

面向聚变堆冷却管可视化的管道中心线提取方法研究与应用

罗月童 董子秋 彭俊 赵东晟

合肥工业大学计算机与信息学院 合肥 230601

摘要 冷却管是遍布聚变反应堆的重要部件,其对聚变堆的核安全有重要影响,研究冷却管的可视化对改进聚变核安全有重要意义。因为冷却管呈线性分布,所以基于管道中心线进行可视化是常用方法,但从复杂冷却管的面片模型中提取中心线非常繁琐。针对这个问题,提出了一种解决方法,首先使用平均曲率流算法提取中心线附近的离散点,然后设计了一种优化方法,基于管道段是圆柱或圆环及管道段之间的连接关系这个先验知识,从离散点构建准确的中心线段,包括中心线段的类型、方程及中心线段之间的连接关系。使用国际热核聚变实验堆(International Thermonuclear Experimental Reactor,ITER)的冷却管验证所提方法的有效性,实验结果表明,所提取管道中心线符合要求,能有效支持后续可视化任务,证明了所提方法是有效的。

关键词 聚变堆;冷却管道;可视化;中心线提取;优化调整

中图分类号 TP391.41

Research and Application of Pipe Center-line Extraction Method for Fusion Reactor Cooling Pipe Visualization

LUO Yuetong, DONG Ziqiu, PENG Jun and ZHAO Dongsheng

School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230601, China

Abstract Cooling pipes are crucial components distributed throughout the fusion reactor, whose impact on nuclear safety of the fusion reactor is significant. Therefore, the visualization of cooling pipes is of great importance for improving the safety of fusion nuclear processes. Because cooling pipes are distributed linearly, visualization based on an accurate pipe centerline is a commonly used method. However, extracting the centerline from complex cooling pipe surface models is highly tedious. To address this issue, a solution is proposed by this paper. First, the mean curvature flow algorithm is used to extract discrete points near the center-line. Then, a set of optimization methods are designed, based on the prior knowledge that the pipe segments are cylinders or rings and the connection relationship between the pipe segments, to construct accurate centerline segments from the discrete points, including the type, equation, and connection relationship of the centerline segments. The paper validates the effectiveness of the proposed method by using the cooling pipes of the International Thermonuclear Experimental Reactor(ITER), and the experimental results show that the centerline extracted from the pipes meets the requirements and can effectively support subsequent visualization tasks, proving that the proposed method is effective.

Keywords Fusion reactor, Cooling pipe, Visualization, Center-line extraction, Optimization adjustment

1 引言

聚变能被认为是人类的终极能源,受控核聚变堆(简称“聚变堆”)是人类利用聚变能的重要途径^[1]。国际热核聚变实验堆 ITER 是由中国、欧盟、美国等 7 方联合建设的最大聚变堆实验装置,其模型如图 1 所示。冷却管是聚变堆的重要部件,其中的冷却剂在经过聚变发生区时会因受到中子辐照而产生放射性^[2]。因冷却管遍布整个反应堆,其冷却剂的放射性会影响整个聚变堆,所以辐射屏蔽、人员防护等核安全问题都需要考虑冷却管。可视化方法能直观展示放射性物质的分布和演变情况,是领域专家进行核安全分析时的常用手段。

由领域知识^[3]可知,放射性物质可以被看作沿冷却管中心线分布,因此获取中心线是进行冷却管可视化的重要前提。领域专家^[4]进一步指出,冷却管由一系列圆柱管、圆环管

组成,因此其中心线相应地由一系列线段、圆弧组成。但由于聚变堆冷却管非常复杂,如 ITER 的冷却管长度超过 36 km,人工提取中心线工作量太大,而用户可获得的冷却管模型是面片模型,难以直接自动提取准确的中心线。因此本文研究管道中心线的自动提取方法,为聚变堆冷却管可视化奠定基础。因为冷却管由圆柱和圆环组成的事实,以及相关计算和可视化的需要,本文方法需要准确获取圆柱的中心线段和圆环的中心圆弧,以及线段和圆弧的连接关系。

本文方法的输入是管道段的面片模型。因为管道的特殊结构,其中心线提取可看作面片模型的骨架提取。面片模型的骨架提取是图形学的重要研究领域,国内外学者对其进行了大量研究。1967 年,Blum^[5]首次给出骨架的定义,引发了众多学者对其深入研究,涌现出大量算法,文献[6-11]利用拓扑细化法,逐层均匀地剥掉图形的边界点,逐步搜索到中轴骨

基金项目:国家自然科学基金(61877016,61602146)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(61877016,61602146).

