



# 计算机科学

COMPUTER SCIENCE

## 含凸抽象约束的逻辑程序复杂性

王翔龙, 王以松, 谢仲涛

引用本文

王翔龙, 王以松, 谢仲涛. [含凸抽象约束的逻辑程序复杂性](#)[J]. 计算机科学, 2025, 52(12): 209-214.

WANG Xianglong, WANG Yisong, XIE Zhongtao. [Complexities of Logic Programs with Convex Aggregates](#) [J]. Computer Science, 2025, 52(12): 209-214.

---

## 相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

### [一种基于知识图谱的检索增强生成情报问答技术](#)

Retrieval-augmented Generative Intelligence Question Answering Technology Based on Knowledge Graph

计算机科学, 2025, 52(1): 87-93. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.240900064>

### [LFNDIT:从不确定状态变换学习布尔网络](#)

LFNDIT: Learning Boolean Networks from Nondeterministic Interpretation Transitions

计算机科学, 2020, 47(11): 268-274. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.200100079>

### [关于同步部分规约的有限自动机的优化问题的近似难度](#)

On Hardness of Approximation for Optimized Problem of Synchronizing Partially Specified Deterministic Finite Automata

计算机科学, 2020, 47(5): 14-21. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.200200073>

### [虚拟网映射问题的计算复杂性分析](#)

Computational Complexity Analysis of Virtual Network Mapping Problem

计算机科学, 2018, 45(11): 87-91. <https://doi.org/10.11896/j.issn.1002-137X.2018.11.012>

### [基于线性规划的多类支持向量机算法](#)

计算机科学, 2005, 32(10): 160-163.

# 含凸抽象约束的逻辑程序复杂性

王翔龙 王以松 谢仲涛

贵州大学计算机科学与技术学院公共大数据国家重点实验室 贵阳 550025

(290208655@qq.com)

**摘要** 基于回答集语义的逻辑程序(Answer Set Programming, ASP)是描述性问题求解的典范,广泛应用于规划、诊断、调度以及生物信息学等领域。为了增强 ASP 的表达能力,一些工作在 ASP 引入了数据库系统中的聚合函数约束,并提出了 SPT, FLP 等语义,抽象约束剥离聚合函数约束的具体形式成为研究 ASP 语义等性质的重要工具,并得到了抽象约束逻辑程序的各种回答集语义之间的关系和复杂性问题的相关结果。对此,进一步研究了仅含凸抽象约束原子抽象约束逻辑的性质,证明了仅含凸抽象约束原子的正规逻辑程序判定是否存在 FLP 回答集是  $\Sigma_2^P$ -完全的,其审慎推理和大胆推理分别是  $\Pi_2^P$ -完全的和  $\Sigma_2^P$ -完全的。这些复杂性结果进一步理清了各类逻辑程序间的表达能力关系,为设计有效的回答集求解器提供了新的思路,也为进一步探索 ASP 在解决用凸抽象约束表示的问题中的应用提供了理论基础。

**关键词:** 回答集编程;凸抽象约束;回答集语义;基本逻辑程序;计算复杂性

**中图分类号** TP301

## Complexities of Logic Programs with Convex Aggregates

WANG Xianglong, WANG Yisong and XIE Zhongtao

College of Computer Science and Technology, Guizhou University, State Key Laboratory of Public Big Data, Guiyang 550025, China

**Abstract** ASP is a paradigm for descriptive problem solving and is widely used in fields such as planning, diagnosis, scheduling and bioinformatics. To enhance the expressive power of ASP, it has introduced aggregate functions from database systems and proposed semantics such as FLP and SPT. The specific form of abstract constraint stripping aggregation function constraints has become an important tool for studying the semantics and other properties of ASP, and has yielded relevant results regarding the relationships between various answer set semantics of abstract constraint logic programs and complexity issues. The article further investigates the properties of abstract constraint logic with only convex abstract constraint atoms, proving that the existence of FLP answer sets for regular logic programs containing only convex abstract constraint atoms is  $\Sigma_2^P$ -complete, with its cautious reasoning and brave reasoning being  $\Pi_2^P$ -complete and  $\Sigma_2^P$ -complete, respectively. These complexity results further clarify the expressive power relationships between various types of logic programs, providing new ideas for the design of effective answer set solvers and laying a theoretical foundation for further exploration of ASP applications in solving problems represented by convex abstract constraints.

**Keywords** Answer set programming, Convex abstract constraint, Answer set semantic, Basic logic program, Computational complexity

## 1 引言

基于回答集(或稳定模型)语义的逻辑程序设计,简称回答集程序设计(Answer Set Programming, ASP),是描述性问题求解的典范。它通过回答集程序描述问题,而回答集程序的回答集对应问题的解。传统逻辑编程(如 Prolog)基于 Horn 子句和最小模型语义,适用于单调推理。然而现实世界中的许多问题涉及非单调推理,即现实世界问题知识库受到

动态变化的影响<sup>[1]</sup>,新信息的加入可能会推翻之前的结论,因此 1988 年 Gelfond 等<sup>[2]</sup>为带缺省否定 not 的逻辑程序提出了稳定模型(回答集)语义,以适用于非单调推理。此后,由于各种高效求解器的实现,例如 clasp, dlv 和 wasp 等,回答集程序在人工智能的规划、诊断、调度等领域得到广泛应用<sup>[2-3]</sup>。一般地,判定逻辑程序是否存在回答集是比较困难的,即析取逻辑程序的回答集存在性问题是  $\Sigma_2^P$ -完全的,正规逻辑程序的回答集存在性问题是 NP 完全的<sup>[4-5]</sup>。

到稿日期:2024-10-28 返修日期:2025-03-03

基金项目:国家自然科学基金(62376066,61976065);贵州省科技计划项目(黔科合支撑[2022]一般-259)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(61976065,62376066) and Guizhou Science and Technology Program([2022]259).

