聚焦于SPN方法,未涉及其他形式化建模方法,且缺乏对具体应用案例的深入探讨。同样,Lin等^[15]总结了Petri网在系统建模中的应用,涵盖了其扩展形式和应用案例,但仍然局限于Petri网方法,缺乏对其他方法的系统性比较。此后,Lin等^[17]拓展了上述研究,探讨了SPA和SPN两种不同方法的对比分析,并提出了基于二者的融合建模方法,以弥补单一建模方法的局限性。然而,该研究仍缺乏评价要素的横向对比,缺少评估不同建模方法的适用性及其在不同应用场景中性能的评价体系。

在形式化方法的适用性方面,已有综述主要关注理论层面的研究,而对大规模系统应用中的关键模型求解问题探讨较少。例如,Ebersold等^[18]介绍了形式化方法的基本概念、历史发展及其在软件系统中的应用,强调了形式化方法对系统可靠性和安全性的提升作用。然而,该研究缺少对大规模系统中模型的演化性和可能面临的状态空间爆炸(State Space Explosion, SSE)问题的探讨。Xie^[19]针对复杂系统建模方法进行了综述,其中涵盖了多种建模技术,并结合具体应用场景对方法特征进行了总结。然而,该综述主要侧重于方法的介绍,缺乏模型求解方法的分析对比,也未建立体系化的评价标准,对系统性评估方法的优缺点具有一定的局限性。

同时,部分综述文献专注于某一特定应用场景的性能评估,缺乏对不同方法在多个场景下的性能评估。Adhikari等^[20]研究了SPA方法在网络体系架构建模中的应用。Lu等^[21]针对ROS2数据分发服务的形式化建模方法进行了研究,并结合实际应用进行了性能评估。Zhang等^[22]综述了数据库系统的建模方法,详细讨论了方法的优缺点及建模挑战,并提供了实践指导。另一方面,Sadati等^[23]主要关注于模型求解方法,特别是SSE问题的解决方法,通过对比分析探讨

了解决方案,但缺乏对具体应用案例的讨论。同样,Nejati等^[24]基于软件验证场景对SSE处理方法进行了分类,并分析了多种方法的局限性,但未结合实际案例进行进一步验证,因此难以对不同方法在实际应用场景下进行性能评估。

此外,当前关于形式化建模与模型求解方法的评估中,对于不同方法的优劣分析存在局限性,在确立系统性的评价标准方面仍有进一步深化的空间。Sankur^[26]研究时间自动机和马尔可夫决策过程在模型求解中的应用,但其综述范围较窄,未能结合建模方法进行整体性分析,求解方法的性能评估缺乏系统性。Gaur等^[16]介绍模型求解的经典理论,并按照基本原理和进阶方法进行了分类,但缺乏实际应用案例的对比分析,难以验证方法的实践可行性。Grimm等^[27]结合模型检验、定理证明及抽象解释等方法综述了模型求解技术,但对不同方法的对比分析还处于初级阶段,且缺乏具体的评价标准。

综上所述,尽管已有大量关于形式化建模、模型量化分析及其应用的综述研究,但调研分析发现它们仍存在以下不足:1)未能将形式化建模方法和模型求解方法一体化、综合地进行对比,难以系统化分析其性能;2)已有研究主要集中在状态空间大小单一维度,未能综合考虑系统的计算成本、环境适应性、收敛性及系统演化性等因素;3)缺乏实际应用案例分析,降低了研究的实践指导价值。

1.1 本文贡献

本文系统地梳理了现有PE中形式化建模及求解领域的主要技术和分类体系,主要贡献如下:

1)为了更加清晰地展示各类方法的优势与局限,本文基于评价系统中普遍关注的收敛性、计算成本和适应性等常见评价指标,提出了一套包含5个要素的评价框架,用于直观地评价形式化建模和求解方法。

2)系统梳理了现有的模型求解方法,将形式化建模方法和模型求解方法一体化、综合地进行对比,并以评价要素为依据对模型求解方法进行评定分析。

3)基于对形式化建模和模型求解方法的讨论,本文分别对基于流近似方法和进程代数方法的典型应用案例进行举例分析,为后续复杂系统建模与量化分析提供了参考。

2.2 本文结构

本文针对第1章中形式化建模及求解方法的综述类文章普遍存在的不足展开讨论。本文结构如图1所示。

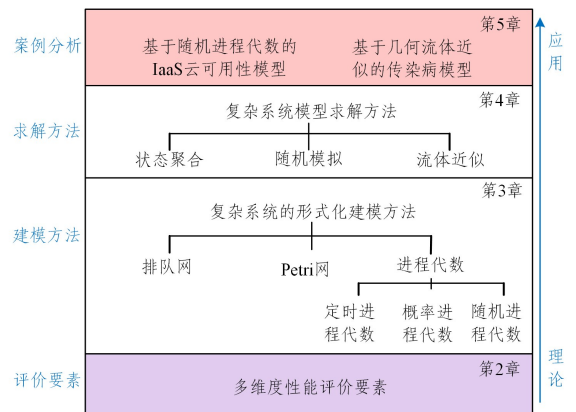


图1 本文研究结构图

Fig. 1 Structural diagram of this paper

第2章提出了复杂系统形式化建模及量化分析方法的一套评价要素框架;第3章介绍了复杂系统的形式化建模方法研究进展;第4章介绍了模型求解方法,根据应用场景和底层原理对具体方法进行分类分析;第5章分析了基于进程代数的2个典型案例;最后对本文工作进行总结并介绍了未来的研究方向。

2 系统形式化建模及求解方法评价要素

在形式化建模方法的研究中,合理的评价要素对于分析不同建模策略的性能至关重要。近年来,已有诸多研究在综述类^[14-17,20,22,24,28-35]和研究类论文^[36-44]中探讨了形式化建模方法的关键评价要素。例如,文献^[14-17,29]采用环境适应性作为关键评价标准,以衡量建模方法在不同应用环境中的适用性;文献^[20,24,28,41-42]关注系统演化性,以衡量建模方法对系统动态变化的支持能力。文献^[32-34,36-40]则以大规模模型求解能力作为核心指标,分析了状态空间增长对模型求解效率的影响。此外,计算成本和收敛性也是研究关注的重点,例如,文献^[29,31,35]利用计算成本衡量不同求解方法的资源消耗,文献^[38,43,44]则考查收敛性,以评估模型在迭代优化中的稳定性和收敛速度。

为了系统分析这些评价要素在现有研究中的使用情况,本文对近年来的综述类和研究类文献进行了统计和对比,如表1所列。

表1 形式化建模方法的评价要素对比

Table 1 Comparison onevaluation elements of formal modeling methods

文献类别	文献	环境适应性	系统演化性	大规模模型求解能力	计算成本	收敛性
综述类文献	Marsanden等 ^[14]	●	○	●	●	○
	Lin等 ^[15]	●	●	●	●	○
	Gaur等 ^[16]	●	○	●	●	●
	Lin等 ^[17]	●	●	●	○	○
	Adhikari等 ^[20]	○	●	●	○	●
	Zhang等 ^[22]	●	○	●	●	○
	Nejati等 ^[24]	○	●	○	●	●
	Alshaer等 ^[28]	●	●	○	○	●
	Do等 ^[29]	●	○	●	●	●
	Zhou等 ^[30]	●	○	●	●	○
	Jamroga等 ^[31]	●	●	○	●	●
	Schrick等 ^[32]	○	○	●	○	●
	Masood等 ^[33]	○	●	●	●	●
	Beek等 ^[34]	●	●	●	○	○
	Preiser等 ^[35]	○	○	●	●	●
	研究类文献	Hillston等 ^[36]	●	○	●	○
Hayden等 ^[37]		○	●	●	●	○
Bortolussi等 ^[38]		●	●	●	○	●
Khader等 ^[39]		○	●	●	○	●
Lyu等 ^[40]		●	○	●	●	●
Michaelides等 ^[41]		○	●	●	○	●
Ding等 ^[42]		●	●	●	●	○
Nazeer等 ^[43]		●	○	●	○	●
Bortolussi等 ^[44]		○	●	●	●	●
本文方法	●	●	●	●	●	

注:●:对该评价要素进行详细讨论;●:提及该评价要素,但未进行详细讨论;○:未提及该评价要素。

可以看出,现有研究涉及多个评价要素,其中环境适应性、系统演化性、大规模模型求解能力、计算成本以及收敛性

最常被采用。例如,环境适应性在15篇文献中被强调;系统演化性在14篇文献中受到关注;大规模模型求解能力作为评价要素,在20篇以上的研究中得到应用;此外,收敛性和计算成本在10篇以上文献中有所体现,表明了它们在形式化建模方法评估中的重要性。

基于上述分析,本文综合已有研究成果,提出以环境适应性、系统演化性、大规模模型求解能力、计算成本以及收敛性这5个评价要素为核心的系统化评价框架。此外,尽管部分研究还涉及其他评价要素,但其在现有文献中使用频次相对较低,因此未被纳入核心评价体系。上述5个核心评价要素不仅涵盖了建模方法在不同应用场景中的适用性和效率,也能够有效衡量方法在动态系统中的适应能力,为模型求解的优化提供更全面的评价框架。5个核心评价要素的具体含义如下。

1) 环境适应性

环境适应性指形式化建模及求解方法在某一应用场景下满足系统基本需求和符合预期效果的适应程度。不同类别的系统应用场景对于PE方法的需求有着本质区别。例如,分布式系统场景需要清晰地表达并发系统的随机性质,这对于描述和分析分布式系统中如通信延迟、网络丢包及节点故障等随机事件很重要,而QN,PN和PA方法不适用。因此,环境适应性指标是考查形式化建模或模型求解方法是否适应特定场景的指标和原则之一。

