

# 基于低秩表示线性保持投影的特征提取算法

杨国亮 谢乃俊 余嘉玮 梁礼明

(江西理工大学电气工程与自动化学院 赣州 341000)

**摘 要** 为了在特征提取过程中保持数据低秩特性不变,提出了一种基于低秩表示的线性保持投影算法用于维数约简。它能够使降维后的低维空间中的数据依旧较好地保持在原始高维空间中的低秩特性,准确地学习出数据的低维子空间。通过构建两个不同的低秩表示模型来揭示两种不同结构特性的低秩权重,然后以保持数据的这两个低秩权重关系为目的来求解高维数据的低维空间。在 ORL 库和 Yale 库人脸库上的实验结果证明,该算法比传统的特征提取方法更有效。

**关键词** 低秩表示,低秩权值,线性保持投影,特征提取

**中图分类号** TP391.41 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.3.061

## Feature Extraction Based on Low Rank Representation Linear Preserving Projections

YANG Guo-liang XIE Nai-jun YU Jia-wei LIANG Li-ming

(School of Electrical Engineering and Automation, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China)

**Abstract** For preserving the low rank properties the same, we proposed an algorithm, called linear preserving projection based on low rank representations (LLRLPP), to reduce the dimension of data. It can preserve the low rank properties of the original data space in the resulting low dimensional embedding subspace and correctly learn the low-dimensional subspace. Through constructing two different low rank representation model, the low rank weights of representing different structural characteristics are revealed. Then the low-dimensional subspace of the original high-dimensional data is obtained by preserving such low rank weight relationship. The effectiveness of the proposed method is verified on two face databases(ORL, Yale) with the traditional algorithms.

**Keywords** Low rank representation, Lowrank weight, Linear preserving projections, Feature extraction

## 1 引言

寻找高维空间的低维投影(子空间方法)是数据降维技术中一种重要的方法,由于其计算简单、实现容易和可分信息强等特点,一直是计算机视觉和模式识别领域中的研究热点。根据子空间方法中是否存在投影矩阵,子空间数据降维方法可以分为线性和非线性两大类。最经典、应用最为广泛的线性方法是主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)<sup>[1]</sup>和线性判别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)<sup>[2]</sup>。这两种方法都是基于样本点服从多元正态分布这一前提假设而提出的。随后研究者们发现,现实世界中的多数数据更可能分布于嵌入在高维数据空间中的低维非线性流形子空间中<sup>[3]</sup>,因此,保持数据点对距离关系的多维尺度(Multidimensional Scaling, MDS)<sup>[4]</sup>,保持邻域重构关系的局部线性嵌入(Locally Linear Embedding, LLE)<sup>[3]</sup>,保持近邻距离关系的拉普拉斯特征映射(Laplacian Eigenmaps, LE)<sup>[5]</sup>和采用测地线距离代替样本点间欧氏距离并保持这一特征的等距离映射

(Isometric Mapping, IsoMap)<sup>[6]</sup>等一系列的非线性流形学习算法被提出。后来,学者在上述非线性算法中人为地引入线性映射,构建了相应的线性化版本的流形学习算法。例如,局部保持嵌入(Locality Preserving Projections, LPP)<sup>[7]</sup>是 LE 算法的线性化版本,通过对 LLE 算法线性化提出了近邻保持嵌入(Neighborhood Preserving Embedding, NPE)<sup>[8]</sup>算法。这类线性化方法克服了非线性方法面临的“外样本学习”问题。流形学习算法在学习数据高维空间的低维子空间过程中,充分保持了数据在高维空间的局部结构关系这一特性,但也丢失了样本间的非局部属性,导致算法在处理受到干扰的数据时(如人脸数据在受到光照、姿态和表情变化较大时)性能并不十分理想,即算法在非约束环境下的鲁棒性不强。为解决这一问题, Qiao 等人引入压缩感知领域中鲁棒性很强的稀疏表示理论提出了一种稀疏性保持投影(Sparsity Preserving Projection, SPP)<sup>[9]</sup>的降维方法,在人脸数据中取得了较好的表现。

近来,低秩表示理论被学者提出,用于子空间估计和分

到稿日期:2014-05-12 返修日期:2014-07-12 本文受国家自然科学基金项目(51365017, 61305019),江西省科技厅青年科学基金(20132bab211032)资助。