通信作者:王以松(yswang@gzu.edu.cn)

为便于描述数据库系统中的 count, sum 等聚合运算,一些工作在 ASP 语言中引入了聚合原子并提出了 FLP 回答集概念<sup>[6]</sup>,这虽然增强了 ASP 语言的表达能力,但也增加了回答集计算的复杂性。判定正规的带聚合原子的回答集程序是否存在回答集是  $\Sigma_2^P$ -完全的<sup>[7-9]</sup>,由于 FLP 回答集存在循环支撑,研究者提出了不同的语义<sup>[10-12]</sup>以及各种新的回答集程序的扩充,包括任意命题公式<sup>[13]</sup>、抽象约束原子<sup>[14]</sup>。例如 Son 等<sup>[15]</sup>为抽象约束逻辑程序提出了基于不动点的无循环支撑的 SPT 回答集语义,且 SPT 回答集都是 FLP 回答集。

抽象约束原子是二元组  $(D, C)$ ,其中  $D$  是命题符号集合,  $C$  是  $D$  的子集集合,即  $C \subseteq 2^D$ ,表示满足该抽象约束的所有赋值(或模型)的集合,抽象约束原子剥离聚合原子的具体形式,比较容易表示其他形式的约束。抽象约束原子通常分为单调、反单调、非单调和凸的,包含不同抽象原子的逻辑程序的复杂度不同<sup>[16]</sup>。

对于一般的包含缺省否定的(包含聚合原子或抽象约束原子)逻辑程序,其 FLP 回答集(或 SPT 回答集)的存在性问题都是  $\Sigma_2^P$ -完全的。对于仅仅包含单调(或反单调或凸)的抽象约束原子且不包含缺省否定的逻辑程序,已经证明了其 FLP 回答集也是 SPT 回答集,而且其 FLP 回答集的检查是多项式容易的。对于该类逻辑程序回答集的存在性,只包含单调抽象约束原子时总有 FLP 回答集,而仅仅包含反单调(或凸)抽象约束原子时,其 FLP 回答集的存在性问题是 NP-完全的。

本文考虑含有缺省否定且仅仅包含凸抽象约束原子的正规逻辑程序的回答集检查、存在性判定(审慎和大胆)与推理等问题的复杂性,证明了此类逻辑程序的 FLP 回答集与 SPT 回答集一致,其回答集的存在性问题是  $\Sigma_2^P$ -完全的,回答集检查是 coNP-完全的,大胆推理是  $\Sigma_2^P$ -完全的,谨慎推理是  $\Pi_2^P$ -完全的。这些复杂性结果进一步理清了各类逻辑程序之间的表达能力关系,也为设计有效的回答集求解器提供了新思路。

第 2 章主要介绍了本文涉及的抽象约束逻辑程序的相关概念及定义;第 3 章给出了仅含凸抽象约束基本逻辑程序计算复杂性的相关结论及证明过程;最后对本文工作进行总结并展望未来工作。

## 2 预备知识

本章介绍抽象约束原子,含抽象约束(析取)逻辑程序,极小、最小和稳定模型(回答集),GL 归约, SPT 归约,前缀集<sup>[17]</sup>,扩展 GL 归约,FLP 归约<sup>[18]</sup>等相关基础概念。假设  $\mathcal{A}$  是有穷命题符号表,  $\mathcal{L}_{\mathcal{A}}$  是由命题原子组成的命题逻辑语言,  $v$  是真值指派  $\mathcal{A} \rightarrow \{0, 1\}$ 。

### 2.1 含抽象约束的逻辑程序

**定义 1** 一个抽象约束原子是一个形如  $A = (D, C)$  的二元组,其中  $D \subseteq \mathcal{A}$  是域,表示为  $A_d$ ;  $C \subseteq 2^D$  是抽象约束原子的满足者集合,表示为  $A_c$ 。一个抽象约束文字(c-literal)是一个抽象约束原子  $A$ (正文字),或者是它的缺省否定  $not A$ (负文字)。用  $\perp$  表示  $(D, \emptyset)$ ,用  $\top$  表示  $(\emptyset, \{\emptyset\})$ 。定义抽象约束原子的补为  $\bar{A} = (D, \bar{C})$ ,其中  $\bar{C} = 2^D \setminus C$ 。如果一个原子集合  $S$  满足  $A_d \cap S \in A_c$ ,那么称  $S$  满足  $A$ ,记作  $S \models A$ 。

**例 1** 令抽象约束原子  $A = (\{a, b\}, \{\{a\}, \{a, b\}\})$  和一个原子集合  $S = \{a, c\}$ 。其中抽象约束原子的域  $A_d = \{a, b\}$ ,满足者集合  $A_c = \{\{a\}, \{a, b\}\}$ 。  $A_d \cap S = \{a\}$  是满足者集合中的元素,因此  $S$  满足抽象约束原子  $A$ ,即  $S \models A$ 。

任意命题原子  $p$  都能被表示成抽象约束原子  $(\{p\}, \{\{p\}\})$ ,称这样的原子是基本原子,简写成  $p$ 。对于一个抽象约束原子  $A = (D, C)$ :

1) 对于任意  $S \in C$ ,如果  $S'$  满足  $S \subseteq S' \subseteq D$ ,有  $S' \in C$ ,则称  $A$  是单调的;

2) 对于任意  $S \in C$ ,若所有满足  $S \subseteq S' \subseteq S'' \subseteq D$  的  $S'$  和  $S''$ ,有  $S' \in C$  则  $S'' \in C$ ,则称  $A$  是凸的;

3) 对于任意  $S \subseteq D$ ,若  $S \in C$ ,则对任意  $S' \subseteq S$ ,有  $S' \in C$ ,则称  $A$  是反单调的。

**例 2** 令抽象约束原子  $A = (\{a, b\}, \{\{a\}, \{a, b\}\})$ ,  $B = (\{a\}, \{\{a\}\})$ ,  $C = (\{a, b\}, \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\})$ 。其中  $A$  是单调的、 $B$  是凸的、 $C$  是反单调的。

#### 2.1.1 含抽象约束逻辑程序语法

一个含有抽象约束原子的(析取)逻辑程序  $P$  是由有穷形式的(析取)规则构成的有限集合,如下所示:

$$A_1 \vee \dots \vee A_l \leftarrow A_{l+1}, \dots, A_m, not A_{m+1}, \dots, not A_n, \\ l, m, n \geq 0$$

