

广义模糊集 GFScom 在模糊综合评判中的应用

张胜礼^{1,2} 李永明¹

(陕西师范大学计算机科学学院 西安 710119)¹ (兴义民族师范学院信息技术学院 兴义 562400)²

摘 要 针对 FScOm 在刻画模糊性知识及其 3 种不同否定关系上的一些不足,提出了广义模糊集 GFScom,它从哲学层面上更好地刻画了模糊性知识及其 3 种不同否定之间的关系。在此基础上,给出了基于 GFScom 的模糊综合评判方法。应用示例表明,GFScom 对 3 种否定的处理不仅使模糊评判的计算更加简便,而且合理有效。

关键词 模糊知识,模糊集 FScOm,广义模糊集 GFScom,否定关系,模糊综合评判

中图法分类号 TP301.6 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.7.027

Application of Generalized Fuzzy Sets GFScom to Fuzzy Comprehensive Evaluation

ZHANG Sheng-li^{1,2} LI Yong-ming¹

(School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710119, China)¹

(School of Information Technology, Xingyi Normal University for Nationalities, Xingyi 562400, China)²

Abstract Since there are several shortcomings over sketching the relationships among fuzzy knowledge and its different three sorts of negation in the novel fuzzy sets FScOm given by Pan, the generalized fuzzy set GFScom was proposed, which is well done in describing the above relationships from viewpoint of philosophy. Based on GFScom, this paper presented a novel sort of fuzzy comprehensive evaluation. The demonstration shows that, in terms of processing three kinds of negation, GFScom is not only able to simplify the computing of the fuzzy comprehensive evaluation, but also makes the result reasonable and effective.

Keywords Fuzzy knowledge, Fuzzy sets FScOm, Generalized fuzzy sets GFScom, Negative relationship, Fuzzy comprehensive evaluation

1 引言

对某一事物尤其是模糊性事物做出合理客观的评价,往往需要综合考虑各种因素或者相关的信息。基于模糊矩阵的模糊综合评判一经提出,就得到了广泛的关注,并被广泛应用到自然科学、社会科学以及工农业生产等领域^[1-3]。模糊综合评判是对受多种因素影响的事物做出全面、客观评价的一种十分有效的多因素决策方法。它可以解决因素与结果之间的关系不能用精确的数学模型来描述的很多实际问题,很好地处理多因素中的模糊信息和评价过程中的不确定性。

然而,在知识处理领域,尤其是对模糊知识及其否定知识的认识和处理方面,近年来不少学者提出了需要多种不同否定的思想和方法^[4-12]。潘正华等认为在模糊性知识中存在着 3 种不同的否定关系:矛盾否定关系、对立否定关系和中介否定关系,并为此建立了一种带有矛盾否定、对立否定和中介否定的模糊集 FScOm(Fuzzy Sets with Contradictory negation, Opposite negation and Medium negation)^[10,11]。然而 FScOm 并没有从哲学层面上对模糊性知识中存在的 3 种不同的否定知识的本质特征进行区分和处理,导致 FScOm 存在以下几个

方面的不足:

1) 任给一个模糊子集 A , 它的中介否定集 A^- 是一个非正规模糊子集。因为在 FScOm 中, 可以证明 $\forall x \in U$, 都有 $1 - \lambda \leq A^-(x) \leq \lambda$ (当 $\lambda \in [0.5, 1)$) 或者 $\lambda \leq A^-(x) \leq 1 - \lambda$ (当 $\lambda \in (0, 0.5]$), 这就意味着在论域 U 中不存在任意对象完全属于中介否定集 A^- , 明显与我们的客观思维不符。

2) 对一个模糊子集 A 的矛盾否定集 A^+ 、对立否定集 A^- 和中介否定集 A^- 三者之间的关系的刻画不准确。因为在 FScOm 中有结论“ $A^+ = A^+ \cup A^-$ ”, 据上述 1) 的分析, 可知 $\forall x \in U, A^+(x) = (A^+ \cup A^-)(x) = \max(A^+(x), A^-(x)) \geq A^-(x) > 0$ 。这就是说, 即使有一个对象 $x \in U$ 对模糊子集 A 的隶属度为 1, 它也会部分属于其矛盾否定集 A^+ 。

3) 从应用的角度看, FScOm 所定义的 3 种否定算子比较单一, 对于不同的模糊系统, 我们往往需要选择不同的算子, 以便对该模糊系统的否定知识的刻画处理更符合客观实际。但在 FScOm 中, 对否定算子的单一性定义则限制了其实际应用的广泛性。