杨国亮(1973—),男,博士,副教授,主要研究方向为模式识别与图像处理、智能控制, E-mail: ygliang30@126.com; 谢乃俊(1989—),男,硕士,主要研究方向为模式识别与图像处理; 余嘉玮(1991—),男,硕士,主要研究方向为智能控制; 梁礼明(1967—),男,硕士,副教授,主要研究方向为机器学习。

割<sup>[10]</sup>,在非监督聚类任务中得到了成功的运用。低秩表示模型的目的是通过构建低秩表示模型学习出数据在由自身数据集作为字典下的联合最低秩表示系数。这种低秩表示系数能够很好地揭示数据在空间分布中的全局结构信息和鉴别信息且在非约束环境下的鲁棒性很强,这些特性称为数据的低秩特性。Liu 等人在文献[11]中将低秩表示模型用于子空间分割和恢复等任务,旨在通过数据的低秩表示系数恢复空间中受到大噪声干扰的数据并发现那些数据来自于同一个子空间。

针对数据的低秩表示系数所具有的优秀特性,结合流形学习降维理论中保持局部结构特性不变的思想,提出保持数据低秩特性不变的特征提取方法,在保持数据全局结构信息和鉴别信息的同时强调样本间的局部结构,通过低秩权重矩阵反映数据集内在的规律并指导子空间的正确学习。本文首先利用原始的低秩模型构建了一个反映数据低秩特性的权重矩阵。此外,在子空间分割任务中显示,低秩表示系数矩阵是“密集”的,存在很多数值非常小的表示系数,这些系数在具体的模式识别和图像处理任务中发挥不了积极的作用,反而会影响算法的效果。因此,在原始的低秩表示模型中引入加权策略构建一种加权低秩表示模型用于去除这些干扰的表示系数,以揭示更加真实的数据低秩特性。最后利用线性投影方法将数据的这些特性在线性投影的特征提取过程中得到保持。

## 2 低秩保持投影

利用线性投影完成特征提取的基本思路是:通过训练样本数据集学习出一个映射矩阵  $W$ ,使得  $Y=W^T X$  成立,其中  $X_{N \times M}=[x_1, x_2, \dots, x_n]$  为采样于高维空间的  $N$  个训练样本组成的数据集,  $Y_{N \times D}=[y_1, y_2, \dots, y_n]$  是保留了数据集  $X$  在高维空间中某些特性的低维数据,  $W$  为映射矩阵。基于线性投影的特征提取是通过学习得出映射矩阵,其将高维数据映射到低维子空间并在该空间里依旧保持高维空间中的某些数据特性不变。本节将介绍揭示数据低秩特性的低秩表示模型和在低秩表示模型中引入加权机制的加权低秩表示模型,以及怎样利用传统的线性投影算法达到保持这两种特性的方法。

### 2.1 低秩表示

假设存在一个训练数据集  $X=[x_1, x_2, \dots, x_n] \in R^{d \times n}$ ,低秩表示的目的是寻求训练集中每一个独立的数据向量作为训练数据集中所有数据向量的线性组合表示,数据集  $X$  的低秩表示  $Z$  可以通过下面的优化目标函数得到:

$$\min_Z \text{rank}(Z) \quad \text{s. t. } X=XZ \quad (1)$$

式中,  $Z=[z_1, z_2, \dots, z_n]$  是线性组合表示系数矩阵,  $z_i$  代表  $x_i$  在所有训练数据集下的线性表示系数。上式中最优解  $Z^*$  为数据  $X$  的低秩表示系数。

凸优化理论中的研究表明,在一定的条件下,优化的目标函数可以用它的凸形式来代替,例如矩阵的核范数  $\|Z\|_*$  可以用来代替矩阵的秩  $\text{rank}(Z)$ <sup>[12]</sup>。因此,问题(1)可以变成如下的凸优化问题:

$$\min_Z \|Z\|_* \quad \text{s. t. } X=XZ \quad (2)$$

式中,  $\|Z\|_*$  代表矩阵  $Z$  的核范数即矩阵  $Z$  的奇异值总和。针对实际数据采集的过程,考虑噪声数据干扰的情况,低秩表

示模型可以表示为如下的形式:

$$\min_{Z,E} \|Z\|_* + \lambda \|E\|_{2,1} \quad \text{s. t. } X=XZ+E \quad (3)$$