2) 系统演化性

系统演化性指系统从一种稳定结构向另一种稳定结构转化的过程。对于复杂系统而言,是否能够稳定地适应系统动态转化是衡量形式化建模或模型求解方法的指标之一。

3) 大规模模型求解能力

该能力指模型能否有效处理大规模数据集或复杂模型结构。对于具备此能力的系统,关键在于其能否实现问题的形式化建模并高效求解,同时有效规避状态空间爆炸问题。

4) 计算成本

计算成本,即系统形式化建模、模型求解方法需要考虑的人工操作成本、时间消耗成本、维护和更新成本、误差成本以及计算资源成本。

5) 收敛性

收敛性通常指方法的输出结果是否能够接近真实结果。因此,研究方法的收敛性可以帮助确定求解问题的有效性和可行性。

3 复杂系统的形式化建模方法

本章详述了复杂系统形式化建模中的3类主要方法:排队网(QN)、Petri网(PN)及进程代数(PA)。本文分析了QN,PN以及PA的模型原理和应用场景,给出了研究进展和模型分类,并基于评价要素总结了各方法在不同应用场景下的优势和局限。

3.1 排队网

排队网(QN)通常又被称为队列网络^[45],自1909年Erlang^[46]提出随机服务理论,QN逐渐成为模型构建和系统性能分析的重要手段。随着理论的持续发展^[47-48],QN模型

已被应用于服务^[49]、运输^[50]以及医疗^[51]等领域的系统建模,其原理结构如图2所示。

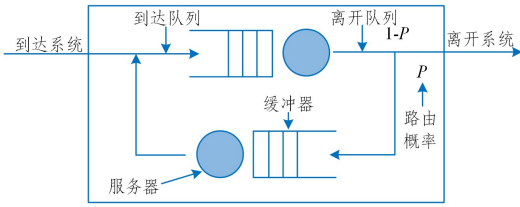


图2 排队网结构图

Fig. 2 Structural diagram of QN

3.1.1 排队网分类

QN模型在面向客户时可以从2个方面进行分类。一方面,根据系统中是否保留了固定的客户集合 S ,QN可以分为以下3种类型。1)开环网络(Open Networks)^[47],即系统中至少有一个来自外部的输入客户流 S_i 和至少一个输出到外部的输出客户流 S_o 。开环网络可应用于事务处理系统,该系统有从外部到内部的到达和从内部出发的离开。2)闭环网络(Closed Networks)^[50],即系统内所有客户永远在网络内部循环流动,此时网络中客户集 S 中的数量为常数。闭环网络可用于模拟多批量任务系统,且具有稳定性。3)混合网络(Mixed Networks)^[49],即系统中QN对 S_i 类客户是开放的,可以自由进出网络;QN对除 S_i 类外的客户是关闭的,不允许其进出网络。混合网络可同时用于模拟事务处理系统和多批量任务系统。

另一方面,根据系统中客户的特征类型是否相同,QN可以分为以下2种类型:1)单一类别的排队网(Single Class Queuing Networks)^[52],即系统中的所有客户具有完全相同的特征属性;2)多类别的排队网(Multi Class Queuing Networks)^[53],即系统中客户的特征属性、服务请求等可以不同。

3.1.2 排队网的优势与局限

QN能够清楚地描述系统中事件的并行和串行行为,有助于理解复杂系统的运作方式,并可以高效地处理大量并发事件。同时,QN具有很高的灵活性和扩展性,能够根据系统需求的变化而调整,方便增加新的库所和变迁。然而,在实际应用中,QN模型仍然存在局限性。1)模型构建的复杂性:与PN相比,QN模型的构建过程更为复杂,因为需要考虑更多的并发和同步事件。2)时间因素描述能力有限:QN可以描述事件之间的顺序关系,但对于时间因素的处理不够精确。例如,它无法准确地描述事件发生的时间点。3)可视化建模能力不足:与PN相比,QN的可视化建模能力较弱,可能会影响模型的理解和分析。4)状态刻画的局限性:系统中存在信息同步、信道阻塞和客户分裂情况,会导致QN模型的建模精度下降。

3.2 Petri网

1962年,Petri^[54]提出了一种用于刻画离散并行系统的模型,被称为Petri网(PN)。PN通过严谨的数学建模和直观的图形建模方式,为异步、并发的计算机系统提供了丰富的功能描述手段和行为分析技术。PN常被应用于离散事件系统^[55]、并行计算^[56]、生产流程^[57]、信息系统^[58]等多个领域。

3.2.1 Petri网分类

根据PN的主要应用场景,将其归纳为以下2种类型。

1)面向制造业和生产流程场景的PN。在工业制造类应用中,PN主要分为高级Petri网和SPN^[55]:(1)高级Petri网包括迁移Petri网^[56]、计时Petri网^[57]和有色Petri网^[58],主要用于制造系统^[56]等领域的建模、分析和优化。上述方法能够描述制造系统的多种特性,例如资源分配和产品质量控制等,可以更好地理解和优化生产流程,提高生产效率和产品质量。(2)SPN主要用于描述生产流程^[57]中的随机事件和不确定性,如设备故障和生产延迟等。通过对随机事件进行建模和分析,能够更好地预测和控制生产流程的稳定性。

2)面向信息系统和软件工程场景的PN。在信息科技类应用中,PN主要分为基本Petri网和随机属性Petri网:(1)基本Petri网在信息系统和软件工程领域的应用主要涉及软件测试^[59]和信息系统建模^[60]等方面。PN可以清晰地描述系统的并发和同步行为,进行定性和定量分析。(2)随机属性Petri网包括SPN和广义随机Petri网,在软件可靠性分析方面具有重要作用^[59]。例如,随机属性的Petri网可以分析软件系统的随机故障和异常情况,从而提高软件的可靠性和稳定性。

3.2.2 Petri网的优势与局限

PN模型能清晰地描述系统中事件之间的关系和并发性,处理大量的并发事件。PN模型强大的分析能力,可用于定性和定量分析,从而发现系统的错误、性能瓶颈和异常。此外,该模型还可以有效地对复杂系统进行建模,并对系统的性能和可靠性进行评价。

然而,在实际应用中,此方法仍存在不足。1)缺乏测试库中所零令牌的能力:PN不能对库中所零令牌的情况进行测试,会导致PN模型不准确。2)模型容易变得很庞大:对于大型系统,PN模型可能会变得非常庞大和复杂,导致分析和计算模型变得更加困难。3)模型通常不能反映时间因素:PN通常只用于描述并发和同步行为,而无法描述系统中的时间因素,因此,PN难以准确地描述实时系统的行为。4)构造大规模模型具有一定挑战:PN在处理大规模模型时面临着可视化能力不足、性能低效和理论基础受限等挑战,难以支持构建大规模模型。例如,采用自顶向下或自底向上的建模方式会非常复杂和困难。

3.3 进程代数

进程代数(PA)是一种基于代数理论的形式化方法,用于描述和分析通信并发系统^[61]。PA通过代数方法建立并发系统的数学模型,并提供推理工具,用于分析系统的结构和行为。其核心思想是将系统抽象为一组形式化元素,利用语义描述系统行为,并通过确定的语法规则推演系统的动态演化过程。PA的优势在于能够精确地描述系统中活动组件间的交互,处理多处理器分层结构中的同步和协作问题。与QN和PN不同,PA无需定义实体和流,而是通过定义组件的组合方式,实现系统建模。这一特性使PA具有更高的灵活性和更广泛的适用性。

3.3.1 基于进程代数方法的分类

PA主要关注系统的功能特性,包括可观察的行为、控制

流以及时间同步等性质。自 20 世纪 80 年代以来,研究人员基于 PA 在时间和离散概率上的扩展发表了一系列研究成果^[11,16,61]。通过引入具有连续概率性质的延迟分别对时间和概率进行整合,在 PA 的基础上形成了定时进程代数(Timed Process Algebra)和概率进程代数(Probabilistic Process Algebra)^[2]。其中,定时进程代数主要关注时间因素,研究进程在时间轴上的演化规律;概率进程代数主要关注进程执行中的不确定性因素。定时进程代数和概率进程代数在并发计算^[5]、通信协议^[16]、生物过程^[7]等领域被广泛用于刻画系统模型。特别地,PA 的定量扩展被视为 SPA^[62]的逻辑前身,对 SPA 的研究与对 PA 的扩展研究是同步开展的。因此,本节将基于 PA 的形式化建模方法分为定时进程代数、概率进程代数和 SPA 这 3 类进行讨论。

1) 定时进程代数

PA 的定时扩展备受关注,为了满足这一需求,研究人员相继定义了语言的定时扩展,如通信进程代数(Algebra of Communicating Process, ACP)^[63]、通信顺序进程(Communication Sequential Process, CSP)^[64]、通信系统演算(Calculus of Communicating System, CCS)^[65]和时序排序规约语言(Language of Temporal Ordering Specification, LOTOS)^[66]。上述语言都扩展了对定时进程代数的支持。定时进程代数的底层方法原理参考文献^[2]。其主要思想是使用定时前缀(t).P 进行扩展,其中(t).P 表示经过 t 个时间单位的延迟后达到进程 P 。根据 t 的不同值域,可实现基于离散时间和实时两种扩展。

不同定时进程代数之间的主要区别在于动作发生时间的语义定义不同。在可能定时语义(May-timing Semantics)中,动作需要在允许发生后延迟一定的时间发生,但对于动作必须要满足上下文同步的系统,动作发生时间可能需要进一步延迟^[64]。而在必须定时语义(Must-timing Semantics)中,动作一旦允许发生就必须立即发生。必须定时通常应用于内部动作,不受交互的影响,无需进行延迟操作。此后,出现了更灵活的必须定时方法,例如,使用特定的语法结构让任意操作受到必须定时的约束^[66]。通常,底层语义模型是一种定时转换系统,其将动作转换和时间推进相结合。此外,D'Argenio 等^[67]还提出了使用定时自动机作为底层语义模型的方法。