4) FScOm 中的参数 λ 往往很难确定, 经常需要领域专家给出, 主观性比较强。

到稿日期: 2014-07-01 返修日期: 2014-09-28 本文受国家自然科学基金(11271237), 贵州省科学技术基金(黔科合 J 字[2012]2324 号)资助。

张胜礼(1982-), 男, 博士生, 副教授, CCF 会员, 主要研究方向为非经典计算理论、非经典逻辑与推理等, E-mail: zsl8203@163.com; 李永明(1966-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非经典计算理论、计算机智能、量子计算与量子信息、模糊系统分析等, E-mail: liyongm@snnu.edu.cn。

针对 FScorn 在刻画模糊性知识及其 3 种不同否定关系上的一些不足,本文提出了广义模糊集 GFScorn,并研究了它的基本性质。在此基础上,本文给出了基于 GFScorn 的模糊综合评判方法。应用示例表明,GFScorn 对 3 种否定的处理不仅使计算更加简便,而且合理有效。

2 一些基本的代数运算及修饰子、修饰词

为了使模糊集合适用于各种不同的模糊现象,必须建立模糊集合的各种不同的运算。模运算是最一般形式的模糊集合运算。

定义 1^[13] 映射 $T:[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ 称为三角模,如果 T 满足如下条件:

- (1) $T(0,0)=0, T(1,1)=1$;
- (2) $a \leq c, b \leq d \Rightarrow T(a,b) \leq T(c,d)$;
- (3) $T(a,b)=T(b,a)$;
- (4) $T(T(a,b),c)=T(a,T(b,c))$ 。

若三角模满足 $T(a,1)=a (\forall a \in [0,1])$,则称 T 为 t -模 (t -norm);若三角模 T 满足 $T(a,0)=a (\forall a \in [0,1])$,则称 T 为 t -余模或 s -模 (s -norm)。

例 1 下面是一些常见的 t -模:

极端积(drastic product):

$$T_0'(a,b) = \begin{cases} a, & b=1 \\ b, & a=1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

取小算子(minimum):

$$T_0(a,b) = a \wedge b = \min\{a,b\}$$

代数积(algebraic product): $T_1(a,b) = ab$

Einstein 积(Einstein product):

$$T_2(a,b) = \frac{ab}{1+(1-a)(1-b)}$$

有界积或 Lukasiewicz 积(Lukasiewicz product):

$$T_\infty(a,b) = \max\{0, a+b-1\}$$

而下面的模则是一些常见的 s -模:

$$S_0'(a,b) = \begin{cases} b, & a=0 \\ a, & b=0 \\ 1, & \text{其他} \end{cases}$$

$$S_0(a,b) = a \vee b = \max\{a,b\}$$

$$S_1(a,b) = a+b-ab$$

$$S_2(a,b) = \frac{a+b}{1+ab}$$

$$S_\infty(a,b) = \min\{1, a+b\}$$

定义 2^[13] 设 $h:[0,1] \rightarrow [0,1]$ 满足

$$(1) h(0)=1, h(1)=0; \quad (\text{正则性})$$

$$(2) \forall a, b \in [0,1], \text{若 } a \leq b, \text{则 } h(b) \leq h(a), \quad (\text{逆序性})$$

则称 h 为伪补。若伪补 h 还满足

$$(3) h(h(a))=a, \forall a \in [0,1], \quad (\text{对合性})$$

则称 h 为补。

例 2 设 $y_p(x) = (1-x^p)^{1/p}, p>0$, 则 y_p 为补, 称为 Yager 补。当 $p=1$ 时, $y_p(x) = 1-x$, 记 $y_p=c$, 即 $c(x) = 1-x$, 称为线性补。

定义 3^[13] (1) 一个连续且严格递增的函数 $f:[0,1] \rightarrow [0,1]$, 若满足 $f(0)=0, f(1)=1$, 则称 f 为修饰子。修饰子若满足 $f(x) \leq x, \forall x \in [0,1]$, 则称 f 为强修饰子。若满足

$f(x) \geq x, \forall x \in [0,1]$, 则称 f 为弱修饰子。若满足 $f(x) + f(1-x) = 1, \forall x \in [0,1]$, 则称 f 为调嫡子。