式中,参数  $\lambda > 0$ ,  $\|E\|_{2,1} = \sum_{j=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^m ([E]_{ij})^2}$  被称为  $l_{2,1}$  范数,用来刻画噪声数据的类型,在此我们用  $l_{2,1}$  范数来模型化受大噪声干扰的“奇异点样本”,针对不同的噪声数据,文献[13]给出了不同的范数来刻画。根据文献[14],本文利用非精确增广拉格朗日乘法求解式(3)的最优解,使得本文算法在运行时间和性能上取得最好的平衡。一些其他求解问题(3)的算法可以详细参考文献[15]。

低秩表示系数揭示了所有数据在全局低秩约束下相互表示的权重关系,因此,能够更好地捕捉数据的全局结构特性(例如多个类别、流形等)。本文尝试将低秩表示揭示的这种全局结构特性在线性投影中得以保持来完成数据降维的任务。在文献[16]中证明了在满足某些条件下,低秩表示系数能够准确地揭示来自同一个子空间数据之间的联系并用此特性进行数据子空间的分割。但低秩表示系数往往是密集的,低秩表示系数矩阵中含有大量的意义不大的数值非常小的系数,这些系数在子空间分割任务中会带来降低算法表现的危害。为此,本文提出了一种迭代加权策略的低秩表示模型,用于消除这种“密集”特性。

### 2.2 加权低秩表示模型

在加权  $l_1$  范数最小化优化问题中,其主要思想是用较大的权值去约束减弱非零项的数值,用小的权值增强非零项,我们提出的加权低秩表示模型也是运用类似的想法。由于矩阵的秩是矩阵的非零奇异值之和,因此,类似于加权  $l_1$  范数最小化优化问题,我们同样用一个较大的权值来约束减弱非零项的数值,用小的权值增强非零项,这样通过大权值减弱非零项的数值来达到去除数据低秩表示系数矩阵“密集”特性。因此,构建了如下的加权低秩表示模型:

$$\min_{Z,E} \sum_{j=1}^n w_{L,j} \sigma_j + \lambda \|E\|_{2,1} \quad \text{s. t. } X=XZ+E \quad (4)$$

式中,  $\sigma_j$  是低秩表示系数矩阵  $Z$  的奇异值,矩阵  $W_L = \{w_{L,j}\}$  是奇异值  $\sigma_j$  对应的加权系数。类似文献[17]中选择  $l_1$  的加权权值,利用奇异值的倒数作为奇异值的加权系数。这样的权值能够使得原始低秩表示系数中较大的权值得到进一步的增强,使其发挥更大的作用;原始系数矩阵中较小的干扰系数得到抑制,使其系数进一步变小(接近于0),减弱其干扰。低秩表示模型在求解方法上往往是用迭代更新方法,因此加权系数定义如下:

$$w_{L,j}^{k+1} = \frac{1}{\sigma_j^k + \epsilon_L} \quad (5)$$

式中,  $\epsilon_L$  为正约束整数。

接下来,利用非精确增广拉格朗日乘法(Inexact Augmented Lagrangian Multiplier, IALM)<sup>[18]</sup> 求解模型(4),为把模型(4)转化为可分离凸优化问题,引入辅助参数  $J$ ,模型(4)转化为如下:

$$\min_{Z,E,J} \sum_{j=1}^n w_{L,j} \sigma_j + \lambda \|E\|_{2,1} \quad \text{s. t. } X=XJ+E, Z=J \quad (6)$$

其增广拉格朗日函数为:

$$L(Z, E, Y_1, Y_2) = \sum_{j=1}^n w_{L,j} \sigma_j + \lambda \|E\|_{2,1} + \langle Y_1, X - XZ - E \rangle + \langle Y_2, Z - J \rangle$$

$$\begin{aligned}
& J) + \frac{\mu}{2} (\|X - XZ - E\|_F^2 + \|Z - J\|_F^2) \\
& = \sum_{j=1}^n w_{l,j} \sigma_j + \lambda \|E\|_{2,1} + \frac{\mu}{2} \|Z - J + Y_2/u\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \\
& \quad \|X - XZ - E + Y_1/u\|_F^2 - \frac{1}{2u} (\|Y_1\|_F^2 + \|Y_2\|_F^2) \quad (7)
\end{aligned}$$

IALM 方法利用交替迭代策略分别对拉格朗日函数中的单个参数寻优,具体步骤如下:

#### 算法 1 加权低秩表示模型的 IALM 算法

输入: 数据矩阵  $X$ , 参数  $\lambda$

初始化:  $Z=J=E=0, Y_1=Y_2=0, u=10^{-6}$

$u_{\max}=10^{10}, \rho=1.1, \epsilon=10^{-8}, \epsilon_l=0.01, W_l=1 \in \mathbb{R}^n$

While  $\|X - XZ - E\|_{\infty} < \epsilon$  and  $\|Z - J\|_{\infty} < \epsilon$

1. 更新  $J$ :

$$J = \Phi_{u^{-1}W_l} [Z + Y_2/u]$$

2. 更新  $Z$ :

$$Z = (I + X^T X)^{-1} (X^T X - X^T E + J + (X^T Y_1 - Y_2)/u)$$

3. 更新  $E$ :

$$E = \Omega_{\lambda u}^{-1} [X - XZ + Y_1/u]$$

4. 更新乘子:  $Y_1, Y_2$ :

$$Y_1 = Y_1 + u(X - XZ - E)$$

$$Y_2 = Y_2 + u(Z - J)$$

5. 更新  $u$ :

$$u = \min(\rho u, u_{\max})$$

6. 更新  $W_l$ :

$$W_{l,j} = \frac{1}{\sigma_j + \epsilon_l}$$

End while

输出: 数据低秩表示矩阵  $Z$

固定参数  $E, Y$ , 求解  $J$ :

$$\begin{aligned}
J & = \arg \min J(Z, J, E, Y_2, u) \\
& = \arg \min \sum_{j=1}^n w_{l,j} \sigma_j + \frac{\mu}{2} \|J - (Z + Y_2/u)\|_F^2 \quad (8)
\end{aligned}$$

固定参数, 求解  $Z$ :

$$Z = (I + X^T X)^{-1} (X^T X - X^T E + J + (X^T Y_1 - Y_2)/u) \quad (9)$$

固定参数  $Z, Y$ , 求解  $E$ :

$$\begin{aligned}
E & = \arg \min E(Z, J, E, Y_1, u) \\
& = \arg \min \lambda \|E\|_{2,1} + \frac{\mu}{2} \|E - (X - XZ + Y_1/u)\|_F^2 \quad (10)
\end{aligned}$$

参考文献[19]和文献[11]可知,式(8)和式(10)的最优解分别为

$$J = \Phi_{u^{-1}W_l} [Z + Y_2/u] \quad (11)$$

$$E = \Omega_{\lambda u}^{-1} [X - XZ + Y_1/u] \quad (12)$$

$\Phi_w[M]$  为 NSVT 算子<sup>[19]</sup>:

$$\Phi_w[M] = U \text{diag}(\{\max(\sigma_i - w_i, 0)\}) V^T \quad (13)$$

式中,  $i=1, \dots, n, \sigma_i$  是矩阵  $M$  的奇异值。当  $\epsilon < \|m_i\|_2$  时, 算子  $\Omega_{\epsilon}[M]$  的第  $i$  列为  $(1 - \epsilon/\|x_i\|_2)x_i$ ; 否则,  $\Omega_{\epsilon}[M]$  的第  $i$  列为零向量<sup>[11]</sup>。

求解加权低秩表示模型(即式(4))的 IALM 具体算法见算法 1。

### 2.3 基于低秩表示的线性投影

局部保持投影(LPP)是非线性拉普拉斯特征映射(LE)方法的线性化版本,旨在保持数据邻域中的局部距离不变。

算法主要包含 3 个步骤:构建局部邻域图;选择连接权重;计算数据的特征映射。算法的前两步得到的是一个对称的权重矩阵  $W_{N \times N}$ ,代表在投影中被嵌入的图结构。

本文提出的基于低秩表示的线性投影(LRRLP)算法用低秩表示模型得出的低秩权重矩阵或者加权低秩表示模型得出的加权低秩权重矩阵代替 LPP 方法中的图表示。LRRLP 算法具体的流程见算法 2。LRRLP 方法中的权重连接矩阵  $W$  定义如下:

$$W = (Z + Z^T)/2 \quad (14)$$

$W$  是一个对称矩阵,能够代表数据在高维空间中的低秩特性。

#### 算法 2 基于低秩表示的线性投影(LRRLP)算法

输入: 数据集  $X_{\text{train}}$

1. 通过式(3)或式(4)求解数据的低秩表示  $Z$ ;