通信作者:罗月童(ytluo@hfut.edu.cn)

架的位置,该方法的实现虽然简单、直观,能够稳定地提取中轴骨架,但在处理复杂形状时容易产生不必要的噪声,且速度较慢;文献[12-15]基于几何分析法,通过构造模型的 Voronoi 图或 Reeb 图来获取骨架,基于几何的分析方法可以提供较高的精度,适用于复杂的形状,但是计算复杂,特别是在处理大规模数据时,计算成本较高;Katz 等^[16]通过分解面片模型然后连接组件来提取骨架,适用于较为规则的几何体,但是对于形状复杂的模型,分解和连接过程可能受到限制,结果较不稳定;Tagliasacchi 等^[17]基于平均曲率流面积积极小特性,在网格模型上通过驱动曲率流至极值,以收缩网格模型并提取其骨架结构,适合于具有平滑曲面的大规模网格,在处理不规则或细节丰富的形状时,可能导致骨架的损失或不准确。因为平均曲率流方法 (Mean Curvature Skeletons, MCS) 具有形态不变性等优点^[18],所以本文应用 MCS 方法提取管道中心线。由于提取结果是位于中心线上的点序列,因此称之为中心线的离散表示。

中心线的离散表示一方面不满足后续的分析计算,另一方面因为误差不能保证中心线之间的连接关系,所以本文在离散表示的基础上进一步研究相关方法,以获取中心线的解析表示,即线段或圆弧的解析方程,并进一步保证中心线的几何表示符合实际连接关系,以更好地满足冷却管分析需求。

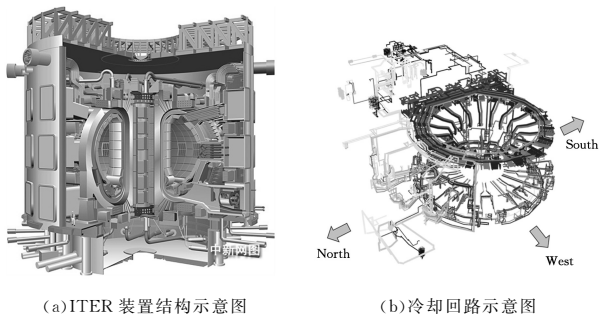


图 1 ITER 模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of ITER model

2 方法概述

冷却管由一系列相互连接的管道段组成,本文从管道段的面片模型中提取中心线,问题定义如下。

问题定义:对于由一系列管道段组成的冷却管 $P = \{p_{s_1}, p_{s_2}, \dots, p_{s_n}\}$,基于管道段由圆柱段和圆环段组成的领域知识,提取满足下列条件的冷却管的中心线 $C = \{c_{s_1}, c_{s_2}, \dots, c_{s_n}\}$ 。

1)任意 $c_{s_i} (1 \leq i \leq n)$ 的解析表达式,具体而言,是直线表达式或圆弧表达式;

2)如果 p_{s_i} 和 p_{s_j} 相连接,那么 c_{s_i} 和 c_{s_j} 的解析表达式也相交,即保证中心线的连接关系和实际情况一致。

因为输入模型为面片模型,所以本文以 MCS 为基础,完成冷却管中心线提取,具体步骤如下:

1)对于任意 p_{s_i} ,使用 MCS 算法提取中心线 c_{s_i} 的离散表示 $D(c_{s_i}) = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$,其中 p_i 是分布在中心线附近的点;

2)基于管道段是圆柱或圆环这个先验知识,通过中心线的离散表示 $D(c_{s_i}) = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$,获取中心线的解析表示 $A(c_{s_i})$;

3)根据管道段之间的连接性,优化中心线解析表示 $A(c_{s_i})$,使得所有中心线的几何表示符合管道的连接性。

MCS 算法已有相关文献,本文不再赘述。后续两章将介绍管段中心线解析表达的获取及优化方法。

3 基于先验知识的中心线解析表达获取

中心线的解析表达包括两方面内容:中心线的曲线类型和曲线参数,如类型为直线,参数为斜率 k 和截距 b 。对给定的离散表达 $D(c_s) = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$,利用中心线的可能类型为 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ 的先验知识,基于“最大似然原则”获取中心线的解析表达,具体步骤如下。