(2) 一个语言词或修饰词是一个函数, 它修饰一个词或一般地修饰一个模糊集的名称, 若 $f:[0,1] \rightarrow [0,1]$ 是修饰子, 可将 f 扩张为 $f:F(U) \rightarrow F(U); \forall A \in F(U), B=f(A) \in F(U)$ 定义为

$$B(u) = f(A(u)), \forall u \in U$$

这样, 词 A 经修饰词 f 作用后产生一个复合词 $B=f(A)$, 其中 $F(U)$ 表示论域 U 上的模糊子集的全体。

例 3 常用的修饰词是 $f_p(x) = x^p, x \in [0,1], p>0$ 。当 $p>1$ 时, f_p 称为集中算子, 当 $p<1$ 时, f_p 称为分散算子。集中、分散算子分别是强、弱修饰子的特例。 $p=2$ 一般对应修饰词“非常(very)”、“多(much)”, $p=4$ 对应“极(extremely)”, $p=1.25$ 对应“相当(quite)”, $p=0.75$ 对应“比较”, $p=0.5$ 对应“略”, $p=0.25$ 对应“微”等。

3 广义模糊集 GFScorn

3.1 GFScorn 的定义

定义 4 称形如 $[a,b], (a,b], [a,b), (a,b)$ 或 $\{a=x_1 < x_2 < \dots < x_n=b\}$ 为一有限数值区域, 记作 D , 其中 $a, b \in \mathbb{R}$, 并分别称为 D 的左端点、右端点。

定义 5 任给一论域 U 和有限数值区域 D , 称映射 $f:U \rightarrow D$ 为(一维)有限数值化区域映射。

由于任何论域 U 都可以进行有限数值化区域映射, 进而得到(一维)有限数值区域, 因此为方便计算, 讨论都把论域 U 视为一个有限数值区域, 并以 $F(U)$ 表示 U 上全体模糊子集构成的集合。

定义 6 设 $A \in F(U), a, b$ 为 U 的左、右端点, $\forall u \in U$, $*$ 为 t -模, h 为补算子。

(1) 若映射 $A^-:U \rightarrow [0,1]$ 满足 $A^-(u) = h(A(u))$, 称 A^- 确定的模糊子集为 A 的 h 矛盾否定集。特别地, 若 h 为线性补, 则称 $A^-(u) = h(A(u)) = 1-A(u)$ 确定的模糊子集为 A 的矛盾否定集。

(2) 若映射 $A^+:U \rightarrow [0,1]$ 满足 $A^+(u) = A(a+b-u)$, 则称 A^+ 确定的模糊子集为 A 的对立否定集。

(3) 若映射 $A^\sim:U \rightarrow [0,1]$ 满足 $A^\sim(u) = A^-(u) * (A^+)^-(u) = h(A(u)) * h(A^+(u)) = h(A(u)) * h(A(a+b-u))$, 称 $A^\sim$ 确定的模糊子集为 A 的 $*$ - h 中介否定集。特别地, 若 t -模 $*$ 取 $\min$, h 取线性补, 则称 $A^\sim(u) = \min\{1-A(u), 1-A(a+b-u)\}$ 为 A 的中介否定集。

上述定义中给出的模糊集称为“带有矛盾否定、对立否定和中介否定的广义模糊集”(Generalized Fuzzy Sets with Contradictory, Opposite and Medium negation), 简记为 GFScorn。

定义 7 在 GFScorn 中, 模糊子集之间的包含、相等、并、交运算与 Zadeh 模糊集一样, 即有

(1) 设 A, B 为 GFScorn, 若 $\forall u \in U$ 有 $A(u) \leq B(u)$, 则称 A 含于 B , 或 B 包含 A , 记作 $A \subseteq B$ 。若 $\forall u \in U$, 有 $A(u) = B(u)$, 称 A 等于 B , 记作 $A=B$ 。

(2) 设 A, B 为 GFScorn, $\forall u \in U$, A 与 B 的并 $A \cup B$, 交 $A \cap B$ 的隶属函数定义为

$$(A \cup B)(u) = A(u) \vee B(u) = \max\{A(u), B(u)\}$$

$$(A \cap B)(u) = A(u) \wedge B(u) = \min\{A(u), B(u)\}$$

以后,本文所称模糊子集 A 的矛盾否定集、对立否定集和中介否定集均是指 t -模 $*$ 取 $\min, h$ 取线性补的情形。

3.2 GFScom 的一些性质

定理 1 设 A, B, C 均为 GFScom, 则

- (1) $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$; (交换律)
- (2) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$,
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$; (结合律)
- (3) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$,
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$; (分配律)
- (4) $A \cup (A \cap B) = A, A \cap (A \cup B) = A$; (吸收律)
- (5) $A \cup A = A, A \cap A = A$; (幂等律)
- (6) $U \cap A = A, U \cup A = U$,
 $\emptyset \cap A = \emptyset, \emptyset \cup A = A$; (两极律)