2) 概率进程代数

进程代数的概率扩展也受到了广泛的关注,产生了 ACP^[63]、CSP^[64]、CCS^[65]和 LOTOS^[66]等代表性语言。概率进程代数的基本思想是引入概率选择算子^[2],该算子允许表达式如 $P + pQ$,其中 $p \in (0, 1)$,表示以 p 的概率选择进程 P ,以 $1 - p$ 的概率选择进程 Q 。语义模型如何描述概率进程,取决于语义模型是否允许非确定性选择,即作为运算符显式发生还是作为交错解释并行组合的结果。

标准通信控制系统(Standard Communications Control System, SCCS)是 CCS 的同步变体,由概率选择取代了非确定性选择,从而避免了非确定性对 SCCS 概率扩展产生影响^[68]。概率进程代数使用的同步上下文的优势在于可以清晰地解释并行组合。由于进程以“锁步”(Lock-step)的方式演化,因此组合中过渡的概率只是各个概率的乘积。Skou^[68]

为该模型定义了强互模拟的概念并介绍了弱互模拟,尽管后者与标准并行组合并不一致。在非同步上下文的情况下,并行组合变得复杂。基于非同步上下文的并行组合案例的分析和对比参见文献^[69]。解决方法可以总结为以下 2 种:1)使用适当的信息对并行组合运算符进行参数化,解决由交织引入的非确定性;2)并行组合出现在生成的语义模型中,随后由调度程序或敌手解决^[70]。当语义模型中除了概率分支外还有非确定性分支时,就获得了马尔可夫决策过程。Segala 等^[71]提出的概率转移系统与此类决策过程非常相似,并且给出了弱/强互模拟概念。

Tofts^[72]提出使用概率、离散时间同步进程代数进行性能评估。结合概率和时间的其他方法还包括 Hansson 等^[73]提出的通信系统的时间概率演算(Timed Probabilistic Calculus of Communicating Systems, TPCCS),以及 Turner 等^[66]提出的 LOTOS 的非交错扩展。

3) 随机进程代数

20 世纪 80 年代,Nounou^[74]首次提出了随机进程代数 SPA,但早期并未给出形式化语义定义。SPA 作为对模型性能和可靠性分析的工具,在 1990 年被正式提出^[62]。相较于传统 PA,SPA 在活动实施中增加了随机的时间延迟,且活动的执行时间服从负指数分布。经过多年的技术演化和实践探索,SPA 已经得到了广泛应用,其发展历程如图 3 所示。

与经典 QN 和 Petri 网随机变体不同, TIPP (Timed Process for Performance Evaluation)^[75], PEPA (Performance Evaluation Process Algebra)^[2], EMPA (Extended Markovian Process Algebra)^[76], MODEST (Modeling and Description Language for Stochastic Timed Systems)^[77], PALOMA (Process Algebra for Located Markovian Agents)^[78], CARMA (Collective Adaptive Resource-Sharing Markovian Agents)^[79], FCPP (Field Calculus)^[80]及 Scafi (Scala-Fields)^[81]等 SPA 允许以组合的方式规范生成马尔可夫链。现有研究已证明 SPA 的优势。具体来说, Hillston^[2]证明了强马尔可夫互模拟与一般可约化性的一致性,该结果为采用高效算法计算马尔可夫链的强互模拟奠定了理论基础。此外,他们首次提出了一种具备构造性且计算高效的可约化性求解方法。文献^[2]、文献^[68]和文献^[70]中的示例验证了基于代数的方法在性能分析中的实用性,并在利用组合结构进行分析方面取得了重要进展。在合并任意分布时,主要挑战在于缺乏无记忆性。对此,D'Argenio 等^[67]提出了基于事件结构的非交错语义来处理一般分布问题;随后,D'Argenio 等^[82]和 Orozco 等^[83]提出了定时自动机的随机变体并定义了非马尔可夫微积分。EMPA 的非马尔可夫扩展版本^[84]被称为广义半马尔可夫进程代数(Generalized Semi-Markovian Process Algebra, GSMPA),其基于步骤语义和 ST 语义的组合构建。在集体自适应系统的建模中, CARMA^[79]展现出良好的适用性。该语言提供了一组丰富的通信原语,并利用与组件相关的存储属性实现基于属性的通信机制。Lyu 等^[40]提出基于 CARMA 模型的大规模 IaaS 云可用性系统,该模型弥补了排队网、Petri 网、传统马尔可夫链等方法在处理任务大小和 PM 异构性时的不足。通过 CARMA 的属性建模能够更灵活地描述超级任务的行为,并有效评估 IaaS 云的可用性。

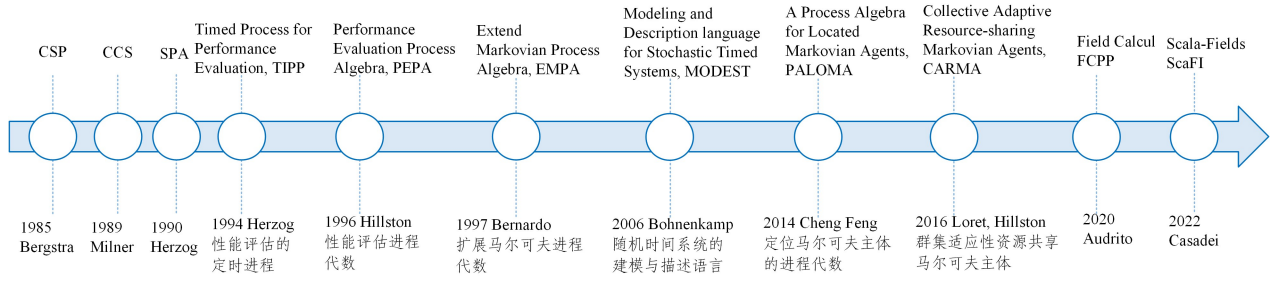


图3 SPA 发展时间轴

Fig. 3 SPA development timeline

3.3.2 进程代数的优势与局限

PA 适合描述和分析并发系统的结构和行为,尤其适用于高度并发性和同步性的系统。它能精确描述并发系统的结构和行为,为系统建模和分析提供强大的理论基础。例如,在操作系统设计、网络协议设计和软件系统设计等领域,PA 可用于描述进程之间的关系、进程之间的通信和同步等。PA 可以将复杂的并发系统模型简化,从而加快分析和验证的过程。然而,相比 PN, QN 等,PA 的直观性稍显不足。此外,PA 无法准确地描述和建模实际系统中的错误行为和异常情况。例如,PA 通常假设系统中的所有进程都按预期运行,并且不会出现竞争条件和错误传播等问题。然而,在实际系统中,这些问题都是普遍存在的,因此需要更复杂的方法来描述和解决。

SPA 较 SPN,在功能抽象和时间抽象方面取得了进一步的发展。在功能抽象方面,SPA 通过使用隐藏操作符,将活动隐藏为内部活动来实现。SPA 方法借助这种功能抽象机制有效缩小了状态空间,使得 SPA 表达式可以更清晰地反映组件之间的层次关系。在时间抽象方面,与在 SPN 中表现为执行时间为零的瞬时变迁不同,SPA 中时间抽象表现为引入瞬时变迁。Guzmán 等^[75]基于 SPA 的瞬时变迁实现了 TIPP 的时间抽象,使得 TIPP 适用于对任务管理系统、项目管理系统和需要大量数据分析的系统等进行建模。然而,相比 PN, QN 以及 PA 等,SPA 的逻辑更加复杂,计算成本更高。此外,SPA 在错误处理方面优于 PA 等方法,但存在无法精确捕捉复杂错误行为等问题。特别是在面对复杂位置空间和多播语义时,现有的 SPA 模型求解方法难以胜任,因此需要进一步改进。

综上所述,QN,PN,PA 和 SPA 方法在不同的应用场景下具有各自的优势与局限,本文根据评价要素总结了上述 4 种方法的优势与局限,如表 2 所列。

表 2 形式化建模方法基于评价要素的优势与局限

Table 2 Advantages and limitations of formal modeling methods based on evaluation elements

评价要素	QN ^[49-51]	PN ^[55-58]	PA ^[5,7,11,16,61]	SPA ^[68,70,79,83-84]
环境适应性	较弱 (服务型系统)	低至中等 (离散事件系统)	中等至高 (并发系统)	高 (随机不确定性系统)
系统演化性	不具备演化性	较弱	低至中等	中等至高
收敛性	较低	中等至高	中等至高	高
大规模模型求解能力	较低	低至中等	中等至高	高
计算成本	低至中等	中等至高	高	高

4 复杂系统模型求解方法

复杂系统模型的求解一直是量化分析中的核心问题,传统的模型分析主要依赖于马尔可夫过程及其变体(如半马尔可夫、区间马尔可夫过程等)。然而,随着系统规模的扩大以及组件间交互和耦合关系的日益复杂,模型的求解能力受到了严重制约,面临状态空间爆炸问题。针对这一挑战,文献[85-88]提出了多种数学工具和方法来缓解状态空间爆炸问题,文献[89]进一步引入了一种适用于马尔可夫过程代数的新型连续状态空间方法。本文重点关注状态聚合、随机模拟以及流近似技术在解决状态空间爆炸问题中的应用,并系统讨论不同方法的求解机制、适用场景、优势及局限。

4.1 状态聚合技术

状态聚合技术是一种有效分析和评估系统性能的方法。其基本思想是将模型的状态空间划分为多个区域(区域被称为宏观状态),将相关的宏观状态聚合为一个状态来减小状态空间规模,从而有效缓解状态空间爆炸问题。具体来说,这种技术利用等价关系将具有相同行为的状态分为一组,然后通过聚合过程创建一个仅在宏观状态上运行的新的随机过程。

