

一类时滞混沌系统的修正函数投影拟同步

柴秀丽¹ 甘志华² 王 俊¹

(河南大学图像处理与模式识别研究所 开封 475004)¹ (河南大学软件学院 开封 475004)²

摘 要 参数失配是基于同步技术的混沌保密通信研究中不可避免的问题。以典型的Lur'e时滞混沌系统为研究对象,利用脉冲控制技术,在驱动-响应系统参数发生失配的情况下,实现了驱动-响应系统的修正函数投影拟同步,同时给出了拟同步的充分条件,估计了拟同步误差限,最后通过数值仿真验证了理论分析的正确有效性。

关键词 修正函数投影拟同步,时滞混沌系统,参数失配,脉冲控制

中图分类号 O415.5, TP273+.2 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.5.034

Modified Function Projective Quasisynchronization of a Class of Delayed Chaotic System

CHAI Xiu-li¹ GAN Zhi-hua² WANG Jun¹

(Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Henan University, Kaifeng 475004, China)¹

(Software School, Henan University, Kaifeng 475004, China)²

Abstract Parameter mismatch is the unavoidable problem of chaotic secure communication based on chaos synchronization technology. Taking the typical Lur'e delayed chaotic system as the research object, based on impulsive control method, we achieved modified function projective quasisynchronization of the drive-response chaotic system under the condition that there is a mismatch between the parameters of the drive system and the response system. Sufficient conditions were given for the quasisynchronization, and quasisynchronization error limit was also estimated. Finally, simulation results verify the validity and effectiveness of the theoretical analysis.

Keywords Modified function projective quasisynchronization, Delayed chaotic system, Parameter mismatch, Impulsive control

1 引言

混沌系统具有类似白噪声的宽频谱特性、非周期性、初值敏感性和长期不可预测性等复杂特性,特别适用于保密通信。混沌同步现象首先是在1990年由Pecora和Carroll在电子线路上观察得到的,在过去的十年间,混沌同步已经成为非线性科学领域内一个热门的话题^[1-3],大量学者展开了混沌控制与同步的研究,提出了各种各样的控制方法来实现混沌系统的同步,其中包括自适应控制、间歇控制、滑模变结构控制以及脉冲控制等。

时滞混沌系统是一种复杂的非线性系统,状态空间无穷维,在避免增加系统维数的同时可以极大地提高系统的复杂性。因此,将时滞混沌系统用于保密通信可有效提高加密系统的安全性^[4]。目前,时滞混沌系统的完全同步研究取得了很大的进展。然而在实际环境中,由于噪声或环境温度的干扰,系统的参数往往发生失配。一对存在参数失配的系统,往往会表现出非同步的特性。这就提出了一个新的问题:当参数存在失配时,还能否实现系统的完全同步?事实上,参数失配对于系统的同步质量有很大的影响:某些情况下,参数失配

会导致同步完全不存在;在另一些情况下,同步后的系统会存在小范围波动的误差。因此,在驱动系统和响应系统的参数存在失配的情况下,如何实现驱动系统和响应系统之间的拟同步,从而使得驱动-响应系统的误差系统稳定到零点附近的一个小范围内是一个很有意义的研究课题。

Li等研究了参数失配的时滞混沌系统的广义拟同步^[5]、超前拟同步^[6]和滞后拟同步^[7]。He和Cao等^[8]提出了一种参数失配的耦合时滞系统的滞后拟同步方案,得到了一些简单的延时无关同步判据,此外,他们^[9]还获得了参数失配的时滞混沌系统的时滞相关的同步判据。2012年,He和Cao等^[10]在IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular papers中研究了参数失配的时滞Lur'e系统的主-从同步问题。以上研究均是采用连续控制方法,得到的稳定性判据不能直接推广到脉冲控制的情况。并且当被控系统是非连续系统时,会导致连续控制方法失效,无法使用。

1971年,E. Gilbert和G. Harasty首次提出了脉冲控制方法。20世纪90年代,T. Yang首次将脉冲控制用于混沌同步控制,利用很小的控制脉冲间断地传送到接收端来达到驱动-响应系统的同步,使得控制能量大大减少,鲁棒性强,控制

到稿日期:2014-06-13 返修日期:2014-10-09 本文受国家自然科学基金(61203094),河南省基础与前沿技术项目(132300410475),河南省教育厅自然科学研究计划(12A460001,14A413015),河南大学科研基金项目(2012YBZR009)资助。

