



计算机科学

COMPUTER SCIENCE

NISQ量子线路高频-密集量子门集策略优化算法

李晖, 刘述娟, 鞠明媚, 王杰鹏, 姬迎松

引用本文

李晖, 刘述娟, 鞠明媚, 王杰鹏, 姬迎松. NISQ量子线路高频-密集量子门集策略优化算法[J]. 计算机科学, 2026, 53(4): 112-120.

LI Hui, LIU Shujuan, JU Mingmei, WANG Jiepeng, JI Yingsong. High Frequency-Dense Quantum Gate Set Optimization Algorithm for Quantum Circuit in NISQ Era [J]. Computer Science, 2026, 53(4): 112-120.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[自然语言语义表示的范畴论建模: 系统综述与组合机制分析](#)

Category-Theoretic Semantic Representation: Systematic Review and Compositional Mechanism Analysis

计算机科学, 2026, 53(4): 337-346. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.251000136>

[基于混合量子经典长-短距离特征扩展网络的图像分类](#)

Image Classification Based on Hybrid Quantum-Classical Long-Short Range Feature Extension Network

计算机科学, 2026, 53(4): 277-283. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.250600108>

[基于变量子量的离散对数求解算法](#)

Variational Quantum Algorithm for Solving Discrete Logarithms

计算机科学, 2026, 53(1): 353-362. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.241100181>

[基于量子萤火虫算法的2QAN量子电路调度优化](#)

2QAN Quantum Circuit Scheduling Optimization Based on Quantum Firefly Algorithm

计算机科学, 2025, 52(11A): 250200097-10. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.250200097>

[量子元启发式算法及其应用综述](#)

Review of Quantum-inspired Metaheuristic Algorithms and Its Applications

计算机科学, 2025, 52(10): 190-200. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.250500127>

NISQ 量子线路高频-密集量子门集策略优化算法

李 晖^{1,2} 刘述娟¹ 鞠明媚¹ 王杰鹏¹ 姬迎松¹

1 哈尔滨商业大学计算机与信息工程学院 哈尔滨 150028

2 黑龙江省电子商务与信息处理重点实验室 哈尔滨 150028

(hrbcu_lh@163.com)

摘要 在噪声中等规模量子(Noisy Intermediate-Scale Quantum, NISQ)时代,考虑硬件耦合约束限制,并非所有量子门均可直接执行,通常需要利用额外引入的 SWAP 操作实现量子比特交换后,逻辑线路才能直接运行于物理硬件上。为了避免传统量子线路映射过程中 SWAP 操作带来的额外开销,对量子比特频度进行定义,提出一种高频-密集量子门集策略(High Frequency-Dense Quantum Gate Set Strategy, HF-DQGS),并将其应用于量子线路映射。基于量子比特频度,对 CNOT 门进行优先级划分,定义高频-密集量子门集;利用多变量成本函数对候选 SWAP 门的实际开销进行评估,确定待执行的 SWAP 操作;根据基于量子比特频度的最优 SWAP 门评价准则,SWAP 操作后对评价函数进行比较,筛选出最优的 SWAP 门。实验结果表明, HF-DQGS 能够显著减少附加 SWAP 门的数量,并在一定程度上减少 CNOT 门的数量。具体而言,在 $t|ket\rangle$ 和 Qiskit 编译器上的测试结果显示,额外 SWAP 门的数量平均分别减少了 36.6% 和 47.8%, CNOT 门的数量平均分别减少了 13% 和 13.4%。

关键词: 量子计算;量子线路映射;高频-密集量子门集策略;多变量成本函数;最优 SWAP 门评价准则

中图分类号 TP391

High Frequency-Dense Quantum Gate Set Optimization Algorithm for Quantum Circuit in NISQ Era

LI Hui^{1,2}, LIU Shujuan¹, JU Mingmei¹, WANG Jiepeng¹ and JI Yingsong¹

1 School of Computer and Information Engineering, Harbin University of Commerce, Harbin 150028, China

2 Heilongjiang Key Laboratory of Electronic Commerce and Information Processing, Harbin 150028, China

Abstract In NISQ era, considering the hardware coupling constraint limitations, not all quantum gates can be directly executed, and it is usually necessary to utilize the additional introduction of SWAP operation to realize the qubits exchange before the logical circuit can directly run on the physical hardware. In order to overcome the extra overhead of quantum gates brought about by the introduction of SWAP operation in the traditional quantum circuit mapping process, the qubit frequency is investigated, and the high frequency-dense quantum gate set strategy (HF-DQGS) is proposed and applied to the quantum circuit mapping. Based on the qubit frequency, the CNOT gate is prioritized, and the high frequency-dense quantum gate set is defined. The actual overhead of candidate SWAP gates is evaluated using a multivariate cost function to determine the SWAP operations to be performed. According to the evaluation criterion of optimal SWAP gate based on qubit frequency, the evaluation function after SWAP operation is compared to select the optimal SWAP gate. Experimental results show that HF-DQGS can significantly reduce the number of additional SWAP gates and, to some extent, the number of CNOT gates. Specifically, the test results on the $t|ket\rangle$ and Qiskit compilers show that the number of additional SWAP gates is reduced by an average of 36.6% and 47.8%, respectively, and the number of CNOT gates is reduced by an average of 13% and 13.4%, respectively.

Keywords Quantum computing, Quantum circuit mapping, High frequency-dense quantum gate set strategy (HF-DQGS), Multivariate cost function, Optimal SWAP gate evaluation criteria

到稿日期:2024-12-30 返修日期:2025-05-18

基金项目:黑龙江省自然科学基金项目(LH2022F035);黑龙江省普通本科高等学校青年创新人才培养计划(UNPYSCT-2020212);哈尔滨商业大学“青年科研创新人才”培育计划(2023-KYYWF-0983)

This work was supported by the Natural Science Foundation of Heilongjiang Province, China (LH2022F035), University Nursing Program for Young Scholars with Creative Talents of Heilongjiang Province (UNPYSCT-2020212) and Science Foundation of Harbin Commerce University (2023-KYYWF-0983).

通信作者:刘述娟(liushujuan0911@163.com)

1 引言

量子计算是一种基于量子力学原理进行计算的新型模型。与经典计算不同,量子计算通过量子比特的量子态来表示信息。这些量子比特可以处于叠加态和纠缠态,使得量子计算机能够处理大规模并行计算,并在某些情况下实现指数级加速。量子计算的核心是量子门操作,通过操作量子比特的叠加和相位来执行计算任务。量子计算的应用领域包括密码学^[1]、优化问题^[2]、量子模拟^[3]以及金融^[4]等。由于本身的限制,传统计算机在处理这些较为复杂的问题时,会耗费大量的时间,效率不高。量子计算机能够处理大规模并行计算,为这些问题提供了新的解决方案。