1)对所有可能类型 $t_i \in T$,进行如下操作:

(1)根据 t_i 的特点选择合适算法对离散表示 $D(c_s) = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 进行曲线拟合,提取解析表示 $A_{T_i}(c_s)$;

(2)计算 $D(c_s)$ 和 $A_{T_i}(c_s)$ 的相似度,记为 ϵ_i ,一致度越高,表明解析表示越能正确拟合离散表示。

2)若 $\epsilon_k = \max(\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n)$,则对应解析表示 $A_{T_k}(c_s)$ 一致度最高,确定管道中心线类型为 t_k 。

由领域知识可知,聚变堆冷却管由圆柱段和圆环段组成,所以中心线的类型只能为直线或圆弧,即 $T = \{l, c\}$,其中 l 表示直线, c 表示圆。最小二乘法常被用于拟合直线和圆弧,因此本文采用最小二乘法获取中心线的直线表示 $A_l(c_s)$ 和圆弧表示 $A_c(c_s)$ 。

另外,基于离散表示 P 中的点到解析表示 S_i 的距离刻画一致度,距离越小,一致度越高,具体形式如下:

$$\epsilon(A_i, P) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^m d(p_j, A_i)} \in (0, 1] \quad (1)$$

其中, $d(p, A_i)$ 表示点 p 到解析表示 A_i 的距离。对于不同类型中心线, $d(p, A_i)$ 的计算方法有所不同。本文所涉及的直线和圆弧的计算方法分别如式(2)和式(3)所示:

$$d(p, A_l) = \frac{|\vec{a} \cdot (p - M)|}{|\vec{a}|} \quad (2)$$

$$d(p, A_c) = ||p - p_c| - R| \quad (3)$$

其中, \vec{a} 和 M 分别表示直线 A_l 的方向向量和定点坐标; p_c 和 R 分别表示圆弧 A_c 的圆心和半径; $|p - p_c|$ 表示离散点 p 到圆弧圆心的欧氏距离。

4 基于连接性的中心线解析表达优化

虽然第 3 章提取了所有管道段的中心线 $C = \{A(c_{s_1}), A(c_{s_2}), \dots, A(c_{s_n})\}$,但由于管道段网格模型、MCS 方法等都可能存在误差,因此所得 $A(c_{s_i})$ 也可能存在偏差,如图 2 所示。

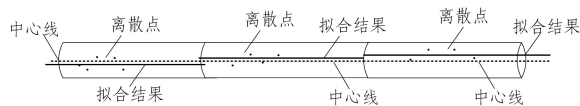


图 2 不同离散程度下相同调整量示意图

Fig. 2 Schematic representation of the same adjustment for different degrees of dispersion

$A(c_{s_i})$ 的偏差将导致原本应该相连接的中心线之间断开,为后续可视化带来挑战,因此本章基于连接性优化 $A(c_{s_i})$,以保证中心线的解析表示能正确刻画管道段之间的

连接关系。考虑本文的中心线为直线或圆弧,以及求解的可行性,在优化过程中,只允许对 $A(cs_i)$ 进行平移,并用 $d_i = (x_i, y_i, z_i)$ 表示平移量。

问题定义:对于管道段的中心线的解析表示 $C = \{A(cs_1), A(cs_2), \dots, A(cs_n)\}$, 求解一组 $D = (d_1, d_2, \dots, d_n)$, 使得用 $D = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ 进行调整以获得 $C' = \{A'(cs_1), A'(cs_2), \dots, A'(cs_n)\}$, 使之满足条件: $\forall i, j, L(cs_i, cs_j) = 1 \rightarrow |A'(cs_i), A'(cs_j)| < \epsilon$ 。其中, $L(cs_i, cs_j)$ 刻画中心线之间的连接关系,如式(4)所示; $|A(cs_i), A(cs_j)|$ 表示两条中心线之间的最近距离; ϵ 表示允许的误差。

$$L(cs_i, cs_j) = \begin{cases} 1, & cs_i \text{ 和 } cs_j \text{ 相连接} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