柴秀丽(1980-),女,博士,副教授,主要研究方向为混沌保密通信,E-mail: chaixiuli@henu.edu.cn;甘志华(1979-),男,博士,讲师,主要研究方向为信息处理(通信作者);王 俊(1981-),男,博士,副教授,主要研究方向为智能控制。

器设计简单,被广泛用于混沌同步控制、混杂系统控制、复杂网络控制等诸多环境。目前,脉冲控制下的时滞混沌系统的拟同步正在成为一个研究热点。Li 等^[11]研究了单个参数发生失配下的一类时滞混沌系统的脉冲拟同步,He 和 Cao 等^[12]研究了参数失配下不同结构的时变时滞 Lur'e 系统的脉冲拟同步。在 IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B-Cybernetics 上,Zhang 和 Ma 等^[13]利用双阶段脉冲控制技术研究了参数不确定的一类时滞神经网络的指数同步,同时提出利用脉冲控制技术去研究参数失配下其它的拟同步问题,例如滞后拟同步、超前拟同步、投影拟同步、相位拟同步等,该项研究可以揭示脉冲拟同步规律,对于保密通信应用将具有重要意义。时滞混沌系统脉冲投影同步方面的研究报道较少。Cao 等^[14]研究了一类时滞混沌系统的脉冲投影同步,认为混沌系统参数是确定的,没有考虑参数失配的情况。修正函数投影同步可以把传输数据从二进制扩展到 N 进制以实现更有效的信息传输,大大增强通信的保密性,而暂未看到时滞混沌系统修正函数投影拟同步的研究相关报道。

因此,本文以典型的 Lur'e 时滞混沌系统为研究对象,利用脉冲控制技术,在驱动-响应系统存在参数失配的情况下,从理论推导和数值仿真两方面研究 Lur'e 时滞混沌系统的修正函数投影拟同步。

2 问题陈述和预备知识

考虑如下典型的 Lur'e 时滞系统,驱动系统表示如下:

$$\dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 x(t - \tau(t)) + D_1 f(C_1^T x) \quad (1)$$

其中,系统状态变量 $x(t) \in R^n$; $\tau(t)$ 是系统的延时,并且满足 $0 \leq \tau(t) \leq \bar{\tau}$, 系统参数 $A_1, B_1 \in R^{n \times n}$ 以及 $C_1 = (c_{1ij})_{n \times n_1} = (c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1n})$; 非线性函数 $f(C_1^T x) = (f_{11}(C_{11}^T x), \dots, f_{n_1}(C_{1n}^T x))$ 属于区间 $[0, k]$ 。

脉冲控制下的响应系统表示如下:

$$\dot{y}(t) = A_2 y(t) + B_2 y(t - \tau(t)) + D_2 f(C_2^T y) + U(t) \quad (2)$$

其中, $y(t)$ 是响应系统状态变量,系统参数 $A_2, B_2 \in R^{n \times n}$ 以及 $C_2 = (c_{2ij})_{n \times n_1} = (c_{21}, c_{22}, \dots, c_{2n})$ 。当驱动-响应系统的参数存在失配,即 $A_1 \neq A_2, B_1 \neq B_2$ 时,令 $\Delta A = A_2 - A_1, \Delta B = B_2 - B_1$ 表示参数失配的偏差。令 $e(t) = y(t) - z(t)x(t)$ 表示驱动-响应系统的修正函数投影同步误差, $z(t)$ 表示函数投影因子。

脉冲控制器 $U(t)$ 表示如下:

$$U(t) = \sum_{k=1}^{\infty} H(y(t) - z(t)x(t)) \delta(t - t_k) \quad (3)$$

其中,脉冲序列 $\{t_k\}_{k=1}^{\infty}$ 满足 $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_k < \dots, \lim_{k \rightarrow \infty} t_k = \infty, H \in R^{n \times n}$ 是脉冲控制矩阵, $\delta(\cdot)$ 是 Dirac 脉冲方程。

根据式(1)和式(2),可以得到如下的误差方程:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = A_2 e(t) + B_2 e(t - \tau(t)) + \\ D_2 g(C_2^T e(t), z(t)x(t)) + z(t)\Delta A x(t) + \\ z(t)\Delta B x(t - \tau(t)) + D_2 f(z(t)C_2^T x) - \\ z(t)D_1 f(C_1^T x) - \dot{z}(t)x(t), t \neq t_k \\ e(t_k^+) = (I + H)e(t_k), t = t_k \end{cases} \quad (4)$$

其中, $g(C_2^T e(t), z(t)x(t)) = f(C_2^T e(t) + z(t)C_2^T x(t)) - f(z(t)C_2^T x(t))$, $e(t_k) = e(t_k^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} e(t_k + h)$, $e(t_k^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} e(t_k + h)$

