



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

量子元启发式算法及其应用综述

阮宁, 李淳, 马昊月, 贾异, 李涛

引用本文

阮宁, 李淳, 马昊月, 贾异, 李涛. [量子元启发式算法及其应用综述](#)[J]. 计算机科学, 2025, 52(10): 190-200.

RUAN Ning, LI Chun, MA Haoyue, JIA Yi, LI Tao. [Review of Quantum-inspired Metaheuristic Algorithms and Its Applications](#) [J]. Computer Science, 2025, 52(10): 190-200.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[基于梯度引导的社团隐匿扰动子结构优化方法](#)

Gradient-guided Perturbed Substructure Optimization for Community Hiding
计算机科学, 2025, 52(9): 376-387. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.240800107>

[基于半直积的双平台密钥协商协议](#)

Dual-platform Key Agreement Protocol Based on Semidirect Product
计算机科学, 2025, 52(6A): 240600036-6. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.240600036>

[基于矩阵乘积算符的混合量子压缩经典生成对抗网络](#)

Hybrid Quantum-classical Compressed Generative Adversarial Networks Based on Matrix Product Operators
计算机科学, 2025, 52(6): 74-81. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.240500017>

[面向边缘智能应用的多出口深度神经网络随机优化方法](#)

Stochastic Optimization Method for Multi-exit Deep Neural Networks for Edge Intelligence Applications
计算机科学, 2025, 52(4): 85-93. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.241000097>

[一种基于混合量子卷积神经网络的恶意代码检测方法](#)

Malicious Code Detection Method Based on Hybrid Quantum Convolutional Neural Network
计算机科学, 2025, 52(3): 385-390. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.240800006>

量子元启发式算法及其应用综述

阮宁¹ 李淳¹ 马昊月² 贾异³ 李涛²

1 河南师范大学软件学院 河南 新乡 453007

2 河南师范大学计算机与信息工程学院 河南 新乡 453007

3 国家自然科学基金委员会高技术研究发展中心 北京 100006

(ruanning@htu.edu.cn)

摘要 量子元启发式算法是将量子计算应用到元启发式算法中而开发出来的。该类算法擅于求解组合和数值优化问题,具有加速收敛、增强探索和开发能力等特点,且能获得比传统元启发式算法更高的性能结果。文中主要概述和回顾量子元启发式算法的理论方法及其应用。首先对量子计算的基本概念和计算原理进行阐述,并分析目前量子计算领域亟需解决的挑战性问题的;然后阐述6种经典量子元启发式算法运行的基本原理,分析最新的研究进展,概括它们在求解特定领域问题的优劣势,并展示量子元启发式算法在不同学科及工程场景中的应用;最后对量子元启发式算法理论方法存在的问题进行剖析与探讨,并总结未来量子元启发式算法理论和应用发展方向。

关键词:量子计算;元启发式算法;进化计算;全局最优;智能优化

中图分类号 TP391

Review of Quantum-inspired Metaheuristic Algorithms and Its Applications

RUAN Ning¹, LI Chun¹, MA Haoyue², JIA Yi³ and LI Tao²

1 School of Software, Henan Normal University, Xinxiang, Henan 453007, China

2 School of Computer and Information Engineering, Henan Normal University, Xinxiang, Henan 453007, China

3 National Natural Science Foundation of China, High Tech Research and Development Center, Beijing 100006, China

Abstract The quantum meta heuristic algorithm is developed by applying quantum computing to the meta-heuristic algorithm. This kind of algorithm is good at solving combinatorial and numerical optimization problems, and has the characteristics of accelerated convergence, enhanced exploration and development capabilities, and can obtain higher performance results than traditional meta-heuristic algorithms. This paper mainly summarizes and reviews the theoretical methods and applications of quantum meta-heuristic algorithms. Firstly, this paper expounds the basic concepts and principles of quantum computing, and analyzes the challenging problems that need to be solved urgently in the field of quantum computing. Then, this paper expounds the basic principles of six classical quantum meta-heuristic algorithms, analyzes the latest research progress, gives their advantages and disadvantages in solving domain-specific problems, and demonstrates the application of quantum meta-heuristic algorithms in different disciplines and engineering scenarios. Finally, this paper analyzes and explores the existing problems in the theories and methods of quantum meta-heuristic algorithms, and summarizes the future development direction of the theory and application of quantum meta-heuristic algorithms.

Keywords Quantum computing, Metaheuristics algorithm, Evolutionary computing, Global optimum, Intelligent optimization

1 引言

量子计算(Quantum Computing, QC)是一个快速发展的领域,它是一种遵循量子力学规律调控量子信息单元进行计

算的新型计算模式。量子计算的基础是量子比特,与经典计算机的0和1比特不同,量子比特位可以处于0和1的叠加态。量子计算具有独有的叠加、纠缠以及干涉等特性,使其展现出天然的并行性以及指数加速的潜力。近年来,量子算法

到稿日期:2025-05-27 返修日期:2025-09-11

基金项目:国家自然科学基金(62406104);河南省科技攻关项目(252102211012);河南省高等学校重点科研项目(25A520029);河南省高等学校青年骨干教师培养计划(2025GGJS033)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(62406104), Key Scientific and Technological Project of Henan Province(252102211012), Key Research Project Plan for Higher Education Institutions in Henan Province(25A520029) and Training Program for Young Backbone Teachers in Higher Education Institutions of Henan Province(2025GGJS033).

通信作者:李涛(litao0116@163.com)

理论研究已经成为一个活跃的研究方向,给大数据、人工智能、通信、新医学和新材料等实际应用领域带来了许多新技术的革命,并成功破解了一些传统方法中具有挑战性的问题。这些发展和进步进一步激发了研究者对探索开发通用量子计算模型的巨大兴趣。

现实世界的问题大多具有非线性限制、计算成本高、非凸且复杂等特点,求解这类变量和约束众多的问题复杂且困难^[1-3]。其次,许多传统的数值方法获取的局部最优解不能保证全局最佳^[4]。为了克服这些问题,研究者采用元启发式优化算法^[5-7]。元启发式算法通常是受自然启发的非确定性和随机性的算法系统,并采用一种迭代式计算策略,以获取优化问题的最佳候选解决方案。在解决特定问题时,可能需要对其基本框架进行少量更改或不进行更改。而量子计算利用量子力学的特性来储存和处理信息,从而有效解决计算问题。目前,研究人员已经发现元启发式算法与 QC 之间的复杂关联。一般来说,执行量子元启发式算法比经典计算模型消耗的计算时间更少,并且在探索和利用之间保持着适当的平衡。在元启发式算法中,量子计算的主要目的是优化初始种群、操作算子以及探索和开发步骤。这类将量子计算与元启发式算法联合运行而产生的一种新的算法范式,通常被记为“元启发式量子算法”。该类算法在元启发式框架中利用量子计算原理或特性对目标问题进行求解,两者的协同作用对于设计不同的方法至关重要,另外,这种有效融合方式使这些算法在求解性能表现和鲁棒性方面比其他算法更具优势。因此,开展元启发式量子计算理论方法及应用研究对推进新型计算范式探索具有积极作用。

本质上,利用元启发式算法寻找最佳解决方案是一个优化问题。然而大多基于元启发式算法在求解大规模优化、高维问题和动态优化等问题时,很难在“可接受的”时间内得到最优解。值得注意的是,量子计算元启发式技术能有效解决该类问题。早在 1996 年,Narayanan 等^[8]就引入了量子力学的概念和原理,以获得更有效的优化方法。具体来说,他们提出了一种量子启发形式的定点干扰交叉算子,并将其用于解决旅行商问题。文献^[9]试图描述设计和开发量子算法的方法,并解释了量子启发方法在解决 NP 困难问题中的可行性和潜在用途。在过去的十年中,很多研究者使用量子计算来改进优化算法执行过程中生成的解决方案,其优势在于能更快地将搜索算子引导到不同的潜在最优解空间以获得更有价值的解或解集。虽然量子计算元启发式算法理论方法及其应用取得了较好的效果,但仍面临一些问题:1)不同量子元启发式算法存在着同质化的机制和操作,相关工作缺少对近年来国内外新颖的算子结合策略与方式进行系统挖掘;2)不同量子元启发式算法的内在运行原理及其存在的优缺点仍不清晰,大多数文献未从多视角分析不同算法的综合性能;3)针对量子元启发式算法的应用领域缺少进一步的归纳和总结,相关学者未深入探讨未来量子元启发式算法理论和应用发展方向。本文结合基于物理的量子元启发式算法、基于进化的量子元启发式算法和基于群体的量子元启发式算法 3 类方法中的 6 种量子元启发式算法进行系统的对比分析,并展望了未来的研究方向。