将上述问题转换为一个非线性优化问题,具体如下:

$$\begin{aligned} & \operatorname{argmin} E(D) \\ & \text{s. t. } L(cs_i, cs_j) \times |A(cs_i), A(cs_j)| \leq \epsilon \end{aligned} \quad (5)$$

其中,约束条件 $L(cs_i, cs_j) \times |A(cs_i), A(cs_j)|$ 用于保证中心线之间保持正确的连接关系。

4.1 目标函数

假设各管道段分别提取的中心线已经在理论中心线附近,所以希望优化过程中调整量尽量少,为此设立目标函数如下:

$$E(D) = \sum_{i=1}^n \omega_i \times |d_i| \quad (6)$$

其中, $|d_i|$ 表示向量 d_i 的长度; ω_i 表示权重, ω_i 越大,则对应的 cs_i 需要尽量少调整。

如果离散表示 $D(cs) = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 的点 p_i 在中心线周围紧凑分布,那么有理由认为对应的解析表达 $A(cs)$ 越准确,因此也要尽量少调整,如图3所示。对此, cs 对权重 ω 的计算方法如下:

$$\omega(cs) = \frac{1}{1 + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |A(cs), p_i|} \quad (7)$$

其中, $|A(cs), p_i|$ 表示离散点 p_i 到解析表达 $A(cs)$ 的距离, $\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |A(cs), p_i|$ 表示距离的平均值。



图3 不同离散程度下相同调整量示意图

Fig. 3 Schematic representation of the same adjustment for different degrees of dispersion

4.2 约束条件

本文通过约束条件 $L(cs_i, cs_j) \times |A(cs_i), A(cs_j)| \leq \epsilon$ 来保证中心线之间正确连接。 $L(cs_i, cs_j)$ 表示管道段之间的连接性, $|A(cs_i), A(cs_j)|$ 表示中心线间的最近距离。由 $L(cs_i, cs_j)$ 的定义可知,如果 cs_i 和 cs_j 之间没有连接关系,那么 $L(cs_i, cs_j) = 0$, 则相应的约束自动满足。

在本文中,由于中心线可能是直线或圆弧,不存在统一的最近距离计算方法,因此分别给出各种组合下的最近距离计算方法,具体包括:1) 直线和直线;2) 直线和圆弧;3) 圆弧和圆弧。

4.2.1 直线与直线的最短距离

设有两条直线 l_i 和 l_j , 它们的表达式为:

$$\begin{cases} \vec{l}_i = \vec{a} \cdot t + M \\ \vec{l}_j = \vec{b} \cdot t + N \end{cases} \quad (8)$$

其中, \vec{a} 和 \vec{b} 为直线的方向向量, M 和 N 为直线上的定点。

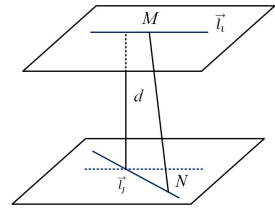


图4 直线间的最短距离

Fig. 4 Closest distance between straight lines

两直线之间的最短距离可以表示为连接两定点的线段在公共法向量上的投影长度,如式(9)所示:

$$|A(cs_i), A(cs_j)| = \frac{|(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{MN}|}{|\vec{a} \times \vec{b}|} \quad (9)$$

其中, \vec{MN} 表示直线上两个定点构成的向量, $\vec{a} \times \vec{b}$ 表示两根直线的公共法向量。

4.2.2 直线与圆弧的最短距离

由领域知识可知^[19-20],若圆柱段和圆环段相连,则其中心线必然共面,若圆弧和直线不共面,那么它们必然不连接,故直接将其设置为无穷大。若直线与圆弧在同一平面,则最短距离为圆心到直线的距离减去圆弧半径,具体如下:

$$|A(cs_i), A(cs_j)| = \begin{cases} \left| \frac{|\vec{a} \times \vec{MC}|}{|\vec{a}|} - R \right|, & \text{共面} \\ \infty, & \text{不共面} \end{cases} \quad (10)$$