$e(t_k + h)$, $e(t)$ 在 $t = t_k$ 处左连续。假设 $g(C_2^T e(t), z(t)x(t))$ 属于区间 $[0, k]$, 则

$$\begin{aligned} 0 &\leq \frac{g_i(C_2^T e(t), z(t)x(t))}{C_{2i}^T e(t)} \\ &= \frac{f_i(C_2^T e(t) + z(t)C_2^T x(t)) - f(C_2^T x(t))}{C_{2i}^T e(t)} \leq k \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $i = 1, 2, 3, \dots, n_1$, 则存在如下不等式成立,

$$g_i(C_2^T e(t), z(t)x(t)) [g_i(C_2^T e(t), z(t)x(t)) - k C_{2i}^T e(t)] \leq 0, i = 1, 2, 3, \dots, n_1 \quad (6)$$

由式(5)和式(6),可得:

$$\begin{aligned} g(C_2^T e(t), z(t)x(t)) g(C_2^T e(t), z(t)x(t)) \\ \leq k^2 \cdot e^T \left(\sum_{i=1}^{n_1} C_{2i} C_{2i}^T \right) e = k^2 e^T C e \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $C = \sum_{i=1}^{n_1} C_{2i} C_{2i}^T$ 。同步误差的初始条件定义为 $e(t) = \phi(s)$, $-\bar{\tau} \leq s \leq 0$, 其中 $\phi(\cdot) \in C([-\bar{\tau}, 0], R^n)$, $C[-\bar{\tau}, 0]$ 在 $[-\bar{\tau}, 0]$ 区间内收敛。函数 $\phi \in C([-\bar{\tau}, 0], R^n)$ 的范数表示为 $\|\phi\| = \sup_{-\bar{\tau} \leq s \leq 0} \|\phi\|$ 。

假设驱动系统的状态变量的变化区间为 $\Omega = \{x \in R^n \mid \|x\| \leq \delta\}$, 而此区间的大小取决于它自身的混沌特性。

引理 1^[6] $u(t)$ 和 $v(t)$ 属于 $PC(I)$, $PC(I) = \{\varphi: [-\bar{\tau}, \infty) \rightarrow R^l\}$, $\varphi(t)$ 除在 t_k 处不连续其它均连续, $0 \leq \tau(t) \leq \bar{\tau}$ 。

如果存在 $\chi, \tilde{\chi}$ 和 $\tilde{\omega}$ 恒大于 0, 并且

$$\begin{cases} D^+ u(t) \leq \chi u(t) + \tilde{\chi} u(t - \tau(t)), & t \neq t_k \\ u(t_k) \leq \tilde{\omega} u(t_k^-), & k \in N \end{cases} \text{ 和} \\ \begin{cases} D^+ v(t) \leq \chi v(t) + \tilde{\chi} v(t - \tau(t)), & t \neq t_k \\ v(t_k) \leq \tilde{\omega} v(t_k^-), & k \in N \end{cases} \text{ 都成立, 则当 } u(t) \leq v(t) \text{ (} -\bar{\tau} \leq t \leq 0 \text{) 时, 表明 } D^+ u(t) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{u(t+h) - u(t)}{h} \text{。}$$

3 理论证明

下面先给出一些定义。 $h = \lambda_{\max}[(I + H)^T(I + H)]$, $\rho = \sup_{k \in N} \{t_k - t_{k-1}\}$, $W(x(t), x(t - \tau(t))) = z(t)\Delta A x(t) + z(t)\Delta B x(t - \tau(t)) + D_2 f(z(t)C_2^T x) - z(t)D_1 f(C_1^T x) + \dot{z}(t)x(t)$ 。定义中, $\lambda_{\max}(A)$ 表矩阵 A 的最大特征值。令 $\mu(A) = \lambda_{\max}(A^T + A)$ 。