4.1.1 状态聚合技术分类

对于复杂分层模型,Mohammad-Djafari 等^[90]提出一种对称性模型用于自动生成简化的马尔可夫链技术。该技术可以集成到建模工具环境中以分析分层模型。简化的马尔可夫链技术可减少状态空间规模,进而解决标准模型无法分析复杂分层模型的问题。Gilmore 等^[91]利用 SPA 模型推导图的项间同构现象,实现了模型状态聚合。此外,在稳态概率分布计算方面,Gilmore 通过聚合推导图实现了比 PEPA^[2,92]模型中连续时间马尔可夫链(Con-Tinuuous-Time Markov Chain,CT-MC)更高的计算效率,为近似分析复杂模型提供更高效率的求解方法。

在分布式系统场景中,文献[93]指出 SPN 和扩展进程代数在可扩展性和不确定性处理上的优势,特别适用于大规模计算机通信网络的建模与分析。然而,模型求解中使用的随机过程规模增长迅速,限制了传统模型构建和求解方法的实用性。Moreaux^[94]提出用简化的基础模型构建方法解决该问题。该方法利用特定模型的结构和所需的性能变量选择适当的状态,通常能够减少必须考虑的状态数量。此外,与传统方法不同,该决策是先验做出的,无需生成详细的状态空间。

对于多实体的通信场景,Hillston^[2]证明了可以利用模型中包含的结构来提供聚合的组合方法。并且 Hillston 等^[95]

指出上述基于可集中性的模型简化技术可以应用于 PA 方法,从而避免了构建原始模型的生成矩阵,实现了更高效的分析。Hermanns 等^[96]表明对于大规模复杂系统,可以通过自动生成 SPA 来降低获取性能模型(如马尔可夫链和 QN)的难度,并且他们还通过传统老式电话系统对此进行了论证。Pourranjbar 等^[97]提出了一种适合处理组合模型的聚合技术,该技术允许不同的实体群体进行交互。文献^[98]进一步证明了 Pourranjbar 等提出的聚合技术在包含大量组件的模型中具有最好的数值求解能力。

4.1.2 状态聚合技术的优势与局限

状态聚合方法是性能分析中的一种重要方法。状态聚合通过映射关系将高维状态空间转化为低维状态空间,在大规模复杂、离散状态及并发系统等应用场景下具有广泛应用

价值。然而,在高度异质化系统中,状态聚合可能导致关键行为模式丢失,从而影响建模精度。例如,在匿名投票协议的安全性分析场景中^[92],状态聚合需要结合蒙特卡罗方法来补充关键状态信息,这样既可以降低计算量,又能保留行为细节。

状态聚合法在不同应用场景下的优势与局限如表 3 所列。其中,并行系统场景的适用范围有限,意味着状态聚合技术不适用于以下 2 种情况:1)一个任务需要在多个处理器核心或计算单元上并行执行;2)一个任务需要在同一处理器核心上交替执行。大规模复杂系统场景的适用范围有限,意味着状态聚合技术不适用于以下 2 种情况:1)超大规模的系统,例如包含数以亿计节点的网络或系统;2)具有精细细节或特定特征的系统,例如需要详细到分子级别的生物系统,或精确模拟人类行为的社会系统。

表 3 状态聚合技术的优势与局限

Table 3 Advantages and limitations of state aggregation technology

应用场景	优势	局限	适用性
离散变量系统 ^[90]	减少计算量,提高计算效率	不适用于连续系统	交通流量预测、人口统计
大规模复杂系统 ^[93]	降低维度,提高计算效率	适用范围有限	生态系统、交通网络
并行系统 ^[96]	并行处理,提高计算效率	适用范围有限	网络流量控制、多任务调度
并发系统 ^[95]	简化模型,提高计算效率	不适用于连续系统	进程调度、任务分配
随机性的并发系统 ^[97]	降低维度,提高计算效率、随机性	对初始条件敏感	随机过程模拟、决策风险评估

4.2 随机模拟技术

随机模拟技术,亦称蒙特卡罗方法(Monte Carlo Method)或统计 PU 验法,其核心思想源于概率与统计理论,最早由 Neumann 等^[99]提出。该方法通过随机抽样生成统计样本,以模仿或复制系统的行为^[99]。在系统建模中,随机模拟技术能根据动态系统特性构建状态空间模型,并选择合适的数值方法,有效降低模型的状态复杂度,从而减少计算和存储开销。因此,随机模拟技术在解决状态空间爆炸问题方面有较高的计算效率,适用于金融、交通等复杂系统的分析和优化。

4.2.1 随机模拟技术分类

在信息安全领域中,Chaum^[100]提出了分离选民和选票的匿名通道的匿名电子投票方案,该方案被广泛用于公开在线投票场景(如政治选举)。Bradley 等^[101]进一步使用随机模拟技术分析大型 SPA 优化匿名电子投票系统。在生物和生化反应领域中,Gillespie^[102]提出了随机模拟算法(Stochastic Simulation Algorithm,SSA),用于模拟生物和生化反应中分子间的相互作用。SSA 利用概率密度函数对反应动力学进行随机模拟,能够精确模拟反应系统中分子的随机行为,并刻画分子间相互作用和空间异质性。Bradley 等^[103]将通用 SPA 模型转换为随机模拟形式,通过对进程描述系统地生成速率方程,并基于化学和生化反应分析工具,输出多状态空间

模型的时间序列。在反应动力学领域,Turner 等^[104]将随机模拟技术应用于反应动力学。Ptzsch^[105]完善了 SSA 原理并将其应用于反应动力学。相比于微分方程反应动力学模型,SSA 可以更精确地模拟反应系统的动态行为,为解决复杂系统和非线性反应动力学问题提供更加精确的分析工具。

4.2.2 随机模拟技术的优势与局限

随机模拟技术在解决状态空间爆炸问题上的优势包括:1)可以有效地模拟系统的行为,避免计算所有可能性,适用于处理复杂和大规模系统;2)可以提供系统行为的统计性质理解,有助于预测和决策。然而,随机模拟技术存在一定的局限。具体来说,在信息安全场景中,随机模拟技术需要消耗大量时间和计算资源,对于大规模的网络系统来说是一个挑战。在生物和生化反应场景中,由于生物和生化反应的复杂性和不确定性,随机模拟技术可能导致结果不可预测。在反应动力学场景中,随机性可能会干扰反应过程的精确模拟,从而影响结果的准确性和可靠性。此外,随机性导致随机模拟技术可能无法准确地预测和防御所有的网络攻击行为,需要额外的技术和措施来提高防御的准确性和可靠性。

综上所述,随机模拟技术在解决状态空间爆炸问题上具有一定的优势,但是需要结合具体的应用场景考虑其适用性和限制,并选择更合适的方法来提高模拟的准确性和效率。随机模拟技术在不同应用场景下的优势与局限如表 4 所列。

表 4 随机模拟技术的优势与局限

Table 4 Advantages and limitations of the stochastic simulation technique

应用场景	优势	局限	适用性
离散变量系统 ^[100]	可以将离散问题连续化,提高求解效率	对于特定问题不适用	离散变量可以连续化的优化问题
大规模复杂系统 ^[102]	降低问题的复杂性,提高计算效率	对于具有强耦合性的子系统无法得到准确结果	大规模复杂系统,可以被分解为独立的子系统
并行系统 ^[104]	提高计算速度	具有强依赖性的子问题需要重新迭代	可以被分解为独立子问题的并行系统
并发系统 ^[103]	提高计算效率	具有非线性或约束条件的并发任务不适用	可以被转化为一组独立子问题的并发系统
随机性的并发系统 ^[105]	迭代计算技术逐步逼近期望最优解	具有复杂随机特性的子系统需额外计算和调整	随机性质的并发系统

4.3 流近似技术

Hillston^[36]于2005年提出了一种基于SPA的系统性能分析方法,即流近似技术(Fluid-flow Approximation),主要用于缓解状态空间爆炸问题。不同于传统基于CTMC的分析方法,流近似技术的数学基础是一组耦合的常微分方程(Ordinary Differential Equations, ODEs),其核心思想是将离散状态映射为连续变量。由此,底层CTMC的动态演化过程可以用ODEs进行近似求解,从而避免了直接构造和存储庞大的状态空间。该方法适用于包含大量复制组件或组件状态快速转移的系统。关于流近似技术的底层工作原理,可参考文献[36]。此外,与之类似的技术还包括平均场(Mean Field)、状态空间近似(State-space Approximation)等。流近似技术主要关注于一阶连续近似,而其高阶扩展则对应闭合矩技术(Moment-closure Approximations)。

流近似方法^[38]在求解思路上有2个关键转变:首先,该方法不再关注模型整个状态空间的概率分布,而是以模型组件类别为核心,通过类别之间的抽象状态转移来量化和解析模型行为,即从个体级建模转向集合级建模;其次,假设状态变量是连续变化的,而非离散的。通过这种转换,流近似技术将系统的状态变量视为连续变量,使得系统状态的演化过程能够通过一组ODEs进行描述^[39]。由于ODEs的求解不需要枚举所有可能的离散状态组合,因此该方法大幅降低了系统的存储和计算需求,从根本上缓解了状态空间爆炸问题。

4.3.1 流近似技术分类

1) 依据应用场景的流近似技术分类

根据流近似技术的不同典型应用场景,将其分为4类:分布式系统、信息安全、生物和生化反应以及被动协作场景。

在分布式系统领域,Tribastone等^[106]提出基于ODEs的确定性近似马尔可夫链模型,用于大型3层分布式应用程序模型的数值测试。结果表明,该方法在大规模分布式系统中具有良好的适用性。Bortolussi等^[38]使用流近似方法分析分布式的云计算资源分配问题,通过跳跃马尔可夫过程构建任务调度和资源分配模型,并将其转换为一组ODEs用于描述系统状态的演化。该方法适用于分布式系统,可以预测负载变化趋势、优化资源调度策略。