在 NISQ 时代,量子计算的发展不仅依赖于硬件,还需要相应的软件和算法来挖掘其潜力。但量子硬件和软件之间依然存在一定的差距,量子硬件的特性和限制决定了量子软件需要进行相应的修改和优化,以适应硬件的需求。在量子线路映射问题中,硬件拓扑结构的限制使得量子比特之间的直接相互作用受到约束,从而需要额外的 SWAP 操作来实现逻辑比特之间的通信,随着操作次数的增加,不仅会引入更多的噪声,导致线路的准确性下降,而且会增加线路的深度,影响总的执行时间^[5]。与单量子位门相比,两量子位门的错误率更高,执行时间更长^[6]。因此,减少额外的 SWAP 操作已成为众多研究者关注的重点^[7-10]。

寻找量子线路映射问题的最优解,已被证明是 NP 完全问题^[11-12]。近年来,研究人员开发了诸多映射算法,将理论量子线路有效映射到实际的量子设备上。Lao 等^[13]提出了一种在表面代码架构上执行基于晶格手术的量子线路映射方法,将量子位之间的交互数量作为评估和优化量子线路映射过程的关键指标之一。Zulehner 等^[14]利用 A* 算法确定每个逻辑量子比特到物理量子比特的最优映射,优化量子线路在硬件架构上的实现。Steinberg 等^[15]在 2022 年提出 HQAA 算法,用于在 NISQ 设备上为量子算法分配初始量子比特位置,但在大规模量子线路中不够高效。在更改量子比特位置的过程中,这些方法仅使用了 SWAP 门。2020 年,为了减少 SWAP 门的数量,Niu 等^[6]提出 HA(Hardware-Aware)算法,该算法虽然可以在 SWAP 门和桥门之间进行选择,但未充分考虑不同前瞻门数对电路成本的影响。Sünkel 等^[16]于 2023 年提出一个基于遗传算法的框架,用于自动化设计和优化量子电路。Lao 等^[17]于 2022 年介绍了一种针对量子模拟和量子近似优化算法(QAOA)的应用特定量子编译器 2QAN,并提出一种西统一技术,以减少硬件中两量子位门的数量。上述方法虽然在量子线路优化中取得了较大发展,但均未考虑量子比特频度对映射的影响。

本文重点关注受硬件拓扑结构限制影响的量子线路映射问题。为了减少附加的 SWAP 门数量,提出高频-密集量子门集策略。该策略通过确定高频-密集量子门集来优化量子线路的初始映射,利用量子比特频度寻找最优的 SWAP 门,综合考虑多种因素,最小化 SWAP 门的数量。HF-DQGS

旨在优化 2-local 量子位哈密顿模拟问题的量子线路(2QAN)^[17],不仅适应于不同的量子位拓扑和门集,还能与多种现有的量子线路映射算法结合使用,具有广泛的适用性。

2 量子计算

2.1 量子比特

量子比特是量子计算机中的基本单元。与经典比特不同,量子比特可以同时处于 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的叠加态,这一特性称为叠加原理,如式(1)所示:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中, $|\psi\rangle$ 是量子比特的态矢量; α 和 β 是复数,并且满足条件 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ 。通过测量,量子比特坍缩为 $|0\rangle$ 或 $|1\rangle$ 态,且得到状态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的概率分别是 $|\alpha|^2$ 和 $|\beta|^2$ 。

2.2 量子门

量子门是量子计算的基本操作单元。不同于传统操作方式,量子门强调量子态和比特的演化情况,通常用矩阵表示。常用的量子门有 Hadamard 门、CNOT 门和 SWAP 门。图 1 给出了基本量子门的符号表示。其中,Hadamard 门作用于单量子比特,将一个量子比特置于均匀叠加态,实现经典比特与量子叠加态的转换。CNOT 门是常用的两量子比特门,在符号表示中, \bullet 代表控制位, \oplus 代表目标位,可以实现量子比特的控制翻转操作,将一个量子比特的状态传递给另一个量子比特,从而建立它们之间的纠缠关系,如图 1(a)所示。SWAP 门由 3 个 CNOT 门组成,如图 1(c)所示,它能实现量子比特的状态交换,同时保持它们的相对相位不变。

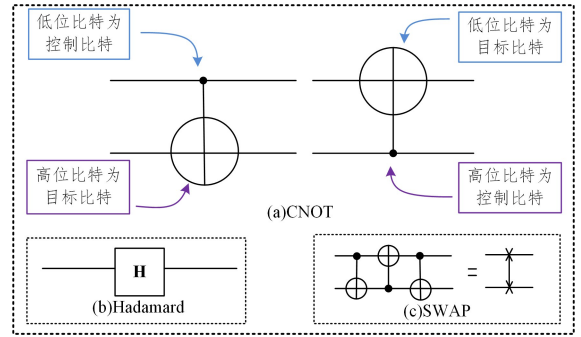


图 1 基本量子门

Fig. 1 Basic quantum gates

2.3 量子线路

量子线路由量子比特的演化过程和作用于量子比特的逻辑门组成。其效果等同于每个量子逻辑门依次作用在量子比特上。在实际的量子计算机中,最终需要对量子系统的末态进行测量,以获得相应信息,因此测量操作被视为量子线路的一部分。测量操作通常也被称为测量门,如图 2(a)所示。

量子线路是量子计算的基本模型,用于描述量子比特通过量子门进行操作的过程。量子比特是信息的基本单元,量子门则是操作量子比特的基本单元。图 2(b)为一个简单的量子线路示意图,描述了量子比特的初态通过量子线路后,测量最终状态的整个过程。量子线路的本质是么正变换和测量

的组合。物理上,直接实现复杂的幺正变换较为困难,因此期望通过一些容易实现的幺正变换来产生更复杂的幺正变换。对于复杂的量子运算,如哈密顿量模拟,可以通过合理设计和调整量子线路中的门来实现。

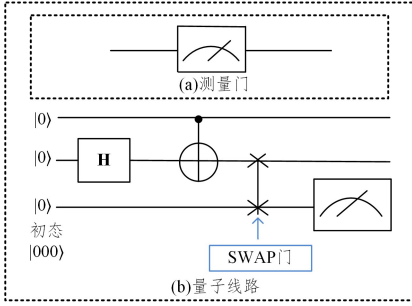


图2 量子线路

Fig. 2 Quantum circuit

3 量子线路映射的局限性

量子线路映射是量子计算的一个重要过程,旨在将抽象的量子算法或量子线路映射到具体的量子硬件上,以便实际执行。这个过程涉及多个步骤,包括将逻辑量子比特映射到物理量子比特、优化量子门操作序列、最小化交换操作等。图3结合示例,进一步解释了量子线路映射的局限性。6-bits模型的硬件架构采用图3(a)所示的耦合图。模型允许在量子位对 $\{Q_0, Q_1\}, \{Q_1, Q_2\}, \{Q_2, Q_3\}, \{Q_3, Q_4\}, \{Q_4, Q_5\}, \{Q_5, Q_0\}$ 和 $\{Q_2, Q_5\}$ 上使用双量子门,不允许在 $\{Q_0, Q_2\}, \{Q_0, Q_3\}$ 和 $\{Q_2, Q_4\}$ 等上使用双量子门。设图3(b)所示的量子线路在图3(a)所示的6量子位设备上执行。简化起见,令初始逻辑量子位到物理量子位的映射为 $\{q_0 \rightarrow Q_0, q_1 \rightarrow Q_1, q_2 \rightarrow Q_2, q_3 \rightarrow Q_3, q_4 \rightarrow Q_4, q_5 \rightarrow Q_5\}$ 。由于量子比特间连通性的限制,只有满足硬件耦合约束的量子位对才可以执行双量子门操作。由图3(a)可知,在图3(b)所示的6个CNOT门中, g_1, g_2, g_3 和 g_5 可以直接执行; g_4 和 g_7 两个CNOT门关联的量子位对不满足硬件耦合约束,无法直接执行,在执行这两个门之前需要更改量子位映射。

