

求解车辆路径问题的改进伊藤算法

王浩光 余世明

(浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023)

摘要 针对车辆路径问题中选取客户节点易陷入局部最优的缺点,引入节约法并结合路径权重和距离启发因子来改进选取客户节点的决策规则。根据粒子实际运动过程的特点和伊藤算法在迭代过程中逐步收敛的特性,结合算法的波动算子和漂移算子设计了对路径权重的更新规则,提升了算法的收敛速度。通过增大波动系数和提高环境温度来应对伊藤算法迭代过程中出现的搜索停滞、局部最优现象。引入2-opt局部优化算法来优化当前迭代取得的最优解。实验结果表明,改进后的伊藤算法有效地加快了收敛速度,提高了搜索全局最优解的能力。

关键词 路径权重,收敛速度,局部最优,2-opt

中图分类号 TP301 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.9.049

Improved ITO Algorithm for Solving VRP

WANG Hao-guang YU Shi-ming

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract In order to avoid local optimum for selecting client node in VRP, this paper introduced saving method combined with the path weight value and the distance heuristic factor to improve the decision rule of selecting client node. According to the characteristics of the actual process of particle motion and the gradual convergence characteristics of ITO algorithm in the iterative procedure, combining drifting operator and fluctuation operator, this paper proposed the path weight value update rule to enhance the convergence rate of the algorithm. By increasing fluctuation coefficient and raising the ambient temperature, local optimum is skipped and search stagnating is avoided. The local optimization algorithm named 2-opt was introduced to further optimize the current generating best solution. Experimental result shows that the improved ITO algorithm effectively promotes the convergence rate and the ability of searching the global optimal solution.

Keywords Path weight value, Convergence rate, Local optimum, 2-opt

1 引言

车辆路径问题^[1] (Vehicle Routing Problem, VRP)最早由学者 Dantzig 和 Ramser 于 1959 年提出,一般可定义为在满足一定约束条件下(车辆容量限制、货物需求量、交发货时间等),在一系列供货点与需求点之间组织合适的行车路线,使得运行成本达到最低。VRP 被提出后一直是运筹学和组合优化领域的研究热点^[2],国内外学者提出了一系列算法用于 VRP 的求解。文献^[3]提出了一种新的路径合并方式和路径长度节约值计算公式,通过在迭代过程中动态计算路径节约值的方式来改进经典节约法以求解 VRP,提升了原有算法的性能。文献^[4]结合人工鱼群算法的仿生学原理和元胞自动机的演化机制设计了元胞鱼群算法,求解带时间窗可回程取货 VRP,改善了对解空间的搜索性能。文献^[5]提出了种群搜索采用遗传算法进化模式,局部搜索采用禁忌搜索机制,并结合可行邻域结构的文化基因算法求解带时间窗的 VRP,提高了搜索效率。文献^[6]提出了一种改进蚂蚁初始位置、改进

信息素更新方式和局部搜索算法的蚁群算法来求解带容量约束的车辆路径问题,取得了较好的结果。

伊藤算法^[7-10] (ITO Algorithm, ITO)是董文永教授等人提出的基于随机过程的伊藤过程,即通过模仿粒子系统中的粒子相互碰撞与作用的动力学规律来进行算法设计与问题求解,从微观的角度来分析粒子的运动规律,然后通过抽象及模拟的方法提出的新算法。目前伊藤算法已经在求解组合优化、函数优化、系统辨识、时间序列建模等问题中取得了较好的效果。文献^[11]从理论上分析了伊藤算法的收敛性和收敛速度,并建立了求解组合优化问题的一般模型。文献^[12]结合漂移过程和波动过程更新路径权重,引入蚁群算法对客户节点的选取规则,将改进后的伊藤算法用于求解 VRP。

本文改进了伊藤算法对客户节点进行漂移和波动的决策规则,设计了算法中路径权重的更新规则,通过增大波动系数和提高环境温度,应对算法在迭代一定次数后出现的搜索停滞现象,引入2-opt局部优化算法,改善了算法的寻优能力和收敛速度。最后通过仿真测试表明,与现有算法相比,改进后

到稿日期:2014-09-16 返修日期:2014-12-16

王浩光(1990-),男,硕士生,主要研究方向为智能启发式算法及嵌入式系统, E-mail: 418053727@qq.com;余世明(1962-),男,博士,教授,硕士生导师,主要研究方向为模型预测控制、大系统建模与优化、数字控制理论及其在机电一体化系统中的应用。

