

一种新的基于生长神经气体网络的多模态多目标优化算法

宣贺君^{1,2} 寇丽博¹ 刘如意³

1 信阳师范大学计算机与信息技术学院 河南 信阳 464000

2 河南省教育大数据分析与应用重点实验室 河南 信阳 464000

3 西安电子科技大学计算机科学与技术学院 西安 710071

摘要 多模态多目标优化是同一个 Pareto 前沿具有多个 Pareto 解集的复杂多目标优化问题,已成为多目标优化领域中的重要研究方向。已有的算法能够较好地解决该问题,但在解的多样性、收敛性及处理目标冲突方面表现出一定的局限性,如难以有效覆盖所有解集或在优化过程中出现收敛过早的现象。为解决这些问题,提出了一种新的基于生长神经气体网络(Growing Neural Gas,GNG)的环境选择策略的多模态多目标优化算法。该方法通过引入自适应拓扑结构,动态调整种群分布,同时利用加权的欧氏距离计算拥挤度以进行环境选择,提高种群的多样性和均匀性。此外,引入知识转移机制增强算法搜索能力,进一步提高解的多样性和收敛性。为验证算法的有效性,在 HYL 和 MMF 测试函数集上进行了实验。实验结果表明:所提算法在解的分布均匀性、Pareto 前沿的收敛性及目标空间的覆盖性等方面的表现均优于 5 种对比算法。

关键词: 多模态;多目标;神经网络;知识转移;环境选择

中图分类号 TP301

Novel Multi-modal Multi-objective Algorithm Based on Growing Neural Gas Network

XUAN Hejun^{1,2}, KOU Libo¹ and LIU Ruyi³

1 School of Computer and Information Technology, Xinyang Normal University, Xinyang, Henan 464000, China

2 Henan Key Laboratory of Education Big Data Analysis and Application, Xinyang, Henan 464000, China

3 School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China

Abstract Multi-modal multi-objective optimization is a complex multi-objective optimization problem with multiple Pareto solutions on the same Pareto front. It has become an important research direction in the field of multi-objective optimization. Existing algorithms can solve this problem well, but they have certain limitations in terms of solution diversity, convergence and handling of target conflicts, such as difficulty in effectively covering all solution sets or premature convergence during the optimization process. To solve these problems, a new multi-modal multi-objective optimization algorithm based on the environment selection strategy of the growing neural gas(GNG) network is proposed. This method introduces an adaptive topological structure to dynamically adjust the population distribution, and uses weighted Euclidean distance to calculate the crowding degree for environment selection, thereby improving the diversity and uniformity of the population. In addition, the knowledge transfer mechanism is introduced to enhance the algorithm's search ability and further improve the diversity and convergence of solutions. To verify the effectiveness of the algorithm, experiments are carried out on the HYL and MMF test function sets. The experimental results show that the proposed algorithm performs better than the five comparison algorithms in terms of solution distribution uniformity, Pareto front convergence and target space coverage.

Keywords Multi-modality, Multi-objective, Neural network, Knowledge transfer, Environmental selection

1 引言

多目标优化问题(Multi-objective Optimization Problems, MOPs)是优化领域中的一个关键问题,广泛应用于实际生产等问题的建模与求解中,如网络通信中的基站部署、网络

优化、工业生产中的调度问题以及交通运输等^[1-3]。根据优化目标的数量,可将其分为单目标优化和多目标优化。单目标优化关注于单一目标函数的最优化,而多目标优化则旨在同时优化多个目标函数,综合考虑问题的多个层面,从而为实际问题提供更加全面和多元的解决方案^[4]。多目标优化问题的

基金项目:国家自然科学基金青年基金(62202366);河南省重点研发专项(241111212200);河南省科技研发计划联合基金项目(20240012);河南省教育课程改革研究项目(2025-JSJYYB-029)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(62202366), Henan Province Key Research and Development Project(241111212200), Henan Joint Fund for Science and Technology Research(20240012) and Teacher Education Curriculum Reform Research Project of Henan Province(2025-JSJYYB-029).

通信作者:宣贺君(xuanhejun0896@xynu.edu.cn)

数学表述一般为:

$$\begin{cases} \min F(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))^T \\ \text{s. t. } g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, q \\ h_j(x) = 0, j = q+1, \dots, l \\ x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n \end{cases} \quad (1)$$

其中, $g_j(x)$ 是 q 个不等式约束, $h_j(x)$ 是 $l-q$ 个等式约束, $x \in \mathbb{R}^n$ 是 n 维的决策向量, $F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))$ 是 m 维的目标向量。与单目标优化问题不同, 多目标优化一般存在一系列的解, 称为 Pareto 解集 (Pareto Set, PS), 映射到目标空间中称之为 Pareto 前沿 (Pareto Front, PF)^[5]。Pareto 解集可以为决策者提供多个解决方案, 更符合真实世界中决策过程的复杂性。因此, 多目标优化能够更好地适应和解决复杂、多维度的问题, 为处理现实中多层次、多约束的挑战提供更灵活的工具。