2 基础知识

2.1 量子元启发式算法及其基本原理

量子计算机的运算机制主要依赖量子力学的叠加特性,其运行本质是一次处理一系列可行的状态。这些指数级统计数据通过某种维度技术来操纵,以获得最终的计算结果。在该系统中配置一个量子寄存器,即可表征 0 和 1 的每种可能组合状态。而在经典计算机系统中,在任何规定的时间,计算机存储器只能保存一种状态。例如一组量子规则接受 n 个经典比特作为输入,对它们进行处理,则会产生 2^n 个可能叠加态作为输出,如图 1 所示。3 个经典比特 011 组成的可行状态只有 011,而 3 个量子比特组成的可行解状态包含 $2^3 = 8$ 种。这体现了量子叠加特性,即一个量子可以同时处于不同的状态,而不是只有一个确定的状态。

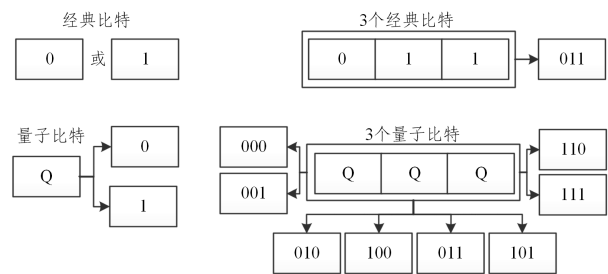


图 1 经典比特与量子比特对比

Fig. 1 Comparison between classical bits and quantum bits

假设由 N 个量子比特在第 t 次迭代构成的种群 $Q(t) = \{q_1^t, q_2^t, \dots, q_n^t\}$, 其中 q_i^t 是种群中第 i 个个体, $i = 1, 2, \dots, n$ 。 $P(t) = \{X_1^t, X_2^t, \dots, X_n^t\}$ 是 $Q(t)$ 的观测状态的二进制集合, 其中 X_i^t 是一个观测状态的二进制解, 形式化为:

$$X_i^t = \begin{bmatrix} \alpha_{i1}^t & \alpha_{i2}^t & \dots & \alpha_{in}^t \\ \beta_{i1}^t & \beta_{i2}^t & \dots & \beta_{in}^t \end{bmatrix}, |\alpha_{ij}^t|^2 + |\beta_{ij}^t|^2 = 1 \quad (1)$$

在迭代过程中,量子门 $U(\theta)$ 被用来更新下一代种群,从而可以产生量子位染色体的更合适的状态。第 j 个量子值 (α_j^t, β_j^t) 通过式(2)更新:

$$\begin{bmatrix} \alpha_j^{t+1} \\ \beta_j^{t+1} \end{bmatrix} = U(\theta_j^t) \begin{bmatrix} \alpha_j^t \\ \beta_j^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_j^t) & -\sin(\theta_j^t) \\ \sin(\theta_j^t) & \cos(\theta_j^t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_j^t \\ \beta_j^t \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, θ_j^t 是 q_j^t 的旋转角度。 θ 的值会影响量子算法的收敛速度,这是因为 θ 值的大小会影响搜索解的发散或导致过早收敛到局部最优解。

量子启发式算法的基本原理包括量子叠加、量子纠缠和量子测量。1)量子叠加导致问题的解同时处于多个状态,这种特性使得量子启发式算法能够同时搜索多个解,以提高搜索效率。2)在量子计算过程中,不同变量间存在关联关系,这有助于量子启发式算法通过一次操作影响到多个变量,从而加快解的搜索速度。3)量子测量的结果往往是概率性的,量子启发式算法基于多次测量来逐步逼近最优解以提高解搜索的准确性。为了更清楚地描述量子元启发式算法的基本步骤,本文给出其流程图,如图 2 所示。在初始化阶段,每对量子位概率幅度均设置为 $\frac{1}{\sqrt{2}}$, 以生成二进制解 $P(t) = \{X_1^t, X_2^t, \dots, X_n^t\}$, 其中 X_i^t 的每一个量子位状态记为 $|0\rangle$ 或 $|1\rangle$ 。然

后利用度量函数对每个确定状态的个体 X_i^t 进行评估,选择并存储最佳个体及其适应度值。若满足终止条件,则输出最优个体;若不满足终止条件,则继续执行个体更新、个体评估和个体选择。

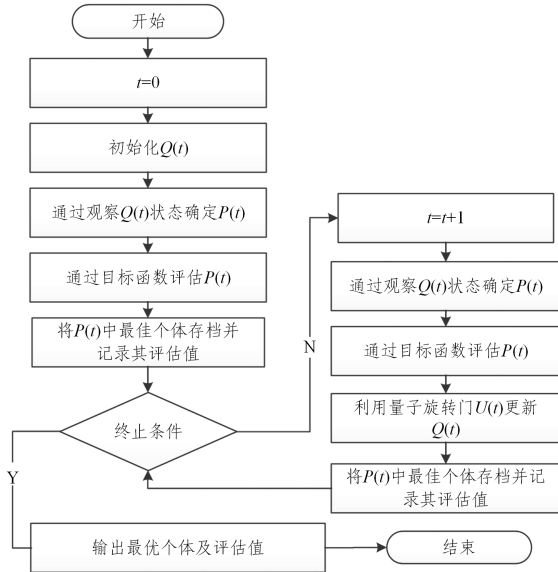


图2 量子元启发式算法基本流程图

Fig. 2 Basic flowchart of quantum meta-heuristic algorithm

2.2 量子元启发式算法类型概述

量子元启发式算法大致分为3类:基于物理的量子元启

发式算法、基于进化的量子元启发式算法和基于群体的量子元启发式算法。这3类量子元启发式算法的代表性算法及其主要应用场景描述如表1所列。基于物理的启发式算法根据搜索粒子的惯性、电磁和引力等物理规则设计优化模型,主要算法包括量子退火算法(Quantum Annealing, QA)^[10]和量子引力搜索算法(Quantum Gravitational Search Algorithm, QGSA)^[11]等。其中QA源于冶金中的退火,依赖于热力学自由能理论。QGSA是根据重力和质量相互作用的规律形成的。进化启发式算法基于自然选择和生物进化的理论进行种群个体的交叉、变异和选择等操作,比较经典的算法包括量子遗传算法(Quantum Genetic Algorithm, QGA)^[12]和量子差分进化算法(Quantum Differential Evolutionary Algorithm, QDEA)^[13]等。这些算法在先验知识不明确的情况下,通过进化搜索依然能很好地找到最优解。基于群体的启发式算法通过对种群个体行为及其个体间相互作用进行建模来解决问题,这些个体行为和相互作用的结合有助于提高群体搜索性能,经典算法包括量子粒子群算法(Quantum Particle Swarm Optimization, QPSO)^[14]和量子蚁群算法(Quantum Ant Colony Algorithm, QACA)^[15]等。量子元启发式算法基于对搜索区域的探索和利用^[16],并在探索和利用之间保持适当的平衡。其在探索阶段在搜索空间中探测不同的潜在解区域,而在开发阶段则在潜在解区域附近寻找最优解。该类算法展现出强大的全局快速寻优能力。