其中,  $A_1, \dots, A_n$  是抽象约束原子;  $r$  是一条具有如上形式的规则,“ $\leftarrow$ ”左侧部分称为规则头,“ $\leftarrow$ ”右侧部分称为规则体。对上述规则直观的理解是:若某解释  $A_{l+1}, \dots, A_m$  都为真且  $A_{m+1}, \dots, A_n$  都不为真,则  $A_1 \vee \dots \vee A_l$  在该解释下也为真<sup>[3]</sup>。把规则头记作  $hd(r) = \{A_i \mid 1 \leq i \leq l\}$ ,把规则体记作  $bd(r) = bd^+(r) \cup not bd^-(r)$ ,其中  $bd^+(r) = \{A_i \mid l+1 \leq i \leq m\}$ ,  $bd^-(r) = \{A_i \mid m+1 \leq i \leq n\}$ ,  $not S = \{not s \mid s \in S\}$ ,因此规则  $r$  可以简写为:

$$hd(r) \leftarrow bd^+(r) \cup not bd^-(r)$$

如果  $l=1$ ,那么称规则  $r$  是正规规则;如果  $m=n$ ,则称规则  $r$  是正规规则;如果每个  $A_i (1 \leq i \leq l)$  都是基本原子,则称规则  $r$  是基本规则;如果每个  $A_i (1 \leq i \leq n)$  都是凸抽象约束原子,则称规则  $r$  是凸规则;如果  $bd^-(r) = \emptyset$ ,则称  $r$  是 Horn 规则;如果  $bd^-(r) = \emptyset$  且  $hd(r) \neq \{\}$ ,则称  $r$  是确定规则。由正规规则(正规、基本规则、凸规则、确定规则)组成的逻辑程序称为正规(正、基本、凸、确定)逻辑程序。

**例 3** 令  $P_1, P_2$  和  $P_3$  是 3 个由单条规则组成的逻辑程序:

$$P_1 = \{r_1: (\{a, b\}, \{\{a, b\}\}) \leftarrow c.\}$$

$$P_2 = \{r_2: a \vee b \leftarrow c.\}$$

$$P_3 = \{r_3: a \leftarrow b.\}$$

其中,  $P_1$  是正规正逻辑程序,因为  $r_1$  是正规规则也是正规规则;  $P_2$  是基本正逻辑程序,因为  $r_2$  是基本规则也是正规规则;  $P_3$  是基本正规凸逻辑程序,因为  $r_3$  是基本、正规、正、凸规则。

#### 2.1.2 含抽象约束逻辑程序回答集语义

定义  $v$  在命题逻辑下与命题、文字、规则程序满足以下关系:

1)  $v$  不满足  $\perp$ ;

2)  $v$  满足  $p \in \mathcal{A}$  当且仅当  $v(p) = 1$ ;

3)  $v$  满足  $not p$  当且仅当  $v$  不满足  $p$ ;

4)  $v$  满足  $S \subseteq \mathcal{A} \cup \text{not } \mathcal{A}$  当且仅当  $v$  满足  $S$  中的每一个元素;

5)  $v$  满足规则  $r$  当且仅当  $v$  满足  $bd(r)$  蕴涵  $v$  满足  $hd(r)$ ;

6)  $v$  满足逻辑程序  $P$  当且仅当  $v$  满足  $P$  中所有规则。

真值指  $v$  与原子集  $\{p \in \mathcal{A} \mid v(p) = 1\}$  一一对应,因此在无歧义时, $v$  表示集合的形式,称  $v$  为解释。如果  $v$  满足  $E$  (原子、文字、规则、程序等),则称  $v$  是  $E$  的模型。

**定义 2** 令  $E$  是一个原子(文字、规则、程序),给定  $E$  的模型  $M$ 。如果任意解释  $M' \subset M$  都不是  $E$  的模型,则  $M$  是  $E$  的极小模型<sup>[19]</sup>。

对于正规逻辑程序  $P$ ,  $P$  的回答集是  $P$  的极小模型。

**定义 3** 令  $E$  是一个原子(文字、规则、程序),给定  $E$  的模型  $M$ 。如果任意模型  $M'$  都有  $M \subseteq M'$ ,则  $M$  是  $E$  的最小模型。

对于确定逻辑程序  $P$ ,  $P$  的所有模型的交集是其最小模型。

**定义 4** 令  $P$  是不含抽象约束原子的逻辑程序且原子集  $M \subseteq \mathcal{A}$ 。  $P$  的 GL 归约是经过如下两步操作后得到的程序,记为  $P^M$ :

1) 如果  $r \in P$  且  $bd^-(r) \cap M \neq \emptyset$ ,则删去  $r$ ;

2) 删除剩下规则中的所有表达式  $\text{not } p$ 。

**定义 5** 令  $P$  是不含抽象约束原子的逻辑程序且原子集  $M \subseteq \mathcal{A}$ 。  $M$  是  $P$  的稳定模型(回答集)当且仅当  $M$  是  $P^M$  的最小模型。

对不含抽象约束原子的逻辑程序  $P$ ,判定  $P$  是否有稳定模型是  $\Sigma_2^P$  完全的<sup>[5]</sup>。

## 2.2 SPT 语义回答集

该语义是由 Son 等<sup>[15]</sup>提出的基于不动点的方法计算给定基本正规逻辑程序的回答集,简称 SPT 回答集。

**定义 6**  $M$  和  $S$  是两个原子集合,  $A$  是一个抽象约束原子。如果同时满足以下条件:

(1)  $S \Vdash A$ ;

(2) 对每个子集  $I \subseteq A_d$ , 如果  $S \cap A_d \subseteq I$  且  $I \subseteq M \cap A_d$ , 则

$I \in A_c$ 。

那么称集合  $S$  关于  $M$  条件满足抽象约束原子  $A$ , 记作  $S \Vdash_M A$ 。令  $P$  是基本正规逻辑程序,记  $T_P$  算子为:

$$T_P(S, M) = \{a \mid \exists r \in P: S \Vdash_M bd^+(r), hd(r) = \{\{a\}, \{\{a\}\}\}\}$$