多模态多目标优化问题 (Multi-modal Multi-objective Optimization Problems, MMOPs) 是一类特殊的多目标优化问题, 即 Pareto 前沿具有两个及以上不同的 Pareto 解集^[6], 如图 1 所示。相对于一般的多目标优化, 多模态多目标优化在不同任务和环境下具备灵活选择和切换不同模态信息的特性, 从而有效提升系统的适应性。此外, 多模态通过整合来自不同模态的信息, 显著提高系统的鲁棒性, 使其更能够适应各种环境和变化。与传统的单模态、单目标优化问题不同, MMOPs 在问题结构中融合多个模态和多个目标, 使得问题更加复杂、多样, 呈现出更为丰富的多模态结构和多目标决策需求。

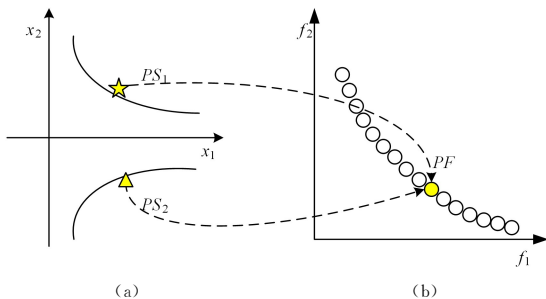


图 1 多模态多目标优化

Fig. 1 Multi-modal multi-objective optimization

2 研究现状

2.1 生长神经气体网络研究现状

生长神经气体模型属于竞争型、无监督的自组织神经网络。它具有在动态增量输入空间中不断学习和生成拓扑网络节点的能力, 能够很好地表现数据的拓扑特征。Zeng 等^[26]改进的生长神经气体重构算法通过局部投影、自适应网格增长、非流形边检测和动态网格更新, 有效克服了点云噪声、不均匀分布和复杂拓扑的影响, 自动调整网格密度, 精确重构出拓有效且近似等边的高质量三角网格。Sheng 等^[27]提出了一种基于生长神经气体改进模糊神经网络 (GNG-ANFIS) 的时序混合预测模型, 旨在解决传统预测模型在处理铝厂大规模历史数据时预测效率低的问题。模型通过生长神经气体动态跟踪数据识别奇异点筛选有效数据, 并用改进的黑猩猩算法优化模糊神经网络, 最终在铝电解铁含量时序数据中验证性能, 结果显示该模型能在减少训练时间的同时准确预测时序数据。Xue 等^[28]提出了一种基于增强生长型神经气体的高维多目标进化算法, 结合神经网络学习特性和质量指标优

化特性, 引导种群向不规则 Pareto 前沿收敛, 并通过自适应参考点提升多样性。Liu 等^[29]提出了一种高效解决多模态多目标优化问题的新方法 EMMA-GNG。其核心优势在于利用机器学习技术动态学习解集的拓扑结构, 并设计针对性的搜索策略, 显著提升了收敛速度与多样性, 为复杂优化问题的求解提供了新思路。

2.2 多模态多目标优化研究现状

近些年, 有学者对多目标多模态优化进行了研究。Liang 等^[7]提出一种基于聚类的差分进化算法求解 MMOPs, 该算法在每个子空间中计算个体的拥挤度距离而不是在整个空间中。Zhang 等^[8]提出 MMO-EvoKnee 算法找到全局膝关节解决方案和目标空间的边界, 并且保留收敛性良好的解。Liu 等^[9]使用收敛档案及多样性档案协同获得多个帕累托最优解, 提高决策空间的多样性, 从而解决多目标多模态优化问题。Zhao 等^[10]提出一种基于强化进化的预测差分进化策略求解多模态多目标, 使用预测策略、强化进化策略来加速种群收敛, 从而逼近全局最优解。文献^[11]开发一种基于强化学习的差分进化算法 (DE-RLFR), 设计奖励函数指导种群在全局趋近 Pareto 前沿。文献^[12]提出一种基于环形拓扑结构的粒子群算法, 并使用特殊拥挤距离维持多个 PS。Qiao 等^[13]提出新的基准框架和改进算法, 旨在更真实地模拟现实问题, 并提高 CMOEA 在复杂约束环境中的搜索能力和整体性能。Lin 等^[14]设计的 NPCMODE 通过基于分区的重组和预选择的环境选择机制, 在多模态多目标优化问题中实现了决策空间和目标空间的解的收敛性与多样性平衡。Liang 等^[15]设计的算法通过强化搜索能力和优化选择机制, 有效应对多模态多目标优化问题中的决策空间多样性和均匀性挑战。Chen 等^[16]提出了一种档案辅助的多模态多目标进化算法, 制定档案进化机制来更新档案, 提高档案中解决方案的质量。Yue 等^[17]提出了一种基于局部中心解聚类多模态多目标优化算法 (MMOCL), 其可以同时求解只含全局 PS 的 MMOPs 以及全局 PS 和局部 PS 共存的 MMOPs。Li 等^[18]提出的 GPNSGA-III 算法通过引入初始化策略显著提升了优化能力, 能够更好地解决联邦学习中的多目标优化问题, 实现了全局模型错误率、性能分布均衡、通信成本与数据成本的有效平衡。

3 算法设计

为应对多模态多目标优化 (MMO) 问题中最优解集 (PSs) 搜索不充分、冲突目标处理能力不足、帕累托前沿 (PF) 探索受限以及解的多样性难以保持等挑战, 本文提出一种基于生长神经气体的多模态多目标优化算法 (MMEA-GNG)。该算法结合 GNG 的自适应拓扑学习能力, 引导多模态多目标优化算法 (MMEA) 更高效地探索解空间, 识别并维护多个最优解集, 平衡全局与局部搜索能力, 从而提升算法在复杂优化问题中的求解性能。