表1 量子元启发式算法分类

Table 1 Classification of quantum meta-heuristic algorithms

类别	子类别	代表性算法	应用场景
基于物理的量子启发式算法	量子退火算法	改进的量子退火算法、D-Wave量子计算机	旅行商问题、图着色问题、交通路径
	量子引力搜索算法	二进制量子引力搜索算法、基于莱维飞行量子引力搜索	网络入侵、人脸识别、人体动态识别、网络能耗、垃圾邮件检测
基于进化的量子元启发式算法	量子遗传算法	混合量子遗传算法、结合深度学习和量子遗传的算法	电路设计、脑肿瘤识别
	量子差分进化算法	基于差分进化的变分子优化算法、量子机器学习驱动算法、改进的量子差分进化算法	预测区域负载、动态聚类、边缘计算
基于群体的量子元启发式算法	量子粒子群算法	改进的量子粒子群算法、基于分集迁移的量子粒子群优化方法、增强莱维飞行量子粒子群优化	图像分割、柔性车间调度、传感器布署
	量子蚁群算法	改进的量子蚁群算法、小生境量子蚁群多面路由算法	路径规划、无线传感、移动服务

3 量子元启发式算法研究进展

本章将介绍各类经典量子元启发式算法的研究现状和改进思路,并分析比较它们的优缺点,最后总结目前面临的问题与挑战。

3.1 量子退火算法

量子退火算法是在经典模拟退火算法基础上演进而来的一种新的量子优化算法。与经典模拟退火算法利用热波动来搜索问题的最优解不同,量子退火算法利用量子隧穿效应,使得量子具有穿透比其自身能量高的势垒的能力,从而使算法摆脱局部极值,以更高的概率逼近全局最优。量子退火算法的数学模型通常基于哈密顿量进行系统演化。量子退火算法总哈密顿量 $H(t)$ 由问题哈密顿量 H_P 和驱动哈密顿量 H_D 两部分组成。问题哈密顿量表示需要优化的目标函数,驱动

哈密顿量引入量子涨落帮助系统探索解空间。总哈密顿量的具体计算式为:

$$H(t) = A(t) * H_D + B(t) * H_P \quad (3)$$

其中, $A(t)$ 是随时间 t 变化的系数,控制量子涨落的强度; $B(t)$ 是随时间 t 变化的系数,控制问题哈密顿量的强度。通过缓慢调整 $A(t)$ 和 $B(t)$, 逐渐演化到 H_0 的基态,即全局最优解。

典型的 D-Wave 量子计算机的核心原理是量子退火算法,其特有的量子隧穿效应可避免陷入局部极值,在密码学、旅行商问题、图着色问题、交通路径等领域有着广泛应用,并取得了很好的效果。Krauss 等^[17]提出利用量子退火算法找到网络中源顶点和目的顶点之间的最短路径,并在 D-Wave 公司的量子退火机上进行性能评估。Nikouei 等^[18]提出利用量子退火算法来最小化多汇聚多控制的无线传感网络的节点

部署成本。Hussain 等^[19]设计了一种 D-Wave Systems 的量子退火算法,并将该算法用于求解道路网络上时变交通信号优化控制问题。Rajdeep 等^[20]针对经典机器学习技术受到有限训练数据和高维数据特征限制的问题,采用量子退火算法来训练机器学习的模型,降低了计算复杂度。Pérez 等^[21]将量子退火算法运用在求解项目调度问题中,提出了反向量子退火策略,并分析了退火时间和退火调度中的暂停机制对量子退火性能的影响。Zeng^[22]等研究了两类受量子退火启发的算法,即模拟相干伊辛机和模拟分岔,用于高效解决组合优化问题。Haba 等^[23]为应对城市中高密度空中交通的管理需求,提出了一种基于量子退火算法的创新性框架。

由上述分析可知,量子退火算法具有较高的收敛效率且能够以更高的概率更迅速地获得最优值。量子退火算法可发挥有效的量子隧穿效应,弥补传统算法易陷入局部极值的缺陷,在指数级搜索问题中有望逼近甚至达到全局最优解。但是,目前尚不清楚以何种算法形式或优化目标函数才能使量子退火算法优势发挥到极致。另外,量子退火算法的退火速度越慢越好,但是同时消耗的 CPU 时间也就越长,如何选择合适的退火进度表以达到最优化平衡点至至关重要。因此,探索量子退火算法新型混合计算架构以增强其在复杂现实世界问题中的实用性很有必要。

3.2 量子引力搜索算法

量子引力搜索算法是一种结合了量子计算和引力搜索算法优势的优化方法,该方法通过引入量子态表示、量子引力量化和量子门操作,显著提升了传统引力搜索算法的全局搜索能力,适用于解决复杂优化问题。以下是 QGSA 算法的核心公式。

1) 量子态表示:

$$|x_i\rangle = \alpha_i |0\rangle + \beta_i |1\rangle \quad (4)$$

其中, $|x_i\rangle$ 表示粒子的量子态 α_i 和 β_i 是复数概率幅, $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1$ 。

2) 粒子间量子引力 $F_{i,j}^Q$ 计算:

$$F_{i,j}^Q = G * \frac{M_i * M_j}{R_{i,j}^Q + \epsilon} * (|x_j\rangle - |x_i\rangle) \quad (5)$$

其中, $R_{i,j}^Q$ 是量子态之间的距离; G 是引力大小, 随迭代次数衰减; M_i 和 M_j 是由适应度决定的粒子质量; ϵ 为一个小常数, 避免除 0 错误。

3) 量子更新规则:

$$|x_i(t+1)\rangle = U(\theta) |x_i(t)\rangle \quad (6)$$

其中, $U(\theta)$ 是量子旋转门, 参数 θ 由引力信息决定。

4) 解空间映射:

$$x_i = \text{Measure}(|x_i\rangle) \quad (7)$$

其中, $\text{Measure}()$ 表示量子测量, 将量子态映射到经典解空间中。

近年来, 研究者提出了各种量子引力搜索算法模型。Li 等^[24]提出改进的二进制量子引力搜索算法来解决支持向量机(Support Vector Machine, SVM)应用于网络入侵检测时面临的特征选择及分类器参数优化问题。该方法对量子个体位更新采用动态更新策略, 以平衡算法全局搜索和局部搜索

能力, 避免粒子出现早熟收敛。在量子非转门实现变异处理操作时自适应更新变异概率, 以提升算法自适应变异能力。Li 等^[25]采用 QGSA 对 SVM 参数进行优化, 使用算法获得的最优参数构建 SVM 模型对火焰火灾进行识别, 极大提升了火焰识别率。Huang 等^[26]提出一种基于莱维飞行的 QGSA, 利用莱维飞行独特的不均匀随机游走机制对量子势阱中心进行改进, 对全局最优粒子进行更新扰动, 帮助粒子跳出局部最优。此外, 通过对系数 α 的动态调整策略, 有效避免了粒子早熟收敛和陷入局部最优。Kumar 等^[27]为解决具有全局搜索能力的量子启发引力搜索算法在后续迭代中可能陷入局部最优状态的问题, 采用改进的量子启发引力搜索算法来处理局部最优、随机特性和保持勘探与开发之间的平衡, 更好地实现了对人脸特征的优化。Jindal 等^[28]提出一种基于引力搜索算法的量子二进制萤火虫算法(Firefly Algorithm, FA)的离散特征优化方法。FA 的量子行为确保了最终优化特征的多样性, 因此也被应用于人体活动识别。Tong 等^[29]为解决软件定义网络能耗、延迟和网络寿命等方面的问题, 提出一种基于二进制量子引力搜索算法的模糊路由方法。该方法结合模糊逻辑, 解决了物联网网络中的不确定性、能量优化和自适应决策问题。Jindal 等^[30]开发了一种新型量子引力搜索算法变体, 用于自动识别个体和群体活动。通过利用最佳和最差代理信息更新代理位置和量子计算属性, 增强了特征多样性, 避免了陷入局部最优。此外, 该方法利用深度神经网络对优化后的特征进行活动识别, 显著提升了识别性能。Ghosh 等^[31]提出了一种基于量子引力搜索算法的多无人机辅助电子商务系统中多用户二元任务卸载模型。该模型提供了量子编解码过程, 并在解码阶段使用了一种新颖的哈希方法。适应度函数的构建考虑能量、延迟、价格和资源利用。Sharma 等^[32]将量子二进制引力搜索算法与随机森林相结合, 提出了一种新的算法用于及时检测 Twitter 垃圾邮件发送者。其通过将量子计算的叠加特性与二进制引力搜索算法相结合, 利用速度概率驱动的比特翻转机制更新位置, 从而快速高效地确定最优解。