的伊藤算法有效加快了收敛速度,提高了搜索全局最优解的能力。

2 VRP 数学模型

VRP 根据货物、车辆、物流中心、顾客、运输网络、约束条件和目标函数等构成要素的不同分为不同的种类。本文研究的 VRP 是针对单车型、单物流中心、无时间要求的静态车辆路径问题。设配送中心有 K 辆同一车型的车,每辆车的额定载重量为 Q ,车辆在运输过程中不得超重,每个客户只被一辆车访问一次,车辆完成配送任务后必须返回配送中心。假设当前有 V 个客户节点需要配送服务,每个客户的货物需求量为 $q_i (i=1,2,\dots,V)$,配送中心的编号为 0,配送中心到客户 j 的距离为客户 d_{0j} ,客户 i 到 j 之间的距离为 $d_{ij} (i,j=1,2,\dots,V)$,客户 C_{ki} 表示它在车辆 k 的配送路径中顺序为 i , N_k 表示车辆 k 服务的客户数量,下面以配送路径最短为目标函数建立数学模型:

$$\min Z = \sum_{k=1}^K \left[\sum_{i=1}^{N_k} d_{C_{k(i-1)} C_{ki}} + d_{C_{kN_k} 0} \right] \quad (1)$$

$$\text{s. t. } \sum_{i=1}^{N_k} q_{C_{ki}} \leq Q \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^K N_k = V \quad (3)$$

$$N_k > 0 \quad (4)$$

$$R_k = \{C_{ki} | C_{ki} \in \{1,2,\dots,V\}\} \quad (5)$$

$$R_{k_1} \cap R_{k_2} = \emptyset, \forall k_1 \neq k_2 \quad (6)$$

上述模型中,式(1)为目标函数,表示所有车辆完成配送任务的路径总长度;式(2)保证每辆车在配送过程中不超载;式(3)表示所有客户节点都必须被访问;式(4)表示车辆 k 为客户提供了配送服务;式(5)表示车辆 k 访问的客户节点;式(6)表示每个客户节点只能由一台车辆配送。

3 求解 VRP 的基本伊藤算法

伊藤过程是带趋势项的维纳过程,伊藤算法是基于伊藤过程,将粒子系统所在空间映射为优化问题的搜索空间,模拟粒子相互碰撞与作用的动力学规律而设计的启发式算法。在求解车辆路径问题中,算法将车辆访问客户节点的过程映射为粒子的运动过程。初始时刻,每个粒子根据路径初始权重,按式(7)求得向下一个可选客户节点转移的概率,采用轮盘赌的方式,先后进行漂移和波动到达下一个客户节点;完成所有目标节点的访问后,算法更新全部粒子的半径和环境温度,漂移和波动过程分别按照不同的规则更新路径权重,选出本次迭代粒子群中的最优路径,若当前最优路径优于全局最优路径,则更新全局最优路径,然后进入下一次迭代,直到最优路径在一定代数内没有更新或者迭代达到最大次数。

3.1 漂移和波动过程

伊藤算法中的粒子运动由漂移过程和波动过程组成,漂移在宏观上决定粒子向吸引元方向(最优路径)移动,体现算法的向优性;波动是粒子在邻域内局部扰动,体现算法的探索能力。粒子向下一个客户节点转移先由漂移过程按漂移算子设定的路径权重,按式(7)求得向每个可选节点的转移概率,再采用轮盘赌策略选择完成。粒子完成漂移后,按波动算子更新路径权重,采用同样的方式进行波动,由此完成节点间的转移。

$$p^m(i,j) = \begin{cases} \frac{[\tau(i,j)]}{\sum_{l \in \text{tabu}_m} [\tau(i,l)]}, & i \in \text{tabu}_m \cap j \notin \text{tabu}_m \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (7)$$

其中, tabu_m 是用于存储粒子 m 已经访问过的客户节点的禁忌表, $\tau(i,j)$ 表示算法中由漂移算子或者波动算子设定的客户节点之间的权重, l 表示待访问的客户节点。