在信息安全领域,Bradley^[107]分析了3种类型的网络蠕虫攻击,包括网络的基本传染病(Susceptible Infected Recovered, SIR)模型(易感染删除模型)、网络的再感染SIR以及第二阶段分布式拒绝服务攻击的SIR模型。Massink等^[108]阐述了基于随机模型的流近似方法,该方法能在大规模复杂环境下以相对较少的算力和资源进行建模和分析。Bradley等^[101]提出了基于PEPA流近似的安全电子投票协议模型,该模型可以分析 $O(1010000)$ 的状态空间,优于传统显式状态空间技术,解决了状态空间爆炸问题,具有实用性。

在生物和生化反应场景中,Duguid^[109]提出了以化学试剂为中心的主动协作流近似方法。

该方法将每个组件定义为高浓度状态和低浓度状态,并允许组件在不同状态之间进行转变。此外,该方法基于PEPA派生出一组ODEs,并遵循能量守恒定律。Michaelides等^[41]则提出了通用的几何流近似(Geometric Fluid Approximation, GFA)技术,通过引入扩散方程替代原始动力学的流近似,以获得模型的流近似结果,实现了CTMC的连续化建模,并成功应用于传染病传播的动态分析。

在被动协作场景下,Hayden等^[37]从被动协作的性能模型中系统地导出了流体语义,为新的被动流体语义提供了理论依据。其中,被动协作是协作组件之间一种流行的同步方式,被动组件需等待主动组件进行同步后再执行其动作。Bravetti等^[110]基于2种进程演算分析了跨多个Web服务器复制示例,分别是在实现Web服务时使用了socket^[111],在面向Web服务建模时使用了PEPA,用于分析负载增加时系统的性能。Gaur等^[112]指出在面对复杂系统时,以连续状态空间的流近似技术优于以离散状态进行分析。

2) 依据数学原理的流近似技术分类

(1) 数值型的流近似

为了解决直接应用数学工具所带来的不便,Ding等^[42]提出了数值型方法,进一步优化了Hillston的流近似技术。同时,Ding等^[42]开发了一个支持模拟的CTMC平台,该平台能够自动生成ODEs并提供所有潜在和跃迁结构的方法。Hayden等^[37]利用耦合ODEs逼近CTMC的高阶矩,证明了数值型的流近似在解决状态空间爆炸问题方面的实用性。文献[113]中的方法针对数值向量形式和活动矩阵进行了优化,实现了多项式级的状态空间增长,解决了空间爆炸问题。上述研究基于数值方法、耦合ODEs等技术,有效地扩展了流近似技术,使其能更好地应对状态空间爆炸问题。

(2) 流近似的扩展语义

Bradley等^[107]在流近似方法中引入了被动速率,成功扩展了该技术。随后,Hayden等^[37]在现有流体模型中对比分析了采用被动协作的系统,并提出了近似于分量计数过程的被动协作流体语义,同时提供了理论支持。文献[43]通过将状态转移来源等信息加入动作矩阵,并根据不同的动作速率进行计算,对流近似技术进行了修改,使其适用于流行病模型。Tribastone等^[106]采用紧凑符号操作语义,实现更简洁的PEPA;通过合并全部语言算子,消除对模型句法结构的假设,扩大了流近似方法的应用范围。文献[68]详述了如何从流近似中导出性能指标,如行动吞吐量和容量利用率等,以便进行更有效的性能评估。上述研究为流近似技术的扩展和改进做出了贡献,使其适用于更多的应用领域,能更准确地评估系统的性能指标。

(3) 混合语义的流近似技术

为了解决大规模马尔可夫模型中的状态空间爆炸问题,SPA基于ODEs流体语义将所有实体转换为连续实体。然而,对于实例数量较少或动态变化较慢的情况,基于ODEs流体语义的SPA存在难以精确刻画系统的问题,其误差较大。Bortolussi等^[44]提出混合语义方法来解决这一问题。具体来说,该方法将系统中动态变化较慢的部分视为随机离散的,动态变化较快的部分视为确定连续的。通过对客户端/服务器故障和维修案例的分析,验证了混合语义方法的准确性。

综上所述,流近似技术已成为一种有效解决状态空间爆炸问题的方法。然而,为了满足现有的多播语义和支持复杂位置空间系统,仍需对现有的流近似方法进行改进。

4.3.2 流近似技术的优势与局限

流近似技术能够用于模拟和分析流体动力问题,为理解复杂系统的行为提供了一种高效且简便的建模方法。然而,流近似技术在应用过程中仍面临挑战且存在局限性。首先,该方法对计算资源和专业知识的较高要求,建模过程较为复杂,计算成本较大;其次,流近似技术存在一定的适用范围限制,难以全面捕捉流体的复杂动力学行为。此外,在高度离散化

或小规模系统中,流近似可能引入较大误差,影响求解精度。例如,在实例数量较少或动态变化较慢的客户端/服务器故障维修场景中^[44],通过结合混合语义方法,牺牲部分理论严谨性来缩短计算时间,展现了结合方法的实用性。流近似技术在不同应用场景下的优势与局限如表 5 所列。为评估 3 种模型求解方法,本文根据第 2 章的 5 个关键评价要素进行了对比,结果如表 6 所列。

表 5 流近似技术的优势与局限

Table 5 Advantages and limitations of the fluid-flow approximation technique

应用场景	优势	局限	适用性
离散变量系统 ^[42,106]	通过 ODEs 近似,将离散决策变量转换为连续变量,降低计算复杂度	可能损失离散变量的精确性,导致优化求解偏差	具有大量离散状态的系统,任务调度、资源分配等
大规模复杂系统 ^[36,112]	减少状态空间规模,提高求解效率	适用于系统规模足够大的系统,否则近似误差较大	适用于大规模网络、计算机系统、传染病传播等
并行系统 ^[38,109]	提高计算精度,减小误差	在高维系统中求解成本高	适用于计算机集群、分布式系统,分析并行任务间的资源竞争
并发系统 ^[37,110]	可将复杂的并发交互关系转换为 ODEs,便于分析	不能直接刻画精确的个体交互,可能忽略关键的同步或竞争行为	适用于制造系统、网络协议分析,分析并发进程的整体行为
随机性的并发系统 ^[41,108]	适用于处理复杂随机系统	随机扰动可能导致数值不稳定,计算精度受限,需引入更多修正策略	适用于网络流量控制、物联网系统,在随机扰动下能提供近似分析

表 6 3 种模型求解方法对比分析

Table 6 Comparative analysis of three model solving methods

方法	特点	系统演化性	收敛性	环境适应性	计算成本	大规模模型求解能力	局限性
状态聚合 ^[91-99]	将等价状态合并	低	中等至高	中等	低	小规模复杂系统	聚合策略选择困难
随机模拟 ^[100-105]	使用随机样本估计系统性能	低至中等	低至中等	中等至高	中等	中、大型系统	结果精确性受采样数量影响
流近似 ^[36-39,41-43,106-113]	用流形式表示状态空间	高	高	高	中等至高	高维状态空间系统	引入近似误差

5 案例研究

基于对形式化建模和模型求解方法的讨论,本文分别对基于流近似方法和随机进程代数方法的典型应用案例进行了分析。

Michaelides 等^[41]提出了几何流近似的传染病传播模型;Lyu 等^[40]提出了基于属性的 CARMA 大规模 IaaS 云可用性模型。这两种方法的核心思想在于利用数学建模和计算优化技术,将复杂动态系统的建模问题转换为可计算的形式。本章将针对上述两种具有代表性的案例进行深入分析,旨在展示形式化建模及求解在不同应用场景下的建模思路、关键挑战及核心流程,并探讨进一步的研究方向,从而为更广泛的应用场景提供理论支撑和技术支持。

1) 基于几何流近似的传染病模型

在 Michaelides 等^[41]的研究之前,PA 已被用于在抽象背景下模拟 SIR 模型,其中 SIR 模型是通过确定性定时同步进程代数实现的。Michaelides 等^[41]进一步提出了一种基于机器学习的 GFA 技术,用于模拟 SIR 模型,并克服了流近似技术仅适用于种群连续时间马尔可夫链(Population Continuous-Time Markov Chain, pCTMC)的局限性。GFA 技术基于机器学习的流形方法分析转移矩阵,将 CTMC 转换图嵌入欧几里德空间,并通过贝叶斯非参数回归推断欧几里德空间上的漂移矢量场,以补充嵌入信息并产生连续过程,从而将 pCTMC 扩展为一般性的 CTMC。该方法以连续化方式逼近系统行为,减少状态存储需求,在一定程度上降低

了计算成本和复杂性。

GFA 方法的准确性取决于 CTMC 在欧几里德空间中的嵌入拟合程度。为验证 GFA 方法的有效性,文献^[41]比较了 GFA 在嵌入空间中的轨迹与标准流近似在浓度空间中的轨迹。实验结果表明,2 种流体方法模拟的轨迹与经验平均轨迹高度吻合,说明 GFA 能够准确地模拟 SIR 传播过程。

为进一步验证 GFA 方法的准确性,文献^[41]定义了一组障碍状态集 $B = \{(S, I, R) | R/N \geq 1/10\}$,并检查系统在集合 B 中首次通过时间(First-Passage Time, FPT)的分布,其中初始状态 $X(0) \notin B$ 。实验结果表明,GFA 计算得到的平均 FPT 与标准流近似方法的结果一致,进一步证明了几何流近似方法的精度优势。