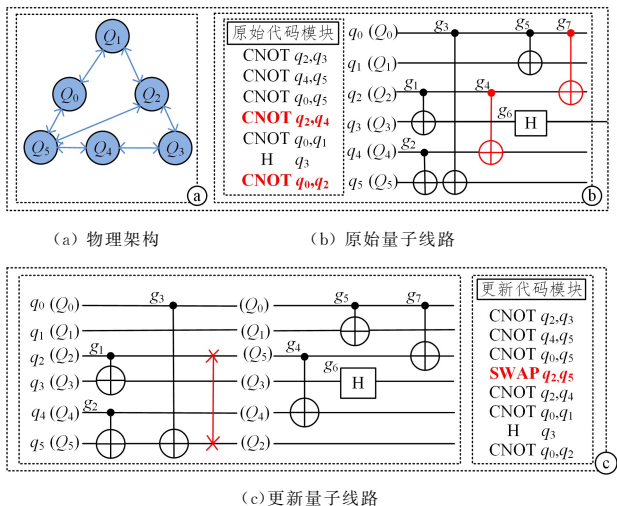


图3 量子线路映射示例

Fig. 3 Example of quantum circuit mapping

量子线路映射的目标是在将所有非近邻(Non-Nearest Neighbor, Non-NN)门(不满足硬件耦合约束的门)转换为近邻(Nearest Neighbor, NN)门(满足硬件耦合约束的门),同时最小化所需的量子比特移动操作数量。通常,量子比特映射问题被表述为二次分配问题(Quadratic Assignment Problem, QAP)。更改量子位映射的主流方法是利用 SWAP 门,通过交换操作来改变两个量子位的状态,从而改变量子比特映射。如图3(c)所示,由于 g_1, g_2, g_3 和 g_5 可以在初始映射下执行,在 g_3 后插入 SWAP(q_2, q_5),映射更新为 $\{q_0 \rightarrow Q_0, q_1 \rightarrow Q_1, q_2 \rightarrow Q_5, q_3 \rightarrow Q_3, q_4 \rightarrow Q_4, q_5 \rightarrow Q_2\}$,交换 q_2, q_5 两个量子位,使得后续 g_4 和 g_7 门变为可执行 NN 门。

额外 SWAP 门的插入可以交换两个量子比特间的状态,生成与硬件兼容的量子线路。插入 SWAP 门后,量子比特的状态会经历物理交换,但最终的量子状态和计算结果保持一致,不会改变量子线路的逻辑功能^[18]。另一方面,SWAP 门的增加可能引入噪声,影响量子线路的保真度和执行效率。此外,线路深度的增加会延长执行时间,对量子计算效率产生负面影响。比较图3(b)和图3(c)中的原始线路和更新线路,CNOT 门的数量由6个增加到9个,深度由5增加到8,这些门的变化会影响量子线路的保真度并带来额外的执行时间。本文致力于探索量子线路映射问题的最优解,以期最小化附加 SWAP 门的开销,有效提升映射质量。

4 高频-密集量子门集策略研究

4.1 高频-密集量子门集

在初始映射中,对于 Non-NN 门,需要插入 SWAP 门等移动操作,将其转换为 NN 门,这个过程会增加门计数和电路深度的开销。由于哈密顿量中算子的排列具有灵活性,NN 门可以直接映射。对于 Non-NN 门,传统方法基于最小化成本的原则进行处理,忽视了量子比特参与 CNOT 操作的次数对映射过程的影响。参与 CNOT 操作次数多的量子比特优先映射到彼此靠近的位置,可以减少后续插入 SWAP 的操作,进而降低电路深度并缩短执行时间^[19]。

定义 1(量子比特频度) 在量子线路 C 中,设 q_i 为任一量子比特,其参与 Non-NN 门操作的次数 $N(q_i)$ 为 q_i 的量子比特频度。

定义 2(高频-密集量子门集) 设 $G_n = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ 为量子线路 C 中 Non-NN 门的集合, $Q_m = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ 为 G_n 中量子门涉及的量子比特集合,其量子比特频度集合为 $N_Q = \{N(q_i), i = 1, 2, \dots, m\}$,若 $N(q_j) = \max N_Q (j = 1, 2, \dots, m)$,则 q_j 为 Q_m 中频度最大的量子比特。设 $G_i' = \{g_1, g_2, \dots, g_i\}$ 为与 q_j 相关联的量子门集合, G_i' 中各量子门对应量子比特的物理间距集合为 $D_{G_i'} = \{D(g_1), D(g_2), \dots, D(g_i)\}$,若 $D(g_1) = D(g_2) = \dots = D(g_k) = \min D_{G_i'}$,则称 $G_k'' = \{g_1, g_2, \dots, g_k\}$ 为量子线路 C 的高频-密集量子门集,其中 $0 < k \leq i \leq n$ 。

4.2 高频-密集量子门集策略

高频-密集量子门集策略是一种用于优化量子线路映射的方法,旨在识别量子线路中的高频-密集量子门集,针对性地进行映射操作,以最大限度地减少 SWAP 门的使用和量子

比特间的通信成本,使电路映射过程更加高效。

具体而言,对于 Non-NN 门,在插入 SWAP 门之前,首先计算量子线路中的最大量子比特频度 $N(q_i)$,其次找到与 q_i 相关联的量子门集合 G_i' ,计算 G_i' 中每个 CNOT 门对应量子比特之间的物理距离,并根据距离长短对这些 CNOT 门进行优先级划分,确定间距最短的 CNOT 门,从而识别高频-密集量子门集 G_i'' ,确保其得到优先处理。然后,确定最优 SWAP 门,找到使成本函数最低的 SWAP 操作,若有多个开销相同的 SWAP 门,则根据基于量子比特频度的最优 SWAP 门评价准则,进一步确定 SWAP 门的最优插入位置。最后,更新映射,将新生成的 NN 门从 Non-NN 门集合中移除。依据此遍历方法,完成所有门的映射。该策略通过优化量子门的选择和排列方式来处理量子线路映射问题,从而降低 SWAP 门搜索空间的复杂度,减少 SWAP 门开销,提升量子计算的整体性能。

图 4 给出了高频-密集量子门集应用的具体示例,假设在图 4(a) 所示架构上执行程序序列。首先,对于 NN 门,如 $\text{CNOT}(q_0, q_1)$ 和 $\text{CNOT}(q_2, q_3)$,其直接映射到对应硬件的物理量子位上。对于 Non-NN 门,如 $\text{CNOT}(q_3, q_5)$, $\text{CNOT}(q_4, q_5)$, $\text{CNOT}(q_5, q_7)$, $\text{CNOT}(q_0, q_2)$ 和 $\text{CNOT}(q_0, q_5)$,其具体实施方法如下。