2. 由  $Z$  构建数据集  $X$  的相似度低秩图矩阵  $W, W = (Z + Z^T)/2, W$  反映数据点之间的结构信息;

3. 通过谱图嵌入理论学习出数据从高位到低维子空间的转换矩阵  $A$ :

$$\arg \min_A A^T X L X^T A \quad \text{s. t. } A^T X D X^T A = 1$$

输出: 线性映射矩阵  $A$

LRRLP 方法特征映射的目的是在映射后的低维空间中依旧保持高维空间中的某些特性,即在低维空间中数据之间依旧具有矩阵  $W$  表示的低秩特性。构建如下的代价函数达到这种目的:

$$\epsilon(Y) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n W_{ij} \|y_i - y_j\|_2^2 \quad (15)$$

式中,  $y_i$  表示数据点  $x_i$  映射到低维空间的结果。引入映射矩阵  $A$  完成将高维数据映射到低维空间,代价函数有如下的形式:

$$\begin{aligned}
\epsilon(Y) & = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n W_{i,j} \|y_i - y_j\|_2^2 \\
& = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n W_{i,j} \|A^T x_i - A^T x_j\|_2^2 \\
& = \sum_{i=1}^n A^T x_i D_{ii} x_i^T A - \sum_{i,j=1}^n A^T x_i W_{ij} x_j^T A \\
& = A^T X (D - W) X^T A \\
& = A^T X L X^T A \quad (16)
\end{aligned}$$

式中,  $D$  是一个对角矩阵,对角线上的元素为矩阵  $W$  中相应列上的元素之和,  $D_{ii} = \sum_j W_{ij}$ 。  $L = D - W$  为一个拉普拉斯矩阵。  $X$  矩阵中的第  $i$  列表示的是数据样本点  $x_i$ 。增加约束条件,优化如下代价函数:

$$\arg \min_A A^T X L X^T A \quad \text{s. t. } A^T X D X^T A = 1 \quad (17)$$

求解广义特征向量  $X L X^T a = \lambda X D X^T a$  的特征值和特征向量能够很好地解决上述优化问题。依据前  $p$  个特征值  $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_p$  选择相应的特征向量  $a_1, a_2, \dots, a_p$  就是式(13)的解。因此,线性投影的结果为:

$$x_i \rightarrow y_i = A^T x_i, A = [a_1, a_2, \dots, a_p] \quad (18)$$

## 3 实验结果及分析

在 ORL 和 Yale 人脸数据集上,将提出的 LRRLP 算法与传统的 PCA、NPE 和 LPP 算法进行数据降维实验对比,证明该算法的有效性。其中 NPE 和 LPP 属于局部结构信息保持不变的方法,PCA、LRRLP-1 和 LRRLP-2 在线性投影的过程中保持的是数据的全局结构信息不变。为了区分保持不同低秩特性方法的实验结果,在线性投影过程中保持高维空间数

据的低秩性的方法实验称为 LRRLP\_1,保持数据的加权低秩性的方法实验称为 LRRLP\_2。在 ORL 人脸库上评价算法在不同的姿态、人脸表情和图像大小下的表现;Yale 人脸库被用于评价算法在人脸表情发生较大变化情况下的性能。在所有实验中,先通过几种维数约简算法将高维数据映射到不同的低维子空间中,然后最近邻分类器用于评价数据在投影后的低维空间中的可分性测试。

### 3.1 ORL 数据集上的实验

ORL 人脸库被用于评价算法在不同姿态、脸部表情和图像尺度条件下的表现。ORL 人脸数据库包含了 40 个类别的人脸数据,每个类别含有 10 张在不同条件下获取的人脸图像。每张图像的脸部表情和外部特征都各不相同,这些图像之间存在不同程度的倾斜,角度偏移量在  $20^\circ$  以内。参与实验的所有的图像都被归一化为  $32 \times 32$  像素的大小。图 1 所示为数据库中的某一个类别图像子集。



图 1 ORL 人脸库上某个子集的图片

在实验中,分别在每类人脸子集中随机地选取  $T(T \in \{2, 4, 6, 8\})$  张图片组成训练集,剩下的则作为测试集。对于每个特定的  $T$ ,实验重复 20 次。PCA、NPE、LPP、LRRLP-1 和 LRRLP-2 分别用于数据的特征提取过程。在基于流形理论方法的 NEP 中,领域参数  $k$  被设置为 5。几种方法取得的最大平均识别率和相应的投影子空间维数见表 1。从表 1 可以知道:在几种不同的特征提取方法中,不同样本数参与训练的情况下,本文提出的 LRRLP-1 和 LRRLP-2 方法都取得的识别率较传统方法的更高。