3.2 路径权重的更新规则

在求解 VRP 时,漂移过程映射到对路径权重的更新规则如式(8)所示,其中 $e(i,j)$ 表示客户 i 与 j 之间的路径段, σ 表示当前粒子上一次迭代的路径, σ' 表示最优路径, μ 表示漂移算子强度。

$$\tau_\mu(i,j) = \begin{cases} 1, & \text{if } e(i,j) \in \sigma \cap e(i,j) \in \sigma' \\ \mu, & \text{if } e(i,j) \in \sigma' \\ 1-\mu, & \text{if } e(i,j) \in \sigma \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (8)$$

波动过程映射到对路径权重的更新规则如式(9)所示,式中 ρ 表示波动算子强度, n 表示波动过程可选节点的个数。

$$\tau_\rho(i,j) = \begin{cases} 1-\rho, & \text{if } e(i,j) \in \sigma \\ \rho/(n-1), & \text{else} \end{cases} \quad (9)$$

3.3 漂移算子与波动算子的设计

漂移和波动的剧烈程度由环境温度和粒子半径共同决定,由这两个因子映射到算法中求取漂移算子和波动算子的函数表达式如下:

$$\rho = \mu = \omega_{\min} + f_1(r) \cdot f_2(t) \cdot (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \quad (10)$$

其中, $f_1(r) = \frac{e^{-\lambda r} - e^{-\lambda r_{\max}}}{e^{-\lambda r_{\min}} - e^{-\lambda r_{\max}}}$ 表示粒子半径对漂移和波动算子影响的大小, λ 为常数, r 表示粒子半径。 $f_2(t) = \exp(-1/t)$ 表示环境温度对漂移和波动算子影响的大小, t 表示环境温度。式(10)中, ω_{\max} 表示最大波动(漂移)强度, ω_{\min} 表示最小波动(漂移)强度,一般取 $\omega_{\min} = 1 - \omega_{\max}$,本文取 $\omega_{\max} = 1, \omega_{\min} = 0$ 。

3.4 粒子半径的设计

算法中粒子半径的设计规则遵从布朗运动的运动规律,半径越小,粒子运动越剧烈,映射到漂移算子和波动算子的值也越大,有利于大范围搜索全局最优解。为保持算法后期的搜索能力,同时考虑到 VRP 的目标函数一般为运输成本的极小值问题,将设计粒子根据目标函数值的大小进行排序,按式(11)根据排列号求取半径。

$$r = r_{\max} - \frac{r_{\max} - r_{\min}}{L-1} \times (L_i - 1) \quad (11)$$

式中, L 为粒子个数, L_i 为排列号,通常取 $r_{\min} = 0, r_{\max} = 1$ 。

3.5 环境温度的设计

算法中环境温度的设计规则也遵从布朗运动的运动规律,环境温度越高,粒子运动越剧烈,映射到算法中的漂移和波动过程也越剧烈。伊藤算法的温度变化过程采用模拟退火算法中的设计方法,通过冷却进度表控制温度,经过一定次数的迭代退火后,控制算法收敛。退火过程如下:

$$t = \text{itmp} \times \text{aspeed} \quad (12)$$

其中, itmp 表示初始温度, aspeed 表示退火速度。

4 求解 VRP 的改进伊藤算法

4.1 路径权重更新策略的改进

基本伊藤算法中的粒子在搜索路径过程中的波动与漂移

过程单独进行,不符合实际伊藤过程波动和漂移同时进行的运动规律,而且增加了算法的复杂度。现有文献提出的结合波动与漂移过程更新路径权重的方法不能体现出粒子搜索一定代数后的收敛特性。本文结合波动和漂移过程,根据粒子搜索过程中目标函数值逐步优化、粒子半径增大、波动和漂移算子减小的特点设计了路径权重的更新方法如下:

$$\tau(i,j) = \begin{cases} 2-\mu-\rho, & \text{if } e(i,j) \in \sigma \\ 2-\rho, & \text{if } e(i,j) \in \sigma \cap e(i,j) \in \sigma' \\ \mu+\rho, & \text{if } e(i,j) \in \sigma' \\ \rho, & \text{else} \end{cases} \quad (13)$$

其中, μ 为漂移算子强度, ρ 为波动算子强度, σ 为当前粒子上一次迭代的路径, σ' 为粒子吸引元路径即当前最优路径, $e(i,j)$ 为客户节点*i*与*j*之间的路径段。