证明: 由于上述的性质不涉及“否定”算子, 因此其证明与 Zadeh 模糊集一样。

在 GFScom 中不仅考虑了矛盾否定、对立否定和中介否定, 而且与 FScorn 相比, 对这 3 种否定算子有了新的定义, 因此, 它还有如下一些特殊的性质。

性质 1 设 A, B, C 均为论域 U 上的 GFScom, a, b 分别为 U 的左、右端点, 则

- (1) $A^{\neg\neg} = A, (2) A^{\neg\neg} = A, (3) A^{\sim} = A^{\sim}$ 。

证明: (1) $\forall u \in U, A^{\neg\neg}(u) = 1 - A^{\neg}(u) = 1 - (1 - A(u)) = A(u)$, 所以 $A^{\neg\neg} = A$ 。

(2) $\forall u \in U, A^{\neg\neg}(u) = A^{\neg}(a + b - u) = A(a + b - (a + b - u)) = A(u)$, 所以 $A^{\neg\neg} = A$ 。

(3) $\forall u \in U, A^{\sim}(u) = \min\{1 - A^{\neg}(u), 1 - A^{\neg}(a + b - u)\} = \min\{1 - A^{\neg}(u), 1 - A(u)\} = \min\{1 - A(u), 1 - A(a + b - u)\} = A^{\sim}(u)$, 所以 $A^{\sim} = A^{\sim}$ 。

注 1: 性质 1 中的 (1) 在 FScorn 中是不成立的, 只有 (2) 和 (3) 成立, 这进一步说明了在 GFScom 中对否定算子定义的合理性, 因为它不仅体现了“对立之对立”等于其自身的中介思想, 还保留了经典数学中的“否定之否定”(指矛盾否定)等于其本身的思想。

性质 2 设 A, B, C 均为 GFScom, 则

- (1) $(A \cup B)^{\neg} = A^{\neg} \cap B^{\neg}, (A \cap B)^{\neg} = A^{\neg} \cup B^{\neg}$;
- (2) $(A \cup B)^{\sim} = A^{\sim} \cup B^{\sim}, (A \cap B)^{\sim} = A^{\sim} \cap B^{\sim}$ 。

证明: 由定义 6, 7 易得。

性质 3 设 A, B, C 均为 GFScom, 则

- (1) $A^{\sim} = A^{\neg} \cap A^{\neg\neg}, (2) (A \cup B)^{\sim} = A^{\neg} \cap B^{\neg}$ 。

证明: (1) 由定义 6, 7 易得。

(2) 由定理 1 中的交换律、结合律、性质 2 以及性质 3 中的 (1) 知,

$$\begin{aligned} (A \cup B)^{\sim} &= (A \cup B)^{\neg} \cap (A \cup B)^{\neg\neg} \\ &= (A^{\neg} \cap B^{\neg}) \cap (A^{\neg} \cup B^{\neg}) \\ &= (A^{\neg} \cap B^{\neg}) \cap (A^{\neg} \cap B^{\neg}) \\ &= (A^{\neg} \cap A^{\neg\neg}) \cap (B^{\neg} \cap B^{\neg\neg}) \\ &= A^{\sim} \cap B^{\sim} \end{aligned}$$

性质 4 设 A, B, C 均为论域 U 上 GFScom, a, b 分别为 U 的左、右端点, 则

- (1) $A \subseteq B \Leftrightarrow B^{\neg} \subseteq A^{\neg}; (2) A \subseteq B \Leftrightarrow A^{\sim} \subseteq B^{\sim}; (3) A \subseteq B \Rightarrow B^{\sim} \subseteq A^{\sim}$ 。

证明: (1) $\forall u \in U$, 因 $A \subseteq B$, 根据定义 7, $A(u) \leq B(u)$, 从

而 $1 - B(u) \leq 1 - A(u)$, 据定义 6, 则有 $B^{\neg}(u) \leq A^{\neg}(u)$, 故 $B^{\neg} \subseteq A^{\neg}$ 。反之, 同理可证。