定理 1 假设 $\sup_{t \geq 0} \|W(x(t), x(t - \tau(t)))\| \leq \omega < \infty$, 同步误差系统收敛于 M , 收敛率为 $\lambda/2$, 其中

$$\begin{aligned} M = \{e \in R^n \mid \|e\| \leq \sqrt{\frac{\gamma}{h(a - \frac{\alpha}{h})}} \omega\}, \theta = \mu(A_2 + \frac{\beta k^2}{2} C) \\ + \frac{\|B_2\|^2}{\alpha} + \frac{\|D_2\|^2}{\beta} + \frac{1}{\gamma}, a = -\theta - \frac{\ln h}{\rho}, 0 < h < 1, \alpha, \beta \text{ 和 } \gamma \\ \text{恒为正值, 则当 } \frac{\ln h}{\rho} + \mu(A_2 + \frac{\beta k^2}{2} C) + \frac{\|B_2\|^2}{\alpha} + \frac{\|D_2\|^2}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \\ + \frac{\alpha}{h} < 0 \text{ 时, } \lambda \text{ 是方程 } \lambda - a + \frac{\alpha}{h} e^{\lambda \tau} = 0 \text{ 的唯一解。} \end{aligned}$$

证明:

选择如下形式的 Lyapunov 函数: $V(t) = e^T(t)e(t)$ 。

当 $t \in (t_{k-1}, t_k]$, $k = 1, 2, \dots$, 对 Lyapunov 函数沿着式(4)求得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = 2e^T [A_2 e(t) + B_2 e(t - \tau(t)) + D_2 g(C_2^T e, \alpha x) + \\ W(x(t), x(t - \tau(t)))] \end{aligned}$$

$$=e^T(A_2+A_2^T)e+2e^T \cdot B_2 e(t-\tau)+2e^T D_2 g(C_2^T e)+2e^T W(x(t), x(t-\tau(t))) \quad (8)$$

容易得到:

$$2e^T \cdot B_2 e(t-\tau) \leq \frac{1}{\alpha} e^T B_2 B_2^T e + \alpha e^T (t-\tau(t)) e(t-\tau(t)) \quad (9)$$

$$2e^T D_2 g(C_2^T e) \leq \frac{1}{\beta} e^T D_2 D_2^T e + \beta g^T(C_2^T e) g(C_2^T e) \leq \frac{1}{\beta} e^T D_2 D_2^T e + \beta k^2 e^T C e \quad (10)$$

$$2e^T W(x(t), x(t-\tau(t))) \leq \frac{1}{\gamma} e^T e + \gamma \|W(x(t), x(t-\tau(t)))\|^2 \leq \frac{1}{\gamma} e^T e + \gamma \omega^2 \quad (11)$$

将式(9)~式(11)代入式(8),可得:

$$V(t) \leq e^T(A_2+A_2^T)e+2e^T \cdot B_2 e(t-\tau)+2e^T D_2 g(C_2^T e)+2e^T W(x(t), x(t-\tau(t))) \leq e^T(A_2+A_2^T+\frac{1}{\alpha}B_2 B_2^T+\frac{1}{\beta}D_2 D_2^T+\beta k^2 C+\frac{1}{\gamma}I_n)e+\alpha e^T(t-\tau(t))e(t-\tau(t))+\gamma \omega^2 \leq e^T[A_2+A_2^T+\frac{\beta k^2}{2}(C+C^T)]e+(\frac{\|B_2\|^2}{\alpha}+\frac{\|D_2\|^2}{\beta}+\frac{1}{\gamma})V(t)+\alpha V(t-\tau(t))+\gamma \omega^2 \leq [\mu(A_2+\frac{\beta k^2}{2}C)+\frac{\|B_2\|^2}{\alpha}+\frac{\|D_2\|^2}{\beta}+\frac{1}{\gamma}]V(t)+\alpha V(t-\tau(t))+\gamma \omega^2 \quad (12)$$

将定义的参数 θ 代入式(12),可以得到:

$$V(t) \leq \theta V(t)+\alpha V(t-\tau(t))+\gamma \omega^2 \quad (13)$$

另一方面,当 $t=t_k$ 时,

$$V(t_k^+) = e^T(t_k)(I+H)^T(I+H)e(t_k) \leq hV(t_k) \quad (14)$$

对于任意的 $\epsilon > 0$,令 $v(t)$ 为以下系统的唯一解:

$$\begin{cases} \dot{v}(t) = \theta v(t) + \alpha v(t-\tau(t)) + \gamma \omega^2 + \epsilon, & t \neq t_k \\ v(t_k^+) = h v(t_k), & k \in N \\ v(s) = \|\phi(s)\|^2, & -\bar{\tau} \leq s \leq 0 \end{cases} \quad (15)$$

由引理 1 以及当 $-\bar{\tau} \leq t \leq 0$ 时 $V(t) \leq \|\phi(t)\|^2$ 可得,对于任意 $t > 0$,有 $V(t) \leq v(t)$ 。由参数变化的方程,可以将 $v(t)$ 表示为:

$$v(t) = W(t, 0)v(0) + \int_0^t W(t, s)(\alpha v(s-\tau(s)) + \gamma \omega^2 + \epsilon) ds \quad (16)$$