然而,流近似技术的计算精度严重依赖于 pCTMC 的结构特征,而一般 CTMC 不具备该结构特征。该文提出的 GFA 可将流近似技术扩展应用于一般 CTMC 结构。基于流行病模型的模拟结果表明,GFA 为流行病学案例研究提供了更精准的近似值。未来研究可以进一步探索将 PEPA 语言扩展到微分方程模型,以提升语言的适用范围,从而支持跨种群协作模型的刻画,为更复杂的传染病动力学建模提供理论支撑。

2) 基于属性的大规模 IaaS 云可用性模型

针对大规模云计算环境的复杂场景,任务调度和资源管理涉及多种组件的复杂交互。Lyu 等^[40]提出了一种基于属性的 CARMA 模型,用于建模和分析 IaaS 云的可用性。该模型不仅能够适应多样化的计算环境,还解决了 2 个固有难题:

(1) 超级任务对可用性的影响,其内部需要高频通信或共享资源,因此须部署在同一物理机上;(2) 物理机(Physical Machine, PM)异构性未被充分考虑,传统方法通常假设所有 PM 同构,而实际 IaaS 云云数据中心中的 PM 可能来自不同厂商,具有不同的执行速率、容量、平均修复时间等特,这些因素对可用性分析至关重要。基于属性的 CARMA 模型弥补了排队网、Petri 网、传统马尔可夫链等方法在处理超级任务和 PM 异构性时的不足,使该方法能更灵活地描述复杂云计算场景,并有效评估 IaaS 云的可用性。该语言的优势如图 4 所示^[40]。该方法支持多种任务大小分布(如固定整数值和正态分布),并可根据 PM 功能和 PM 执行模式等特征建模任务和计算资源,使得形式化模型更贴近实际云计算场景。此外,该模型允许 PM 依据自身特性独立确定任务完成时间,从而更真实地反映异构计算资源的动态行为。

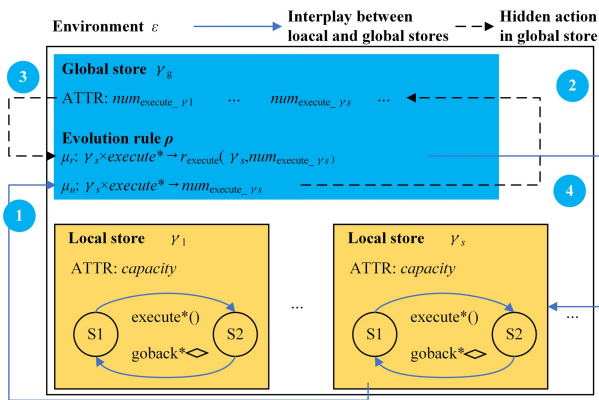


图 4 CARMA 语言具备对环境适应的能力^[40]

Fig. 4 CARMA language's capability for environment adaptation^[40]

在此基础上, Lyu 等^[40]考虑了截断正态分布、均匀分布和对数正态分布的大小,以及任务的执行时间、任务的提交时间以及 PM 的可用性,从而更全面地评估了 IaaS 云的可用性。新模型可通过调整参数来模拟不同的场景,为实际应用提供更多元的建模方法。实验表明,当 IaaS 环境中存在超级任务时,需要消耗更多计算资源以确保可用性;当任务大小呈现均匀分布时,可用性波动相比于截断正态分布更为严重。可用性分析的结果可为制定针对性 PM 部署方案提供有效参考。与现有方法相比, CARMA 提供了一种更为简洁的方式来实现具有复杂特性的 IaaS 云模拟模型。

该论文在形式化建模方面取得了重要进展,提出的基于属性的 CARMA 方法描述了大规模 IaaS 云计算场景中的任务调度和资源管理等问题,有效克服了传统方法在处理超级任务和物理机异构性等方面的局限性。然而,其在模型求解方面仍然面临挑战:在基于区间连续马尔可夫链(Interval Continuous-Time Markov Chain, ICTMC)等更复杂的大规模模型中,流近似方法难以直接应用于解决状态空间爆炸问题。为此,该论文采用了蒙特卡罗方法进行求解,通过随机仿真替代显式状态存储,以降低计算复杂度。然而,该方法在计算效率、成本及复杂性控制方面仍存在优化空间。未来研究可进一步探索更高效的状态压缩技术和改进流近似方法,并优化蒙特卡罗求解策略,以提升该模型在大规模云计算系统中的

适用性和计算性能。

结束语 本文基于提出的性能评价要素集合,对复杂系统常用的 4 类形式化建模方法(QN, PN, PA 和 SPA)和 3 类模型求解方法(状态聚合、随机模拟、流近似)进行对比,分析了各类方法的优势与局限。基于 SPA 的形式化建模方法通过抽象语义描述了大规模交互,在复杂系统建模方面具有突出优势。而流近似采用离散数值连续化方法克服了状态空间爆炸问题,可以有效满足复杂系统的性能量化分析。因此, SPA 和流近似有望成为解决复杂系统性能评估的主要建模和求解方法。

尽管 SPA 和流近似已有一系列成功案例,但仍然存在一系列基础性问题亟需解决。1) 进一步扩展和完善形式化建模理论:模型应该具备更强的表达能力,例如局部计算能力(如域计算(Field Computing)^[114])及其聚合能力,减少对全局信息的统一计算需求。2) 增加模型的适应性:使模型适用于不同的建模场景,例如多播语义流近似、变迁速率更新、变迁速率服从一般分布、支持复合型评价指标等。3) 加快模型的收敛速度:增强模型的泛化能力、可解释性和鲁棒性,从而优化模型性能和应用效果。例如,在医学图像分析、金融风险等不同领域中,减少收敛速度慢导致的诊断延误和风险不可控;通过优化形式化建模算法、调整模型结构等方法来加快收敛速度,提高模型的性能、效率和实用性。4) 提高系统演化性:演化性低会导致模型灵活性不足、维护成本高、性能受限、难以协同工作以及缺乏可重用性等问题;可以采用模块化设计、参数化配置及自适应学习机制等技术手段,使模型系统更加灵活、可扩展和可重用。5) 形式化建模及求解方法适应于复杂的位置空间:目前现有的模型和方法在模拟网格细化状态时,大多仅支持随机游走模型和 RWP(Random Waypoint model)模型,对复杂移动的场景描述能力不佳,存在较大的数值误差。6) 进一步完善流近似理论:流近似分析和闭合矩近似在被动语义模型、组件间多动作协作模型及混合语义模型上还存在一定的计算误差,需要继续研究近似策略。

参考文献

- [1] DEAVOURS D D, SANDERS W H. An efficient disk-based tool for solving large Markov models[J]. Performance Evaluation, 1998, 33(1): 67-84.
- [2] HILLSTON J. A Compositional Approach to Performance Modelling[M]. Cambridge University Press, 1996.
- [3] MANSOURI Y, PROKHORENKO V, BABAR M A. An automated implementation of hybrid cloud for performance evaluation of distributed databases[J]. Journal of Network and Computer Applications, 2020, 167(2020): 102740.
- [4] OLAWUMI T O, CHAN D W M. Cloud-based sustainability assessment(CSA) system for automating the sustainability decision-making process of built assets[J]. Expert Systems with Application, 2022, 188: 116020.
- [5] TABASSUM M, PURYEAR N, KUZLU M, et al. Performance Evaluation of a Cloud-based IoT Platform for Smart Cities: Open Cybercity[C]//Proceeding of the Mediterranean Conference on Embedded Computing. 2023: 1-4.
- [6] PATEL K, MISTRY C, GUPTA R, et al. A systematic review