(2) $\forall u \in U, a, b$ 分别为 U 的左、右端点, 则 $(a + b - u) \in U$ 。若 $A \subseteq B$, 根据定义 7, $A(a + b - u) \leq B(a + b - u)$, 即 $A^{\sim}(u) \leq B^{\sim}(u)$, 所以 $A^{\sim} \subseteq B^{\sim}$ 。反之, 若 $A^{\sim} \subseteq B^{\sim}$, 从而, 又由性质 1 中的 (2), 可得 $A \subseteq B$ 。

(3) 若 $A \subseteq B$, 据性质 4 中 (1) 和 (2), $B^{\neg} \subseteq A^{\neg}, B^{\sim} \subseteq A^{\sim}$, 从而 $B^{\neg} \cap B^{\sim} \subseteq A^{\neg} \cap A^{\sim}$, 即 $B^{\sim} \subseteq A^{\sim}$ 。

性质 5 设 A 是 GFScom, $*, \Delta \in \{\neg, \sim, \rightarrow\}$, 则

$$A \cup A^* = U, A^{\Delta} \cup A^* = U$$

$$A \cap A^* = \emptyset, A^{\Delta} \cap A^* = \emptyset$$

都不成立。

性质 5 说明了在 GFScom 中, 排中律和矛盾律都不成立。

4 基于 GFScom 的模糊综合评判步骤

(1) 建立评判对象因素集 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$, 其中 u_i 的实际取值均在有限数值区域 D_i 中, 且 a_i, b_i 分别为 D_i 的左、右端点, $i = 1, 2, \dots, m$ 。如此处理, 完全是可行合理的。因为根据定义 5, 总可以找到一合适的有限数值化区域映射 f , 使得因素 u_i 的取值转化为有限数值区域; 而且根据实际情况, 任一因素 u_i 的取值都不可能无穷大, 也不可能无穷小。

(2) 建立评判集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 。

(3) 建立评判矩阵 R , 即建立一个从 U 到 $F(V)$ 的 Fuzzy 映射:

$$\gamma: U \rightarrow F(V),$$

$$u_i \mapsto \gamma(u_i) = \frac{r_{i1}}{v_1} + \frac{r_{i2}}{v_2} + \dots + \frac{r_{in}}{v_n}$$

其中, $0 \leq r_{ij} \leq 1, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ 。从而由 γ 可诱导出 Fuzzy 关系, 得到 Fuzzy 矩阵:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

(4) 确定权重向量 A : 因素集 U 中的各个因素对评判对象的影响程度是不一样的, 为了反映各因素的重要程度, 对各个因素应赋予相应的权数 a_i , 得到权重向量 $A = (a_1, a_2, \dots, a_m) \in [0, 1]^m$ 。一般所给的权向量为以下两类:

(i) 归一化权向量: $\sum_{i=1}^m a_i = 1$;

(ii) 正规化权向量: $\bigvee_{i=1}^m a_i = 1$ 。

(5) 综合评判: 若给出的权重向量 $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ 为归一化的, 则通过计算 $b_j = \sum_{i=1}^m a_i \cdot r_{ij}, 1 \leq j \leq n$, 得到评判对象的综合评判 $B = A \circ R$, 其中 $\circ$ 为加权平均合成; 若给出的权向量 $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$ 为正规化的, 则通过计算 $b_j = \bigvee_{i=1}^m (a_i * r_{ij}), 1 \leq j \leq n$, 得到评判对象的综合评判 $B = A \otimes R$, 其中 $\otimes$ 为 $\sup * \otimes$ 合成, $*$ 是 t -模。

5 应用示例

为了更好地比较由文献[14]给出的基于 FScorn 的模糊综合评判方法与本文提出的评判方法, 采用文献[14]给出的实例。

某地区遭受地质灾害,需对该地区受灾损失等级进行评判。主要评价指标为受灾面积(km²)、受灾人口(人)、房屋破坏(m²)、经济损失(元)。受灾等级划分为:极重灾、重灾、中灾、轻灾、微(轻微)灾。主要评价指标与灾害等级划分标准经单位换算后如表1所列。

表1 经单位换算后的主要评价指标与灾害等级划分标准

	受灾面积 /10 ⁴ km ²	受灾人口 /万人	房屋破坏 /10 ⁴ m ²	经济损失 /千万元
极重灾	>10	>10	>10	>10
重灾	1~10	1~10	1~10	1~10
中灾	0.1~1	0.1~1	0.1~1	0.1~1
轻灾	0.01~0.1	0.01~0.1	0.01~0.1	0.01~0.1
微灾	0~0.01	0~0.01	0~0.01	0~0.01