如图5所示, \vec{a} 和 M 表示直线的方向向量与定点, C 和 R 表示圆弧的圆心和半径。

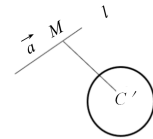


图5 直线与圆弧的最短距离

Fig. 5 Closest distance between a straight line and a circular arc

4.2.3 圆弧与圆弧的最短距离

对于空间中的两个圆弧,若不共面,则认为两者不连接,记它们之间的最近距离为无穷大。若在同一平面,则可通过两圆心之间的距离减去两圆的半径之和,计算两圆弧之间的最短距离。具体如下:

$$|A(cs_i), A(cs_j)| = \begin{cases} ||\vec{C_i C_j}| - (R_i + R_j)|, & \text{共面} \\ \infty, & \text{不共面} \end{cases} \quad (11)$$

如图6所示, C_i 和 C_j 表示两个圆弧圆心坐标, R_i 和 R_j 为两圆弧的半径。

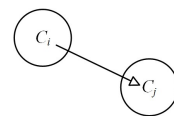


图6 两圆弧最近距离

Fig. 6 Nearest distance between two arcs

5 测试案例

本文方法采用 C++ 编程语言,在 Microsoft Visual Stu-

dio 2020 的开发环境中实现,通过结合 Meshlab 工具进行可视化处理,将优化前后的骨架模型导入该软件中,以便进行对比分析。

为了直观展示本文算法如何从面片模型中提取管道中心线并进行优化调整的过程,设计了一个包含两个圆柱管道段和一个圆环管道段的测试案例。其面片模型如图 7(a)所示,其中,圆柱管道段 1 和圆柱管道段 3 通过圆弧管道段 2 连接在一起。首先,采用 MCS 方法提取管道中心线的离散表示,结果如图 7(b)中圆点所示。由于在提取骨架的过程中存在误差,离散点并未准确分布在理想中心线上,因此,需要采用

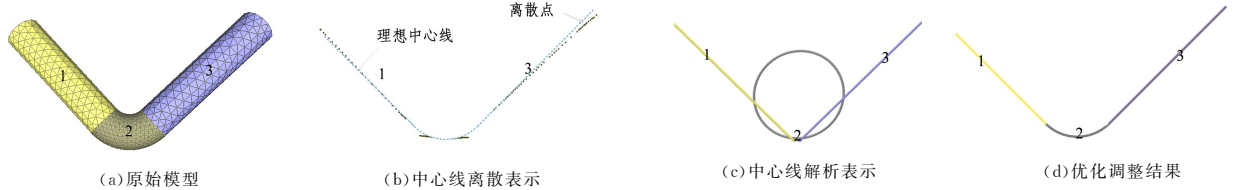


图 7 提取中心线过程

Fig. 7 Process of extracting the centreline

为测试本文方法面对真实模型的表现能力,选取 ITER 的元件冷却水系统 CCWS-1A 作为实验案例,以验证所提方法在实际冷却管道模型中的有效性。

CCWS-1A 的冷却管道模型涵盖了 1 164 段管道,其表面模型如图 8(a)所示。根据本研究提出的方法,首先利用 MCS 算法精确地提取每段管道的中心线离散表示,如图 8(b)所示。接着通过本文技术对离散点进行拟合,获得管道段的解析表示,并使用本文优化策略对解析表示进行优化调整,进而精准抽取中心线,将最终结果(中心线的几何类型和关键参数)记录在文本文件中,供后续可视化分析所用。文本的解析表示如表 1 所列,文本文件部分截图如 8(c)所示。

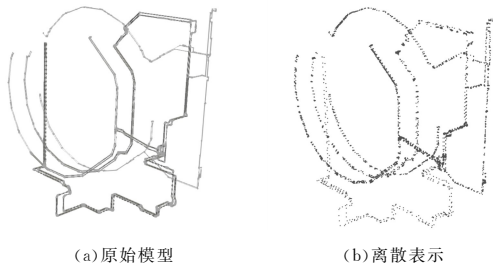


图 8 CCWS-1A 模型提取中心线过程

Fig. 8 Process of extracting the center-line for the CCWS-1A model

结束语 本文深入探讨了面向聚变堆冷却管可视化的管道中心线提取方法。通过引入平均曲率流方法及其优化策略,成功实现了从管道面片模型中提取管道中心线的目标。这一成果不仅提高了聚变堆冷却管可视化分析的准确性,也为后续的放射性核素演变研究奠定了坚实的基础。