QGSA 的主要优点是, 它通过在原始算法中融合量子计算, 可以提高引力搜索算法的优化能力和优化效率, 具有整体较强的全局搜索能力。量子力学为量子启发引力搜索算法中的应用提供了理论基础。该类算法具有种群多样化的特点, 这可避免算法陷入过早收敛至局部最优的困境。尽管 QGSA 具有全局搜索能力, 但在后续迭代中可能陷入局部最优状态, 存在全局寻优能力差的问题。

3.3 量子遗传算法

量子遗传算法引入量子比特表示解空间, 并利用量子旋转门更新和量子测量增强传统遗传算法的全局搜索能力和计算效率, 适用于解决复杂的优化问题。其核心过程如下。

1) 量子比特表示:

$$|\psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \quad (8)$$

其中, $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 是基态; α 和 β 是复数概率幅, 满足 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, $|\alpha|^2$ 和 $|\beta|^2$ 表示测量时得到 0 和 1 的概率。

2) 量子旋转门更新:

$$\begin{bmatrix} \alpha_i' \\ \beta_i' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中, θ_i 是旋转角度, 通常由适应度函数和当前最优解决定; α_i' 和 β_i' 是更新后的概率幅。

3) 量子测量:

$$x_i = \text{Measure}(|\psi_i\rangle) \quad (10)$$

其中, x_i 是测量后得到的经典解, 通过 $\text{Measure}()$ 将量子态映射到经典解空间。

Do 等^[33]提出了一种改进的混合量子遗传算法, 通过基于最佳适应度的旋转角调整机制, 避免早熟收敛并提高收敛速度。该算法有效解决了在模拟电路设计中的电路尺寸设计问题。Gencer 等^[34]将深度学习与量子遗传算法相结合, 用于解决脑肿瘤多类别问题。该算法利用预训练 EfficientNetB0 强大的特征提取能力, 结合量子遗传算法的全局优化特性, 进一步提升了特征选择的效率与精度。

由于量子遗传算法不受问题性质、优化准则形式等因素的限制, 仅用目标函数在概率引导下进行全局自适应搜索, 因此能够处理传统优化方法难以解决的复杂问题, 具有极高的鲁棒性和广泛适用性。然而, 若量子选择、量子交叉、量子变异的方式不当, 则量子遗传算法会出现迭代次数多、收敛速度慢、易陷入局部最优的问题。

3.4 量子差分进化算法

量子差分进化算法 (Quantum Differential Evolution, QDE) 是一种结合量子计算原理和差分进化算法 (Differential Evolution, DE) 的优化算法。它利用量子计算的特性来增强传统差分进化算法的全局搜索能力和计算效率。

Faílde 等^[35]将差分进化算法 (DE) 应用于变分量子算法优化, 利用 DE 变异和重组机制, 使算法在梯度消失和局部极小值情况下仍能有效进化。Kumar 等^[36]提出了一种新型量子机器学习驱动的电力分配与供应管理模型, 该模型采用新开发的“量子控制非门诱导前馈神经网络”, 并利用量子自适应差分进化学习算法进行优化, 以精确预测区域负载。Dey 等^[37]提出了一种新颖的量子启发差分进化算法, 用于无标签数据集的自动聚类。该算法能够在无需先验知识的情况下, 将数据集动态聚类为最优组数。该框架能够在最短时间内避免陷入局部最优, 从而识别出最优结果。Bey 等^[38]提出了一种量子启发的差分进化算法, 有效解决了在边缘计算环境中的用户分配问题。该算法通过量子向量为用户分配问题提供完整的解决方案, 在适应度函数设计中综合考虑了边缘服务器的最小化使用、用户分配率、能耗以及负载均衡。Priyanka 等^[39]提出了一种新颖的基于量子启发差分进化算法的能量-成本感知 workflow 卸载方法。它综合考虑了多个冲突因素, 包括完成时间、资源利用率、能耗、成本和负载均衡, 通过量子比特创建量子向量, 并使用量子角度进行更新, 再通过新型哈希技术解码。

QDE 结构简单, 容易使用, 具有较好的可靠性、鲁棒性、高效性以及自适应性。量子力学为量子启发引力搜索算法的应用提供了理论基础。该类算法具有种群多样化的特点, 这

可避免算法陷入过早收敛至局部最优的困境。但是 QDE 算法在控制参数设置、差分策略选择、种群结构以及与量子策略结合等方面还需要进一步优化。

3.5 量子粒子群优化算法

量子粒子群优化算法通过结合量子计算和粒子群优化的优势, 提供了一种高效的全局优化方法。其核心思想在于利用量子势阱模型实现解的优化。以下是量子势阱模型的核心公式。

1) 粒子位置方程:

$$X = \rho \pm \frac{2}{L} \ln \frac{1}{u} \quad (11)$$

其中, X 是粒子的新位置, ρ 是粒子的局部吸引点, L 是势阱长度, u 是在 $[0, 1]$ 内均匀分布的随机数。通过随机数 u 和势阱长度 L , 粒子在局部吸引点附近进行随机搜索。

2) 变量更新方程:

$$p_{i,j}(t) = \varphi P_{i,j}(t) + (1 - \varphi) G_j(t) \quad (12)$$

其中, $p_{i,j}(t)$ 为局部吸引点, φ 是权重系数, $P_{i,j}(t)$ 是粒子 i 的历史最优位置, $G_j(t)$ 是全局最优位置。通过调整 φ , 粒子在历史最优和全局最优之间进行权衡:

$$\varphi = \frac{c_1 r_1}{c_1 r_1 + c_2 r_2} \quad (13)$$

其中, c_1 和 c_2 是学习因子, r_1 和 r_2 是在 $[0, 1]$ 内均匀分布的随机数。势阱长度决定了粒子搜索范围的大小, 粒子的势阱长度 $L(t)$ 的计算式如下:

$$L_{i,j}(t) = 2\beta [C_j(t) - X_{i,j}(t)] \quad (14)$$

其中, $L_{i,j}(t)$ 是粒子 i 在第 j 维的势阱长度, β 是收缩扩张系数, $C_j(t)$ 是所有粒子的平均最优位置, $X_{i,j}(t)$ 是粒子 i 的当前位置。

$$C_j(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,j}(t) \quad (15)$$

其中, M 是粒子数量。平均最优位置 $C_j(t)$ 反映了粒子群的整体搜索趋势。

3) 粒子位置更新方程:

$$X_{i,j}(t+1) = p_{i,j}(t) \pm \beta [C_j(t) - X_{i,j}(t)] \ln \frac{1}{u} \quad (16)$$

其中, $X_{i,j}(t+1)$ 是更新粒子 i 在第 j 维的位置。根据式(16), 粒子在局部吸引点和平均最优位置之间进行随机搜索。

研究者开发了各种量子粒子群优化算法模型。Jin^[40]提出了一种融合了社会学习和莱维飞行的算法。该算法利用社会学习策略更新非最优粒子, 并通过自适应调节势阱长度, 提高算法的全局搜索能力和局部挖掘能力, 同时通过莱维飞行策略解决了最优粒子不更新的问题, 提高了种群多样性。Radha 等^[41]利用全面搜索策略概念对 QPSO 做出改进, 通过驻留搜索策略寻找新粒子来防止过强的吸引导致的过早收敛; 通过综合搜索策略识别新粒子, 提出了改进的量子粒子群算法, 提高了医学图像分割的稳定性和细致性。Xu 等^[42]提出具有扰动行为的自适应收缩-扩张系数和关联粒子适应度值的计算方法, 改善了算法的全局搜索能力。此外, 还通过引入混沌边界变异策略, 减少粒子大量聚集在边界的概率, 将提

出的改进量子粒子群优化算法应用于柔性作业车间调度问题。Gong 等^[43]提出了一种基于分集迁移的量子粒子群优化方法。该算法迁移个体的选择不仅取决于其适应值,还受种群中位置的影响。它通过种群中平均汉明距离最小的个体指示迭代种群优化的方向,在比较适应度值和粒子之间的平均汉明距离后,替换偏离种群中心范围的粒子。Jiang 等^[44]提出了一种增强莱维飞行量子粒子群优化算法。该算法展示了强大的灵敏度恢复能力,在减轻初始数学模型的病态性方面表现出显著的优势,降低了少数传感器布置引起的较大性能变化的敏感性。