4.2 路径选择策略的改进

基本伊藤算法中粒子根据路径权重选择客户节点,由于初始时刻路径权重全部相同,搜索具有盲目性,算法收敛速度过慢。文献[12]提出的距离启发因子 $\eta(i,j) = 1/d_{ij}$ 结合路径权重对路径选择策略的改进具有片面性,容易诱导算法因贪图选择下一个最短节点陷入局部最优。本文从全局角度出发,结合节约法,按式 $\varphi(i,j) = d_{oi} + d_{oj} - d_{ij}$ 构造路径里程节约表,结合路径权重和距离启发因子设计路径选择策略如下:

$$p^m(i,j) = \begin{cases} \frac{[\tau(i,j)]^\alpha [\eta(i,j)]^\beta [\varphi(i,j)]^\gamma}{\sum_{l \in tabu_m} [\tau(i,l)]^\alpha [\eta(i,l)]^\beta [\varphi(i,l)]^\gamma}, & i \in tabu_m \cap j \notin tabu_m \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\tau(i,j)$ 表示客户节点*i,j*之间的路径权重, $tabu_m$ 是存储粒子*m*已经访问过的客户节点的禁忌表, l 表示待访问的客户节点, α 为路径权重对客户节点选择的影响因子, β 为距离启发因子对客户节点选择的影响因子, γ 为路径节约长度对客户节点选择的影响因子。

4.3 搜索停滞现象的改进

伊藤算法在迭代过程中有可能出现搜索停滞,陷入局部最优。本文提出的改进伊藤算法在搜索进入停滞状态达到一定代数后,通过提高环境温度和增大波动算子系数,提升漂移和波动的强度,使得路径权重在全局范围内合理分布,不再集中于某条路径,有效提升了算法结束停滞状态、搜索全局最优解的能力。其中波动系数的调整方法如式(15)所示,环境温度的调整方法如式(16)所示。

$$wave_coe = wave_coe \times inc_wave \quad (15)$$

$$cur_tmp = cur_tmp \times inc_tmp \quad (16)$$

其中, $wave_coe$ 为波动系数, inc_wave 为波动系数增大倍数, cur_tmp 为当前温度, inc_tmp 为温度增大倍数。

4.4 引入 2-opt 局部优化算法

为进一步加快伊藤算法的收敛速度,提高搜索全局最优解的能力,本文引入 2-opt 局部优化算法对每次迭代取得的最优解进行优化。算法以遍历的方式调换路径中任意两个节点的位置,每次调换后得到一条新路径,判断此路径长度是否优于全局最优路径,若是,则用此路径更新全局最优路径。