该地区地质灾害的损失统计如下:受灾面积1.7万平方千米;受灾人口为8.8万人;房屋损失13.6万平方米;经济损失8.1千万元。

5.1 实例中模糊集表示

明显地,上述实例中的5个灾害等级有如下关系:“轻灾”和“重灾”是对立否定集,“中灾”是“轻灾”和“重灾”中介否定集,而“极重灾”和“轻微灾害”则是经修饰词“极”与“微”分别作用在“重灾”和“轻灾”上而得到的模糊集。若用 v 表示模糊集“重灾”,并取修饰词“极”、“微”分别为 $f_4, f_{1.25}$,即 $f_4(x) = x^4, f_{1.25}(x) = x^{1.25}$,根据GFScom的定义和定义3,有 $v^{\sim}$ 表示模糊集“轻灾”, $v^{\wedge}$ 表示模糊集“中灾”, $f_4(v)$ 表示模糊集“极重灾”, $f_{1.25}(v^{\wedge})$ 表示模糊集“微灾”(这是因为“微灾”相对于“轻灾”实际上是语气加强了)。

于是,可建立如下的因素集和评判集:

(1)因素集 $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4\}$,其中 u_1 = 受灾面积, u_2 = 受灾人口, u_3 = 房屋损失, u_4 = 经济损失;

(2)评判集 $V = \{f_4(v), v, v^{\sim}, v^{\wedge}, f_{1.25}(v^{\wedge})\}$ 。

5.2 建立评判矩阵

从表1中的数据可以发现,虽然各因素所对应的单位不一样,但它们的5个灾害等级划分是一样的。如此,每个评价因素的同一灾害等级所对应的模糊子集的隶属函数应该是一致的,也就是说受灾面积中的模糊子集“重灾”的隶属函数与受灾人口、房屋破坏、经济损失中的模糊子集“重灾”的隶属函数一样。

5.2.1 隶属函数的确定

根据GFScom的定义,要建立一个模糊集的隶属函数,首先需要将论域 U 进行有限数值化区域映射。注意到表1中的统计数据隐含了一个事实,即“极重灾”对应的数据不可能无穷大,亦即存在着一个上限值MAX。为此,就本例而言,不妨取MAX=14。于是,可建立“重灾”的隶属函数如下:

$$v(u) = \begin{cases} 0, & 0 \leq u \leq 3 \\ 2(\frac{u-3}{11-3})^2, & 3 \leq u \leq 7 \\ 1-2(\frac{u-11}{11-3})^2, & 7 \leq u \leq 11 \\ 1, & 11 \leq u \leq 14 \end{cases}$$

5.2.2 评判矩阵的建立

以该地区受灾人口为例,受灾人口8.8万人对“重灾”的隶属度为 $v(8.8) = 1 - 2(\frac{8.8-11}{11-3})^2 \approx 0.849$;根据GFScom的定义,得出8.8万人对“轻灾”的隶属度 $v^{\sim}(8.8) = v(14 -$

$8.8) = 2(\frac{5.2-3}{11-3})^2 \approx 0.151$;关于“中灾”的隶属度 $v^{\wedge}(8.8) = v^{\sim}(8.8) \wedge v^{\sim}(8.8) = (1 - v(8.8)) \wedge (1 - v^{\sim}(8.8)) = 0.151$;关于“极重灾”的隶属度 $f_4(v)(8.8) = f_4(v(8.8)) = (v(8.8))^4 \approx 0.520$;关于“微灾”的隶属度 $f_{1.25}(v^{\wedge})(8.8) = f_{1.25}(v^{\wedge}(8.8)) = (v^{\wedge}(8.8))^{1.25} \approx 0.094$ 。

类似地,可以计算出该地区的其它指标因素:受灾面积、房屋破坏、经济损失,关于各模糊子集的隶属度,进而得到该地区的评判矩阵为:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0.520 & 0.849 & 0.151 & 0.151 & 0.094 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.295 & 0.737 & 0.263 & 0.263 & 0.188 \end{bmatrix}$$

5.3 综合评判

令权重向量 $A = (0.234 \ 0.191 \ 0.270 \ 0.305)$,显然为归一化的权向量。通过计算 $b_j = \sum_{i=1}^m a_i \cdot r_{ij}, 1 \leq j \leq n$,得到评判结果:

$$\begin{aligned} B &= A \cdot R \\ &= (0.234 \ 0.191 \ 0.270 \ 0.305) \cdot \\ &\quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0.520 & 0.849 & 0.151 & 0.151 & 0.094 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.295 & 0.737 & 0.263 & 0.263 & 0.188 \end{bmatrix} \\ &= [0.459 \ 0.657 \ 0.109 \ 0.343 \ 0.309] \end{aligned}$$