QPSO 能够快速响应动态事件,并在有限的迭代次数内收敛到全局最优。这主要是因为中性粒子和量子粒子的协调作用平衡了算法的开发和探索能力。通过 QPSO 对搜索区域的多个区域进行跟踪,消除了单个地方的拥挤现象,提高了算法对环境变化的适应能力。但 QPSO 对种群初始化敏感,初始种群分布差异较大时可能产生局部最优解,且算法参数选择较为敏感,需要通过实验调整以取得良好的优化结果。

3.6 量子蚁群进化算法

量子蚁群算法的核心思想在于引入量子编码和量子旋转门的概念,利用量子信息的并行特性,以较小的种群规模更充分地利用搜索空间,通过量子旋转增加种群的多样性,解决蚁群算法易陷入局部最优的问题。

Xia 等^[45]为实现多目标的路径规划,利用多条启发式信息确定蚂蚁的迁移规则和迁移概率,通过量子位对信息素进行编码,量子信息素通过算法中的局部和全局更新规则进行更新。Wang 等^[46]将 Hadamard 门引入变异机制,不再使用传统的非门实现个体变异,在旋转过程中不仅实现了赋值互换,还改变了其大小,扩大了种群多样性。Bi 等^[47]提出 3 种改进技术对量子蚁群算法进行了针对性的改进,改进了量子旋转门更新机制,以函数控制形式动态调整旋转角大小,同时

引入精英策略加快算法收敛速度。Sarkar 等^[48]提出了一种新颖的混合量子蚁群优化算法,首次将量子计算应用于量子移动机器人的多目标路径规划,并设计了有效的量子选择器。Suseendhar 等^[49]提出了小生境量子蚁群多面路由算法,有效提升了物联网中无线传感器网络的效率和性能。通过量子门操作调整搜索路径,该算法优化了节点能耗、通信延迟和网络负载均衡。Nardin 等^[50]提出了一种混合元启发式求解算法,将量子启发蚁群优化算法与精确的邻域搜索相结合,有效解决了电动滑板车共享移动服务中存在的租赁回报、居民空间和停车需求问题。

现有的优化多从编码方式、量子门构造、旋转角策略调整以及引入新操作等方面进行改进,以加快搜索速度,提高算法的稳定性、全局搜索能力和局部搜索的有效性。例如 QACA 利用量子比特的叠加性增加信息单位的可能性,进而提高了算法的求解能力;此外,结合了量子计算的高效并行性、蚁群算法敏锐的正反馈性及强鲁棒性的优势,能以较小规模、较快速度收敛于问题的解。目前量子蚁群算法在简单组合优化问题上成果显著,但若通过简单的投影测量及变换解空间的方式将量子位转换成经典比特位,那么 QACA 将不适合多参数优化以及高精度计算。同时,QACO 没能很好地避免陷入局部最优,而且初始搜索盲目,全局搜索时间相对较长,同时在求解旅行商问题时,无法应对较大的城市规模,会出现收敛速度慢、早熟、全局寻优能力较弱的问题。因此,用于高维优化问题的量子蚁群算法的研究颇为重要。

表 2 列出了 6 种算法在不同方面上的对比结果。由表 2 可知,除量子退火算法外,其他 5 种量子元启发式算法均可在经典计算机上模拟量子的行为和特性。值得注意的是,这 5 种算法的“量子优势”来源于算法设计带来的更高效的搜索策略,而非量子硬件的并行计算能力。考虑到没有一种算法在所有问题上都是最优的,因此,如何选择最佳量子元启发式算法需要根据具体优化问题而定。

表 2 6 种算法在不同方面上的对比

Table 2 Comparison of six algorithms in different aspects

	量子退火算法	量子引力搜索算法	量子遗传算法	量子差分进化算法	量子粒子群算法	量子蚁群算法
算法基础	模拟退火	引力搜索算法	遗传算法	差分进化	粒子群优化	蚁群优化
量子化手段	物理量子过程	量子化质量/位置/引力	量子比特编码染色体	量子化变异/交叉操作	量子化位置/速度模型	量子化信息素/路径选择
搜索机制	量子动力学演化	量子化引力引导	量子染色体进化	量子化差分变异/交叉	量子概率运动	量子化信息素引导
问题类型	组合优化	连续/离散优化	离散/组合优化	连续/离散优化	连续优化	组合优化
全局搜索	强	中	强	中	强	中
局部搜索	弱	中	中	强	中	中
收敛速度	快	中	快	快	快	中
实现难度	高	中	中	中	中	中
硬件依赖	专用量子退火机	经典计算机	经典计算机	经典计算机	经典计算机	经典计算机
主要优势	全局搜索能力强	结合引力机制,探索能力强	利用量子并行性探索解空间	量子全局探索能力强	全局搜索能力强,结构简单	利用量子并行性探索路径
主要劣势	硬件限制大,映射问题复杂	参数调整复杂	操作设计影响大,可能早熟	量子操作变体多	参数设置影响性能	设计复杂,计算开销较大

4 量子元启发式算法的应用

4.1 量子优化

启发式量子比特的多态特性在求解复杂的组合优化方面

具有显著优势,这也是当前量子计算技术的主要应用领域之一。组合优化是为一个问题找到一个或多个最优解的过程,与此类问题相关的应用实例有供应链优化、公共交通时间表和路线优化、包裹递送优化等。这些解决方案是在离散且庞

大的解空间中搜索一组可能的解。由于某些复杂问题中的问题空间非常大,因此用经典计算机在合理的时间范围内或以足够的精度找到这些问题的最优甚至单个好的解决方案是极其困难的。这种组合优化问题给私营部门和公共部门构成了巨大的挑战。虽然它们通常描述起来很简单,但求解困难。组合优化问题往往包含顺序问题、分配问题、分组问题和选择问题,如背包问题或旅行推销员问题,这些问题可能有很多定性不同的解决方案,但存在搜索空间庞大的问题,需要大量的计算资源和运行时间。

其中,元启发式量子算法在金融服务业发挥了重要作用,特别是专门从事投资组合优化和套利的参与者可能会受益^[51]。从大量现有金融工具中选择一个子集,以便实现一定的投资组合量,同时必须考虑大量因素,以最大限度地降低风险并实现盈利^[52]。值得注意的是,Deutsche Börse(一家为股票交易提供市场组织的德国公司)已经验证了量子计算在一个风险模型的灵敏度分析中的适用性,但这种计算在经典计算机上运行过于昂贵^[53]。由于量子计算适用于解决优化问题,因此其另一个应用是流量的优化,如流量或货物的优化。大众与 D-Wave Systems 合作,已经在一个试点项目中展示了利用量子退火技术优化里斯本市简化的交通流^[54-55]。此外,量子计算机在某些素数分解程序方面优于经典计算机,这些程序在数据的安全加密中发挥着重要作用。比较经典的算法是 Shor 算法^[56],该算法将一个数字作为素数,这一过程经常用于密码学和网络安全中用量子技术加密的数据集,经典的计算机技术无法解密,或者至少在与人类用户相关的时间段内不可能解密。相反,量子计算机很容易破解用经典 RSA 技术加密的数据,这种现象被称为量子威胁^[57]。

4.2 量子机器学习

量子机器学习的研究是在 Harrow-Hassidim-Lloyd (HHL)算法提出之后发展起来的^[58-59]。HHL 算法在机器学习中的第一个应用是 Wiebe 等^[60]在数据拟合方面的工作,随后,研究者在同一主题上进行了大量的工作^[61-63]。Lloyd 等^[64]提出一种有监督和无监督分类的量子算法,该算法具有指数级加速。随后,Lloyd 等^[65]又提出一种量子主成分分析方法。Rebentrost 等^[66]采用 HHL 算法在最小二乘支持向量机中实现指数加速。Rebentrost 等^[67]提出了一种量子 Hopfield 神经网络模型。在该模型中,权重矩阵表示为密度矩阵,密度矩阵可以通过文献^[65]中的方法进行模拟。具体地,通过最小化能量函数来学习权重,然后简化为线性系统求解。到目前为止,量子算法在机器学习中已经有许多重要的应用,如神经网络^[68-73]、模式识别^[74-76]、贝叶斯网络^[77-78]、隐马尔可夫模型^[79-80]、深度学习^[81-82]、玻尔兹曼机^[83-85]等领域。