**命题 1**  $M$  是  $P$  的一个模型, 令  $S \subseteq U \subseteq M$ , 则  $T_P(S, M) \subseteq T_P(U, M) \subseteq M$ 。令  $T_P^0(\emptyset, M) = \emptyset$ , 则对  $i \geq 0$ :

$$T_P^{i+1}(\emptyset, M) = T_P(T_P^i(\emptyset, M), M)$$

**定义 7**  $M$  是基本正规逻辑程序  $P$  的一个模型。  $M$  是  $P$  的一个 SPT 回答集当且仅当  $M = T_P^\infty(\emptyset, M)$ 。

**定义 8**  $S$  和  $J$  是两个不相交的原子集合,  $S$  前缀集表示为  $S \cup J$ , 前缀集中包含元素  $\{S' \mid S \subseteq S' \subseteq S \cup J\}$ 。如果  $S \cup J$  包含的所有集合都在  $A_c$  中且不存在  $J' \subset J$  使得  $S \cup J'$  包含的所有集合都在  $A_c$  中, 那么称  $S$  前缀集是极大  $S$  前缀集。所有极大  $S$  前缀集构成的集合用  $A_c^*$  表示<sup>[17]</sup>。

**定义 9** 令  $A$  是抽象约束原子,  $I$  是解释,  $W$  和  $V$  是两

个不相交的集合。如果  $I \cap A_d \in W \cup V$ , 则  $W \cup V \in A_c^*$  是  $A$  关于解释  $I$  的一个模型集合<sup>[7]</sup>, 此时称  $W$  是  $A$  关于  $I \cap A_d$  的模型。

给定一个基本逻辑程序  $P$  和一个解释  $I$ , SPT 语义通过推广 Gelfond-Lifschitz 变换处理  $\text{not}$  和抽象约束原子, 记作  $P^{I, \text{SPT}}$ , 具体如下。

1) 删除  $P$  中所有包含解释  $I$  不满足的负文字  $\text{not } A$  或者解释  $I$  不满足的抽象约束原子  $A$  的规则。

2) 删除剩余规则中的所有负文字。

3) 用  $M$  中未出现过的基本原子  $\theta_A$  替换规则体中的每个抽象约束原子, 并为每个  $A$  关于  $I \cap A_d$  的模型  $W$  添加一条新的规则:  $\theta_A \leftarrow a_1, \dots, a_m$ , 其中  $W = \{a_1, \dots, a_m\}$ 。

4) 用  $\perp$  替换解释  $I$  不满足的规则头中的抽象约束原子  $A$ 。用特殊基本原子  $\beta_A$  替换剩余的抽象约束原子并引入如下规则: 对每一个  $b \in I \cap A_d$ , 引入  $b \leftarrow \beta_A$ ; 对每一个  $b \in A_d \setminus I$ , 引入  $\perp \leftarrow b$ ; 引入  $\beta_A \leftarrow I \cap A_d$ 。

**例 4** 令  $P = \{r_1: a \leftarrow \text{not } c, r_2: c \leftarrow \text{not } a, r_3: d \leftarrow (\{a, b, c\}, \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\})\}$ , 原子集  $M = \{a, d\}$ 。  $P$  经过推广 GL 变换后的  $P^{M, \text{SPT}}$  由以下两条规则组成:

$$P^{M, \text{SPT}} = \{a \leftarrow, d \leftarrow.\}$$

**定义 10** 令  $P$  是基本逻辑程序,  $I \subseteq \mathcal{A}$ , 若  $P^{I, \text{SPT}}$  存在极小模型  $M$  使得  $I = M \cap \mathcal{A}$ , 则解释  $I$  是  $P$  的稳定模型。

对基本正规逻辑程序  $P$ ,  $M \subseteq \mathcal{A}$  是  $P$  的 SPT 回答集当且仅当  $M$  是  $P$  的稳定模型<sup>[17]</sup>, 此时称定义 10 中的稳定模型也是 SPT 回答集。

## 2.3 FLP 回答集

该语义是由 Faber 等<sup>[18]</sup>提出的基于归约的方法计算析取逻辑程序的回答集, 简称为 FLP 回答集语义, 计算出的回答集称为 FLP 回答集。

**定义 11** 给定  $P$  为一个析取逻辑程序,  $I$  是一个解释,  $P^{I, \text{FLP}}$  表示在解释  $I$  下, 将规则体部分含有真值为假的文字的规则删除后, 由剩余规则组成的逻辑程序, 即:

$$P^{I, \text{FLP}} = \{r \in P \mid I \Vdash bd(r)\}$$

一个原子集  $M \subseteq \mathcal{A}$  如果是  $P^{M, \text{FLP}}$  的极小模型, 则  $M$  是 FLP 回答集。

通过以下例子说明 SPT 回答集和 FLP 回答集各自的计算过程及区别。

**例 5** 给定由如下规则组成的逻辑程序  $P_4$  和原子集  $M = \{a, b\}$ :

$$P_4 = \{r_1: b \leftarrow a, r_2: a \leftarrow b, r_3: b \leftarrow (\{a, b\}, \{\emptyset, \{a, b\}\})\}$$

有:

$$T_{P_4}^0(\emptyset, \{a, b\}) = \emptyset$$

$$T_{P_4}^1(\emptyset, \{a, b\}) = \emptyset$$

$$P_4^{M, \text{FLP}} = P_4$$

因为  $P_4$  的极小模型是  $\{a, b\}$ , 所以  $M = \{a, b\}$  是  $P_4$  的 FLP 回答集, 但  $P_4$  没有 SPT 回答集。

## 3 含凸抽象约束逻辑程序复杂度分析

Faber 等<sup>[18]</sup>证明: 对于只含单调抽象约束原子的逻辑程序  $P$ , 若一个原子集合  $M \subseteq \mathcal{A}$  是  $P$  的极小模型, 则  $M$  是  $P$  的

FLP 回答集,反之则不成立。

以下定理将基本正规正逻辑程序复杂度相关结论推广到基本正逻辑程序。

**定理 1** 令  $P$  是基本正凸逻辑程序,集合  $M \subseteq \mathcal{A}$ 。  $M$  是  $P$  的 SPT 回答集,当且仅当  $M$  是  $P$  的 FLP 回答集。

证明:令  $\Sigma = P^{M,FLP}$  并且  $\Pi = P^{M,SYY}$ 。

( $\Rightarrow$ )若  $M$  是  $P$  的 SPT 回答集,则  $M \models P$ ,所以  $M \models \Sigma$ 。假设存在集合  $M' \subset M$  使得  $M' \models \Sigma$ 。令  $M^* = M \cup \{\theta_A \mid r \in P, M \models bd(r), A \in bd^+(r)\}$ ,  $M'^* = M' \cup \{\theta_A \in (M^* \setminus M) \mid M' \models A\}$ 。因为  $M' \subset M$ ,可知  $M'^* \subset M^*$ 。