3.1 算法流程

MMEA-GNG 算法的伪代码如算法 1 所示。首先进行初始化操作, 包括初始化 GNG 网络、种群 P 和 OP。然后评估种群 P 和 OP, 以判断是否达到终止条件。如果不满足终止条件, 判断 GNG 网络是否训练完成, 如果未完成训练, 则采用单向知识转移策略来进化种群; 反之则采用双向知识转移策略来进化种群。算法的流程图如图 2 所示。

算法 1 MMEAGNG 算法

输入:种群规模、最大迭代次数 MaxFEs

输出:种群 POP

1. 初始化种群 P, OP, GNG
2. 评估种群 P, OP
3. While FEs < MaxFEs
4. If GNG 未完成训练
5. 进行单项知识转移 进化种群
6. else
7. 进行双向知识转移 进化种群
8. End if
9. End while
10. Return POP

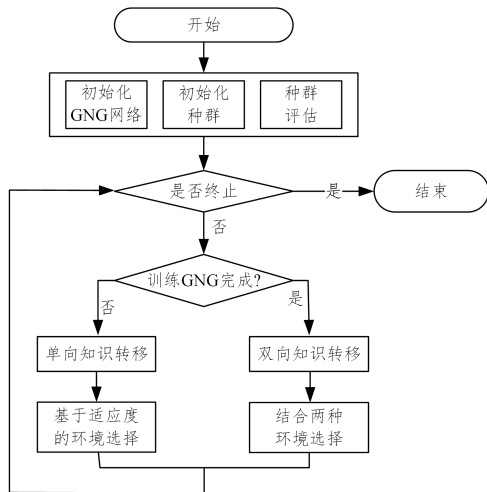


图 2 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of the algorithm

3.2 环境选择

3.2.1 基于生长气体神经网络的环境选择

本文提出的基于 GNG 的环境选择方法通过以下几个步骤实现多目标优化的有效搜索。

解空间表示与拓扑结构生成:GNG 在解空间中自适应地生成神经元,每个神经元代表一个潜在解。网络结构通过增加和删除节点以及调整连接来反映目标空间中解的分布。随着解空间的不断变化,网络逐步调整其拓扑结构,确保能够准确表示解空间的特征。

环境选择与目标平衡:在多目标优化中,环境选择是根据不同目标之间的平衡来引导搜索过程的。GNG 通过自适应增加或减少神经元来表示解空间的变化,帮助优化算法避免局部最优解,并在多个目标之间找到合理的平衡点,最终达到优化目标。基于 GNG 网络的环境选择算法的伪代码如下所示。

算法 2 基于 GNG 网络的环境选择算法

输入:种群 P、神经网络 GNG

输出:种群 OP、神经网络 GNG

1. 计算 GNG 网络中神经元节点 s 到 pop 的距离
2. 计算网络中到 pop 最近的两个神经元 s_1 和 s_2
3. 更新 s_1 及其邻居的权重,使其靠近 pop
4. If s_1 与 pop 之间的距离大于阈值:
5. 在 pop 附近添加一个新神经元
6. End if
7. 更新连接关系,增加 s_1 和新神经元之间的边
8. 移除超出最大寿命的边,防止网络过度生长

9. 初始化一个空集 OP 作为候选解集

10. 对于 GNG 网络中的每个神经元节点 s :

11. 获取所有映射到 s 的解集 OP_s

12. 从 OP_s 中选择适帕累托支配解 OP_{s_best}

13. 将 s_{best} 加入 OP

14. Return 种群 OP、神经网络 GNG

由于 GNG 在训练的过程中需要动态调整拓扑结构(新增或删除神经元),且每次迭代都需要计算邻近神经元并更新连接关系,导致计算复杂度较高。因此,在大规模数据或高维优化问题中,GNG 可能会收敛缓慢。另外,GNG 原本是为无监督学习设计的,在多目标优化中,它缺乏直接处理多个目标冲突的机制。如果直接用于多目标优化,可能会存在 GNG 偏向某些目标而导致解的分布不均衡的问题。

3.2.2 基于适应度的环境选择

基于适应度评估的环境选择方法,在多目标优化中主要通过评估个体在目标空间的“拥挤程度”与 Pareto 排名来选择最优解,而不仅仅依靠传统的 Pareto 排名。这样可以帮助决策者在复杂环境中做出更好的决策。为了衡量解的均匀性,传统方法通常通过计算解在目标空间的距离来评估“拥挤度”,但这种方式往往忽视了决策变量和目标之间的重要性差异,可能导致解的分布不均,降低优化的效果和质量。

为解决在适应度环境选择不均匀的问题,本文提出一种基于加权欧氏距离的拥挤度计算方法,通过引入多层次的权重机制来对距离进行调整,从而实现决策空间和目标空间的综合考虑。具体来说,决策空间的拥挤度计算通过加权欧氏距离公式完成:为每个决策变量分配权重,用以反映变量在问题中的相对重要性。目标空间的拥挤度则类似,针对每个目标分配权重,以突出不同目标对优化结果的重要程度。在综合计算拥挤度时,公式中引入全局平衡因子,用于动态调节两种空间的相对贡献比例,从而有效避免某一空间主导整体结果的情况。此外,通过使用距离的倒数计算局部密度,能够更直观地反映解在局部邻域中的拥挤程度,使得算法更加注重解的多样性和覆盖范围。