首先定义了聚变堆冷却管道中心线提取的问题,随后详细介绍了处理流程,包括使用 MCS 算法提取骨架离散表示,从离散表示中获取管道段特征参数,以及对管道段解析表示进行优化调整。特别地,通过对提取结果进行平移调整,确保了拟合结果间的拓扑关系与实际管道模型间的拓扑关系保持一致,有效解决了可能出现的拟合偏差。

在 ITER 冷却管道的实际案例测试中,验证了本方法的有效性。实验结果表明,本文提出的优化算法能够有效提取

本文方法对中心线离散结果进行优化调整。

接下来,按照第 3 章的方法从离散表示中获取管道段的类型以及解析表示,使用数学绘图软件将其可视化得到如图 7(c)中的直线和圆弧,可以看出直线和圆弧并未完美相切,与管道模型拓扑关系并不一致。因此,继续使用本文第 4 章的方法对解析表示进行调整,获取每根管道段的调整方案。经过调整后,得到的中心线如图 7(d)所示,相较于原始离散表示,每根中心线都更加接近于管道中心,且拓扑关系与原始面片模型保持一致。这一成果验证了所提骨架优化算法能够有效地提取和简化聚变堆冷却管道的中心线信息。

表 1 文本文件解析说明

Table 1 Text file explanation

PipeID	Type	Parameters
管道唯一标识	管道中心线类型:	管道中心线点向表式:
Int 型数据	Circle:	Circle:
	圆弧	C: 圆弧中心点
	Line:	R: 圆弧半径
	线段	n: 圆弧所在平面法向量
		Line:
		(x_1, y_2, z_3) :
		线段起点
		$l(x_2, y_2, z_2)$:
		线段方向向量

```
Pipe0: Circle: C(15290.6,16880.2,2737.67) R: 472.784 n:(0.0254508,-0.0016608,0.999674)
Pipe1: Circle: C(13746.3,17641.2,2738.99) R: 461.297 n:(0.0385709,0.631886,-0.999026)
Pipe2: Circle: C(9354.59,-16203.2,3142.84) R: 53.1229 n:(0.866354,0.4894,-0.00557547)
Pipe3: Circle: C(5883.63,-18346.1,3157.67) R: 66.1157 n:(0.96592,0.20884,-0.00040652)
Pipe4: Circle: C(2907.95,-18466.2,3149.84) R: 18.4513 n:(0.996194,0.001165,4.21682e-05)
Pipe5: Circle: C(-2768.41,-18479.3,3142.85) R: 0.0365739 n:(0.995997,-0.0893476,-0.00251528)
Pipe6: Circle: C(-3703.15,-18165.2,3122.05) R: 145.496 n:(0.965342,-0.240218,0.00388721)
Pipe7: Line: (-9360.54,-16244.4,3145.91) + t(0.455105,0.800608,0.389752)
Pipe8: Line: (-13254,-12989.7,3204.49) + t(0.765262,-0.643709,0.00351661)
Pipe9: Circle: C(-44353.8,-12097.9,3205.44) R: 0.0286829 n:(-0.446273,0.766476,-0.000325778)
Pipe10: Circle: C(-17641.4,-6403.95,3199.65) R: 14.7893 n:(-0.340749,0.94009,0.010938)
Pipe11: Circle: C(-38643.6,-144542.3225,48) R: 135.622 n:(-0.00677008,0.999924,0.0102831)
Pipe12: Line: (12968.1,13774.2766,68) + t(0.58559,0.709953,-0.391508)
Pipe13: Circle: C(-17657.1,6214.01,3131.75) R: 106.978 n:(0.976733,-0.21,-0.0434951)
Pipe14: Line: (-17637.1,6205.93,3091.61) + t(0.42294,-0.025667,-0.903843)
Pipe15: Line: (-17485.6,6279.38,2936.93) + t(0.382464,-0.114745,-0.916818)
Pipe16: Circle: C(-17432.2,6259.99,2929.03) R: 100.407 n:(0.870046,-0.492618,0.0186485)
Pipe17: Line: (-13141.2,-13095.7,3154.95) + t(0.0524096,0.996571,-0.0640341)
Pipe18: Line: (19199,-3287.96,3135.95) + t(0.00093422,0.999999,-0.000402327)
Pipe19: Line: (15596.4,11028.3142,3) + t(0.764124,-0.642609,0.00018833)
Pipe20: Line: (11904.4,-14134.8,3142.81) + t(0.766013,0.642825,1.37559e-05)
```