其中, $W(t, s)$ ($0 \leq s \leq t$) 是线性脉冲系统的 Cauchy 矩阵,并且具有如下的形式:

$$\begin{cases} \dot{\zeta}(t) = \theta \zeta(t), & t \neq t_k \\ \zeta(t) = h \zeta(t_k), & k \in N \end{cases} \quad (17)$$

由于 $0 < h < 1, \rho \geq t_k - t_{k-1}$, 因此

$$W(t, s) = e^{\theta(t-s)} \prod_{s < t_k \leq t} h \leq e^{(-\frac{a-h\theta}{\rho})(t-s)} h^{\lfloor \frac{t-s}{\rho} \rfloor} \leq \frac{1}{h} e^{-a(t-s)}, 0 \leq s \leq t \quad (18)$$

令 $\mu = \frac{1}{h} \sup_{-\bar{\tau} \leq s \leq 0} \|\phi(s)\|^2$, 可得:

$$v(t) \leq \frac{1}{h} e^{-a} v(0) + \int_0^t e^{-a(t-s)} [\frac{\alpha}{h} v(s-\tau(s)) + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h}] ds \leq \mu e^{-a} + \int_0^t e^{-a(t-s)} [\frac{\alpha}{h} v(s-\tau(s)) + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h}] ds \quad (19)$$

令 $\varphi(t) = \lambda - a + \frac{\alpha}{h} e^{\lambda t}$, 由定理 1 可得 $a > 0, \frac{\alpha}{h} > 0$ 以及 $a - \frac{\alpha}{h} > 0$ 随即可得 $\varphi(0) < 0, \varphi(+\infty) > 0$ 和 $\varphi'(\lambda) > 0$ 。

因此, $\varphi(\lambda) = 0$ 有唯一一个大于 0 的解。

由 $\frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h} > 0, \lambda > 0, a - \frac{\alpha}{h} > 0$ 和 $\frac{1}{h} > 1$ 可以得出:

$$v(t) \leq \frac{1}{h} \sup_{-\bar{\tau} \leq s \leq 0} v(s) < \mu e^{-\lambda t} + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h(a - \frac{\alpha}{h})}, -\bar{\tau} \leq t \leq 0 \quad (20)$$

接下来要证明以下不等式成立。

$$v(t) < \mu e^{-\lambda t} + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h(a - \frac{\alpha}{h})}, t > 0 \quad (21)$$

首先假设式(21)不成立,则存在 $t^* > 0$ 使得:

$$v(t^*) \geq \mu e^{-\lambda t^*} + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h(a - \frac{\alpha}{h})} \quad (22)$$

$$v(t) < \mu e^{-\lambda t} + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h(a - \frac{\alpha}{h})}, t < t^* \quad (23)$$

重新考虑式(19),可得:

$$\begin{aligned} v(t^*) &\leq \mu e^{-a t^*} + \int_0^{t^*} e^{-a(t^*-s)} [\frac{\alpha}{h} v(s-\tau(s)) + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h}] ds \\ &\leq \mu e^{-a t^*} + e^{-a t^*} \int_0^{t^*} e^{a s} [\frac{\alpha}{h} \mu e^{-\lambda(s-\tau(s))} + \frac{\alpha(\gamma \omega^2 + \epsilon)}{h^2(a - \frac{\alpha}{h})} \\ &\quad + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h}] ds \\ &\leq e^{-a t^*} [\mu + \frac{\alpha}{h} \mu e^{a \tau} \int_0^{t^*} e^{(a-\lambda)s} ds + \frac{\alpha(\gamma \omega^2 + \epsilon)}{h(a - \frac{\alpha}{h})} \int_0^{t^*} e^{a s} ds] \\ &= \mu e^{-\lambda t^*} + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h(a - \frac{\alpha}{h})} [1 - e^{-a t^*}] < \mu e^{-\lambda t^*} + \frac{\gamma \omega^2 + \epsilon}{h(a - \frac{\alpha}{h})} \end{aligned} \quad (24)$$

这就得出了与式(22)相矛盾的结论。因此,式(21)成立。令 $\epsilon > 0$,可以得到如下结论:

$$\|e(t)\|^2 = V(t) \leq v(t) \leq \mu e^{-\lambda t} + \frac{\gamma \omega^2}{h(a - \frac{\alpha}{h})} \quad (25)$$