$\Rightarrow M'^* \models \Pi$  ( $M^*$  是  $\Pi$  的最小模型)。

$\Rightarrow$  存在  $r \in \Pi$  使得  $M'^* \not\models r$  并且  $bd(r) \subseteq M'^*$ 。

$\Rightarrow$  存在  $r \in \Pi$  使得  $hd(r) \cap M' = \emptyset$ ,且对任意  $\theta_A \in bd(r)$ ,  $M' \models A$  (由  $M'^*$  的定义和  $bd(r) \subseteq M'^*$  有  $M^* \setminus M = M'^* \setminus M'$ )。

$\Rightarrow$  存在对应的规则  $r' \in P$  使得  $r \in \{r'\}^{M,SYY}$ ,  $M \models bd(r')$ ,  $M \models bd^+(r')$ ,  $M' \cap hd(r') = \emptyset$ 。

$\Rightarrow$  存在对应的规则  $r' \in P$  使得  $M \models bd(r')$ ,  $M' \models bd(r')$  并且  $M' \cap hd(r') = \emptyset$  ( $P$  是正逻辑程序  $bd^+(r') = bd(r')$ )。

$\Rightarrow$  存在对应的规则  $r' \in P$  使得  $M' \not\models r'$ 。

$\Rightarrow M' \not\models \Sigma$  与假设矛盾。

( $\Leftarrow$ )如果  $M \models P$  则  $M^* \models \Pi$ ,其中  $M^* = M \cup \{\theta_A \mid r \in P, M \models bd(r), A \in bd^+(r)\}$ 。假设  $M$  不是  $P$  的 SPT 回答集。存在  $M' \subset M^*$  使得  $M' \models \Pi$ 。对任意规则  $r \in \Sigma$ ,有  $M' \models bd(r)$ 。

$\Rightarrow$  对任意  $A \in bd(r)$ ,  $M' \models A$  且  $M \models A$ 。

$\Rightarrow$  对任意  $A \in bd(r)$ ,存在  $W \cup V \in A_c^*$  使得  $W \subseteq M' \cap A_d \subseteq M \cap A_d \subseteq W \cup V$  ( $A$  是凸抽象约束原子并且  $M' \cap A_d \subseteq M \cap A_d$ )。

$\Rightarrow$  对任意  $A \in bd(r)$ ,规则  $hd(r) \cap M \leftarrow \{\theta_A \mid A \in bd^+(r)\}$  和  $\theta_A \leftarrow W$  都在  $\Pi$  中。

$\Rightarrow$  对任意  $A \in bd(r)$ ,  $\theta_A \in M' (W \subseteq M' \text{ 且 } M' \models \Pi)$ 。

$\Rightarrow M' \cap hd(r) \cap M = M' \cap hd(r) \neq \emptyset$  ( $M' \models \Pi$  并且  $M^* \setminus M \subseteq M'$ )。

因此,对任意规则  $r \in \Sigma$ ,有  $M' \subset M$  并且  $M' \models r$ ,即  $M' \models \Sigma$ 。这与  $M \subseteq \mathcal{A}$  的模型  $M$  的极小性相矛盾。

以下例子表明,基本正规正凸逻辑程序的极小模型可能不是 FLP 回答集。

**例 6** 令逻辑程序  $P_5 = \{p \leftarrow (\{p\}, \{\emptyset\})\}$ ,显然  $P_5$  是带有凸抽象约束原子的正逻辑程序。 $M = \{p\}$  是  $P_5$  唯一的极小模型但不是  $P_5$  的 FLP 回答集。事实上,  $P_5$  没有 FLP 回答集。所以,仅含凸抽象约束原子的正逻辑程序的极小模型不一定是 FLP 回答集。

令  $P_6 = \{a \leftarrow b, b \leftarrow not(\{a, b\}, \{\{a\}, \{b\}\}) (= B)\}$ ,显然抽象约束原子  $B$  是凸的。 $P_6$  的模型有  $M_1 = \{a\}$  和  $M_2 = \{a, b\}$ 。 $P_6^{M_1,FLP} = \emptyset$ ,因此  $M_1$  不是  $P_6$  的 FLP 回答集;同理,不难验证,  $M_2$  是  $P_6$  的极小模型且  $M_2$  是  $P_6$  唯一的 FLP 回答集。 $P_6$  没有 SPT 回答集。所以,仅含凸抽象约束原子的正规逻辑程序的 FLP 回答集不一定是 SPT 回答集。

令  $P_7 = \{p \leftarrow not(\{p\}, \{\emptyset\}) (= C)\}$ ,  $M_1 = \emptyset$ ,  $M_2 = \{p\}$ ,显然,  $C$  是凸抽象约束原子。不难计算  $P_7^{M_1,SYY} = \emptyset$ ,  $M_1 \models C$  则有  $M_1 \not\models not C$  且  $M_1$  是极小模型,因此  $M_1$  是  $P_7$  的一个 SPT 回答

集;同理可得,  $P_7^{M_1,FLP} = \emptyset$ ,  $M_1$  同时也是  $P_7$  的 FLP 回答集;  $P_7^{M_2,SYY} = \{p \leftarrow\}$ ,  $M_2 \not\models C$  所以  $M_2 \models not C$ ,  $M_2$  是  $P_7$  的 SPT 回答集;  $P_7^{M_2,FLP} = P_7$ ,此时  $P_7^{M_2,FLP}$  的极小模型是  $\emptyset$ ,因此  $M_2$  不是  $P_7$  的一个 FLP 回答集。

**命题 2** 令  $P$  是基本逻辑程序并且  $M \subseteq \mathcal{A}$ ,  $M$  是  $P$  的 SPT 回答集当且仅当  $M^* = M \cup \{\theta_A \mid r \in P, M \models bd(r), A \in bd^+(r)\}$  是  $P^{M,SYY}$  的最小模型。

证明:( $\Rightarrow$ )  $M$  是  $P$  的一个 SPT 回答集。

$\Rightarrow P^{M,SYY}$  存在极小模型  $M'$  使得  $M' \cap \mathcal{A} = M$ 。

$\Rightarrow$  对任意规则  $r \in P$ ,  $A \in bd^+(r)$  并且  $M \models bd(r)$ ,  $P^{M,SYY}$  存在极小模型  $M'$  使得  $\theta_A \in M'$  ( $M$  包含了所有在  $P^{M,SYY}$  中出现的基本原子并且规则  $\theta_A \leftarrow W$  在  $P^{M,SYY}$  中)。