假设解 x_i 和 x_j 在决策空间和目标空间的距离分别为:

$$CD_{j,x} = \sum_i \left(\frac{\sqrt{|x_{j1,i} - x_{j2,i}|}}{\sqrt{|x_{\max,i} - x_{\min,i}|}} \right) \quad (2)$$

$$CD_{j,f} = \sum_i \left(\frac{\sqrt{|y_{j1,i} - y_{j2,i}|}}{\sqrt{|y_{\max,i} - y_{\min,i}|}} \right) \quad (3)$$

其中, $CD_{j,x}$ 是解 x_j 在决策空间的拥挤度, $x_{j1,i}$ 和 $x_{j2,i}$ 分别表示解 x_j 在第 i 维决策空间上两个相邻的解, $x_{\max,i}$ 和 $x_{\min,i}$ 则表示第 i 维空间上边界解的最大值及最小值。 $CD_{j,f}$ 是解 f_j 在目标空间的拥挤度, $y_{j1,i}$ 和 $y_{j2,i}$ 分别表示解 y_j 在第 i 维决策空间上两个相邻的解, $y_{\max,i}$ 和 $y_{\min,i}$ 则表示第 i 维空间上边界解的最大值及最小值。

为了同时考虑决策空间和目标空间的影响,定义一个综合权重公式来结合两者的特征:

$$CD = \alpha \times CD_{j,x} + \beta \times CD_{j,f} \quad (4)$$

其中, α 和 β 用于调整决策空间和目标空间对整体拥挤度的影响权重。加权欧氏距离方法在多个方面展现出显著优势。首先,通过对决策变量和目标赋予权重,可以更灵活地适应多模态问题或目标分布不均的情况。例如,在某些场景中,某些目标可能对最终优化结果更为关键,而其他目标影响较小,此

时权重可以突出重要目标的作用,确保拥挤度的评估更加精准。其次,平衡因子的引入解决了简单相加方法的缺陷,能够在不同优化场景下动态调整决策空间和目标空间的贡献比例,使得算法对不同类型问题具有更好的适应性,避免算法陷入局部最优或导致解的分布不均匀。

综上,在多模态多目标优化问题中,单独依赖传统适应度或 GNG 网络进行环境选择往往存在局限性。适应度选择虽然能够有效筛选高质量解,但在维护多样性和探索多个等价解方面存在不足;而 GNG 网络可以自适应学习解的拓扑结构,提高解的分布均匀性,但在计算复杂度较高,并且在动态优化环境下可能存在滞后性。为此,本文引入知识转移(Knowledge Transfer)方法,将适应度选择与 GNG 结合,从历史优化过程或其他优化任务中学习信息,以更智能的方式引导 GNG 网络的生长与调整,同时优化适应度选择策略,使其更具全局性和泛化能力。这种方法不仅能够降低计算成本,还能在优化过程中动态调整搜索方向,提高解的多样性和全局收敛能力。

3.3 知识转移

知识转移(Knowledge Transfer)是指在优化过程中,将源领域(即已知领域)中的知识、经验或模型迁移到目标领域,从而提高目标领域优化的效率,加速收敛过程,或改善解的质量。在多目标优化中,知识转移的核心目标是通过有效利用源领域的优化经验或解空间信息,帮助目标领域优化算法更快速、更精确地找到帕累托前沿或多个优解。

知识转移的具体步骤如图 3 所示。P 和 OP 分别为主种群和辅助种群,O 和 OO 分别为主种群和辅助种群产生的子代。本文所用知识转移分为单向知识转移和双向知识转移两种。单向知识转移是 GNG 网络学习主种群 P 和 O 的知识,促进 GNG 网络寻找更优节点。双向知识转移是主种群和辅助种群的双向学习过程,其中主种群采用基于适应度的环境选择方法选择,辅助种群用基于 GNG 网络的环境选择选择种群。

在进化初期,神经网络训练没有完成时,采用单向知识转移,即利用传统进化算法优化种群,同时将该种群的知识传递给 GNG 神经网络,以提高神经网络的训练速度。在神经网络训练成熟后,采用双向知识转移,即让神经网络产生的种群与传统进化算法产生的种群相互学习。

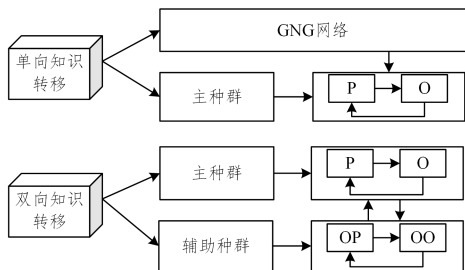


图 3 单向知识转移和双向知识转移

Fig. 3 Unidirectional and bi-directional knowledge transfer

4 实验与分析

4.1 对比算法和测试问题

在 MMEAGNG 算法中,权重参数 α 和 β 共同决定了算

法在搜索过程中如何平衡不同的优化目标。为了更好地理解这两个参数对算法性能的影响,我们进行了一系列对比实验,以探索不同权重组合下算法的表现。具体而言,设定 $\alpha + \beta = 1$, α 的具体取值则分别选择了 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 和 0.9 这 5 种不同的组合。