和简化聚变堆冷却管道的中心线信息,并保证了中心线之间的拓扑连接关系。这对于进一步的聚变堆冷却系统可视化分析及其放射性核素演变研究具有重要意义。

未来计划在以下几个方面进一步扩展和深化研究:首先,考虑到实际应用中冷却管道的几何形状可能更加复杂多变,将探索更加灵活和鲁棒的中心线提取方法;其次,将研究如何有效利用提取的中心线信息进行更加高级的聚变堆性能分析和优化设计;最后,将关注如何将本研究成果有效地应用于其他领域,如其他类型的能源设施管理和维护。

参考文献

[1] China International Fusion Energy Programme Implementation Centre. Artificial sun programme: peaceful use of fusion energy

- [J]. International Talent Exchange, 2019, 2019(9): 8-10.
- [2] KUMAR E R, DANANI C, SANDEEP I, et al. Preliminary design of Indian Test Blanket Module for ITER[J]. Fusion Engineering and Design, 2008, 83(7/8/9): 1169-1172.
- [3] LI L, ZHANG J Y, GUO Q Y, et al. Calculation analysis of the source term of activation products in the main loop of water-cooled fusion reactor[J]. Nuclear Technology, 2016, 39(11): 85-90.
- [4] ZHAO X G, YE Q Z, SÉBASTIEN C, et al. A Chinese-French Study on Nuclear Energy and the Environment[J]. Engineering, 2023, 26(7): 159-172.
- [5] BLUM H. A transformation for extracting new descriptors of shape[M]// MIT Press, 1967: 362-380.
- [6] MARAGOS P, SCHAFFER R. Morphological skeleton representation and coding of binary images[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1986, 34(5): 1228-1244.
- [7] 张征明, 王敏稚, 何树延. HTR-10 核安全一级管道的力学分析[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2000(12): 14-17.
- [8] GONG W, BERTRAND G. A simple parallel 3D thinning algorithm[C]// Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition. IEEE, 1990: 188-190.
- [9] GAGVANI N, SILVERD. Parameter-controlled volume thinning[J]. Graphical Models and Image Processing, 1999, 61(3): 149-164.
- [10] MA C M, WAN S Y. A medial-surface oriented 3-d two-subfield thinning algorithm [J]. Pattern Recognition Letters, 2001, 22(13): 1439-1446.
- [11] MANZANERA A, BERNARD T M, PRETEUX J, et al. Unified mathematical framework for a compact and fully parallel nD skeletonization procedure[C]// Proceedings of the Vision Geometry VIII. SPIE, 1999: 57-68.
- [12] LOHOU C, DEHOS J. An automatic correction of Ma's thinning algorithm based on P-simple points [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2010, 36(1): 54-62.
- [13] MA C M, SONKA M. A fully parallel 3D thinning algorithm and its applications[J]. Computer Vision and Image Understanding, 1996, 64(3): 420-433.
- [14] DEY T K, ZHAO W. Approximating the medial axis from the Voronoi diagram with a convergence guarantee[J]. Algorithmica, 2004, 38(1): 179-200.
- [15] HUANG K W, TANG J, WU G S. Skeleton Extraction Algorithm Using Reeb Graph Based on Facets[J]. Journal of System Simulation, 2006(z1): 52-56.
- [16] HUANG K U, TANG J, WU G S. Reeb graph skeleton extraction algorithm for facets [J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(1): 52-56.
- [17] HILAGA M, SHINAGAWA Y, KOHMURA T, et al. Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes [C]// Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. 2001: 203-212.
- [18] DEY T K, SUN J. Defining and computing curve-skeletons with medial geodesic function[C]// Proceedings of the Symposium on Geometry Processing. 2006: 143-152.
- [19] KATZ S, TAL A. Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts[J]. ACM Transactions on Graphics(TOG), 2003, 22(3): 954-961.
- [20] TAGLIASACCHI A, ALHASHIM I, OLSON M, et al. Mean curvature skeletons[C]// Proceedings of the Computer Graphics Forum. Wiley Online Library, 2012: 1735-1744.



LUO Yuetong, born in 1978, Ph.D, professor, is a member of CCF (No. 17933M). His main research interests include data visualization, computer-aided design, and computer graphics.