步骤 1 计算最大量子比特频度。图 4(a) 中的最大量子比特频度 $N(q_5) = 3$ 。

步骤 2 确定高频-密集量子门集。与 q_5 相关联的量子门集合为 $G_5' = \{\text{CNOT}(q_3, q_5), \text{CNOT}(q_4, q_5), \text{CNOT}(q_5, q_7)\}$ 。其中,量子比特物理间距最短的 CNOT 门为 $\text{CNOT}(q_4, q_5)$ 和 $\text{CNOT}(q_5, q_7)$,距离均为 2,故高频-密集量子门集为 $G_5'' = \{\text{CNOT}(q_4, q_5), \text{CNOT}(q_5, q_7)\}$ 。

步骤 3 G_5'' 列表中第一个门,即 $\text{CNOT}(q_4, q_5)$,作为首个高频-密集量子门。

步骤 4 确定最优 SWAP 门。遍历所有可执行的 SWAP 插入点,筛选出使成本函数(第 4.3 节)最低的 SWAP 门,若存在多个成本函数相同的 SWAP 门,进一步根据 4.4 节中的最优 SWAP 门评价准则来评估这一组 SWAP,选择最优的 SWAP 门作用于量子比特 q_4 或 q_5 。假设最优的 SWAP 操作为 $\text{SWAP}(q_5, q_6)$,则在该位置插入 SWAP 门。

步骤 5 更新量子位图。图 4(b) 和图 4(c) 分别为插入 $\text{SWAP}(q_5, q_6)$ 和 $\text{SWAP}(q_0, q_1)$ 后,更新的量子线路的映射结果,并将新生成的 NN 门从 Non-NN 门集合中移除。

步骤 6 重复上述步骤,直至执行完所有高频-密集量子门。最终的映射结果如图 4(d) 所示。

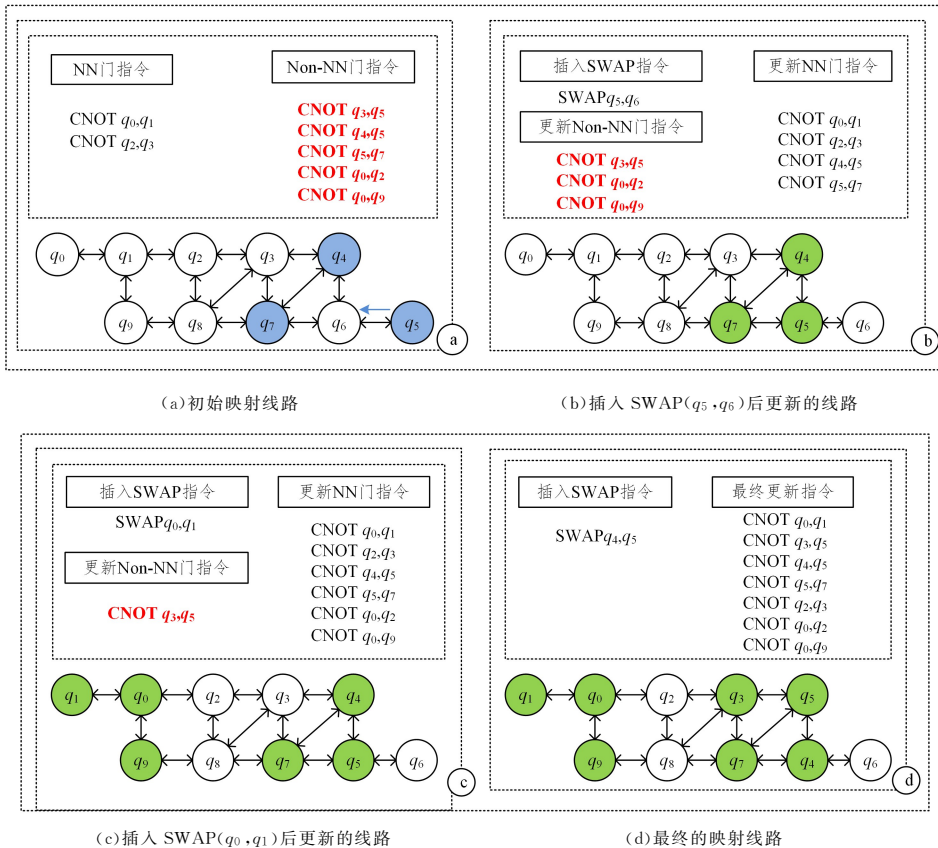


图 4 基于高频-密集量子门集的映射示例

Fig. 4 Mapping example based on high frequency-dense quantum gate set

4.3 多变量成本函数

处理量子线路映射问题时,成本函数设计尤为关键,合理的成本函数能够确保量子线路的可执行性。然而,传统成本函数通常以量子比特之间的距离作为衡量的核心标准,缺乏

对多种因素的综合考量,难以准确评估 SWAP 门的实际开销。针对这一问题,本文设计了一种多变量成本函数。

定义 3(成本函数) 量子比特之间距离、交互时间和交互数量的加权乘积和的最小化,即:

$$H_{\text{cost}} = \min_{\phi \in S_n} \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n F_{q_i, q_j} D_{[\phi(q_i), \phi(q_j)]} R_{q_i, q_j} \right\} \quad (2)$$

其中, S_n 是量子比特的所有可能排列集合; F_{q_i, q_j} ($i \neq j$) 是量子比特 q_i 和 q_j 之间的交互时间, 单位为 ns; R_{q_i, q_j} 是 q_i 和 q_j 之间的相互作用数量, 其度量方式是计算作用于同一对量子比特的 CNOT 门的执行次数, 为无量纲指标, 类似于“门数”或“测量次数”等单位, 用于衡量量子比特间的交互强度; $D_{[\phi(q_i), \phi(q_j)]}$ 是硬件量子比特 $\phi(q_i)$ 和 $\phi(q_j)$ 之间的距离, 使用 Floyd-Warshall 算法计算, 该算法是一种图算法, 用于计算加权或非加权图中任意两点之间的最短路径。本文中, 量子比特的物理布局被建模为一个无向图, 其中节点代表物理量子比特, 边表示量子比特之间的连通性。Floyd-Warshall 算法计算的“距离”是量子比特之间的最短路径长度, 即从一个量子比特到另一个量子比特所需的最少跳数。该指标是无量纲的。

由于交互数量、交互时间和量子比特距离的数值尺度不同, 直接相乘可能导致计算结果出现偏差。为了确保计算结果的合理性和可比性, 对 3 个变量进行 Min-Max 归一化处理, 使它们的取值范围保持一致, 从而提升优化效果。归一化后的具体形式如式(2)所示。