因此,按照最大隶属度原则,得到最后评价:该地区的地质灾害损失等级应为重灾。

6 模糊综合评判结果的比较

就本应用示例而言,提出的基于广义模糊集GFScom的综合评判结果虽然与基于FScom得到的评判结果一样,即都是该地区的地质灾害损失等级应为“重灾”,但如上文所说,FScom在刻画模糊性知识及其3种不同否定关系上存在一些不足,因而文献[14]的评判结果尽管有效,但也存在着一些不足:

(1)在评判过程中,关于评判对象的因素 u_i 对评判因子 v_j 的“隶属程度”的解释前后矛盾。因在文献[14]中,其计算得到受灾面积1.7万平方千米对“重灾”的隶属度为0.831,而关于“微灾”的隶属度为0.831;随后,又将它们分别转化为所谓的[0,1]上的“隶属度”0.922和0.831。显然,从概念的角度看,前后两个“隶属度”不同,这就使人产生疑虑——究竟哪一个才是1.7对“重灾”、“微灾”真正的“隶属度”?此外,不管承认哪一个,都会产生一些与直观思维违背的结果。比如,承认后者,即1.7对“重灾”、“微灾”的隶属度分别为0.922和0.831,这明显与客观思维不符。因为既然1.7对“重灾”的隶属度为0.922,怎么可能又对“微灾”的隶属度达到0.831?

(2)参数 λ 的确定比较繁琐,并且带有一定的主观性。

从上文中可以看出,本文提出的模糊评判方法最终的计算模型实际上是加权平均模型^[15](当权向量为归一化时)或主因素突出模型^[15](当权向量为正规化时),只不过在建立评判矩阵过程中考虑了3种不同的否定。因此,基于广义模糊集GFScom的评判方法是合理有效的。

(下转第161页)

- Yue Guang-xue, Li Ren-fa, Chen Zhi, et al. Analysis of Free-riding Behaviors and Modeling Restrain Mechanisms for Peer-to-Peer Networks[J]. Journal of Computer Research and Development, 2011, 48(3): 382-397
- [5] Tang Ping-zhong, Yoav Shoham, Lin Fang-zhen. Designing competitions between teams of individuals[J]. Artificial Intelligence, 2010, 174(11): 749-766
- [6] Meir R, Procaccia A D, Rosenschein J S. Algorithm for strategy-proof classification[J]. Artificial Intelligence, 2012, 186: 123-156
- [7] Teacy W T L, Luck M, Rogers A, et al. An efficient and versatile approach to trust and reputation using hierarchical Bayesian modelling[J]. Artificial Intelligence, 2012, 193(6): 149-185

- [8] Guo Ming-yu, Conitzer V. Optimal-in-expectation redistribution mechanisms[J]. Artificial Intelligence, 2010, 174(5/6): 363-381
- [9] Kaizoji T. Multiple equilibria and chaos in a discrete tatonnement process[J]. Journal of Economic Behavior & Organization, 2010, 76(3): 597-599
- [10] Kitti M. Convergence of iterative tatonnement without price normalization[J]. Journal of Economic Dynamics & Control, 2010, 34(6): 1077-1091
- [11] Mersch, Danielle P, Crespi A, et al. Tracking individuals shows spatial fidelity is a key regulator of ant social organization[J]. Science 340, 2013(6136): 1090-1093

(上接第 128 页)

此外,通常的模糊综合评判方法在建立评判矩阵时,往往采用专家打分的方法,这就使得建立的评判矩阵带有一定的主观性。而本文提出的综合评判方法只需要利用已知信息建立一个合理的隶属函数,再利用 3 种否定之间的关系和一些简单的修饰子,就可以建立一个完全基于计算的评判矩阵,客观性较强。

结束语 对模糊知识及其否定知识的认识,潘正华指出存在着 3 种不同的否定关系:矛盾否定关系、对立否定关系和中介否定关系,并为此建立了一种带有矛盾否定、对立否定和中介否定的模糊集 FScom。然而 FScom 并没有从哲学层面上对模糊性知识中存在的 3 种不同的否定知识的本质特征进行区分和处理,导致 FScom 对否定知识的刻画存在着一些不足。为此,本文提出了广义模糊集 GFScom,它从哲学层面上更好地刻画了模糊性知识及其 3 种不同否定之间的关系。在此基础上,本文给出了基于 GFScom 的模糊综合评判方法,它是一种完全基于计算的模糊综合评判方法,客观性较强。通过应用示例,可以看出 GFScom 对 3 种否定的处理不仅使计算更加简便,而且客观合理。