因此

$$\|e(t)\| \leq \sqrt{\mu e^{-\lambda t} + \frac{\gamma \omega^2}{h(a - \frac{\alpha}{h})}} \leq \sqrt{\mu} e^{-\lambda t/2} + \sqrt{\frac{\gamma}{h(a - \frac{\alpha}{h})}} \omega \quad (26)$$

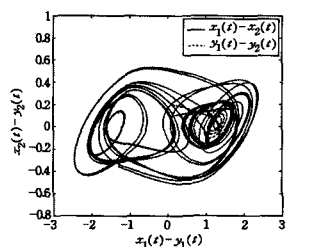
由此可知,随着时间 t 趋于无穷,误差系统(4)收敛于一个球形区域 $M = \{e \in R^N \mid \|e\| \leq \sqrt{\frac{\gamma}{h(a - \frac{\alpha}{h})}} \omega\}$, 其收敛率为 $\lambda/2$ 。

4 数值仿真

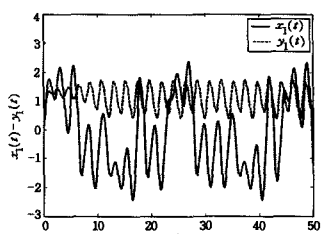
驱动系统状态方程表示如下:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = a(-m_1 x_1(t) + g(x_1(t)) + x_2(t)) - cx_1(t-\tau) \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1(t) - x_2(t) + x_3(t) - cx_1(t-\tau) \\ \frac{dx_3}{dt} = -bx_2(t) + c(2x_1(t-\tau) - x_3(t-\tau)) \end{cases} \quad (27)$$

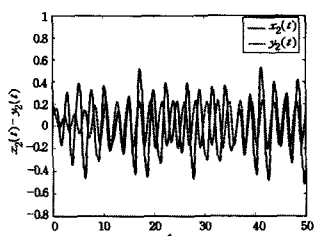
其中,非线性项 $g(x_1) = 0.5(m_1 - m_0)(|x_1 + 1| - |x_1 - 1|)$, 当系统参数分别为 $m_0 = -1/7, m_1 = 2/7, a = 9, b = 14.286, c = 0.1, \tau = 1$ 时,该驱动系统表现出混沌特性,状态特性曲线如图 1 所示。经计算可得 $x_1(s) = 0.2, x_2(s) = 0.1, y_1(s) = 0.1, y_2(s) = 0.2, \forall s \in [-1, 0]$ 。



(a) 不加控制时驱动-响应系统的特性



(b) $x_1(t) - y_1(t)$ 随时间的变化



(c) $x_2(t) - y_2(t)$ 随时间的变化

图 1

该驱动系统的状态矩阵为: $A_1 = \begin{bmatrix} -am_1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -b & 0 \end{bmatrix}$,

$$B_1 = \begin{bmatrix} -c & 0 & 0 \\ -c & 0 & 0 \\ 2c & 0 & -c \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} a(m_1 - m_0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

以及 $f(x) = (0.5(|x_1 + 1| - |x_1 - 1|), 0, 0)^T$ 属于区间 $[0, k]$, 其中 $k = 1$ 。

响应系统与驱动系统具有相同的结构,只是存在微小的参数失配,相应的状态变量用 y_1, y_2 和 y_3 表示。相应的响应系统的状态矩阵为:

$$A_2 = \begin{bmatrix} -am + 0.1 & a & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -b + 0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -c - 0.1 & 0 & 0 \\ -c + 0.3 & 0 & 0 \\ 2c & 0 & -c \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} a(m_1 - m_0) - 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

驱动系统与响应系统之间的参数失配矩阵为:

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \end{bmatrix}, \Delta B = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta D = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

经过简单的计算,得到仿真所需的数值为: $\|B_2\| = 0.4917, \|D_2\| = 1, C = I$ 和 $k = 1$ 。

令脉冲控制器的控制强度矩阵为 $H = \begin{bmatrix} -1.5 & 0 & 0 \\ 0 & -1.5 & 0 \\ 0 & 0 & -1.5 \end{bmatrix}$, 驱动-响应系统的函数投影因子为

$$z(t) = \begin{bmatrix} 1 + 0.2 \sin t & 0 & 0 \\ 0 & 1 + 0.2 \sin t & 0 \\ 0 & 0 & 1 + 0.2 \sin t \end{bmatrix}$$
。计算可得