量子计算加速优化问题的能力对狭义人工智能方法起着至关重要的作用^[86-87]。量子算法可以应用于机器学习中的权重优化,从而提升智能机器学习系统的精度和性能。量子计算在变换和计算大度量方面显示出其优势。例如,在监督学习的背景下,模型旨在最小化模型本身的预测与输入和给定的适当输出或标签之间的误差。量子计算机提供了几种解

决此类问题的方法,从而再次加速计算并允许更复杂的网络架构^[88]。它们可能适用于人工智能的所有相关实践或子任务,如图像处理、计算机视觉^[89]、自然语言处理等,正如剑桥量子计算公司的一项实验所证明的那样^[90]。到目前为止,仍没有发现具有可证明加速的机器学习算法。

4.3 量子计算机

量子计算机比经典计算机更具优势。量子计算机可以比当今任何计算机系统更有效地模拟其他量子系统(如氮分子)。对于经典计算机来说,即使是复杂度相对较低的分子,也代表着几乎无法解决的任务。20 世纪 80 年代,Feynman^[91]从理论上证实了基于量子的计算机模拟分子的可能性。从那时起,研究人员试图将一个分子的量子系统转移到另一个量子系统中,即转移到量子计算机中进行模拟。量子计算机应用的一个新希望是模拟 Haber-Bosch 过程中氮合成的更高效催化剂,该过程的消耗目前约占全球能源消耗的 1%~2%。更好的催化剂可以减少能源消耗,这也有助于减缓全球变暖。可知,量子计算机在现实场景问题模拟方面具有显著优势^[92]。

此外,活性成分和药物的开发往往是一个漫长且成本高昂的过程,因为物质必须在现实世界中反复试验。然而,基于量子物理学的相同原理,量子计算或许能够虚拟地复制这些行为,因此基于模拟的研究迟早会取代这一成本密集型过程。例如,巴斯夫在追求其对量子化学计算准确性的高要求时,与 HQS 公司合作,研究了量子计算的适用性。具体而言,他们旨在理解化学反应能量过程的量子力学计算,因为这实际上可以预测化学反应的可能过程。这种方法的应用达到了传统计算方法的极限^[93]。此外,对电池功能材料的研究被认为是当今电动汽车的信息来源,并且已经成为大众等汽车巨头的目标^[94-95]。

5 未来方向的探讨

5.1 拓展量子启发式算法的基础理论

当前量子计算仍处于基础理论研究和原型产品的研发验证阶段,这些因素制约了量子启发式算法的真正应用。量子启发式算法需结合量子物理特性设计搜索机制,与传统启发式算法相比,对量子力学理论理解的要求更高,且需针对量子比特特性调整进化策略,但目前仍面临量子硬件限制、算法稳定性不足以及与传统系统集成困难等挑战。此外,有效地解释和利用量子现象来解决实际问题也是当前研究的热点之一。

5.2 探索量子启发式算法的通用模型

机器学习与量子物理结合是利用量子状态的叠加和量子算法的加速来解决当前数据科学中数据量巨大、训练过程缓慢的难题。近年来,随着量子计算机在计算规模和稳定性上的突破,基于量子算法的机器学习重新得到关注,逐渐成为新的研究方向。量子启发式算法在处理大数据集方面具有较快的处理速度和较高的精度,但其在优化领域应用中仍存在很多挑战。例如组合优化问题中的 NP 难问题,目前的量子计

计算机规模还无法验证启发式量子算法的应用价值。因此,探究通用量子机器学习模型有助于推动人工智能的发展及应用。

5.3 研发适用于量子启发式算法的软件

在量子计算硬件研究取得进步的基础上,量子软件的研发也是目前亟需解决的关键问题。目前软件层面主要聚焦于开发具有自动调动功能的量子编译器,以及演示多个硬件控制后端的分布式编程能力。另外,跨多种技术工作的中间表示框架的标准化也是未来需要进一步研究的方向。

结束语 本文首先对量子计算的基本概念和计算原理进行了阐述,然后对量子元启发式算法的类型与特点进行了分析,详细分析了经典量子元启发式代表算法,如量子退火算法、量子引力搜索算法、量子遗传算法、量子差分进化算法、量子粒子群算法以及量子蚁群算法的国内外研究进展及发展趋势,对它们的优缺点进行分析概括,指出了针对现实世界中的不同问题涉及不同的量子元启发式算法的探索 and 开发能力,许多工作应该致力于使量子计算适应不同应用中的元启发式自适应策略,并研究影响收敛速度和陷入局部最优的因素。同时,对量子计算以及量子元启发式算法在生产生活中的应用进行了举例分析,事实证明,量子元启发式算法能为解决优化和工程领域中的关键科学问题提供可靠的技术支持。最后对量子元启发式算法的未来研究方向进行了探讨,阐述了量子元启发式算法的基础理论研究、通用模型探索及其软件研发仍具有巨大的发展空间。

虽然本文针对量子元启发式算法研究进展进行了分析总结,对相关研究人员具有一定的借鉴意义,但是鉴于篇幅限制,仍存在一些不足之处。例如文中所提的量子元启发式算法均是从模型设计改进层面进行阐述,而忽略了它们在收敛速度、复杂性和搜索能力等量化方面的不同。这也启发相关研究者在开发基于量子计算的元启发式算法过程中应降低延长时间和执行复杂性。未来将研究多种寻优策略,并使用不同的方法来建模和优化量子计算的整体性能。另外,在元启发式算法中部署量子计算仍存在诸多问题需要解决,如量子计算必须在合适的位置进行优化操作,与元启发式算法兼容,且不会降低算法的速度。因此,将优化问题与质量控制相结合的研究有待进一步探索。

参 考 文 献

[1] TIAN X, LI J. A novel improved fruit fly optimization algorithm for aerodynamic shape design optimization [J]. Knowledge-Based Systems, 2019, 179: 77-91.

[2] GARCÍA-RÓDENAS R, JIMÉNEZ LINARES L, LÓPEZ-GÓMEZ J A. A Memetic Chaotic Gravitational Search Algorithm for unconstrained global optimization problems [J]. Applied Soft Computing, 2019, 79: 14-29.

[3] ZAMANI H, NADIMI-SHARAKI M H, GANDOMI A H. CC-SA: Conscious neighborhood-based crow search algorithm for solving global optimization problems [J]. Applied Soft Computing, 2019, 85: 105583.

[4] CHEN H L, XU Y T, WANG M J, et al. A balanced whale optimization algorithm for constrained engineering design problems [J]. Applied Mathematical Modelling, 2019, 71: 45-59.

[5] LONG W, WU T B, LIANG X M, et al. Solving high-dimensional global optimization problems using an improved sine cosine algorithm [J]. Expert Systems with Applications, 2019, 123: 108-126.

[6] GARG H. A hybrid GSA-GA algorithm for constrained optimization problems [J]. Information Sciences, 2019, 478: 499-523.

[7] CAN E. Variable determined for optimization of alternating energy on the load by the adaptive Taguchi method [EB/OL]. <https://pdfs.semanticscholar.org/f421/524b2f67bbd49e0e7109f372584003e481e2.pdf>.

[8] NARAYANAN A, MOORE M. Quantum-inspired genetic algorithms [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. IEEE, 1996: 61-66.

[9] MENON P S, RITWIK M. A Comprehensive but not Complicated Survey on Quantum Computing [J]. IERI Procedia, 2014, 10: 144-152.

[10] KIRKPATRICK S, GELATT C D, VECCHI M P. Optimization by Simulated Annealing [J]. Science, 1983, 220(4598): 671-680.

[11] RASHEDI E, NEZAMABADI-POUR H, SARYAZDI S. GSA: A Gravitational Search Algorithm [J]. Information Sciences, 2009, 179(13): 2232-2248.