4.5 改进伊藤算法求解 VRP 流程

改进伊藤算法求解 VRP 的流程如图 1 所示。

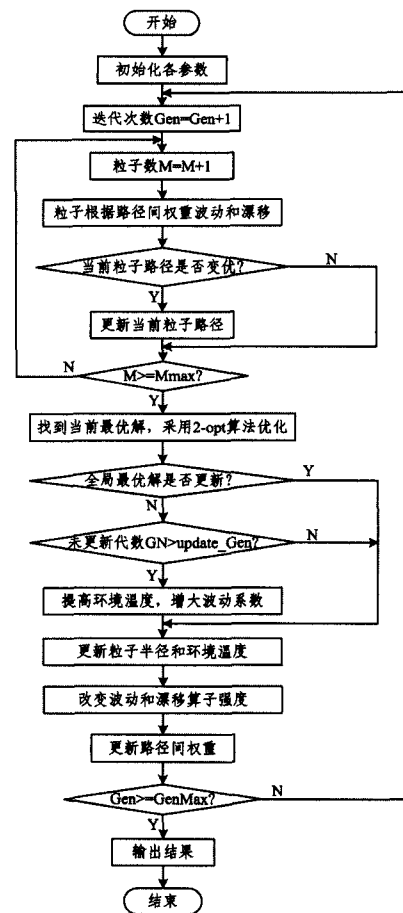


图 1 改进伊藤算法求解 VRP 的流程

5 仿真结果分析

为了验证本文提出的改进伊藤算法的有效性,选用标准测试库 Augerat et al. Set A 中的 A-n32-k5 测试算例,在 Matlab7.0 环境下进行仿真测试。设置算法的参数如下:车辆额定载重量 $Q=100$,算法最大迭代次数 $GenMax=200$,种群中粒子个数 $M=50$,路径初始权重 $\tau(i,j)=1$,路径权重的影响因子 $\alpha=5$,距离影响因子 $\beta=3$,路径里程节约影响因子 $\gamma=3$,初始粒子半径 $r=0$,初始环境温度 $itmp=8000$,退火速度 $aspeed=0.95$,每一温度迭代长度 $pert_Gen=4$,环境温度增大倍数 $inc_tmp=2$,最优路径最大未更新代数 $update_Gen=100$,波动系数 $wave_coe=1$,波动系数增大倍数 $inc_wave=1.1$,漂移系数 $exc_coe=1$ 。

标准 VRP 测试算例 A-n32-k5 包含 1 个仓库节点,31 个客户节点,采用 5 个车队完成配送任务,经过多次运行测试,算法得到的最优路径长度为 807.8930,仿真路径规划如图 2 所示。

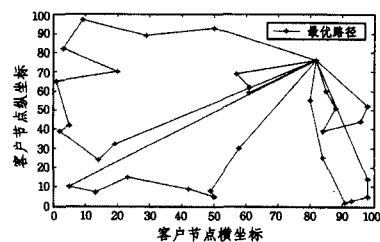


图 2 最优路径仿真图

算法的收敛曲线如图 3 所示,虚线段表示算法各代路径

的平均长度,实线段表示各代最优路径的长度。从图中可以看出,算法在迭代不到 110 次时就得到了最优解,相比文献[12]中迭代到 370 代时才得到最优解,极大地提高了伊藤算法的收敛速度,同时算法得到的最优解也优于文献[12]。

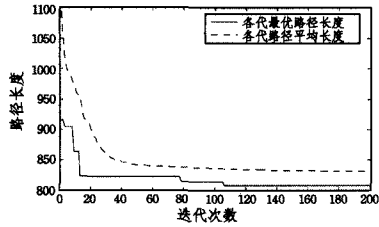


图3 算法全局收敛速度

目前求解 VRP 的典型群智能算法有模拟蚂蚁觅食过程的蚁群算法(MMAS)、模拟简单社会系统的粒子群算法(PSO)以及模拟鱼群觅食、聚群行为的人工鱼群算法(AFSA)。下面将本文提出的改进伊藤算法与这几种算法作对比。本文编码实现了最大最小蚁群算法并进行了测试,选取的算法参数如下:蚂蚁个数 $m_1 = 50$,信息素浓度对节点选取的影响因子 $\alpha_1 = 5$,节点间距离对节点选取的影响因子 $\beta_1 = 3$,信息素浓度范围设置为 $\tau_{\max} = 10$, $\tau_{\min} = 0.01$,信息素的挥发速度 $\lambda_1 = 0.05$ 。其中粒子群算法和人工鱼群算法的实验数据来自文献[13]。

本文按 VRP 的复杂度梯度选取了标准测试库 Augerat et al. Set A 中的 10 个测试实例(A-n32-k5, A-n33-k5, A-n34-k5, A-n39-k5, A-n44-k6, A-n46-k7, A-n54-k7, A-n60-k9, A-n69-k9, A-n80-k10)进行测试,4 个算法随机运行 10 次,得出的最优解和平均解如图 4 和图 5 所示。

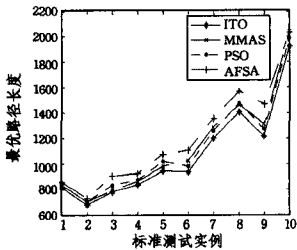


图4 各算法得出的最优解

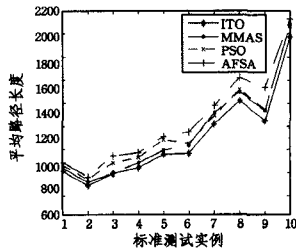


图5 各算法得出的平均解

从图 4 和图 5 可以看出,改进后的伊藤算法在相同迭代次数、相同种群规模 and 不同 VRP 复杂度的条件下取得的全局最优解和平均解都优于最大最小蚁群算法(MMAS)、粒子群算法(PSO)和人工鱼群算法(AFSA)。

