

基于离散 Hermite 多项式的图像压缩

肖 斌¹ 陆 刚¹ 王国胤¹ 马建峰²

(重庆邮电大学计算机科学与技术学院 重庆 400065)¹ (西安电子科技大学计算机学院 西安 710071)²

摘 要 图像压缩编码能有效地减少图像像素间的信息冗余,并同时保证图像重构质量和较低的计算复杂度。基于变换域的图像压缩编码是目前最常用且性能最优的压缩技术之一,但基于离散正交多项式变换的图像压缩方法还未被深入研究。在研究 JPEG 的编码解码流程基础上,提出基于离散 Hermite 多项式的图像压缩算法,通过变换核的信息熵与 DCT 变换核的信息熵比值确定量化表,最后对量化结果进行熵编码,最终实现了基于离散 Hermite 多项式的图像压缩和重建全过程。与主流的图像压缩标准 JPEG 进行了比较,实验结果表明,两种算法的压缩率相似,性能相近,压缩后图像的 PSNR 相差很小。

关键词 离散埃尔米特变换, JPEG, 图像压缩, 峰值信噪比

中图分类号 TP301.6 **文献标识码** A

Image Compression Based on Discrete Hermite Polynomials

XIAO Bin¹ LU Gang¹ WANG Guo-yin¹ MA Jian-feng²

(School of Computer Science and Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)¹

(School of Computer, Xidian University, Xi'an 710071, China)²

Abstract Image compression can effectively decrease information redundancy among image's pixels, and also ensure its reconstruction quality and lower computation complexity. The transform domain image compression coding is the most commonly used and one of the most optimal compression technology, but the image compression methods based on discrete orthogonal polynomials transform have not yet been deeply studied. Through studying the procedures of encoding and decoding of JPEG, we proposed an image compression algorithm based on discrete Hermite polynomials. Quantization table was determined depending on the ratio of the information entropy of the transform core and that of DCT. At last the results of quantization were encoded by using Huffman entropy coding. We realized the whole process of image compression and reconstruction based on discrete Hermite polynomials. The experimental results show that the algorithms are of similar compression ratio, share similar performance and the difference in peak signal noise ratio(PSNR) is small compared with the mainstream JPEG image compression standard.

Keywords Discrete hermite transform, JPEG, Image compression, Peak signal noise ratio(PSNR)

1 引言

图像压缩作为数据压缩技术在数字图像上得到广泛应用,是数字图像处理的一个重要的学科分支^[1]。

矩是一种重要的图像处理和分析工具,广泛应用于计算机视觉、模式识别、图像压缩、数字水印和纹理检索等领域。常用的矩有几何矩、复数矩、旋转矩、正交矩等^[2]。而正交矩的变换形式简单,对图像重建容易,且具有最小的冗余信息和对噪声的敏感性,正交矩由于具有以上显著优点,成为图像处理领域的研究热点。

Hermite 多项式是一种经典的正交多项式族。而由 Hermite 多项式发展起来的 Hermite 变换尤其是一维 Hermite 变换在信号分析和处理中应用广泛。例如,一维离散 Hermite 变换(DHT)在医学上的心电图伪迹去除^[3]和心律失常分析^[4]中得到应用,而二维离散 Hermite 变换也在一些图像分

析软件上得到使用,哈勃空间望远镜就使用二维离散 Hermite 变换对拍摄的图像进行分析^[5]。

本文第 2 节具体叙述 Hermite 变换;第 3 节给出基于 DHT 的图像压缩编解码流程;第 4 节从不同角度分析原始图像与重构图像的误差;第 5 节通过仿真实验与 JPEG 图像压缩进行对比,表明了该方法的可行性;最后得出实验结论。

2 Hermite 变换

Hermite 函数是当代分析技术的基础,本节将简要介绍连续 Hermite 函数(CHf)和离散 Hermite 函数(DHf),以及它们的性质。

2.1 连续 Hermite 函数

连续 Hermite 函数定义如下:

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2} \quad (1)$$

本文受国家自然科学基金(61201383),重庆市基础与前沿计划(cstc2013jcyjA40048),重庆邮电大学自然科学基金(2012-80)资助。

肖 斌(1982—),博士,副教授,主要研究方向为图像压缩编码、图像增强与复原、图像分析与识别、信息隐藏, E-mail: xiaobin@cqupt.edu.cn;
陆 刚(1989—),男,硕士生,主要研究方向为图像压缩编码;王国胤(1970—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为计算智能、云计算智能软件与系统、智能信息处理及应用智能化软件。

Hermite 多项式满足以下的递推关系

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x) \quad (2)$$

其中, $H_0=1, H_{-1}=0$ 。连续 Hermite 函数由 $H_n(x)$ 对应的标准化高斯函数来定义, 特别地, 当 $n \geq 0$ 时, 有

$$h(x) = \frac{1}{\pi^{1/4} \sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{x^2}{2}} H_n(x) \quad (3)$$

2.2 离散 Hermite 函数

离散 Hermite 函数(DHF)和连续 Hermite 函数有着类似的性质。离散 Hermite 函数也是中心傅立叶矩阵的特征向量

$$F_c(h_k) = -i^k h_k \quad (4)$$

其中, $k \geq 0, F_c$ 是中心傅立叶矩阵, h_k 是第 $k+1$ 个特征向量。离散 Hermite 函数是一个相关对称三对角矩阵的特征向量, 因此它们组成了一个特征向量的正交集。对于长度为 N 的向量 x , 有

$$x[n] = \sum_{k=0}^{N-1} c_k h_k[n] \quad (5)$$

其中, $0 \leq n \leq N-1$ 。

2.3 二维离散 Hermite 变换

二维离散 Hermite 变换可用于图像处理。Hermite 多项式可以乘以高斯窗函数, 类似于二维离散 Hermite 变换:

$$u_{n-m,m}((x,y),\sigma) = g_{n-m}\left(-\frac{x}{\sigma}\right) g_m\left(-\frac{y}{\sigma}\right) \cdot \omega^2((x,y),\sigma) \quad (6)$$

$$g_n = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(x) \quad (7)$$

其中, (x,y) 表示二维坐标, $H_n(x)$ 表示 n 阶 Hermite 多项式。此外, 高斯窗函数定义如下

$$\omega((x,y),\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (8)$$

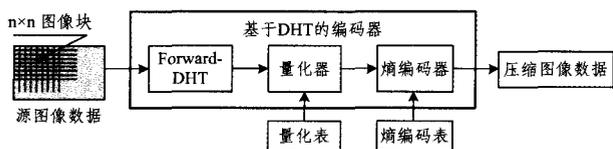
其中, σ 表示高斯标准差。由上面的公式可以推导出输入信号的二维表示 $f(x,y)$:

$$f(x,y) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} c_{ij}(\sigma) \cdot u_{ij}((x,y),\sigma) \quad (9)$$

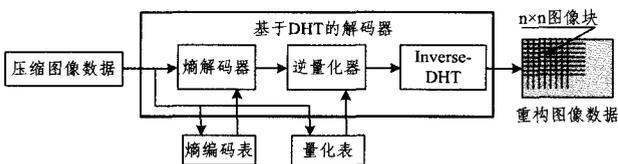
其中, $c_{ij}(\sigma)$ 表示 Hermite 系数。

3 图像压缩编解码流程

JPEG 是广泛应用的一种标准有损图像压缩方法。本文将借鉴 JPEG 编码和解码的具体流程, 来实现基于离散 Hermite 变换(DHT)的数字图像压缩, DHT 的编解码流程如图 1 所示。



(a) 基于离散正交多项式的图像压缩算法框图



(b) 基于离散正交多项式的图像解压缩算法框图

图 1 基于 DHT 的图像压缩编解码流程

3.1 色彩空间转换

人类的视觉对于图像亮度的敏感程度大于色彩变化, 所

以在编码过程中可以利用这个特性对图像进行更加有效的压缩。

3.2 色度抽样

色度抽样也称为缩减采样, 即减少 U 和 V 的成分。因为人类视觉的特点, 减少对 U 和 V 的采样, 在肉眼下几乎没有差别。目前色度抽样的比例主要有 $4:4:4, 4:2:2, 4:1:1$ 以及最普遍的 $4:2:0$ 4 种, 本文使用 $4:2:0$ 的色度抽样比例。