交互时间影响电路执行的速度, 特别是执行双量子比特门(如 CNOT 门)的时间。考虑门持续时间差异, 有助于生成执行时间更短的电路^[20]。交互时间可以在 Qiskit 和 t|ket 等框架中, 调用相应的 API 获取当前设备的门时间; 交互数量也会影响量子线路映射的质量^[13], 每个量子门操作都会引入误差, 较多的相互作用次数会导致更多的操作, 增加误差累积风险, 降低计算的精度和可靠性。量子线路中, 量子门需要在直接相邻的量子比特之间执行, 如果两个量子比特之间的物理距离较远, 则需要引入交换操作, 使它们在物理上相邻, 这些中间操作会增加电路深度和执行时间, 影响量子算法的整体性能。交互时间代表操作的执行延迟, 交互数量衡量了交互的频繁程度, 而距离则描述了量子比特在硬件拓扑中的分布情况。三者的乘积可以用于评估在不同拓扑结构下执行量子门操作的综合代价, 确保优化过程中能够同时考虑多个维度的影响, 从而为优化量子比特映射和 SWAP 插入提供指导。本文综合这 3 种因素设计一个多变量成本函数, 可以更全面地处理量子比特映射问题。为获得最优映射结果, 需要在每次交换操作后重新计算线路成本, 确定最优 SWAP 门, 调整量子比特的映射布局。

4.4 基于量子比特频度的最优 SWAP 门选择

量子计算中, CNOT 门至关重要, 它可以与任意单量子比特门(如 Pauli 门和 Hadamard 门)共同构成通用量子门集, 通过适当组合这些基本门, 可以实现任意复杂的量子线路。在处理映射问题时, 由于硬件拓扑结构的限制, 需要插入 SWAP 门以满足所有 CNOT 门之间的依赖关系, 从而允许直接执行双量子比特门。然而, 附加的 SWAP 门会给电路带来额外开销。为了减少 SWAP 门的数量, 考虑大频度量子比特的高关联性, 选择能够最大化量子比特频度的 SWAP 操作方式。通过设计 SWAP 门评价函数, 进一步确定 SWAP 门之间的优先级, 用于指导未来的优化决策和策略选择。

定义 4(评价函数) 设量子线路 C 中有 n 个量子比特,

$N_{\text{max}}(q_i)$ ($i = (1, 2, \dots, n)$) 表示在初始映射 m 下的最大量子比特频度; $L = \{\text{SWAP}(q_i, q_k)\}$ 为候选 SWAP 门列表; $N'_{\text{max}}(q_j)$ ($j = 1, 2, \dots, n$) 表示插入 SWAP 操作后最大的量子比特频度; $N''_{\text{max}} = \{N'_{\text{max}}(q_j)\}$ 为每次模拟执行候选 SWAP(q_i, q_k) 后, 在新映射 m' 下, 对应最大量子比特频度的集合, 其中 $1 \leq t \leq n, 1 \leq k \leq n$, 且 $t \neq k$, 则评价函数设计为:

$$E_{\text{SWAP}} = N_{\text{max}}(q_i) - N'_{\text{max}}(q_j) \quad (3)$$

本文提出了一种基于量子比特频度的最优 SWAP 门评价准则, 旨在确定量子线路中 SWAP 操作的最优位置, 从而最小化量子线路的编译开销。具体操作步骤如下:

步骤 1 计算在初始映射 m 下的最大量子比特频度 $N_{\text{max}}(q_i)$;

步骤 2 向量子线路中插入 SWAP 操作, 得到在新映射 m' 下的最大量子比特频度 $N'_{\text{max}}(q_j)$;

步骤 3 模拟循环执行每个潜在的 SWAP 门, 以获得在新映射 m' 下的最大量子比特频度集合 N''_{max} ;

步骤 4 在新映射 m' 下, 比较集合 N''_{max} 中数值的大小, 选择对应数值最大的 SWAP 操作, 即对应 E_{SWAP} 值最小的交换操作。通过这种方法筛选最优的 SWAP 操作, 可以减少附加 SWAP 门的总数, 优化整个量子线路。

上述操作的伪代码如算法 1 所示。

算法 1 筛选最优 SWAP 门

输入: highest_qubit_frequency; 两个量子位之间插 SWAP 门后, 新映射下的最大量子比特频度

输出: optimal_move; 最优可插入 SWAP 门

```

1. max_increase ← 0
2. optimal_move ← None
3. for each move in moves do
4.   increase ← highest_qubit_frequency [move]
5.   if increase > max_increase then
6.     max_increase = increase
7.     optimal_move ← move
8.   end if
9. end for
10. return optimal_move

```

图 5 是 IBM Q20 Tokyo 局部结构图。假设在此架构上执行图 5(a) 中右侧的指令, SWAP(q_0, q_5) 和 SWAP(q_0, q_1) 为一组具有相同成本的候选 SWAP 门。如图 5(a) 所示, 在初始映射 m 下, $N_{\text{max}}(q_0) = 2$ 。将 SWAP(q_0, q_5) 和 SWAP(q_0, q_1) 分别插入电路中, 查看新映射下的最大量子比特频度值。如图 5(b) 所示, 插入 SWAP(q_0, q_5), 得 $N'_{\text{max}}(q_0) = 1$, 在当前映射下 $E_{\text{SWAP}} = 1$ (见式(3))。如图 5(c) 所示, 插入 SWAP(q_0, q_1), 得 $N'_{\text{max}}(q_7) = 2$, $E_{\text{SWAP}} = 0$ 。本文策略是寻找能够最小化 E_{SWAP} 值的 SWAP 操作, 通过对比, SWAP(q_0, q_1) 比 SWAP(q_0, q_5) 给电路带来更多益处, 因此选择 SWAP(q_0, q_1) 插入并更新映射。按照这种方式操作, 直至所有量子门都完成映射。根据图 5(c), 使用本文方法, 只需再插入 SWAP(q_1, q_7) 就能使所有量子门都更新成 NN 门; 而图 5(b) 的方法, 至少需要 2 个 SWAP 门才能完成所有操作, 即 SWAP(q_0, q_1) 和 SWAP(q_0, q_2)。图 5(d) 给出了根据本文方法所获得的最终映射结果。