$\Rightarrow P^{M,SYY}$  存在极小模型  $M'$  使得  $M' = M^*$ 。

$\Rightarrow M^*$  是  $P^{M,SYY}$  的最小模型。

( $\Leftarrow$ ) 显而易见。

需要注意的是,基本逻辑程序审慎推理(是否一给定原子在该逻辑程序的所有回答集中)是  $\Pi_2^P$  难的,即使它不含有缺省否定或析取(但是含有非单调聚合原子),见参考文献[9]的定理 4.4 和定理 4.12。判定一个基本正规正逻辑程序是否存在 FLP 回答集问题是 NP 完全的[8],而 Son 等[15]证明了判定一个基本正规正逻辑程序是否有 SPT 回答集问题是 NP 完全的。

**定理 2** 令  $P$  是一个仅含凸抽象约束原子的基本逻辑程序并且  $M \subseteq \mathcal{A}$ 。判定  $M$  是否是  $P$  的 FLP 回答集是 co-NP 完全的,即使  $P$  是正逻辑程序。

证明:Membership:如果  $M$  不是  $P$  的 FLP 回答集,即  $M$  不是  $P^{M,FLP}$  的极小模型,那么  $M$  不是  $P^{M,FLP}$  的模型,或存在  $M' \subset M$  使得  $M' \models P$  并且  $M' \models P^{M,FLP}$ 。显然,猜测这样的  $M'$  并检查是否满足  $M' \models P$  且  $M' \models P^{M,FLP}$  在  $P$  和  $M'$  规模上是易处理的。因此,该问题属于 co-NP。

Hardness:即使  $P$  是正逻辑程序并且只包含基本原子,此问题也是 co-NP 难的。

**定理 3** 令  $P$  是一个仅含凸抽象约束原子的基本正规逻辑程序。判定  $P$  是否有 FLP 回答集是  $\Sigma_2^P$  难的。

证明:令  $\Psi = \exists x_1 \cdots \exists x_n \forall y_1 \cdots \forall y_m E$ ,  $E$  是一个形式为  $(l_{1,1} \wedge l_{1,2} \wedge l_{1,3}) \vee \cdots \vee (l_{k,1} \wedge l_{k,2} \wedge l_{k,3})$  的 3DNF 公式,其变量来自集合  $X \cup Y$ ,其中  $X = \{x_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ ,  $Y = \{y_j \mid 1 \leq j \leq m\}$ 。在集合  $X \cup Y$  上构造基本正规正逻辑程序  $P$ ,形式如下:

对  $i(1 \leq i \leq n)$ :

$r_{i,1} : x_i \leftarrow not(\{x_i, x_i'\}, \{\{x_i'\}\})$

$r_{i,2} : x_i' \leftarrow not(\{x_i, x_i'\}, \{\{x_i\}\})$

对  $j(1 \leq j \leq m)$ :

$r_{j,3} : y_j \leftarrow not(\{y_j, y_j'\}, \{\{y_j'\}\})$

$r_{j,4} : y_j' \leftarrow not(\{y_j, y_j'\}, \{\{y_j\}\})$

$r_{j,5} : y_j \leftarrow sat_E, r_{j,6} : y_j' \leftarrow sat_E$

对  $t(1 \leq t \leq k)$ :

$r_{t,7} : sat_E \leftarrow \mu(l_{t,1}), \mu(l_{t,2}), \mu(l_{t,3})$

$r_8 : sat_E \leftarrow (\{sat_E\}, \{\emptyset\})$

其中,对于  $x \in X \cup Y$ ,  $\mu(x) = x$  且  $\mu(\neg x) = x'$ 。显然  $P$  是基本正规正凸逻辑程序。下文证明了  $P$  存在 FLP 回答集当且

仅当  $\Psi$  是有效的。

( $\Rightarrow$ ) 令  $M$  是  $P$  的 FLP 回答集, 即  $M$  是  $P^{M,FLP}$  的极小模型。首先, 有  $sat_E \in M$ , 否则  $M \not\models (\{sat_E\}, \{\emptyset\})$ , 意味着  $r_8 \in P^{M,FLP}$  并且  $M \not\models r_8$ 。因此  $r_8 \notin P^{M,FLP}$ 。

而后因为规则  $r_{j,5}$  ( $1 \leq j \leq m$ ) 和  $r_{j,6}$  ( $1 \leq j \leq m$ ) 都在  $P^{M,FLP}$  中, 因此如果  $sat_E \in M$  且  $M \models P^{M,FLP}$ , 则  $\{y_i, y_i'\} \subseteq M$  ( $1 \leq i \leq m$ )。故存在  $t$  ( $1 \leq i \leq k$ ),  $M \models r_{i,7}$ , 否则会与  $M \setminus \{sat_E\} \models P^{M,FLP}$  产生矛盾。

最后, 注意到  $M$  是  $P^{M,FLP}$  的一个极小模型, 对任意  $x_i \in X$ , 要么  $x_i \in M$ , 要么  $x_i' \in M$ 。否则, 在  $\{x_i, x_i'\} \cap M = \emptyset$  情况下, 如果有规则  $r_{i,1}$  和  $r_{i,2}$  在  $P^{M,FLP}$  中, 则  $M \not\models r_{i,1}$  且  $M \not\models r_{i,2}$ , 所以  $M \not\models P^{M,FLP}$ 。类似地, 在  $\{x_i, x_i'\} \subseteq M$  的情况下, 如果  $r_{i,1}$  和  $r_{i,2}$  不在  $P^{M,FLP}$  中, 则  $M \setminus \{x_i, x_i'\} \models P^{M,FLP}$ , 这与  $M$  是  $P^{M,FLP}$  的极小模型矛盾。注意, 如果  $x_i' \notin M$ , 那么  $r_{i,1} \subseteq P^{M,FLP}$ ; 如果  $x_i \notin M$ , 那么  $r_{i,2} \subseteq P^{M,FLP}$ 。