结束语 本文针对典型的车辆路径问题在已有文献的基础上,通过分析粒子运动的特点和伊藤算法在迭代过程中的特性,结合现有算法提出了改进伊藤算法。经过理论分析和多次实验选取了较优的参数配置,通过对标准 VRP 测试库的实例进行测试,并与其他群智能算法进行比较,结果表明改进后的伊藤算法有效提升了搜索全局最优解的能力。今后的研究方向是进一步提升伊藤算法的性能并将其应用于更加复杂的 VRP 中。

参考文献

[1] Dantzig G B, Ramser J H. The truck dispatching problem[J]. Management science, 1959, 6(1): 80-91
 [2] 陈森,姜江,陈英武,等. 一类非确定性车辆路径问题模型及其算法设计[J]. 计算机工程, 2011, 37(14): 186-188

Chen Sen, Jiang Jiang, Chen Ying-wu, et al. A Class of Non-deterministic Vehicle Routing Problem Model and Its Algorithm Design[J]. Computer Engineering, 2011, 37(14): 186-188
 [3] Stanojevi M, Stanojevi B, Vujoevi M. Enhanced savings calculation and its applications for solving capacitated vehicle routing problem[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 219(20): 10302-10312
 [4] 柳毅,沈勤. 带时间窗可回程取货车辆路径问题的元胞鱼群算法[J]. 系统管理学报, 2011, 20(6): 739-743
 Liu Yi, Shen Qin. The CA-AFSA Algorithm for Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows[J]. Journal of Systems & Management, 2011, 20(6): 739-743
 [5] 王君,李波. 带时间窗车辆路径问题的文化基因算法[J]. 计算机工程与应用, 2012, 48(7): 26-29
 Wang Jun, Li Bo. Memetic algorithm for vehicle routing problem with time windows[J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(7): 26-29
 [6] 王沛栋,唐功友,李扬. 带容量约束车辆路由问题的改进蚁群算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(11): 1633-1638
 Wang Pei-dong, Tang Gong-you, Li Yang. Improved ant colony algorithm for capacitated vehicle routing problems[J]. Control and Decision, 2012, 27(11): 1633-1638
 [7] Dong Wen-yong, Zhang Deng-yi, Zhong Wei-cheng. The Simulation Optimization Algorithm Based on the Ito Process[C]//Proceedings of the 2007 International Conference on Intelligent Computing. Qingdao, China, Berlin Heidelberg: Springer, 2007: 115-124
 [8] Dong Wen-yong, Lei Ming, Yu Rui-guo. A New Evolutionary Algorithms for Global Numerical Optimization Based on ITO Process[C]// Proceedings of the 5th International Symposium on Intelligence Computation and Application. Wuhan, China, Berlin Heidelberg: Springer, 2010: 57-67
 [9] Dong Wen-yong, Yu Rui-guo, Lei Ming. Merging the Ranking and Selection into ITO Algorithm for Simulation Optimization [C]//Proceedings of the 5th International Symposium on Intelligence Computation and Application. Wuhan, China, Berlin Heidelberg: Springer, 2010: 87-96
 [10] Dong Wen-yong, Zhang Deng-yi, Li Yuan-xiang. The Multi-Objective ITO Algorithms[C]// Proceedings of the 2nd International Symposium on Intelligence Computation and Application. Wuhan, China, Berlin Heidelberg: Springer, 2007: 53-61
 [11] 董文永,张文生,于瑞国. 求解组合优化问题伊藤算法的收敛性和期望收敛速度分析[J]. 计算机学报, 2011, 34(4): 636-646
 Dong Wen-yong, Zhang Wen-sheng, Yu Rui-guo. Convergence and Runtime Analysis of ITO Algorithm for One Class of Combinatorial Optimization[J]. Chinese Journal of Computers, 2011, 34(4): 636-646
 [12] 易云飞,蔡永乐,董文永,等. 求解带容量约束的车辆路径问题的改进伊藤算法[J]. 计算机科学, 2013, 40(5): 213-216
 Yi Yun-fei, Cai Yong-le, Dong Wen-yong, et al. Improved ITO Algorithm for Solving the CVRP[J]. Computer Science, 2013, 40(5): 213-216
 [13] 吴斌. 车辆路径问题的粒子群算法研究与应用[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2007
 Wu Bin. Particle Swarm Optimization for Vehicle Routing Problem and its Application[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2007