[12] MALOSSINI A, BLANZIERI E, CALARCO T. Quantum Genetic Optimization [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2008, 12(2): 231-241.

[13] DENG W, LIU H, XU J, et al. An Improved Quantum-Inspired Differential Evolution Algorithm for Deep Belief Network [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(10): 7319-7327.

[14] SUN J, FENG B, XU W B. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior [C] // Proceedings of the 2004 Congress on Evolutionary Computation. IEEE, 2004: 325-331.

[15] MA Y, TIAN W J, FAN Y Y. Improved quantum ant colony algorithm for solving TSP problem [C] // 2014 IEEE Workshop on Electronics, Computer and Applications. IEEE, 2014: 453-456.

[16] AGRAWAL R K, KAUR B, SHARMA S. Quantum based Whale Optimization Algorithm for wrapper feature selection [J]. Applied Soft Computing, 2020, 89(2): 106092.

[17] KRAUSS T, MCCOLLUM J. Solving the network shortest path problem on a quantum annealer [J]. IEEE Transactions on Quantum Engineering, 2020, 1(1): 1-12.

[18] NIKOUEI R, RASOULI N, TAHMASEBI S, et al. A quantum-annealing-based approach to optimize the deployment cost of a multi-sink multi-controller wsn [J]. Procedia Computer Science, 2019, 155(1): 250-257.

[19] HUSSAIN H, JAVAID M B, KHAN F S, et al. Optimal control of traffic signals using quantum annealing [J]. Quantum Information Processing, 2020, 19: 312.

[20] RAJDEEP K N, HIMANSHU T, TRAVIS S H. A review of machine learning classification using quantum annealing for real-

- world applications [J]. *SN Computer Science*, 2021, 2(5):365.
- [21] PÉREZ ARMAS L F, CREEMERS S, DELEPLANQUE S. Solving the resource constrained project scheduling problem with quantum annealing [J]. *Scientific Reports*, 2024, 14:16784.
- [22] ZENG Q G, CUI X P, LIU B, et al. Performance of quantum annealing inspired algorithms for combinatorial optimization problems [J]. *Communications Physics*, 2024, 7:249.
- [23] HABA R, MANO T, UEDA R, et al. Routing and scheduling optimization for urban air mobility fleet management using quantum annealing [J]. *Scientific Reports*, 2025, 15:4326.
- [24] LI C, YAN R W, DING Y, et al. Feature Selection and SVM Parameter Optimization Based on IBQGS in Intrusion Detection [J]. *Computer Engineering and Design*, 2017, 38(8):2227-2234.
- [25] LI H T, ZHANG W. SVM Flame Recognition Algorithm Based on Quantum Gravitational Search Algorithm [J]. *Electronic Measurement Technology*, 2019, 42(18):81-84.
- [26] HUANG B L, YUAN X L. Optimal Capacity Allocation of Stand-alone Microgrid Based on LQ-GSA [J]. *Electric Power Engineering Technology*, 2019, 38(6):47-54.
- [27] KUMAR Y, VERMA S K, SHARMA S. An Improved Quantum-Inspired Gravitational Search Algorithm to Optimize the Facial Features [J]. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2021, 35(14):2156004.
- [28] JINDAL S, SACHDEVA M, KUMAR A K S. A novel quantum-behaved binary firefly algorithm with gravitational search algorithm to optimize the features for human activity recognition [J]. *International Journal of Modern Physics C*, 2022, 33(11):2250146.
- [29] TONG L, YANG L, ZHAO X, et al. How can a hybrid quantum-inspired gravitational search algorithm decrease energy consumption in IoT-based software-defined networks? [J]. *Sustainable Computing: Informatics and Systems*, 2023, 40:100920.
- [30] JINDAL S, SACHDEVA M, KUSHWAHA A K S. Quantum behaved intelligent variant of gravitational search algorithm with deep neural networks for human activity recognition [J]. *Kuwait Journal of Science*, 2023, 50(2A):1-20.
- [31] GHOSH S, KUILA P, BEY M, et al. Quantum-inspired gravitational search algorithm-based low-price binary task offloading for multi-users in unmanned aerial vehicle-assisted edge computing systems [J]. *Expert Systems with Applications*, 2025, 263:125762.
- [32] SHARMA K P, LAL G, SHUKLA M, et al. Quantum behaved binary gravitational search algorithm with random forest for twitter spammer detection [J]. *Results in Engineering*, 2025, 25:103993.
- [33] DO T Q, NGUYEN H T, MCNIVEN B D E, et al. An auto-adjusting hybrid quantum genetic algorithm-Spectre platform for the multi-objective optimization of analog circuit sizing [J]. *Alexandria Engineering Journal*, 2025, 116:574-585
- [34] GENCER K, GENCER G. Hybrid deep learning approach for brain tumor classification using EfficientNetB0 and novel quantum genetic algorithm [J]. *PeerJ Computer Science*, 2025, 11:e2556.
- [35] FAÍLDE D, VIQUEIRA J D, MUSSA JUANE M, et al. Using differential evolution to avoid local minima in variational quantum algorithms [J]. *Scientific Reports*, 2023, 13:16230.
- [36] KUMAR J, SAXENA D, SINGH A K, et al. A quantum controlled-NOT neural network-based load forecast and management model for smart grid [J]. *IEEE Systems Journal*, 2023, 17(4):5714-5725.
- [37] DEY A, BHATTACHARYYA S, DEY S, et al. A quantum inspired differential evolution algorithm for automatic clustering of real life datasets [J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2024, 83:8469-8498.
- [38] BEY M, KUILA P, NAIK B B. Quantum-inspired differential evolution with decoding using hashing for efficient user allocation in edge computing environment [J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing*, 2024, 13(2):481-495.
- [39] PRIYANKA B, NAIK B B, REDDY T P. Energy and cost aware workflow offloading using quantum inspired differential evolution in the cloud environments [J]. *Journal of Network and Systems Management*, 2025, 33(1):19.
- [40] JIN P. Research on Improved Quantum-behaved Particle Swarm Optimization and Its Application in Optimization Problems [D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2019.
- [41] RADHA R, GOPALAKRISHNAN R. A medical analytical system using intelligent fuzzy level set brain image segmentation based on improved quantum particle swarm optimization [J]. *Microprocessors and Microsystems*, 2020, 79:103283.
- [42] XU Y X, ZHANG M J, WANG D G. Chaotic Encoding Quantum Particle Swarm Optimization Algorithm for Flexible Job Shop Scheduling Problem [J]. *Journal of System Simulation*, 2024, 36(10):2371-2382.
- [43] GONG C, ZHOU N, XIA S, et al. Quantum particle swarm optimization algorithm based on diversity migration strategy [J]. *Future Generation Computer Systems*, 2024, 157:445-458.
- [44] JIANG Y, ZHENG K, ZHANG M, et al. An enhanced Lévy flight quantum particle swarm optimization for stress monitoring in jacket wind turbines [J]. *Ocean Engineering*, 2025, 324:120704.
- [45] XIA G Q, HAN Z W, ZHAO B, et al. Global Path Planning for Unmanned Surface Vehicle Based on Improved Quantum Ant Colony Algorithm [EB/OL]. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2019/2902170>.
- [46] WANG Y, MA L J, ZHANG F Q, et al. Collision Detection Method in Virtual Reality Based on Quantum Ant Colony Algorithm [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2022, 46(6):735-741.
- [47] BI Z Q, YU X W, WANG B N, et al. Fast Localization Technique for Fault Sections in Distribution Networks Based on Quantum Ant Colony Algorithm [J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2024, 58(5):693-708.
- [48] SARKAR M, PRADHAN J, SINGH A K, et al. A novel hybrid quantum architecture for path planning in quantum-enabled au-