3.3 离散 Hermite 变换

对经过抽样后的 YUV 分别处理, 划分成一个个独立的 8×8 的矩阵, 然后对子矩阵进行二维离散 Hermite 变换, 把矩阵元素从空间域转换到变换域。

3.4 量化

量化是造成图像质量下降的重要原因。量化后其左上角元素称为直流(DC)系数, 块间系数相差不大, 其余系数称为交流(AC)系数, 且大部分系数为 0。

根据图像的信息熵, 确定基于 DHT 的亮度和色度量化表, p_i 表示图像中灰度值为 i 的像素占全部像素的比例, 信息熵定义为:

$$H = - \sum_{i=0}^{255} p_i \cdot \log_2 p_i \quad (10)$$

基于 DHT 的图像压缩的量化表计算公式如下:

$$DHT_QT = \text{ceil}(DCT_QT \cdot \frac{H_{DHT}}{H_{DCT}}) \quad (11)$$

其中, DCT_QT 表示 JPEG 的标准量化表, H_{DCT} 表示 DCT 基函数的信息熵。基于 DHT 的亮度和色度量化表如表 1 和表 2 所列。

表 1 亮度量化表

16	11	10	14	36	40	51	61
12	12	15	19	38	65	64	53
14	14	21	25	64	67	89	56
13	17	23	25	68	92	80	62
27	32	59	75	153	161	155	109
24	40	65	68	119	104	125	101
49	69	101	87	155	134	129	99
72	88	95	98	158	110	101	93

表 2 色度量化表

17	18	24	42	149	99	99	99
18	21	28	64	143	111	106	95
24	28	72	100	157	117	128	99
42	64	100	83	132	104	99	99
149	143	157	132	223	146	149	140
99	111	117	104	146	99	109	109
99	106	128	99	149	109	107	97
99	95	99	99	140	109	97	93

3.5 熵编码

首先将系数矩阵以 Z 字形(zigzag)排列, 把相似频率群聚在一起。根据 DC 系数和 AC 系数的特点, 对 DC 系数采用差分编码(DPCM), 对 AC 系数采用行程长度编码(RLE)。

3.6 图像解码

对上述步骤进行反向操作, 即可实现解码操作。

4 误差分析

为了使误差具体化, 下面将使用一些数学计算方法对误差进行表示。

全局偏差: 最基本的误差计算, 即全部像素误差绝对值的平均数。

均方差(MSE): 因为其悠久的历史和简便的计算, 均方

(下转第 154 页)

Parzen 算法的基础上,通过 KSW 和形态学处理等方法剔除 SAR 图像中的目标像素点,将剔除目标像素点后的背景图像用于估计杂波概率密度函数,再利用杂波概率密度函数与虚警概率的关系确定检测门限,进而完成 SAR 图像舰船目标的检测。通过实测 SAR 图像的实验结果可以看出,改进的 Parzen 窗的估计算法能较好地拟合杂波的分布模型,对于估计复杂海面环境的杂波概率密度函数具有实用性和通用性。并且,改进后的算法由于消除了目标像素点的影响减少了漏检数量,检测性能优于传统的双参数 CFAR 算法和全局的 Parzen 算法。

参 考 文 献

[1] Wang Yun-hua, Liu Xiao-yan, Li Hui-min, et al. Targets detecting in the ocean using the cross-polarized channels of fully polarimetric SAR data[J]. Acta Oceanologica Sinica, 2015, 34(1): 85-93

[2] Novak L M, Halversen S D, Owirka G J, et al. Effects of polarization and Resolution on SAR ATR[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1997, 33(1): 102-115

[3] Maurizio B, Carmela G. CFAR detection of extended objects in high-resolution SAR images[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(4): 833-843