本文选择了 5 个较优的 MMOEA 进行比较。MMEAPSL 是在基于 GNG 的代理辅助 PS 学习方法。MORingPSOSCD 采用基于索引的环形拓扑结构,以形成稳定的小生境,从而识别更多的帕累托最优解^[20]。DNNSGAI^[22]是在 NSGA-II 的基础上引入 Niching 方法,以维护多个不同的解,确保多个解对应于同一个帕累托前沿点(Pareto Front Point),从而提升多样性,增强算法在多模态多目标优化问题中的表现,避免解集中在少数区域,提高全局探索能力。TriMOEATAR 具有两个保持目标和决策空间多样性的档案^[23],MMEAWI^[24]采用加权指标来保留有希望的解决方案,以增强决策空间的多样性。采用了两种流行的 MMOP 基准测试问题 HYL^[20]和 MMF^[12],来验证算法的可行性和有效性。

4.2 参数设置和性能指标

种群规模为 100,最大迭代次数为 100 000, α 和 β 分别取值 0.9 和 0.1,对比算法的其他参数设置均与原始文献相同。本研究采用 IGDX^[21]和 PSP^[12]这两个被广泛使用的指标来综合评价算法在决策空间和目标空间的性能。

每个算法在每个测试问题上独立执行 30 次。记录 IGDX 和 PSP 的平均值。采用显著性水平为 0.05 的 Wilcoxon 秩和检验和显著性水平为 0.05 的 Holm 校正的 Friedman 检验^[25]。用“+”“-”“=”分别表示其他算法的结果明显优于本文算法、明显差于本文算法、统计上与本文算法相似。

4.3 实验结果与分析

图 4 给出了本文算法与多对比算法在测试函数 MMF1, MMF4, MMF5, MMF6 中的变化趋势,随着迭代次数的增加,对比算法大多趋于收敛,本文提出的算法 MMEAGNG 在所有对比算法中收敛性表现最佳。表 1 列出了不同权重时所提算法在 HYL 问题上的 IGDX 指标的统计结果(均值),可以看出当 α 取值为 0.9 时 MMEAGNG 算法性能最佳,因此后续与对比算法进行比较时权重 α 取为 0.9。表 2 列出了度量指标 IGDX 在 HYL 问题上的实验统计结果(均值)。表 3 列出了度量指标 PSP 在 HYL 问题上的实验统计结果(均值)。表 4 列出了度量指标 IGDX 在 MMF 问题上的实验统计结果(均值)。表 5 列出了度量指标 PSP 在 MMF 问题上的实验统计结果(均值)。从表 1 中可以看出,关于 α 和 β 的取值,当 α 和 β 分别取值 0.9 和 0.1 时, MMEAGNG 算法的表现更优,可以从决策空间和目标空间的拥挤度角度来分析这一现象。具体来说, α 和 β 分别对应决策空间和目标空间中的拥挤度权重,而这两者的不同取值会影响解的分布方式,进而影响算法的性能。当 $\alpha = 0.9$ 时,意味着决策空间的拥挤度权重占主导地位,算法更多地关注决策空间中解的分布;而较低的 β 则表明目标空间的拥挤度较低,算法更多关注目标空间的多样性。权重有效提高了 MMEAGNG 算法在多模态多目标优化问题中的性能,尤其是在解的多样性和全局收敛能力上表现突出。在实际应用中,可以通过调节 α 和 β 的比例,找到最适合特定优化任务的参数配置。

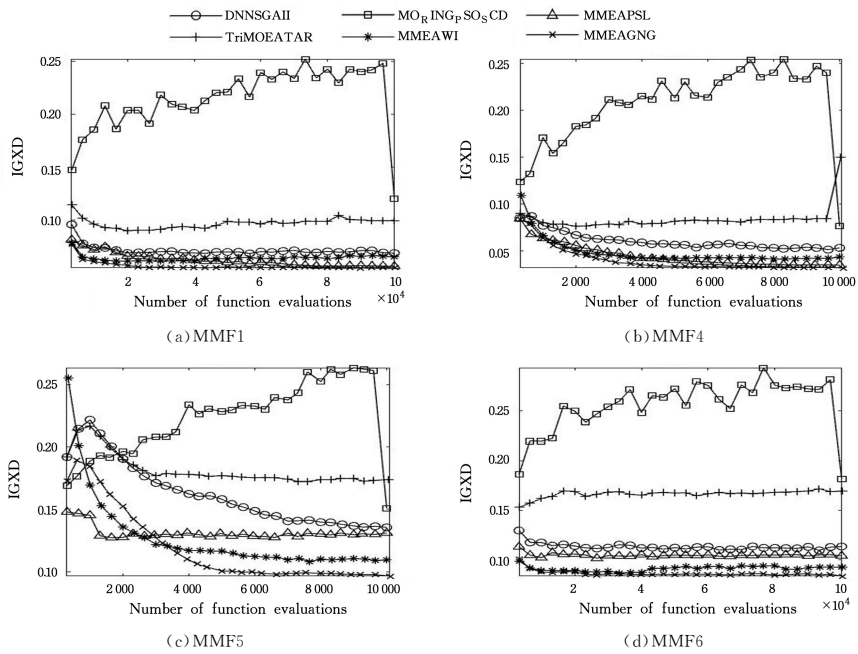


图 4 MMEAGNG 和 5 种比较算法在 4 个函数上获得的平均 IGDX 值

Fig. 4 Average IGDX values obtained by MMEAGNG and five compared algorithms on four functions