- on performance evaluation metric selection method for IoT-based applications [J]. *Microprocessors and Microsystems*, 2023, 10: 80-94.
- [7] KADARINA T M, PRIAMBODO R. Performance Evaluation of IoT-based SpO₂ Monitoring Systems for COVID-19 Patients [J]. *Journal of Electronics Electromedical Engineering and Medical Informatics*, 2021, 3(2): 64-71.
- [8] ZHU Y, HUANG Z Q, ZHOU H. Formal method for verifying BPEL model used by functional programming language[J]. *Journal of Frontiers of Computer Science & Technology*, 2018, 12(2): 185.
- [9] ISHIBUCHI H, NAN Y, PANG L M. Performance Evaluation of Multi-objective Evolutionary Algorithms Using Artificial and Real-world Problems[C]// *Proceedings of International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Cham: Springer, 2023: 333-347.
- [10] SHAFAEI M H, ALISHAHI M M, EMDAD H. A new hybrid crweno-mweno-adaptive moving mesh method for cavitating two-phase compressible fluid flow simulation[J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2023, 34(3): 2350033.
- [11] DING J, SUN H, CHEN X, et al. Response time analysis of a manufacturing supply chain with performance evaluation process algebra[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2022, 167: 108043-108053.
- [12] HILLSTON J, MARIN A, PIAZZA C, et al. Persistent Stochastic Non-Interference [J]. *Fundamenta Informaticae*, 2021, 181(1): 1-35.
- [13] BOCCHI L, FIADEIRO J, GILMORE S, et al. A Formal Approach to Modelling Time Properties of Service-Oriented Systems[M]// *Handbook of Research on Non-Functional Properties for Service-Oriented Systems; Future Directions*. 2009: 1-17.
- [14] MARSAN M A, CONTE G, BALBO G. A class of generalized stochastic Petri nets for the performance evaluation of multiprocessor systems[J]. *ACM Transactions on Computer Systems*, 1984, 2(2): 93-122.
- [15] LIN L, JIANG J C. Modeling and Analysis of Traffic Information System Based on Generalized Stochastic Petri Net[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2005, 28(1): 81-87.
- [16] GAUR M, KANT R. A Survey on Process Algebraic Stochastic Modelling of Large Distributed Systems for Its Performance Analysis[C]// *Proceedings of the International Conference on Eco-friendly Computing Communication Systems*. IEEE, 2015: 206-211.
- [17] LIN C, WEI Y Y. Stochastic Process Algebras and Stochastic Petri Nets[J]. *Journal of Software*, 2002, 13(2): 201-213.
- [18] EBERSOLD S, HUANG L, KOGTENKOV A, et al. Lessons from Formally Verified Deployed Software Systems[J]. arXiv: 2301.02206, 2023.
- [19] XIE R. Survey of Complex System Modeling Methods [J]. *Modern Defence Technology*, 2020, 48(3): 31.
- [20] ADHIKARI R, POKHAREL S. Performance Evaluation of Convolutional Neural Network Using Synthetic Medical Data Augmentation Generated by GAN [J]. *International Journal of Image and Graphics*, 2023, 23(1): 2350002.
- [21] LU Q, LI X J, GUAN Y, et al. Modeling and Analysis of RoS2 Data Distribution Service for Data Flow[J]. *Journal of Software*, 2021, 32(6): 1818-1829.
- [22] ZHANG J W, NIU B N. Overview of Modeling Methods for Database System Performance Models[J]. *Journal of Computer Research Applications*, 2019, 36(3): 641-656.
- [23] SADATI E A, CHESHMEHSHORABI M M. Performance evaluation of web search engines in image retrieval; An experimental study[J]. *Information Development*, 2022, 38(4): 522-534.
- [24] NEJATI F, ABDUL A A G, NG K Y, et al. Handling state space explosion in component-based software verification: A review [J]. *Procedia Computer Science*, 2021, 9: 77526-77544.
- [25] GONG X, FENG T, DU J Z. Formal modeling and security analysis method of security protocol based on CPN[J]. *Journal on Communications*, 2021, 42(9): 240-253.
- [26] SANKUR O. Contributions on Formal Methods for Timed and Probabilistic Systems [J]. *Information Development*, 2023, 20(2): 354-370.
- [27] GRIMM T, DJONES L, MICHAEL H. A survey on formal verification techniques for safety-critical systems-on-chip[J]. *Electronics*, 2018, 7(6): 81.
- [28] ALSHAER S, MURALI P, ROMAN O. Model Comparative Analysis of Neighborhood Aggregation Levels in Graph Neural Networks for Metaschedulers [C]// *2024 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*. 2024: 1-7.
- [29] DO C M, PHYO Y, RIESCO A, et al. Optimization techniques for model checking leads-to properties in a stratified way[J]. *ACM Transactions on Software Engineering and Methodology*, 2023, 32(6): 1-38.
- [30] ZHOU S, WANG J, XUE P, et al. An Approach to the State Explosion Problem: SOPC Case Study [J]. *Electronics*, 2023, 12(24): 4987.
- [31] JAMROGA W, YAN K, DAMIAN K. Scalable Verification of Social Explainable AI by Variable Abstraction[C]// *ICAART*. 2024: 149-158.
- [32] SCHRICK N L, HAWRYLAK P J. State Space Explosion Mitigation for Large-Scale Attack and Compliance Graphs Using Synchronous Exploit Firing[J]. *IEEE Open Journal of the Computer Society*, 2023, 4: 147-157.
- [33] MASOOD A, PLANA R. A Predictive Dynamic Approach to Evaluating the Reliability of Passive Systems[J]. *Procedia Computer Science*, 2023, 11: 93784-93792.
- [34] BEEK M H T, LORETI M. Guest editorial for the special issue on formal methods for the quantitative evaluation of collective adaptive systems [J]. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 2018, 28(2): 1-4.
- [35] PREISER R, BIGGS R, DE VOS A, et al. Social-ecological systems as complex adaptive systems [J]. *Ecology and Society*, 2018, 23(4): 1-15.
- [36] HILLSTON J. Fluid flow approximation of PEPA models[C]// *Proceeding of the Second International Conference on the IEEE Computer Society*. 2005: 33-42.
- [37] HAYDEN R A, BRADLEY J T. Evaluating fluid semantics for passive stochastic process algebra cooperation[J]. *Performance Evaluation*, 2010, 67(4): 260-284.

- [38] BORTOLUSSI L, HILLSTON J, LORETI M. Fluid approximation of broadcasting systems[J]. *Theoretical Computer Science*, 2020, 816: 221-248.
- [39] KHADER M, INC M, AKGUL A. Numerical Appraisal for the Unsteady Casson Fluid Flow via the Method of Finite-Elements [J]. *Engineering, Physics*, 2023, 30(2): 454-463.
- [40] LYU H W, HILLSTON J, PIHO P, et al. An Attribute-Based Availability Model for Large Scale IaaS Clouds with CARMA [J]. *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 2020, 31(3): 733-748.
- [41] MICHAELIDES M, HILLSTON J, SANGUINETTI G. Geometric fluid approximation for general continuous-time Markov chains[C]//*Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*. 2019: 1-24.
- [42] DING J, LIN Z G, YU T. On reaction-diffusion equations derived from a PEPA model[J]. *Applied Mathematics Letters*, 2011, 24(12): 2072-2076.
- [43] NAZEER M, HUSSAIN F, TUERKYILMAZOGLU M, et al. Development of Highly Viscous Multiphase Fluid Flows: Towards an Approximate Analysis[J]. *Journal of Computational Biophysics and Chemistry*, 2023, 22(3): 371-381.
- [44] BORTOLUSSI L, HILLSTON J, GALPIN V, et al. Hybrid semantics for PEPA[C]//*Proceeding of the Seventh International Conference on the Quantitative Evaluation of Systems*. 2010: 181-190.
- [45] WALRAND J C. An Introduction to Queuing Networks [EB/OL]. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:59726732>.
- [46] ERLANG A K. The theory of probabilities and telephone conversations[J]. *Nyt Tidsskrift for Matematik B*, 1909, 20: 33-39.
- [47] KUMAWAT G L, ROY D. A new solution approach for multi-stage semi-open queuing networks; An application in shuttle-based compact storage systems [J]. *Computers & Operations Research*, 2021, 125(1): 1-15.
- [48] XIE Q, JIN L. Stabilizing queuing networks with model data-independent control[J]. *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 2022, 9(3): 1317-1326.
- [49] ARCELLI D. Exploiting queuing networks to model and assess the performance of self-adaptive software systems; a survey[J]. *Procedia Computer Science*, 2020, 170: 498-505.
- [50] BYCHKOV I, KAZAKOV A, LEMPERS A, et al. Modeling of railway stations based on queuing networks[J]. *Applied Sciences*, 2021, 11(5): 2425-2440.
- [51] ZONDERLAND M E, BOUCHERIE R J. Queuing networks in health care systems[C]//*Proceeding of Handbook of Healthcare System Scheduling*. Boston: Springer, 2011: 201-243.
- [52] LEE S, SIM B, YE J C. Support Vectors and Gradient Dynamics of Single-Neuron ReLU Networks[J]. *arXiv*: 2202. 05510, 2022.
- [53] MOKA S B, NAZARATHY Y, SCHEINHARDT W. Diffusion parameters of flows in stable multi-class queueing networks[J]. *Queueing Systems: Theory and Applications*, 2023, 103(4): 313-346.
- [54] PETRI C A. *Communication with Automata*[D]. Bonn: University of Bonn, 1962.
- [55] TIGANE S, KAHLOUL L, HAMANI N, et al. On quantitative properties preservation in reconfigurable generalized stochastic Petri nets[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2023, 53(6): 3311-3323.
- [56] MOHAMMED A S, KOVALENKO A, KUCHUK N. Temporary Petri-nets-based method for synthesizing network models [J]. *Journal of Electronic Imaging*, 2022, 31(6): 61805. 1-61805. 15.
- [57] HUANG B, ZHOU M, LU X S, et al. Scheduling of resource allocation systems with timed Petri nets; A Survey [J]. *ACM Computing Surveys*, 2023, 55(11): 1-27.
- [58] LIU X M, ZHAO M, WEI Z H, et al. The energy management and economic optimization scheduling of microgrid based on Colored Petri net and Quantum-PSO algorithm[J]. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 2022, 53(10): 1-11.
- [59] LIN J C, HO I. Generating real-time software test cases by time petri nets[J]. *International Journal of Computers and Applications*, 2000, 22(3): 151-158.
- [60] NORMATOV I, YARASHOV I, BOBOQULOV B. Development of models for describing the processing of environmental information in security problems of controlling a protection system based on Petri nets[J]. *Central Asian Journal of Mathematical Theory and Computer Sciences*, 2022, 3(12): 229-239.
- [61] BAETEN J C M. *Process Algebra* [J]. *Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science*, 2009, 18(84): 109-137.
- [62] HERZOG U. *Formal Description, Time and Performance Analysis a Framework* [C] // *Proceedings of Entwurf und Betrieb Verteilter System*. Berlin: Springer, 1990: 172-190.
- [63] HOARE C A R. *Communicating sequential processes*[J]. *Communications of the ACM*, 1978, 21(8): 666-677.
- [64] BERGSTRA J A, KLOP J W. *Algebra of communicating processes with abstraction* [J]. *Theoretical Computer Science*, 1985, 37: 77-121.
- [65] Milner R. *Communication and concurrency* [EB/OL]. http://purl.org/coar/resource_type/c_6501.
- [66] TURNER K J, SINDEREN V M. *OSI Specification Style for LOTOS* [J]. *LOTOSphere: Software Development with LOTOS*, 1992, 5(1): 1-22.
- [67] D'ARGENIO P R, BRINKSMA E. *A Calculus for Timed Automata* [C] // *Proceeding of International Symposium on Formal Techniques in Real-Time and Fault-Tolerant Systems*. Berlin: Springer, 1996: 110-129.
- [68] SKOU K G L A. *Bisimulation through probabilistic testing* [J]. *Information and Computation*, 1991, 94(1): 1-28.
- [69] WANG F, CAO Z, TAN L, et al. *Formal Modeling and Performance Evaluation for Hybrid Systems: A Probabilistic Hybrid Process Algebra-Based Approach* [J]. *International Journal of Software Engineering and Knowledge Engineering*, 2022, 32(2): 283-315.
- [70] KACHI F, BOUANAKA C. *A hybrid model for efficient decision-making in self-adaptive systems* [J]. *Information and Software Technology*, 2023, 153: 1-19.
- [71] SEGALA R, LYNCH N. *Probabilistic simulations for probabilistic processes* [J]. *Nordic Journal of Computing*, 1995, 2(2): 250-273.
- [72] TOFTS C M N. *Compositional Performance Analysis* [M]. Berlin: Springer, 1997: 290-305.