- tonomous mobile robots [J]. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2024, 70(3):5597-5606.
- [49] SUSEENDHAR P, SRIDHAR K P. A niche quantum ant colony multifaceted routing algorithm for WSN-based IoT networks in the emerging quantum industry [J]. *Journal of Internet Services and Information Security*, 2024, 14(4):418-435.
- [50] NARDIN A, D'ANDREAGIOVANNI F. A quantum-inspired ant colony optimization algorithm for parking lot rental to shared e-scooter services [J]. *Algorithms*, 2024, 17(2):80.
- [51] EGGER D J, GAMBELLA C, MARECEK J, et al. Quantum computing for finance: State-of-the-art and future prospects [J]. *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, 2020, 1:1-24.
- [52] CHAKRABARTI S, KRISHNAKUMAR R, MAZZOLA G, et al. A threshold for quantum advantage in derivative pricing [J]. *Quantum*, 2021, 5:463-504.
- [53] MARTYN J M, RALL P. Halving the cost of quantum algorithms with randomization [J]. *NPJ Quantum Information*, 2025, 11(47):1-11.
- [54] NEUKART F, COMPOSTELLA G, SEIDEL C, et al. Traffic flow optimization using a quantum annealer [J]. *Frontiers in ICT*, 2017, 4:29.
- [55] YARKONI S, LEIB M, SKOLIK A, et al. Volkswagen and quantum computing: An industrial perspective [J]. *Digitale Welt*, 2019, 3(2):34-37.
- [56] SHOR P W. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring [C] // *Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*. IEEE, 1994: 124-134.
- [57] MONE G. The quantum threat [J]. *Communications of the ACM*, 2020, 63(7):12-14.
- [58] SCHULD M, PETRUCCIONE F. *Supervised Learning with Quantum Computers* [M]. Cham: Springer, 2018.
- [59] WITTEK P. *Quantum Machine Learning: What Quantum Computing Means to Data Mining* [M]. New York: Academic Press, 2014.
- [60] WIEBE N, BRAUN D, LLOYD S. Quantum algorithm for data fitting [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(5):050505.
- [61] LUO M X, CHEN X B, YANG Y X, et al. Geometry of quantum computation with qudits [J]. *Scientific Reports*, 2014, 4(1):4044.
- [62] SCHULD M, SINAYSKIY I, PETRUCCIONE F. Prediction by linear regression on a quantum computer [J]. *Physical Review A*, 2016, 94(2):022342.
- [63] WANG G M. Quantum algorithm for linear regression [J]. *Physical Review A*, 2017, 96(1):012335.
- [64] LLOYD S, MOHSENI M, REBENTROST P. Quantum algorithms for supervised and unsupervised machine learning [J]. *arXiv*:1307.0411, 2013.
- [65] LLOYD S, REBENTROST P, MOHSENI M. Quantum principal component analysis [J]. *Nature Physics*, 2014, 10(9):631-633.
- [66] REBENTROST P, MOHSENI M, LLOYD S. Quantum support vector machine for big data classification [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 113(13):130503.
- [67] REBENTROST P, BROMLEY T R, WEEDBROOK C, et al. Quantum recurrent neural network [J]. *Physical Review A*, 2018, 98(4):042308.
- [68] SHI J J, XIAO Z M. QuanTest: entanglement-guided testing of quantum neural network systems [J]. *ACM Transactions on Software Engineering and Methodology*, 2025, 34(2):1-32.
- [69] SCHULD M, SINAYSKIY I, PETRUCCIONE F, et al. The quest for a quantum neural network [J]. *Quantum Information Processing*, 2014, 13(11):2567-2586.
- [70] SCHULD M, SINAYSKIY I, PETRUCCIONE F. Simulating a perceptron on a quantum computer [J]. *Physics Letters A*, 2015, 379(7):660-663.
- [71] WAN K H, DAHLSTEN O, KRISTJÁNSSON H, et al. Quantum generalisation of feedforward neural networks [J]. *NPJ Quantum Information*, 2017, 3(1):36-43.
- [72] WIEBE N, KAPOOR A, SVOR K M. Quantum perceptron models [C] // *Proceedings of the 30th International Conference on Neural Information Processing Systems*. Curran Associates Inc., 2016:4006-4014.
- [73] YAMAMOTO A Y, SUNDQVIST K M, LI P, et al. Simulation of a multidimensional input quantum perceptron [J]. *Quantum Information Processing*, 2018, 17(6):128-139.
- [74] SCHÜTZHOLD R. Pattern recognition on a quantum computer [J]. *Physical Review A*, 2003, 67(6):062311.
- [75] TRUGENBERGER C A. Quantum pattern recognition [J]. *Quantum Information Processing*, 2002, 1(6):471-493.
- [76] VENTURA D, MARTINEZ T. Quantum associative memory [J]. *Information Sciences*, 2000, 124(1):273-296.
- [77] LOW G H, YODER T J, CHUANG I L. Quantum inference on Bayesian networks [J]. *Physical Review A*, 2014, 89(6):062315.
- [78] SENTÍS G, CALSAMIGLIA J, MUÑOZ-TAPIA R, et al. Quantum learning without quantum memory [J]. *Scientific Reports*, 2012, 2(708):1-8.
- [79] BARRY J, BARRY D T, AARONSON S. Quantum partially observable Markov decision processes [J]. *Physical Review A*, 2014, 90(3):032311.
- [80] CLARK L A, HUANG W, BARLOW T M, et al. Hidden quantum Markov models and open quantum systems with instantaneous feedback [C] // *Interdisciplinary Symposium on Complex Systems*. Cham: Springer, 2015:143-151.
- [81] RATH M, DATE H. Quantum powered credit risk assessment: a novel approach using Hybrid Quantum-Classical Deep Neural Network for Row-Type Dependent Predictive Analysis [J]. *EPJ Quantum Technology*, 2025, 12(75):1-27.
- [82] WIEBE N, KAPOOR A, SVORE K. Quantum deep learning [J]. *Quantum Information & Computation*, 2016, 16(7/8):541-587.
- [83] AMIN M H, ANDRIYASH E, ROLFE J, et al. Quantum Boltzmann machine [J]. *Physical Review X*, 2018, 8(2):021050.
- [84] WANG Z H, CHOONG B C M, HUANG T, et al. Is quantum

optimization ready? An effort towards neural network compression using adiabatic quantum computing [J]. *Future Generation Computer Systems*, 2026, 174: 107908.

- [85] KIEFEROVÁ M, WIEBE N. Tomography and generative data modeling via quantum Boltzmann training [J]. *Physical Review A*, 2017, 96(6): 062327.
- [86] GAO X, ZHANG Z Y, DUAN L M. A quantum machine learning algorithm based on generative models [J]. *Science Advances*, 2018, 4(12): eaat9004.
- [87] LANGIONE M, TILLEMANN-DICK C, KUMAR A, et al. Where will quantum computers create value—and when? [R]. Boston: Boston Consulting Group, 2019.
- [88] DEBENEDICTIS E P. A future with quantum machine learning [J]. *Computer*, 2018, 51(2): 68-71.
- [89] YAN F, VENEGAS A S E. Lessons from Twenty Years of Quantum Image Processing [J]. *ACM Transactions on Quantum Computing*, 2025, 6(1): 1-29.
- [90] LORENZ R, PEARSON A, MEICHANETZIDIS K. QNLP in practice: Running compositional models of meaning on a quantum computer [J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2023, 76: 1305-1342.
- [91] FEYNMAN R P. Simulating physics with computers [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 1982, 21(6/7): 467-488.
- [92] BUDDE F, VOLZ D. The next big thing? Quantum computing's

potential impact on chemicals [M]. New York: McKinsey & Company, 2019.

- [93] KÜHN M, ZANKER S, DEGLMANN P, et al. Accuracy and resource estimations for quantum chemistry on a near-term quantum computer [J]. *Journal of Chemical Theory and Computation*, 2019, 15(9): 4764-4780.
- [94] NEUKART F. Quantencomputing in der Automobilindustrie [J]. *Digitale Welt*, 2021, 5(2): 34-37.
- [95] ZIEGLER M, LEONHARDT T. Quantum computing. *Applied now* [J]. *Digitale Welt*, 2019, 3(2): 50-52.



RUAN Ning, born in 1988, postgraduate, lecturer, is a member of CCF (No. W0391M). His main research interests include evolutionary computing, graph machine learning and data mining.



LI Tao, born in 1990, Ph.D, associate professor, is a member of CCF (No. F5541M). His main research interests include evolutionary computing and machine learning.

(责任编辑:何杨)