因此  $M$  为  $X$  编码了一个赋值  $u$ , 因为对于每个  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ),  $x_i$  和  $x_i'$  恰好有一个在  $M$  中。如果存在某个针对  $Y$  的赋值  $v$ , 使得  $u \cup v \models E$ , 那么  $u \cup v \subseteq M$  且  $u \cup v \models P^{M,FLP}$ , 这与  $P^{M,FLP}$  的模型  $M$  的极小性相矛盾。由此可知, 针对  $X$  的赋值  $u$  可以扩展到针对  $Y$  的任意赋值  $v$ , 使得  $u \cup v \models E$ 。因此,  $\Psi$  是有效的。

( $\Leftarrow$ )  $\Psi$  是有效的。

$\Rightarrow$  存在一个针对  $X$  的赋值  $u$ , 使得对任意针对  $Y$  的赋值  $v$  都有  $u \cup v \models E$ 。

$\Rightarrow M = u \cup \{y_j, y_j' \mid 1 \leq j \leq m\} \cup \{sat_E\}$  是  $P^{M,FLP}$  的一个模型, 并且至少存在一条规则  $r_{i,7}$  ( $1 \leq i \leq k$ ) 在  $P^{M,FLP}$  中。

$\Rightarrow$  对任意  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ), 当  $x_i \in M$ , 规则  $r_{i,1}$  在  $P^{M,FLP}$  中; 当  $x_i' \in M$ , 规则  $r_{i,2}$  在  $P^{M,FLP}$  中, 对任意  $j$  ( $1 \leq j \leq m$ ),  $r_{j,s}$  ( $s=5,6$ ) 都在  $P^{M,FLP}$  且  $r_8 \notin P^{M,FLP}$ 。

如果存在  $M' \subset M$  使得  $M' \models P^{M,FLP}$ , 那么  $M \setminus M' \neq \emptyset$ , 即至少存在一个原子  $p, p \in M \setminus M'$ 。考虑如下情况。

1) 对于某些  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ),  $p = x_i$ 。易知  $M' \not\models r_{i,1}$ , 表明  $M' \not\models P^{M,FLP}$ , 与已知条件相矛盾。

2) 对于某些  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ),  $p = x_i'$ 。易知  $M' \not\models r_{i,2}$ , 表明  $M' \not\models P^{M,FLP}$ , 与已知条件相矛盾。

3) 对于某些  $j$  ( $1 \leq j \leq m$ ),  $p = y_j$ 。易知  $M' \not\models r_{j,5}$ , 表明  $M' \not\models P^{M,FLP}$ , 与已知条件相矛盾。

4) 对于某些  $j$  ( $1 \leq j \leq m$ ),  $p = y_j'$ 。易知  $M' \not\models r_{j,6}$ , 表明  $M' \not\models P^{M,FLP}$ , 与已知条件相矛盾。

5)  $p = sat_E$ 。易知赋值  $u \cup v \models E$ , 如果  $M' \not\models r_{i,7}$ , 则  $M' \not\models P^{M,FLP}$ 。

因此  $M$  一定是  $P^{M,FLP}$  的极小模型, 即  $M$  是  $P$  的 FLP 回答集。

**定理 4** 令  $P$  是仅含凸抽象约束原子的基本逻辑程序。判定  $P$  是否存在 FLP 回答集的问题是  $\Sigma_2^c$  完全的, 即使  $P$  是基本正规逻辑程序。

证明: Membership: 这一点可由以下事实得出: 即使  $P$  可能包含任意抽象约束原子或聚合原子, 这个问题仍属于  $\Sigma_2^c$ 。

Hardness: 同定理 3。

**定理 5** 令  $P$  是一个仅含凸抽象约束原子的基本逻辑程序, 原子  $a \in \mathcal{A}$ 。判定  $P$  是否存在 FLP 回答集  $M$  使得  $a \in M$  是  $\Sigma_2^c$  完全的, 即使  $P$  是基本正规凸逻辑程序。

证明: Membership: 这一点可由以下事实得出: 对于基本逻辑程序, 此类问题属于  $\Sigma_2^c$ , 参考文献[14]。

Hardness: 令  $Q = P \cup \{a \leftarrow sat_E\}$ , 其中  $P$  是由 2QBF 公式  $\Psi = \exists x_1 \cdots \exists x_n \forall y_1 \cdots \forall y_m E$  编码得到的逻辑程序, 公式  $\Psi$  中的  $E$  是形如定理 3 证明中的 3DNF 公式。不难验证, 当  $\Psi$  有效时,  $Q$  有 FLP 回答集  $M$  且  $a \in M$ 。

**定理 6** 令  $P$  是一个仅含凸抽象约束原子的基本正规逻辑程序, 原子  $a \in \mathcal{A}$ 。判定是否  $P$  的任意 FLP 回答集  $M$  都包含原子  $a$  是  $\Pi_2^c$  完全的。

证明: Membership: 对于基本逻辑程序, 此类问题复杂度属于  $\Pi_2^c$ , 参考文献[14]。

Hardness: 令  $Q = P \cup \{a \leftarrow (\{sat_E\}, \{\emptyset\})\}$ , 其中  $P$  是由 2QBF 公式  $\Psi = \exists x_1 \cdots \exists x_n \forall y_1 \cdots \forall y_m E$  编码得到的逻辑程序, 公式  $\Psi$  中的  $E$  是形如定理 3 证明中的 3DNF 公式。不难验证, 当  $\Psi$  有效时,  $Q$  的所有回答集  $M$  都包含原子  $a$ 。

**结束语** 本文在 SPT 和 FLP 回答集语义下, 对仅含凸抽象约束的基本逻辑程序复杂性进行了分析和证明。首先证明了对于仅含凸抽象约束的基本正规逻辑程序, 如果原子集合  $M$  是 SPT 语义下的回答集, 那么它也是 FLP 语义下的回答集, 并通过例子说明“正规逻辑程序”条件的必要性。其次, 分析了基本逻辑程序  $P$  存在 SPT 回答集的条件。最后, 分析并证明了给定基本逻辑程序  $P$ , 判定是否存在 SPT 或 FLP 语义下的回答集、判定原子集合  $M$  是否是 SPT 或 FLP 语义下的回答集、判定给定原子  $a$  是否包含在所有 SPT 或 FLP 语义下的回答集内的复杂度等问题。