[4] Magraner E, Bertaux N, Refregier P. Detection in Gamma-distributed nonhomogeneous background[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 2010, 46(3): 1127-1139

[5] Makhoul E, Zhan Yu, Broquetas A, et al. Sea clutter statistical characterization using TerraSAR-X data[C]//2014 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). 2014: 5130-5133

[6] Gao Gui. A Parzen-window-kernel-based CFAR algorithm for ship detection in SAR images[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2011, 8(3): 557-561

[7] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A new method for gray level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. Computer Vision, Graphics and Image Process, 1985, 29(3): 273-285

[8] 张宏稷, 杨健, 李延, 等. 基于条件熵和 Parzen 窗的极化 SAR 舰船检测[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2012, 52(12): 1693-1697

[9] Silverman B W. Density estimation for statistics and data analysis[M]. Chapman & Hall, London, 1986: 84-87

[10] 林旭, 洪峻, 孙显, 等. 一种基于自适应背景杂波模型的宽幅 SAR 图像 CFAR 舰船检测算法[J]. 遥感技术与应用, 2014, 29(1): 75-81

(上接第 141 页)

差在信号完整性上应用十分广泛。

峰值信噪比(PSNR): PSNR 是图像压缩最常用的评价指标。但它只是基于原始图像和重建图像的整体误差统计,而无法表示误差的分布情况。

结构相似性(SSIM)^[6,7]: 一种用于衡量两幅图像相似程度的指标。结构相似性在图像质量的衡量上更能符合人眼对图像质量的判断。

5 与离散余弦变换(DCT)比较

本文选取了 Columbia University Multispectral Image Database^[8]中 32 张不同类型图片,均为 512×512×3 的 RGB 图片。对 DHT 和 DCT 的压缩效果进行比较,其中色度抽样比例均为 4:2:0。

表 3 DHT 与 DCT 比较(n=32)

	DHT	DCT
压缩率	50.2043	50.1706
全局偏差	1.6082	1.5716
MSE	10.9737	10.6252
PSNR	38.4618	38.5947
最大偏差	77.0000	76.2188
SSIM	0.9474	0.9496

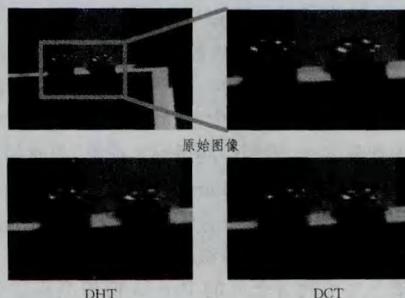


图 2 DHT 与 DCT 比较(n=32)

对比表 3 的数据和图 2 的实际效果可以看出,在使用不同量化表的前提下,针对该测试图集,DHT 和 DCT 的压缩效果相差很小。

结束语 本文实现了利用离散 Hermite 变换进行图像压缩及重建。近年来,离散正交矩阵已经广泛应用于图像压缩,离散 Hermite 变换在矩阵上也得到了实现,本文的测试结果能体现出离散 Hermite 变换在图像压缩上与 JPEG 有相似的效果。

参 考 文 献

[1] Rabbani M, Jones P W. Digital Image Compression Techniques [J]. SPIE Press Book, 1991

[2] Flusser J, Zitova B, Suk T. Moments and moment invariants in pattern recognition[M]. John Wiley & Sons, 2009

[3] Mahadevan A, Acharya S, Sheffer D B, et al. Ballistocardiogram artifact removal in EEG-fMRI signals using discrete Hermite transforms[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2008, 2(6): 839-853

[4] Anichi M. Real time detection of ischemic changes in heart rhythm [D]. The University of Akron, 2010

[5] Refregier A. Shapelets-i, a method for image analysis [J]. Mon. Not R. Astronomy Society, 2003, 338, 35-47

[6] Wang Zhou, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612

[7] Wang Zhou, Bovik A C. Mean squared error: Love it or leave it? A new look at signal fidelity measures [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2009, 26(1): 98-117

[8] Columbia University Multispectral Image Database [DB/OL]. <http://www.cs.columbia.edu/CAVE/databases/multispectral>