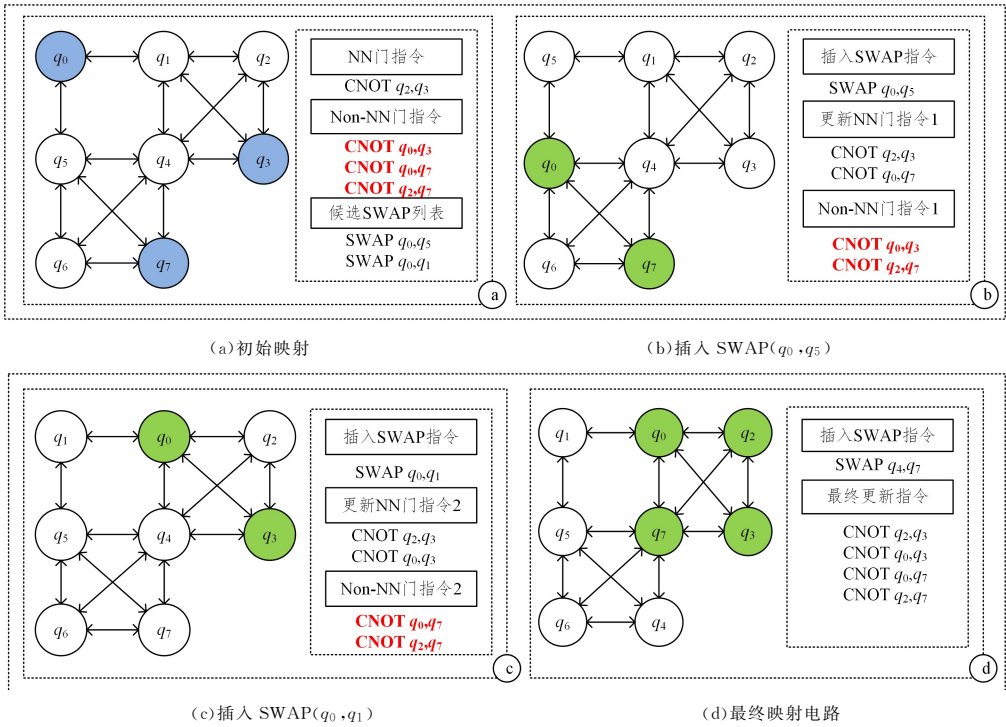


图 5 不同 SWAP 操作映射示例

Fig. 5 Examples of different SWAP operations mapping

5 实验评估

5.1 评价指标

在一维链中,量子比特之间的交互路径是线性的,没有额外的路径选择,这导致无法避开长距离操作所带来的深度增加和噪声积累。在 3D 堆叠结构中,量子比特分布在多层空间中,这种布局虽然提供了更多的耦合路径和更大的连接自由度,但也带来了新的挑战,如层与层之间的耦合可能会带来更高的噪声水平,跨层操作增加了物理耦合的复杂性,可能会导致更多的误差累积,使得策略的优化效果受限。相比之下,二维结构具有更高的并行性,量子比特在平面内排列,耦合和控制更加简化,有助于降低噪声水平和误差累积。基于此,本文选择在二维结构的 IBM Quantum ibmq_montreal 设备上编译,如图 6 所示。其中,在 ibmq_montreal 上,CNOT 门的典型交互时间约为 300~500 ns,具体取决于量子比特的耦合情况。为了验证 HF-DQGS 的有效性,采用文献[17]中的量子线路进行测试,该电路主要针对 2-local 量子位哈密顿模拟问题进行优化,可以对不同的量子比特拓扑和硬件门集进行编译,适用于多种量子计算机架构。

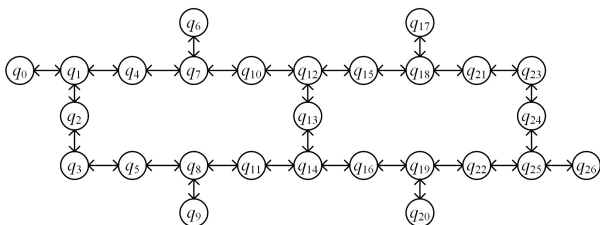


图 6 ibmq_montreal 设备

Fig. 6 ibmq_montreal device

来评估编译器性能,两个指标的评估标准均是越少越好^[21]。基准测试程序为 IBM 的 Qiskit 量子程序,对于 CX/CNOT 门集,使用 Qiskit 编译器进行分解和优化,并采用 Murali^[19] 的基准测试方法。HF-DQGS 在 Python 3.11 环境下实现,并在一台搭载 Intel Core i5 处理器(2.50 GHz, 8GB RAM)的笔记本电脑上进行所有编译。使用了 $t|ket\rangle$ 编译器^[22](版本 0.11.0, 推荐“FullPass”)和 Qiskit 编译器^[23](版本 0.26.2, 优化级别为 3)进行测试,评估范围涵盖 4 至 22 量子比特。每个映射过程运行 5 次,并选取最佳结果。

5.2 结果分析

将 HF-DQGS 与 $t|ket\rangle$ 和 Qiskit 的编译开销进行比较,图 7 和图 8 展示了该策略在 IBM 上的运行结果。如图 7 所示, HF-DQGS 在额外 SWAP 门和 CNOT 门的数量方面,相较于 $t|ket\rangle$ 和 Qiskit 均有一定优化,且在量子比特数量较多时,优化效果更为突出。

在 $t|ket\rangle$ 编译器中,对于 20 和 22 量子比特,附加的 SWAP 门数量分别减少 44.8% 和 41.5%, CNOT 门数量分别减少 13.4% 和 16.7%,如图 7(a) 和图 7(b) 所示。对于 4 到 10 量子比特,在所有的评估基准中,SWAP 门的数量平均减少 27.5%, CNOT 门的数量平均减少 13.8%。对于 12 到 22 量子比特,SWAP 门数量平均减少 42.6%, CNOT 门数量平均减少 12.4%,如图 8(a) 所示。

在 Qiskit 编译器中,对于 22 量子比特,SWAP 门数量减少 68.3%, CNOT 门数量减少 15.2%,如图 7(c) 和图 7(d) 所示。对于 4 到 10 量子比特,在所有的评估基准中,SWAP 门数量平均减少 26.9%, CNOT 门数量平均减少 13.2%。对于 12 到 22 量子比特,SWAP 门数量平均减少 61.8%, CNOT 门数量平均减少 13.6%,比 2QAN 减少 9%,如图 8(b) 所示。

本文采用附加 SWAP 门和 CNOT 门的数量这两个指标

为了进一步验证 HF-DQGS 的先进性,将 HF-DQGS 与 CSOS^[10]和 HQAA 算法^[15]进行对比,如图 9 所示。具体而言,在 $t|ket\rangle$ 编译器中,对于 12 到 22 量子比特, HF-DQGS 与 HQAA 算法相比, SWAP 门的数量平均减少 7.3%, CNOT

门的数量平均减少 10%。在 Qiskit 编译器中,对于 12 到 22 量子比特, HF-DQGS 的附加 SWAP 门数量比 CSOS 平均减少 5.6%,比 HQAA 算法平均减少 14%; CNOT 门数量比 CSOS 平均减少 3.5%,比 HQAA 算法平均减少 10.9%。