表 1 ORL 库上各种算法的最大识别率和相应的维数

T	2	4	6	8
PCA	70.94(78)	81.67(53)	90.63(65)	93.75(45)
NPE	69.75(37)	80.42(63)	82.50(56)	91.25(62)
LPP	71.88(66)	77.08(63)	83.13(50)	86.25(36)
LRRLP-1	76.56(32)	89.44(37)	95.00(29)	96.25(26)
LRRLP-2	79.38(32)	91.67(41)	96.88(34)	98.12(18)

从表 1 中能够观察到:(1)相比基于保持局部结构信息不变的流形学习特征提取方法 NPE 和 LPP 而言,基于保持全局结构信息不变的 PCA、LRRLP-1 和 LRRLP-2 方法所表现出来的结果更好。流形学习分类方法认为在某些环境下,局部结构比全局结构能够更加准确地表达数据的信息属性,基于保持局部结构不变方法的实验结果应该更好,这与本文实验结果所表现的不一致。因为流形学习方法中的局部结构很容易被噪声干扰所破坏,ORL 库中图片在人脸表情和姿态上的变化干扰了这些图像在空间中的局部结构,所以效果不如保持全局结构的方法。(2)在同是保持全局结构不变的 PCA、LRRLP-1 和 LRRLP-2 方法中,本文提出的基于保持数据低秩信息不变的 LRRLP-1 和 LRRLP-2 方法在所有情况下都取得了比 PCA 更好的识别率。低秩表示模型利用数据集本身对每一个数据样本在低秩约束下进行线性组合表示,这是一种全局的表示方法,能够揭示数据的全局结构信息。同时通过低秩表示模型学习出的这种表示系数是通过线性组合表示得到的,还能够揭示数据样本点之间的相似度关系,具有一定的鉴别能力,证实了低秩表示模型揭示数据全局结构信息的能力要强于最大方差方法。(3)将本文提出的 LR-

RLP-1 和 LRRLP-2 两种方法进行比较发现,LRRLP-2 比 LRRLP-1 方法取得更高的识别率,表明通过加权低秩表示模型学习出的数据低秩特性在线性投影过程中能够发挥更加有益的作用。这是因为加权低秩表示模型在原始低秩表示模型的基础上引入了迭代加重的思想,在原始的低秩表示系数上利用较大权重来约束减弱较小的系数干扰项,利用较小的权重约束来增强表示系数较大项所发挥的作用。在学习低秩表示系数矩阵的过程中避免了原始低秩表示系数中较小表示系数的错误信息,同时增强真正重要的表示系数的作用,剔除错误系数项和增强重要系数项能够更加准确地反映数据的全局结构。

图 2 是各种算法在不同维数子空间中取得的识别率,其中  $T$  表示不同的样本数参与训练的实验结果,图中横坐标是数据进行最近邻分类的子空间维数,纵坐标表示在相应维数子空间中分类获得的分类识别率。从图 2 中可以看出,几种算法在子空间维数为 20 维以后获得的识别率都比较稳定。 $T=2$  时的实验结果中,当维数小于 10 时本文提出的 LRRLP-1 和 LRRLP-2 算法的识别率小于其他 3 种传统的方法;而当参与训练样本数  $T=4, 6, 8$  时这种现象消失,低秩表示模型是通过秩最小化的优化目标函数获得的,当参与样本数太少时,低秩表示模型无法准确地获取数据的低秩特性,此时需要数据的更高维数的子空间来表示原始的高维数据。除此之外,各种情况下,本文提出的 LRRLP-1 和 LRRLP-2 都取得了更好的识别效果且基于加权低秩表示模型的 LRRLP-2 方法优于 LRRLP-1 方法。