可解释性问题是人工智能研究的重要问题之一, 在诊断等方面有着重要的研究价值。1976 年 Shortliffe 第一次提出“解释(Explanation)”的概念, 是要求人工智能系统在回答用户的提问时向用户给出回答内容的原因, 可以帮助开发者更好地理解模型的行为并修复问题。基于联接主义的神经网络推理普遍缺乏可解释性, 而基于符号的知识表示和推理能够给出用户易于理解的推理链和证明过程, 这对基于符号的知识表示和推理提出了新的机会与挑战<sup>[19]</sup>。例如, Eiter 等<sup>[21]</sup>为带有抽象约束原子的逻辑程序提出基于 FLP 语义回答集的解释(Model-based Justification, M-justification)和基于规则的解释(Rule-based Justification, R-justification), 讨论了含有单调、非单调、凸抽象约束原子析取逻辑程序的回答集原子解释链及其复杂性问题。M-justification 利用部分解释(Partial Interpretation)描述抽象约束原子是被回答集中哪些原子(不)满足的; R-justification 则从程序的角度出发, 利用语义可推导性关系展示了原子依赖何种规则及原子如何被推导或被排除在回答集之外。但 FLP 语义下回答集解释可能会产生循环支撑, 即新原子的成立依赖最初未成立的原子( $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a$ )。Wang 等<sup>[19]</sup>则基于 SPT 回答集语义, 提出了回答集原子的“见证(Witness)”, 并以此表示回答集原子存在的依据。因此在未来的工作中, 将考虑含有单调、反单调以及凸抽象约束基本逻辑程序(可能非正规), 利用 Wang 等<sup>[19]</sup>为计算

极小模型而提出的极小归约(简称为 MR)及其推广, 归约掉规则中所包含的抽象约束, 为此类逻辑程序在 SPT 回答集语义下的回答集, 找到回答集中原子存在的见证(Witness)。

### 参 考 文 献

- [1] WANG Y S, LIU H, ZHANG Y, et al. What's new in the evolution of propositional knowledge bases? [J]. Journal of Guizhou University, 2024, 41(1): 1-19.
- [2] GELFOND M, LIFSCHITZ V. The stable model semantics for logic programming[C] // Proceedings of the Fifth International Conference and Symposium of Logic Programming, Washington: MIT, 1988: 1070-1080.
- [3] WANG Y S, YOU J H. Answer Set Programming: A System Perspective [J]. Chinese Association for Artificial Intelligence, 2025, 7: 22-30.
- [4] FANG Y L, ZHAO L Z, QIAN J Y. Existence of Answer Sets of Normal Logic Programs[J]. Computer Science, 2011, 38(12): 213-220.
- [5] EITER T, GOTTLOB G. On the Computational Cost of Disjunctive Logic Programming: Propositional Case[J]. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 1995, 15(3/4): 289-323.
- [6] CALIMERI F, FABER W, LEONE N, et al. Declarative and Computational Properties of Logic Programs with Aggregates [C] // Proceedings of the 19th International Joint Conference on Artificial Intelligence, Scotland: Professional Book Center, 2005: 406-411.
- [7] MUMICK I S, PIRAHESH H, RAMAKRISHNAN R. The Magic of Duplicates and Aggregates [C] // 16th International Conference on Very Large Data Bases, Queensland: Morgan Kaufmann, 1990: 264-277.
- [8] ALVIANO M, FABER W, GEBSENER M. Aggregate Semantics for Propositional Answer Set Programs[J]. Theory and Practice of Logic Programming, 2023, 23(1): 157-194.
- [9] FABER W, PFEIFER G, LEONE N. Semantics and complexity of recursive aggregates in answer set programming[J]. Artificial Intelligence, 2011, 175(1): 278-298.
- [10] GELFOND M, ZHANG Y L. Vicious Circle Principle, Aggregates, and Formation of Sets in ASP Based Languages[J]. Artificial Intelligence, 2019, 275: 28-77.
- [11] PELOV N, DENECKER M, BRUYNOOGHE M. Well-founded and stable semantics of logic programs with aggregates[J]. Theory and Practice of Logic Programming, 2007, 7(3): 301-353.
- [12] DANTSIN E, EITER T, GOTTLOB G, et al. Complexity and Expressive Power of Logic Programming [C] // Proceedings of Twelfth Annual IEEE Conference on Computational Complexity. IEEE, 1997: 82-101.
- [13] FERRARIS P. Logic Programs with Propositional Connectives and Aggregates[J]. ACM Transactions on Computational Logic, 2011, 12(4): 25:1-25:40.
- [14] LIU L N, PONTELLI E, SON T C, et al. Logic Programs with Abstract Constraint Atoms; the Role of Computations[J]. Artificial Intelligence, 2010, 174(3/4): 295-315.
- [15] SON T C, PONTELLI E, TU P H. Answer Sets for Logic Programs with Arbitrary Abstract Constraint Atoms[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2007, 29: 353-389.
- [16] LIU L N, TRUSZCZYNSKI M. Properties and Applications of Programs with Monotone and Convex Constraints[J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2006, 27: 299-334.
- [17] SHEN Y D, YOU J H, YUAN L Y. Characterizations of stable model semantics for logic programs with arbitrary constraint atoms[J]. Theory and Practice of Logic Programming, 2009, 9(4): 529-564.
- [18] FABER W, LEONE N, PFEIFER G. Recursive Aggregates in Disjunctive Logic Programs: Semantics and Complexity [C] // Logics in Artificial Intelligence 9th European Conference, Springer, 2004: 200-212.
- [19] WANG Y S, EITER T, ZHANG Y L, et al. Witnesses for Answer Sets of Logic Programs[J]. ACM Transactions on Computational Logic, 2023, 24(2): 1-46.
- [20] ALVIANO M, TRIEU L L, SON T C, et al. Explanations for Answer Set Programming [C] // Proceedings of 39th International Conference on Logic Programming, London: Imperial College London, 2023: 27-40.
- [21] EITER T, GEIBINGER T. Explaining Answer-Set Programming with abstract Constraint Atoms [C] // Proceedings of the 32th International Joint Conference on Artificial Intelligence, 2023: 3193-3202.



**WANG Xianglong**, born in 2000, post-graduate, is a member of CCF (No. U4668G). His main research interests include knowledge representation and reasoning and artificial intelligence.



**WANG Yisong**, born in 1975, Ph.D, professor, is a member of CCF (No. 09085M). His main research interests include artificial intelligence, knowledge representation and reasoning, answer set programming and inductive learning in particular.

(责任编辑:何杨)