 表 1 α 取不同值时 IGDX 在 HYL 问题上的统计结果(均值)

 Table 1 Experimental statistical results of IGDX in HYL(mean) with different α

Problem	$\alpha=0.1$	$\alpha=0.3$	$\alpha=0.5$	$\alpha=0.7$	$\alpha=0.9$
HYL1	2.5142×10^{-1}	2.5208×10^{-1}	2.5243×10^{-1}	2.5181×10^{-1}	2.5126×10^{-1}
HYL2	5.7744×10^{-1}	5.7490×10^{-1}	5.7548×10^{-1}	5.7594×10^{-1}	5.7621×10^{-1}
HYL3	2.4637=	2.4363=	2.4306=	2.4915=	2.4254
HYL4	2.4979=	2.5631=	2.4948=	2.5590=	2.4936
HYL5	2.5211×10^{-1}	2.5190×10^{-1}	2.5469×10^{-1}	2.5134×10^{-1}	2.5151×10^{-1}
+/-/=	0/0/5	0/0/5	0/0/5	0/0/5	

表 2 IGDX 在 HYL 的实验统计结果(均值)

Table 2 Experimental statistical results of IGDX in HYL(mean)

Problem	DNNSGAI	MORingPSOSCD	MMEAWI	MMEAPSL	TriMOEATAR	MMEAGNG
HYL1	2.8344×10^{-1} -	3.0548×10^{-1} -	2.7056×10^{-1} -	2.5238×10^{-1} =	1.4349 -	2.5114×10^{-1}
HYL2	7.0692×10^{-1} -	1.0265 -	6.4233×10^{-1} -	5.7592×10^{-1} =	7.1406×10^{-1} -	5.7405×10^{-1}
HYL3	9.4759×10^{-1} +	1.1793 +	8.7947×10^{-1} +	8.3753×10^{-1} +	7.7168×10^{-1} +	2.4787
HYL4	1.3352 +	2.6045 =	1.2743 +	1.2263 +	9.0296×10^{-1} +	2.5241
HYL5	3.0068×10^{-1} -	4.3553×10^{-1} -	2.8079×10^{-1} -	2.5491×10^{-1} -	4.0789 -	2.5260×10^{-1}
+/-/=	2/3/0	1/3/1	2/3/0	2/1/2	2/3/0	

表 3 PSP 在 HYL 的实验统计结果(均值)

Table 3 Experimental statistical results of PSP in HYL(mean)

Problem	DNNSGAI	MORingPSOSCD	MMEAWI	MMEAPSL	TriMOEATAR	MMEAGNG
HYL1	3.7281 -	2.6642 -	4.1360 -	4.4922 -	5.0024×10^{-1} -	5.0574
HYL2	1.0761 -	6.2816×10^{-1} -	1.4600 -	1.6069 -	1.3395 -	1.9736
HYL3	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)
HYL4	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)	NaN(NaN)
HYL5	3.3505 -	2.2113 -	3.5498 -	3.9354 -	1.6894 -	4.2122
+/-/=	0/3/0	0/3/0	0/3/0	0/3/0	0/3/0	

表 4 IGDX 在 MMF 的实验统计结果(均值)

Table 4 Experimental statistical results of IGDX in MMF(mean)

Problem	DNNSGAI	MORingPSOSCD	MMEAWI	MMEAPSL	TriMOEATAR	MMEAGNG
MMF1	7.2338×10^{-2} -	1.0159×10^{-1} -	6.6350×10^{-2} -	5.4787×10^{-2} -	8.9871×10^{-2} -	5.2827×10^{-2}
MMF2	1.2408×10^{-1} -	1.3469×10^{-1} -	7.4851×10^{-2} -	8.4015×10^{-3} +	1.1114×10^{-1} -	1.5827×10^{-2}
MMF3	8.7947×10^{-2} -	8.8235×10^{-2} -	4.3312×10^{-2} -	8.6246×10^{-3} =	8.7091×10^{-2} -	1.1131×10^{-2}
MMF4	5.1997×10^{-2} -	7.4188×10^{-2} -	4.2951×10^{-2} -	3.1324×10^{-2} -	1.2783×10^{-1} -	2.8721×10^{-2}
MMF5	1.3602×10^{-1} -	1.5671×10^{-1} -	1.0803×10^{-1} -	9.5961×10^{-2} -	1.9279×10^{-1} -	9.0791×10^{-2}
MMF6	1.1182×10^{-1} -	1.3989×10^{-1} -	9.2640×10^{-2} -	8.5204×10^{-2} -	1.5393×10^{-1} -	8.0280×10^{-2}
MMF7	4.0752×10^{-2} -	6.4343×10^{-2} -	4.2166×10^{-2} -	3.2850×10^{-2} -	6.9820×10^{-2} -	2.8641×10^{-2}
MMF8	1.8028×10^{-1} -	2.2394×10^{-1} -	1.0280×10^{-1} -	6.0895×10^{-2} -	6.8798×10^{-1} -	5.8083×10^{-2}
+/-/=	0/8/0	0/8/0	0/8/0	1/6/1	0/8/0	