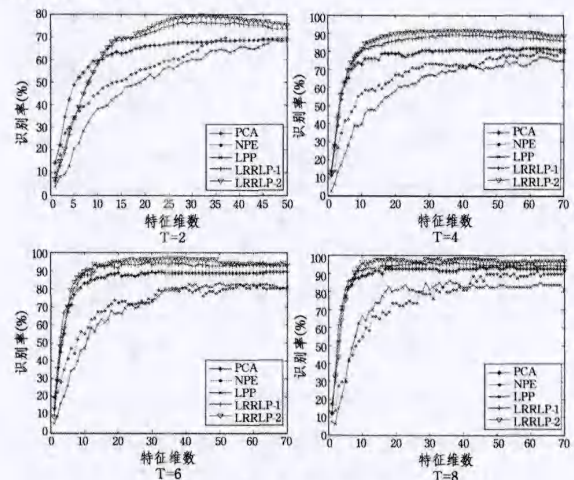


图 2 ORL 库上各种算法在不同维数子空间中的识别率

### 3.2 Yale 数据集上的实验

Yale 人脸库包含 15 个类别共 165 张人脸图像,每个类别有 11 张图片,主要在脸部表情上存在较大的变化同时采集图像的光照条件也存在微小的差异。为了计算的有效性,每张图像的尺寸被调整为  $32 \times 32$  像素。图 3 是数据库中某类人脸子集的图像。在实验中,分别在每类人脸子集中随机地选取  $T(T \in \{2, 4, 6, 8\})$  张图片组成训练集,剩下的数据则作为测试集。对于每个特定的  $T$ ,实验重复 20 次。PCA、NPE、LPP、LRRLP-1 和 LRRLP-2 分别用于数据的特征提取阶段。



图 3 Yale 人脸库上某个子集的图片

表 2 中是几种算法在不同数量样本参与训练下的最高平均识别率和获得识别结果的相应子空间的维数。从表 2 中可以知道:本文提出的 LRRLP-2 算法取得了最好的识别结果,证明了提出算法的有效性。

表 2 Yale 库上各种算法的最大识别率和相应的维数

T	2	4	6	8
PCA	43.70(29)	55.24(17)	58.00(84)	62.22(13)
NPE	40.74(13)	56.19(28)	54.00(33)	65.56(44)
LPP	42.22(27)	51.43(50)	49.33(58)	51.11(43)
LRRLP-1	46.67(12)	67.62(13)	77.33(15)	80.00(10)
LRRLP-2	50.74(12)	72.38(14)	78.67(27)	84.44(13)

从表 2 中可以得出:(1)与在 ORL 人脸库上的实验类似,在 Yale 人脸库上的实验中,基于保持全局结构不变的 PCA、LRRLP-1 和 LRRLP-2 方法取得较基于保持局部结构不变的 LPP 和 NPE 方法更好的识别效果。在 Yale 人脸库中的人脸数据集是采样于不同光照和表情的人脸图像,数据的局部结构被破坏,这和 ORL 库上的分析类似。(2)各种特征提取方法在 Yale 人脸库上的实验识别率整体低于在 ORL 库上的实验。由于 Yale 中的人脸图像在人脸表情上存在较大的变化,无论是对于图像数据的局部和全局结构都造成相应的破坏,使得基于保持这两种结构的方法在特征提取的过程中保持了不准确的结构信息,算法的性能受到相应的影响。