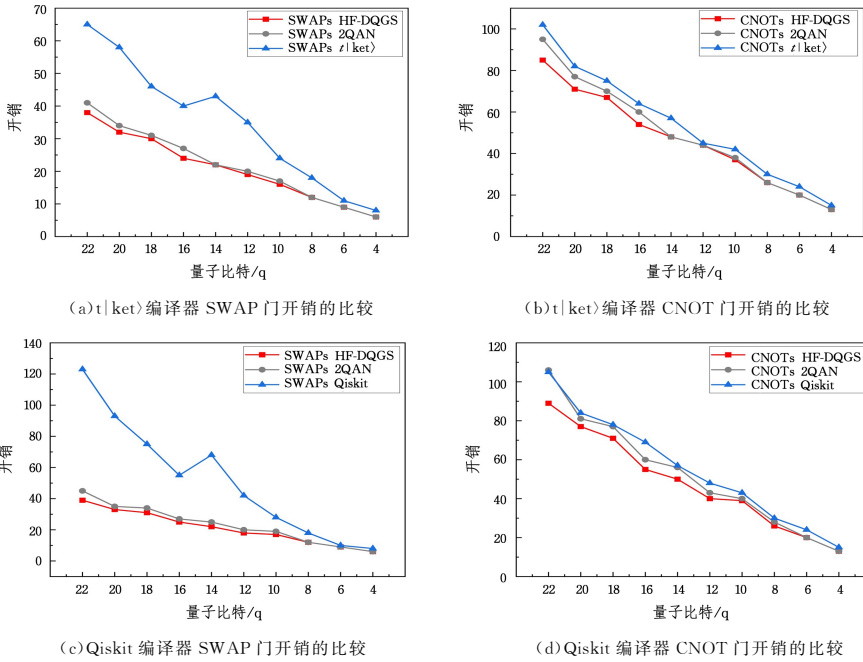


图 7 SWAP 门和 CNOT 门开销的比较

Fig. 7 Comparison of SWAP gate and CNOT gate overhead

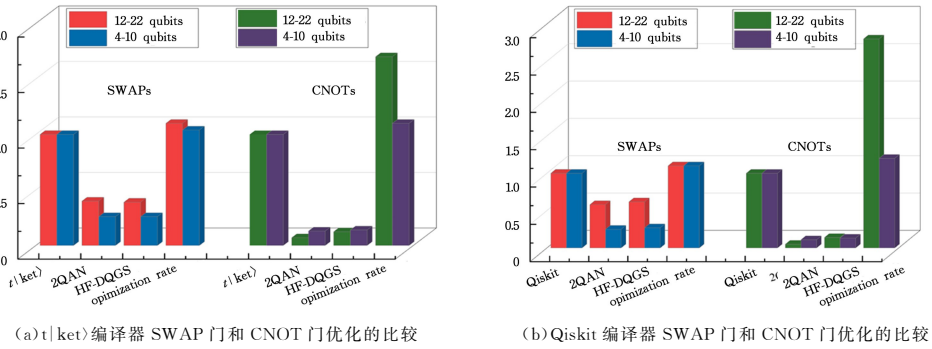


图 8 SWAP 门和 CNOT 门优化的比较

Fig. 8 Comparison of SWAP gate and CNOT gate optimization

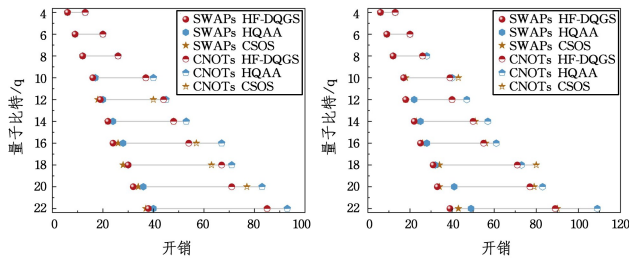


图 9 不同映射方法的 SWAP 门和 CNOT 门开销比较

Fig. 9 Comparison of SWAP and CNOT gate overhead in different mapping methods

通过不同规模的量子线路对 HF-DQGS, 2QAN, GA4QCO 和 HQAA 算法进行测试。表 1 列出了在不同规模

的量子线路中,4 种映射方法执行后附加 SWAP 门的数量。数据表明,与其他 3 种方法相比, HF-DQGS 在附加 SWAP 门的数量方面表现出一定的优势。在 $t|ket\rangle$ 和 Qiskit 编译器中,对于 12 到 22 量子比特的量子线路, HF-DQGS 使 SWAP 门的数量平均分别减少了 42.6% 和 61.8%。

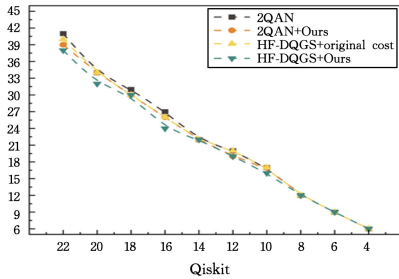
为了进一步探究减少 SWAP 门数量的具体机制,在保持 HF-DQGS 策略或传统方法不变的前提下,分别在 $t|ket\rangle$ 和 Qiskit 编译器上对比了原始成本函数和本文提出的多变量成本函数的优化效果,实验结果如图 10 所示。从图中可以看出,采用多变量成本函数的编译结果比原始成本函数优化效果更佳。具体而言,在 $t|ket\rangle$ 和 Qiskit 编译器中,对于 12 到 22 量子比特的量子线路,在本文编译策略的基础上,使用多变量函数后, SWAP 门的数量分别减少 4% 和 7%; 在传统方法的基础上,使用多变量函数后, SWAP 门的数量分别减少

3.6%和6.3%;此外,当本文编译策略和多变量成本函数结合使用时,SWAP 门的数量进一步减少,分别减少了5.4%和10.4%,优化幅度较大。

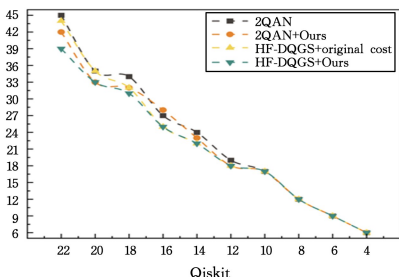
表 1 不同映射方法附加 SWAP 门数的对比

Table 1 Comparison of additional SWAP gates for different mapping methods

编译器名称	量子比特数/qubit	初始门数	2QAN	GA4QCO	HQAA	HF-DQGS
t ket)	22	65	41	39	40	38
	20	58	34	33	36	32
	18	46	31	30	30	30
	16	40	27	26	28	24
	14	43	22	22	24	22
	12	35	20	19	20	19
Qiskit	22	123	45	43	49	39
	20	93	35	33	41	33
	18	75	36	35	32	31
	16	55	27	26	28	25
	14	68	25	24	25	22
	12	42	20	18	22	18



(a) t|ket) 编译器中成本函数对 SWAP 门的影响



(b) Qiskit 编译器中成本函数对 SWAP 门的影响

图 10 不同编译器中成本函数对 SWAP 门的影响

Fig. 10 Impact of cost on SWAP gates in different compilers

总之,单独采用本文的编译策略或多变量成本函数都能在一定程度上减少 SWAP 门的数量,但两者结合使用优化效果更为明显,尤其在 Qiskit 编译器中。这主要是因为 Qiskit 在初始布局调整和 SWAP 优化方面可能不如 t|ket) 高效,使得 HF-DQGS 在 Qiskit 中的优化空间更大,从而能实现更为明显的优化效果。

本文研究的重点是量子线路映射问题,关注额外 SWAP 门开销的同时,也重点考查时间复杂度的变化,后者是衡量算法运行效率的关键指标。表 2 列出了 2QAN 与 HF-DQGS 在 t|ket) 和 Qiskit 编译器中的平均运行时间对比结果。由表 2 可见,随着量子比特数量的增加,时间复杂度逐步上升。对于较小规模的量子电路,例如 4 量子比特模型,在 t|ket) 和 Qiskit 编译器中的运行时间分别约为 0.095 s 和 0.074 s。然而,随着电路规模的扩大,运行时间显著增加。以 22 量子位