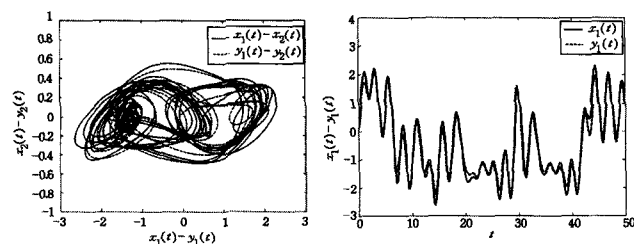
$h = 0.25, \alpha = \sqrt{h} \|B_2\| = 0.2458, \gamma = 1, \beta = \|D_2\| = 1.60,$
 $\omega = 12.139, \mu(A_2 + \frac{\beta k^2}{2} C) + \frac{\|B_2\|^2}{\alpha} + \frac{\|D_2\|^2}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{\alpha}{h} = 20.28$ 。

取 $\|e\| \leq 1$, 由定理 1 可以得到 $\alpha - \frac{\alpha}{h} \geq 550$, 最终可得

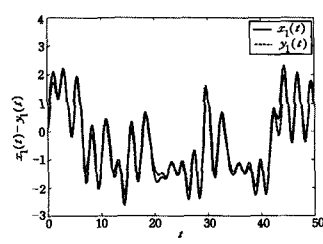
$$\frac{\ln h}{\rho} + \mu(A_2 + \frac{\beta k^2}{2} C) + \frac{\|B_2\|^2}{\alpha} + \frac{\|D_2\|^2}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{\alpha}{h} \leq 570.28$$

计算得到脉冲控制的时间间隔需满足 $\rho \leq \frac{-\ln h}{570.28} = 0.0024$ 。

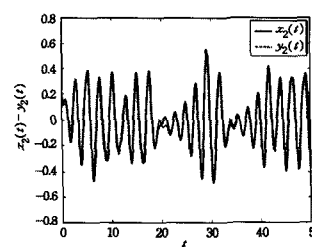
取脉冲间隔为 $t_k - t_{k-1} = 0.002$, 从图 2 和图 3 可知,加入脉冲控制后,驱动系统与响应系统实现了修正函数投影拟同步。从图 3 可以看出,理论误差范围与实际误差范围存在不一致的现象的原因是在研究所构造的函数 $W(x(t), x(t-\tau(t)))$ 以及求解 ω 的值时采用了近似计算,要想使结果更接近于理论值,还需要对 $W(x(t), x(t-\tau(t)))$ 函数作进一步的研究。



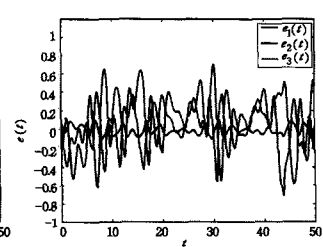
(a) 加脉冲控制同步后驱动-响应系统的状态特性



(b) $x_1(t) - y_1(t)$ 随时间的变化



(c) $x_2(t) - y_2(t)$ 随时间的变化



(d) 驱动-响应系统的误差变化曲线

图 2

the R-tree[J]. ACM SIGMOD Record, 1998, 27(3): 16-21

[7] Dean J, Ghemawat S. MapReduce: simplified data processing on large clusters[J]. Communications of the ACM, 2008, 51(1): 107-113

[8] Zhang C, Li F, Jests J. Efficient parallel kNN joins for large data in MapReduce[C]// Proceedings of the 15th International Conference on Extending Database Technology. ACM, 2012: 38-49

[9] Lu W, Shen Y, Chen S, et al. Efficient processing of k nearest neighbor joins using mapreduce[J]. Proceedings of the VLDB Endowment, 2012, 5(10): 1016-1027

[10] 刘义, 景宁, 陈萃, 等. MapReduce 框架下基于 R-树的 k-近邻连接算法[J]. 软件学报, 2013, 24(8): 1836-1851

[11] Apache. Hadoop[EB/OL]. 2014-4-10 [2014-4-22]. <http://hadoop.apache.org/>

[12] Liu Y, Cui J, Huang Z, et al. SK-LSH: An Efficient Index Structure for Approximate Nearest Neighbor Search[J]. Proceedings of the VLDB Endowment, 2014, 7(9): 745-756

[13] Choi W, Oh S. Fast nearest neighbor search algorithm using the cache technique[J]. Advanced Robotics, 2013, 27(15): 1175-1187

[14] Gieseke F, Heinermann J, Oancea C, et al. Buffer kd trees: processing massive nearest neighbor queries on GPUs[C]// Proceedings of The 31st International Conference on Machine Learning. 2014: 172-180

[15] Luo G, Naughton J F, Ellmann C J. A non-blocking parallel spatial join algorithm[C]// Proceedings of the 2002 IEEE 18th International Conference on Data Engineering. 2002: 697-705