参 考 文 献

- [1] 汪培庄,李洪兴.知识表示的数学理论[M].天津:天津科学技术出版社,1994
- Wang Pei-zhuang, Li Hong-xing. Mathematical theory of knowledge representation[M]. Tianjin: Tianjin Science and Technology Press, 1994
- [2] 谢季坚,刘成平.模糊数学方法及其应用(第三版)[M].武汉:华中科技大学出版社,2006
- Xie Ji-jian, Liu Cheng-ping. Fuzzy mathematical methods and its application, the (3rd edition)[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2006
- [3] 穆成坡,黄厚宽,田盛丰,等.基于模糊综合评判的入侵检测报警信息处理[J].计算机研究与发展,2005,42(10): 1679-1685
- Mu Cheng-po, Huang Hou-kuan, Tian Sheng-feng, et al. Intrusion-detection alerts processing based on fuzzy comprehensive evaluation[J]. Journal of Computer Research and Development, 2005, 42(10): 1679-1685
- [4] Wagner G. Web rules need two kinds of negation[C]//Bry F, Henze N, Maluszynski J, eds. Principles and Practice of Semantic Web Reasoning, Proc. of the 1st international workshop on Principles and Practice of Semantic Web Reasoning. Heidelberg: Springer Verlag, 2003: 33-50
- [5] Analyti A, Antoniou G, Damasio C, et al. Negation and Negative Information in the W3C Resource Description Framework[J].

Annals of Mathematics, Computing & Teleinformatics (AM-CT), 2004, 1(2): 25-34

- [6] Ferré S. Negation, Opposition, and Possibility in Logical Concept Analysis[C]//Ganter B, Kwuida L, eds. Formal Concept Analysis, Proc. of the fourth International Conference on Formal Concept Analysis, Heidelberg: Springer Verlag, 2006: 130-145
- [7] Kaneiwa K. Description logics with contraries, contradictories, and subcontraries[J]. New Generation Computing, 2007, 25(4): 443-468
- [8] Pan Zheng-hua, Zhang Sheng-li. Five Kinds of Contradictory Relations and Opposite Relations in Inconsistent Knowledge[C]//Proceedings of IEEE-Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD'07). Haikou, China, 2007: 761-764
- [9] 潘正华.知识中不同否定关系的一种逻辑描述[J].自然科学进展, 2008, 18(12): 1491-1499
- Pan Zheng-hua. One logical description of different negative relations in knowledge[J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(12): 1491-1499
- [10] Pan Zheng-hua. Fuzzy Set With Three Kinds of Negations in Fuzzy Knowledge Processing[C]//Proceedings of The Ninth International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Qingdao, China, 2010: 2730-2735
- [11] 潘正华.模糊知识的 3 种否定及其集合基础[J].计算机学报, 2012, 35(7): 1421-1428
- Pan Zheng-hua. Three kinds of fuzzy knowledge and their base of set[J]. Chinese Journal of Computers, 2012, 35(7): 1421-1428
- [12] 张胜礼,潘正华.模糊知识中否定知识处理的一种改进的集合描述[J].山东大学学报(理学版), 2011, 46(5): 103-109
- Zhang Sheng-li, Pan Zheng-hua. An improved set description of negative knowledge processing in fuzzy knowledge[J]. Journal of Shandong University (Natural Science), 2011, 46(5): 103-109
- [13] 李永明.模糊系统分析[M].北京:科学出版社,2005
- Li Yong-ming. Analysis of Fuzzy System[M]. Beijing: Science Press, 2005
- [14] 杨磊,潘正华.基于带有 3 种否定的模糊集 FScom 的模糊综合评判[J].计算机工程与科学, 2011, 33(9): 136-140
- Yang Lei, Pan Zheng-hua. Fuzzy comprehensive evaluation based on the fuzzy set FScom with three kinds of negations[J]. Computer Engineering and Science, 2011, 33(9): 136-140
- [15] 胡宝清.模糊理论基础(第二版)[M].武汉:武汉大学出版社, 2010
- Hu Bao-qing. Fundamentals of Fuzzy Theory (2nd edition)[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2010