表5 PSP在MMF的实验统计结果(均值)
Table 5 Experimental statistical results of PSP in MMF(mean)

Problem	DNNSGAIH	MORingPSOSCD	MMEAWI	MMEAPSL	TriMOEATAR	MMEAGNG
MMF1	1.3766×10 ⁻	9.7690 ⁻	1.5061×10 ⁻	1.8245×10 ⁻	1.1144×10 ⁻	1.8893×10
MMF2	9.3827 ⁻	8.1689 ⁻	1.9030×10 ⁻	1.1976×10 ²⁺	9.1058 ⁻	8.7979×10
MMF3	1.1905×10 ⁻	1.1543×10 ⁻	2.4624×10 ⁻	1.2078×10 ²⁼	1.1112×10 ⁻	1.1220×10 ²
MMF4	1.9525×10 ⁻	1.3836×10 ⁻	2.3286×10 ⁻	3.1971×10 ⁻	1.1194×10	3.4819×10
MMF5	7.3563 ⁻	6.2404 ⁻	9.2245 ⁻	1.0422×10 ⁻	5.1953 ⁻	1.0998×10
MMF6	8.9347 ⁻	7.0450 ⁻	1.0757×10 ⁻	1.1729×10 ⁻	6.5311 ⁻	1.2434×10
MMF7	2.4385×10 ⁻	1.5373×10 ⁻	2.3487×10 ⁻	3.0444×10 ⁻	1.2011×10 ⁻	3.4806×10
MMF8	5.9096 ⁻	4.8045 ⁻	9.8790 ⁻	1.6342×10 ⁻	1.3350 ⁻	1.7094×10
+/-/=	0/8/0	0/8/0	0/8/0	1/6/1	0/8/0	

从表2中可以看出,MMEAGNG与5个对比函数相比最优的最多,在HYL3和HYL4中不如TriMOEATAR;在HYL1,HYL2和HYL5中,IGDX性能较好,原因在于这些问题的Pareto前沿具有较高的规则性和连续性,种群容易均匀分布在这些规则的区域中,使得IGDX能够有效地衡量解的质量。在HYL3和HYL4中,IGDX性能较差,主要是因为这些问题的Pareto前沿呈现出更复杂、更不规则的结构(如多个三角形或矩形区域),导致IGDX无法准确捕捉解的质量,尤其是在多模态、离散、非连续的情况下,种群解的分布可能无法均匀覆盖所有区域。

从表3给出的结果可以看出,MMEAGNG与5个对比函数相比最优的最多,是因为种群能均匀覆盖规则或结构化的Pareto前沿,并在接近性和覆盖率之间保持良好平衡。在HYL3和HYL4测试函数中,由于存在无法找到可行解的情况,因此PSP指标的计算出现问题,具体而言,PSP指标的计算依赖于可行解作为分母,当分母为零时,计算结果将变得无意义。

从表4可以看出,MMEAGNG与5个对比函数相比最优的最多,MMF2和MMF3的IGDX表现不佳可能是由于分段性和多模态特性增加了决策空间的复杂性。改进算法的全局探索能力、种群多样性维护机制以及分段检测能力,是提升IGDX表现的关键。通过针对性地优化这些问题,可以显著提高算法在复杂测试函数上的性能。

表5给出了MMEAGNG和5个对比函数在MMF测试集上的PSP结果。MMEAGNG与5个对比函数相比最优的解最多。在MMF2和MMF3上,PSP性能不佳,可能是因为算法难以均匀覆盖复杂的决策空间特性(如分段性和周期性)。通过增强全局搜索能力、分段识别机制、种群多样性维护以及目标与决策空间的联合优化,可以有效改善PSP性能。针对具体问题(分段性或周期性),设计适配性的优化策略尤为重要。

结束语 本文提出了一种新的基于生长神经气体网络的多模态多目标优化算法。该算法提出一种解的拥挤度评估方法,并用知识和转移方法结合GNG网络与个体适应度对解评估并进行环境选择。在HYL和MMF测试函数集上进行的实验表明,MMEAGNG在多目标优化中的表现显著优于现有方法,适用于资源分配、生产调度和机器学习超参数优化等复杂实际场景。该方法不仅拓展了多目标优化算法的应用潜力,也为优化理论研究提供了新的方向。

参考文献

[1] BI J X, LI S Q, LIU J L, et al. Research of UWB coplanar base station deployment in indoor typical scenarios[J]. Science of