[16] 何洪辉, 王丽珍, 周丽华. pgi-distance: 一种高效的并行 KNN-join 处理方法[J]. 计算机研究与发展, 2007, 44(10): 1774-1781

[17] Mutenda L, Kitsuregawa M. Parallel r-tree spatial join for a shared-nothing architecture[C]// Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Database Applications in Non-Traditional Environments. 1999: 423-430

[18] Yu C, Cui B, Wang S, et al. Efficient index-based KNN join processing for high-dimensional data[J]. Information and Software Technology, 2007, 49(4): 332-344

[19] Yao B, Li F, Kumar P. K nearest neighbor queries and knn-joins in large relational databases (almost) for free[C]// Proceedings of the 2010 IEEE 26th International Conference on Data Engineering. 2010: 4-15

(上接第 172 页)

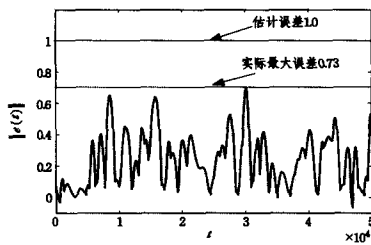


图3 $\|e(t)\|$ 的波动范围

结束语 目前,混沌同步的研究中,通常假设同步的两个系统是一样的,没有任何的参数失配。由于工艺精度、环境温度变化等因素的影响,完全相同的混沌系统是不存在的,参数失配是不可避免的,且对同步的质量有决定性的影响。因此研究和设计参数失配条件下依然可以鲁棒同步的控制系统对于混沌保密通信系统走向实际应用具有非常重要的意义。参数失配时,同步变为拟同步。本文主要研究了小范围参数失配下的脉冲同步问题,但是在多大的参数失配范围内系统仍然可以实现拟同步还需要更为具体的研究。

参考文献

[1] 柴秀丽,王玉璟,袁光耀,等. 未知干扰下混沌系统的修正函数投影滞后同步[J]. 计算机科学, 2014, 41(4): 283-301

[2] 方洁,邓玮,姜长生,等. 具有扇形非线性输入的混沌系统函数投影同步[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(9): 1872-1877

[3] 杨叶红,肖剑,马珍珍. 部分线性的分数阶混沌系统修正函数投影同步[J]. 物理学报, 2013, 62(18): 180505-1-7

[4] Sudheer K, Sebastian Sabir M. Adaptive modified function projective synchronization of multiple time-delayed chaotic Rossler system[J]. Physics Letters A, 2011, 375(8): 1176-1178

[5] Liu C, Li C D, Li C J. Quasi-synchronization of delayed chaotic systems with parameters mismatch and stochastic perturbation [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simu-

lation, 2011, 16: 4108-4119

[6] Han Q, Li C D, Huang J J. Anticipating synchronization of chaotic systems with time delay and parameter mismatch[J]. Chaos, 2009, 19: 013104-1-10

[7] Han Q, Li C D, Huang J J. Estimation on error bound of lag synchronization of chaotic systems with time delay and parameter mismatch[J]. Journal of Vibration and Control, 2010, 16(11): 1701-1711

[8] He W L, Qian F, Han Q L, et al. Lag quasi-synchronization of coupled delayed systems with parameter mismatch[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular papers, 2011, 58(6): 1345-1357

[9] He W L, Qian F, Han Q L. Delay-dependent synchronization criteria for delayed chaotic systems with parameter mismatches[C]// Proceedings of the 30th Chinese Conference. Yantai, China, 2011: 22-24

[10] He W L, Qian F, Han Q L, et al. Synchronization error estimation and controller design for delayed Lur'e systems with parameter mismatches[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: regular papers, 2012, 23(10): 1551-1563

[11] Li C D, Liao X F, Yang X F, et al. Impulsive stabilization and synchronization of a class of chaotic delay systems[J]. Chaos, 2005, 15(4): 043103-1-9

[12] He W L, Qian F, Cao J D, et al. Impulsive synchronization of two nonidentical chaotic systems with time-varying delay[J]. Physics Letters A, 2011, 375: 498-504

[13] Zhang H G, Ma T D, Huang G B. Robust global exponential synchronization of uncertain chaotic delayed neural networks via dual-stage impulsive control[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B-Cybernetics, 2010, 40(3): 831-844

[14] Cao J D, Ho Daniel W C, Yang Y Q. Projective synchronization of a class of delayed chaotic systems via impulsive control[J]. Physics Letters A, 2009, 373(35): 3128-3133