电路为例,在 t|ket) 和 Qiskit 编译器中的运行时间分别约为 27.399 s 和 0.289 s。

表 2 2QAN 和 HF-DQGS 在 t|ket) 和 Qiskit 编译器中的平均运行时间的比较

Table 2 Compare the average runtime of 2QAN and HF-DQGS in t|ket) and Qiskit compilers

		(s)	
量子比特	编译器	2QAN	HF-DQGS
4	t ket)	0.103	0.095
	Qiskit	0.095	0.074
6	t ket)	0.302	0.280
	Qiskit	0.092	0.093
8	t ket)	0.456	0.413
	Qiskit	0.099	0.090
20	t ket)	11.786	11.183
	Qiskit	0.243	0.224
22	t ket)	28.230	27.399
	Qiskit	0.301	0.289

结束语 在 NISQ 时代,优化量子线路映射有助于提升线路的整体性能。针对 2-local 量子位哈密顿模拟问题的量子线路,提出 HF-DQGS。为了验证该策略的有效性,进行了多组实验。实验结果显示,HF-DQGS 在 SWAP 门数量和 CNOT 门开销方面均取得一定改进。具体而言,在 t|ket) 和 Qiskit 编译器上,SWAP 门的数量平均分别减少 36.6% 和 47.8%,CNOT 门数量平均分别减少 13% 和 13.4%。

量子线路映射是量子信息科学中的关键技术,在未来的研究中仍发挥重要作用。随着量子算法的不断发展,对量子映射算法的优化需求也在不断增加。在未来的工作中,一方面,将集中开发更高效的映射算法,以减少所需的附加操作和运行时间,进一步提升量子线路在不同硬件平台上的适应性;另一方面,将进一步扩展 HF-DQGS 的研究,使其适用于更复杂的拓扑结构,如 3D 堆叠结构等。针对这些结构,HF-DQGS 的调整将聚焦于如何高效利用三维空间中的耦合,以减少跨层之间的附加操作。通过模拟和实验研究不同拓扑下的性能差异,进一步验证 HF-DQGS 在这些新型架构中的可行性和潜在优势,为未来的量子计算设备提供更为优化的解决方案。相信通过研究人员持续探索和创新,量子线路映射技术将在提高量子计算性能、可靠性和可扩展性等方面取得重要进展,从而推动量子计算在科学研究、工业应用和商业领域的进一步广泛应用。

参考文献

- [1] EASTTOM C. Quantum computing and cryptography [M]// Modern Cryptography: Applied Mathematics for Encryption and Information Security. Cham: Springer International Publishing, 2022:397-407.
- [2] AJAGEKAR A, YOU F. Quantum computing for energy systems optimization: Challenges and opportunities [J]. Energy, 2019, 179: 76-89.
- [3] PAUDEL H P, SYAMLAL M, CRAWFORD S E, et al. Quantum computing and simulations for energy applications: Review and perspective [J]. ACS Engineering Au, 2022, 2(3): 151-196.
- [4] LUAN T, KUAN X H, GAO Y S, et al. Application exploration

- of quantum computing technology in financial field[J]. *Application Research of Computers*, 2024, 41(7):1921-1929.
- [5] HUANG H K, ZHANG X S. Qubit Mapping Algorithm For NISQ Computers[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2024, 60(24):110-118.
- [6] NIU S, SUAU A, STAFFELBACH G, et al. A hardware-aware heuristic for the qubit mapping problem in the nisq era[J]. *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, 2020, 1:1-14.
- [7] ITOKO T, RAYMOND R, IMAMICHI T, et al. Optimization of quantum circuit mapping using gate transformation and commutation[J]. *Integration*, 2020, 70:43-50.
- [8] WILLE R, BURGHOLZER L. MQT QMAP: Efficient quantum circuit mapping [C] // *Proceedings of the 2023 International Symposium on Physical Design*. 2023:198-204.
- [9] LIU H, ZHANG B, ZHU Y, et al. QM-DLA: an efficient qubit mapping method based on dynamic look-ahead strategy[J]. *Scientific Reports*, 2024, 14(1):13118.
- [10] LI H, HAN Z A, LU K, et al. Comprehensive SWAP Optimization Strategy for Improving Initial Qubit Mapping[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2024, 60(14):66-73.
- [11] SIRAICHI M Y, SANTOS V F, COLLANGE C, et al. Qubit allocation[C] // *Proceedings of the 2018 International Symposium on Code Generation and Optimization*. 2018:113-125.
- [12] ZHU P C, WEI L H, FENG S G, et al. Quantum Circuit Mapping for Distributed Superconducting Quantum Computing Architecture[J]. *Journal of Software*, 2025(5).
- [13] LAO L, VAN WEE B, ASHRAF I, et al. Mapping of lattice surgery-based quantum circuits on surface code architectures[J]. *Quantum Science and Technology*, 2018, 4(1):015005.
- [14] ZULEHNER A, PALER A, WILLE R. An efficient methodology for mapping quantum circuits to the IBM QX architectures [J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2018, 38(7):1226-1236.
- [15] STEINBERG M A, FELD S, ALMUDEVER C G, et al. Topological-graph dependencies and scaling properties of a heuristic qubit-assignment algorithm[J]. *IEEE Transactions on Quantum Engineering*, 2022, 3:1-14.
- [16] SÜNKEL L, MARTYNIUK D, MATTERN D, et al. GA4QCO: genetic algorithm for quantum circuit optimization[J]. *arXiv:2302.01303*, 2023.
- [17] LAO L, BROWNE D E. 2qan: A quantum compiler for 2-local qubit hamiltonian simulation algorithms[C] // *Proceedings of the 49th Annual International Symposium on Computer Architecture*. 2022:351-365.
- [18] ZHOU X, LI S, FENG Y. Quantum circuit transformation based on simulated annealing and heuristic search[J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2020, 39(12):4683-4694.
- [19] MURALI P, BAKER J M, JAVADI-ABHARI A, et al. Noise-adaptive compiler mappings for noisy intermediate-scale quantum computers[C] // *Proceedings of the Twenty-fourth International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems*. 2019:1015-1029.
- [20] DENG H, ZHANG Y, LI Q. Codar: A contextual duration-aware qubit mapping for various nisq devices[C] // *2020 57th ACM/IEEE Design Automation Conference (DAC)*. IEEE, 2020:1-6.
- [21] ZHANG H Y, SHANG T, LIU J W. SWAP-Based Prospective Heuristic Quantum Circuit Mapping Algorithm[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2023, 52(4):489-497.
- [22] SIVARAJAH S, DILKES S, COWTAN A, et al. t|ket>: a retargetable compiler for NISQ devices[J]. *Quantum Science and Technology*, 2020, 6(1):014003.
- [23] NEHA K. Quantum programming: working with IBM'S qiskit tool[J]. *The Scientific Temper*, 2023, 14(1):93-99.



LI Hui, born in 1985, Ph.D, professor, is a member of CCF (No. K9013M). His main research interests include quantum computing, quantum information processing, etc.



LIU Shujuan, born in 1994, postgraduate. Her main research interest is quantum computing.

(责任编辑:柯颖)