- [73] HANSSON H, JONSSON B. A calculus for communicating systems with time and probabilities[C]// *Proceeding of the IEEE Real-Time Systems*, 1990; 278-287.
- [74] NOUNOU N M. A Methodology for Specification-Based Performance Analysis of Protocols[EB/OL]. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:60657327>.
- [75] GUZMÁN D, PRIETO M, SÁNCHEZ S, et al. Improving the LEON Spacecraft Computer Processor for Real-Time Performance Analysis[J]. *Journal of Spacecraft & Rockets*, 2011, 48(4): 671-678.
- [76] BERNARDO M, DONATIELLO L, GORRIERI R. A formal approach to the integration of performance aspects in the modeling and analysis of concurrent systems[J]. *Information and Computation*, 1998, 144(2): 83-154.
- [77] BOHNENKAMP H, D'ARGENIO P, HERMANN S, et al. MODEST: A compositional modeling formalism for hard and softly timed systems[J]. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2006, 32(10): 812-830.
- [78] FENG C, HILLSTON J. PALOMA: A process algebra for located markovian agents[C]// *Proceeding of International Conference on Quantitative Evaluation of Systems*. Cham: Springer, 2014; 265-280.
- [79] LORETI M, HILLSTON J. Modelling and analysis of collective adaptive systems with CARMA and its tools[C]// *Proceeding of the Formal Methods for the Quantitative Evaluation of Collective Adaptive Systems*. Bertinoro: Springer, 2016; 83-119.
- [80] AUDRITO G. FCPP: an efficient and extensible field calculus framework[C]// *Proceeding of 2020 IEEE International Conference on Autonomic Computing and Self-Organizing Systems*. 2020; 153-159.
- [81] CASADEI R, VIROLI M, AGUZZI G, et al. Scafi: A scala DSL and toolkit for aggregate programming[J]. *SoftwareX*, 2022, 20: 101248.
- [82] D'ARGENIO P, KATOEN J P, BRINKSMA H. An Algebraic Approach to the Specification of Stochastic Systems[C]// *Proceeding of Chapman Hall Programming Concepts and Methods*. New York: Springer, 1998; 126-147.
- [83] OROZCO K J G, RIVERA A G, ALMARAZ A M D L, et al. Service level analysis for an automotive prototype manufacturing company through the application of discrete event modelling and simulation[J]. *International Journal of Simulation & Process Modelling*, 2022, 18(1): 11-22.
- [84] FOISSY L, PENG X S. Typed angularly decorated planar rooted trees and generalized Rota-Baxter algebras[J]. *Journal of Algebraic Combinatorics*, 2021, 57(1): 271-303.
- [85] RYDER T, PRANGLE D, GOLIGHTLY A, et al. The Neural Moving Average Model for Scalable Variational Inference of State Space Models[J]. *Uncertainty in Artificial Intelligence*, 2021, 161: 12-22.
- [86] OHIGASHI Y, ISHIKAWA S, OMORI T. Model-based state space segmentation for finding suitable procedure in game task [J]. *Ieice Technical Report Neurocomputing*, 2022; 15(1): 1-6.
- [87] NEWMAN K, KING R, VÍCTOR E, et al. State-space models for ecological time-series data: Practical model-fitting[J]. *Methods in Ecology and Evolution*, 2023, 14: 26-42.
- [88] MORIMOTO M, FUKAMI K, MAULIK R, et al. Assessments of model-form uncertainty using Gaussian stochastic weight averaging for fluid-flow regression [J]. *Physica D*, 2022, 440: 133454.
- [89] TSCHAIKOWSKI M, TRIBASTONE M. Exact fluid lumpability in Markovian process algebra[J]. *Theoretical Computer Science*, 2014, 538(9): 140-166.
- [90] MOHAMMAD-DJAFARI A, MOHAMMADPOOR A, BALI N. Hierarchical Markovian models for hyperspectral image segmentation[C]// *Proceeding of the International Workshop on Intelligent Computing in Pattern Analysis and Synthesis*. Berlin: Springer, 2007; 416-424.
- [91] GILMORE S, HILLSTON J, RIBAUDO M. An efficient algorithm for aggregating pepa models[J]. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 2001, 27(5): 449-464.
- [92] MATEU V, PETCU D, KIANI J. Solving Anonymous Voting Security Protocol with Hybrid Method[J]. *International Journal of Information Security*, 2024, 15: 211-221.
- [93] CARABALLO L E, DIAZ-BANEZ J M, FABILA-MONROY R, et al. Stochastic strategies for patrolling a terrain with a synchronized multi-robot system[J]. *European Journal of Operational Research*, 2022, 30(1): 1-18.
- [94] MOREAUX P. Performance models with product form steady-state distributions[C]// *Proceeding of the First International Conference on Verification and Evaluation of Computer and Communication Systems*. 2007; 11-12.
- [95] HILLSTON J, MARIN A, ROSSI S. Contextual Lumpability [C]// *Proceeding of the 7th International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools*. 2014; 194-203.
- [96] HERMANN S, KATOEN J P. Automated compositional Markov chain generation for a plain-old telephone system[J]. *Science of Computer Programming*, 2000, 36(1): 97-127.
- [97] POURRANJBAR A, HILLSTON J. An Aggregation Technique For Large-Scale PEPA Models With Non-Uniform Populations. *Institute for Computer Sciences*[C]// *Proceeding of 7th International Conference on Performance Evaluation Methodologies and Tools*. 2013; 20-29.
- [98] MARTINOLI A, IJSPEERT A, GAMBARDELLA L M. A probabilistic model for understanding and comparing collective aggregation mechanisms[C]// *Proceeding of the Advances in Artificial Life*. Torino: Springer, 2022; 575-584.
- [99] NEUMANN V J, MORGENSTERN O. Theory of games and economic behavior[J]. *The Review of Economics and Statistics*, 1944, 29(1): 47-52.
- [100] CHAUM D. Untraceable electronic mail, return addresses and digital pseudonyms [J]. *Communications of the ACM*, 1981, 24(2): 84-88.
- [101] BRADLEY J T, GILMORE S T. Stochastic Simulation Methods Applied to a Secure Electronic Voting Model [J]. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science*, 2006, 151(3): 5-25.
- [102] GILLESPIE D T. Exact stochastic simulation of coupled chemical reactions [J]. *The Journal of Physical Chemistry*, 1977, 81(25): 2340-2361.
- [103] BRADLEY J T, GILMORE S T, THOMAS N. Performance analysis of stochastic process algebra models using stochastic

- simulation[C] // Proceeding of the 20th International Parallel and Distributed Processing Symposium. IEEE, 2006:25-29.
- [104]TURNER T E, SCHNELL S, BURRAGE K. Review: Stochastic approaches for modelling in vivo reactions[J]. Computational Biology and Chemistry, 2004, 28(3):165-178.
- [105]PTZSCHE C. Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems[J]. Internationale Mathematische Nachrichten, 2013, 67(223):51-52.
- [106]TRIBASTONE M, GILMORE S, HILLSTON J. Scalable differential analysis of process algebra models[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2012, 38(1):205-219.
- [107]BRADLEY J T, GILMORE S T, HILLSTON J. Analysing distributed internet worm attacks using continuous state-space approximation of process algebra models[J]. Journal of Computer and System Sciences, 2008, 74(6):1013-1032.
- [108]MASSINK M, HARRISON M, LATELLA D. Scalable analysis of collective behaviour in smart service systems[C] // Proceeding of the 2010 ACM Symposium on Applied Computing. ACM, 2010:1173-1180.
- [109]DUGUID A. Coping with the Parallelism of BitTorrent: Conversion of PEPA to ODEs in Dealing with State Space Explosion [C] // Proceeding of the International Conference on Formal Modeling and Analysis of Timed Systems. Berlin: Springer, 2006:150-176.
- [110]BRAVETTI M, GILMORE S, GUIDI C, et al. Replicating web services for scalability [C] // Proceeding of the Trustworthy Global Computing. Springer, 2007:204-221.
- [111]ANG P S, TEO D C H, DORAJOO S R, et al. Augmenting Product Defect Surveillance Through Web Crawling and Machine Learning in Singapore[J]. Drug Safety, 2021, 44(9):939-948.
- [112]GAUR M, KANT R. A Survey on Process Algebraic Stochastic Modelling of Large Distributed Systems for Its Performance Analysis [C] // Proceeding of the International Conference on Eco-friendly Computing Communication Systems. IEEE, 2015:206-211.
- [113]DING J, GU H, LIN Z. Fundamental results on the reaction-diffusion equations associated with a PEPA model [J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(3):636-648.
- [114]POSTELWAIT J. Rugged Field Computing[J]. T&D World, 2023, 5(75):1-52.



WANG Huiqiang, born in 1960, Ph.D., professor, Ph.D supervisor, is a member of CCF (No. 05814S). His main research interests include information security, autonomous computing and trusted computing, and cognitive networks.



LYU Hongwu, born in 1983, Ph.D., professor, Ph.D supervisor. His main research interests include information security, autonomous computing and trusted computing, cognitive networks, formal modeling, and performance evaluation.

(责任编辑:李亚辉)