Surveying and Mapping, 2024, 49(3): 19-26.
 [2] ZHANG J N, HAN C C, CHEN J W, et al. A Method for Joint Edge Server Deployment and Service Placement[J]. Computer Engineering, 2024, 50(10): 266-280.
 [3] LIU W C, WANG L P. Optimization scheme for low-power UAV backscattering mobile edge computing network[J]. Journal of XIAN University of Posts and Telecommunication, 2024, 29(5): 38-46.
 [4] XUAN H J, KOU L B, DING Y, et al. Multi-modal multi-objective optimization algorithm based on $L_{1/2}$ -norm crowding measurement. Journal of Xinyang Normal University[J/OL]. [2024-12-18]. [http://kns.cnki.net/kcms/detail/41.1107.002.html](http://kns.cnki.net/kcms/detail/41.1107.N.1107.002.html).
 [5] HU K Q, MA W B, DAI C F, et al. Federated Learning Evolutionary Multi-objective Optimization Algorithm Based on Improved NSGA-III[J/OL]. [2024-12-18]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1075.TP.20240912.0844.002.html>.
 [6] JIANG R, FAN S W, WANG X M, et al. Clustering algorithm based on improved SOM model[J/OL]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1075.TP.20241101.1447.032.html>.
 [7] LIANG J, QIAO K J, YUE C T, et al. A Clustering - Based Differential Evolution Algorithm for Solving Multi-Modal Multi-Objective Optimization Problems [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2021, 60: 100788.
 [8] ZHANG K, SHEN C N, HE J J, et al. Knee Based Multi-Modal Multi-Objective Evolutionary Algorithm for Decision Making [J]. Information Sciences, 2021, 544: 39-55.
 [9] LIU Y P, GARY Y. A Multi-modal Multi-objective Evolutionary Algorithm Using Two-Archive and Recombination Strategies [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(4): 660-673.
 [10] ZHAO H, TANG L, LI J R, et al. Strengthening Evolution-Based Differential Evolution with Prediction Strategy for Multi-Modal Optimization and Its Application in Multi-Robot Task Allocation[J]. Applied Soft Computing, 2023, 139: 110218.
 [11] LI Z H, SHI L, YUE C T, et al. Differential Evolution based on Reinforcement Learning with Fitness Ranking for Solving Multi-Modal Multi-Objective Problems[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2019, 49: 234-244.
 [12] YUE C T, QU B Y, LIANG J. A Multi-objective Particle Swarm Optimizer Using Ring Topology for Solving Multi-modal Multi-objective Problems [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(5): 805-817.
 [13] QIAO K J, LIANG J, YU K, et al. Evolutionary constrained multi-objective optimization: Scalable high-dimensional constraint benchmarks and algorithm[J]. IEEE Transactions on

- Evolutionary Computation, 2024, 28(5):965-979.
- [14] LIN H, LIANG J, YUE C T, et al. A Niching-Based Reproduction and Preselection-Based Multi-objective Differential Evolution for Multimodal Multi-objective Optimization [C] // 2024 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). IEEE, 2024;1-8.
- [15] LIANG J, SUI X, YUE C T, et al. Multimodal multi-objective differential evolution algorithm based on enhanced decision space search[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2024, 90:101682.
- [16] CHEN P, LI Z, QIAO K J, et al. An archive-assisted multi-modal multi-objective evolutionary algorithm[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2024, 91:101738.
- [17] YUE C T, YE W H, ZHANG Y J, et al. Multimodal Multi-objective Optimization Algorithm Based on Local Center Clustering[J/OL]. [2024-12-18]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/50.1075.tp.20241028.1146.021.html>.
- [18] LI H D, HU H, JIANG Q Q. Multimodal Multi-objective Optimization Based on Parallel Zoning Search and Its Application [J]. Computer Science, 2022, 49(5):212-220.
- [19] MING F, GONG W Y, JIN Y C. Growing Neural Gas Network-based surrogate-assisted Pareto set learning for multimodal multi-objective optimization[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2024, 87:101541.
- [20] ISHIBUCHI H, PENG Y, PANG L M. Multi-modal multi-objective test problems with an infinite number of equivalent pareto sets[C]//2022 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). 2022;1-8.
- [21] ZHOU A M, ZHANG Q, JIN Y. Approximating the set of pareto-optimal solutions in both the decision and objective spaces by an estimation of distribution algorithm[J]. IEEE Trans. Evol. Computer, 2009, 13(5):1167-1189.
- [22] LINAG J, YUE C T, QU B Y. Multimodal multi-objective optimization: A preliminary study [C] // 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation(CEC). 2016;2454-2461.
- [23] LIU Y, YEN G G, GONG D. A multimodal multiobjective evolutionary algorithm using two-archive and recombination strategies. IEEE Trans. Evol. Computer, 2019(23):660-674.
- [24] LI W H, MING M J, ZHANG T, et al. Multimodal multi-objective evolutionary algorithm considering global and local pareto fronts[J]. Acta Automatica. Sinica, 2023, 49(1):148-160.
- [25] ALCALÁ-FDEZ J, SANCHEZ L, GARCIA S, et al. Keel: a software tool to assess evolutionary algorithms for data mining problems[J]. Soft Computer, 2009(13):307-318.
- [26] ZENG F, YANG T, YAO S. From Point Cloud to Triangular Mesh by Growing Neural Gas [J]. Journal of Software, 2013, 24(3):651-662.
- [27] SHENG X J, WU Y M, LI S B. Time series data prediction method for aluminum electrolysis process based on GNG-ANFIS [J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2023, 29(10):3239-3248.
- [28] XUE M, WANG P, TONG X R. Enhanced Growing Neural Gas Based Many-Objective Evolutionary Algorithm [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2024, 39(3):634-648.
- [29] LIU Y, ZHANG L, ZENG X, et al. Evolutionary multimodal multiobjective optimization guided by growing neural gas [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2024, 86:101500.



XUAN Hejun, born in 1988, Ph.D, associate professor, graduated supervisor, is a member of CCF (No. 42171M). His main research interests include multi-objective optimization and network resource scheduling.