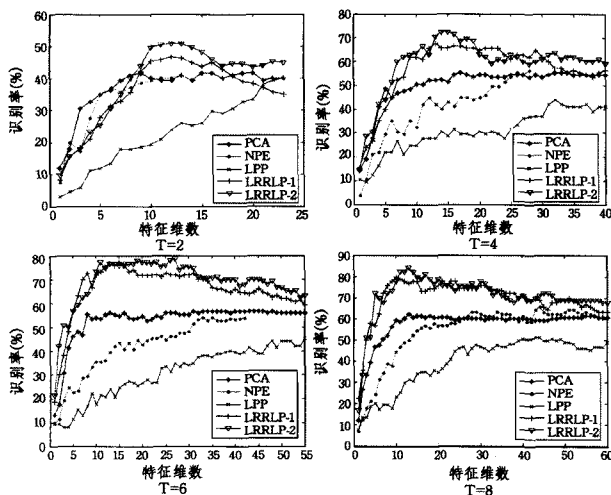


图 4 Yale 库上各种算法在不同维数子空间中的识别率

图 4 是各种算法在不同维数子空间中取得的分类识别率,其中  $T$  表示不同的样本数参与训练的实验结果。从图 4 中可以看出,不同训练样本参与实验的情况下,识别率在子空间维数为 10 左右就取得较好的识别率。相比于 ORL 人脸库上的实验,在 Yale 人脸库上的实验表明,本文提出的 LRRLP-1 和 LRRLP-2 算法在某些子空间维数取得的识别率优势更加明显,当参与训练的样本数  $T=4, 6, 8$  时,本文提出的两种方法取得的识别率较传统的方法相比高出 20% 左右。但是将本文提出的两种算法 LRRLP-1 和 LRRLP-2 进行比较时发现,与 ORL 库上不一样的是:在 ORL 库上,LRRLP-2 方法取得的识别率始终要高于 LRRLP-1 方法;在 Yale 库上的实验表明在某些子空间维数上的实验 LRRLP-2 方法得到的识别率低于 LRRLP-1 算法。分析发现:如图 3 所示, Yale 人脸库上的数据集在人脸表情上的变化比较大,这一因素使得人脸数据的低秩特性没有那么的好,基于低秩表示模型学习出的低秩表示系数存在一些偏差。LRRLP-2 方法是在原

始的低秩表示系数上通过迭代加权方法增强或减弱某些系数在线性映射过程的作用,当原始的低秩表示系数由于数据低秩特性好坏受到影响时,这种迭代加权方法在准确性上表现得就不是很稳定,因此造成在某些子空间维数上 LRRLP-2 方法识别率不如 LRRLP-1。

**结束语** 本文提出了在线性投影中保持数据低秩特性不变这一观点,在经典的基于图嵌入投影技术中,利用数据的低秩表示模型揭示数据图结构。构建了揭示数据低秩结构的两个不同的模型,在投影过程中保持这两种不同的数据低秩性,提出了 LRRLP\_1 和 LRRLP\_2 两种低秩保持投影算法,用于 ORL、Yale、PIE 人脸数据集上的降维分类任务,提出的新算法比传统的方法取得了更好的表现。但本文提出的方法仅用于分类识别任务中的数据特征提取步骤,下一步的工作研究一种基于低秩表示的数据分类方法。

## 参考文献

- [1] Zou H, Hastie T, Tibshirani R. Sparse principal component analysis[J]. Journal of computational and graphical statistics, 2006, 15(2):265-286
- [2] Martinez A M, Kak A C. Pca versus lda[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(2):228-233
- [3] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. Science, 2000, 290(5500):2323-2326
- [4] Borg I, Groenen P J F. Modern multidimensional scaling: Theory and applications[M]. Springer, 2005
- [5] Belkin M, Niyogi P. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering[C]//NIPS. 2001, 14:585-591
- [6] Tenenbaum J B, De Silva V, Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. Science, 2000, 290(5500):2319-2323
- [7] He X, Niyogi P. Locality preserving projections [C]// NIPS. 2003, 16:234-241
- [8] He X, Cai D, Yan S, et al. Neighborhood preserving embedding [C]// Tenth IEEE International Conference on Computer Vision, 2005 (ICCV 2005). IEEE, 2005, 2:1208-1213
- [9] Qiao L, Chen S, Tan X. Sparsity preserving projections with applications to face recognition[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(1):331-341
- [10] Favaro P, Vidal R, Ravichandran A. A closed form solution to robust subspace estimation and clustering[C]// IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011. IEEE, 2011:1801-1807
- [11] Liu G, Lin Z, Yu Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation[C]// Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10). 2010:663-670
- [12] Candès E J, Li X, Ma Y, et al. Robust principal component analysis? [J]. Journal of the ACM (JACM), 2011, 58(3):11
- [13] Liu G, Lin Z, Yan S, et al. Robust recovery of subspace structures by low-rank representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(1):171-184
- [14] Liu G, Yan S. Latent low-rank representation for subspace segmentation and feature extraction[C]// IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), 2011. IEEE, 2011:1615-1622

从实验结果看,6组视频中当SVM算法的数据集较小时如Video 1、Video 2和Video 6,训练时间比其他两种算法明显要少;然而当数据集较大时,如Video3和Video5,训练时间显著增加,大大超过其他算法。在检测时间方面,AdaBoost算法检测时间耗时最短,而TLNN和PTLNN算法次之,两种算法相差不大,SVM检测时间最长也明显超过其他算法;关于烟雾检测的实时性方面,PTLNN算法在6组视频中均在0.1s内完成图像检测,完全满足烟雾检测的实时性要求。在敏感度和特异度方面,AdaBoost、TLNN和PTLNN算法性能无明显差距,PTLNN算法在特异度方面表现更优,而SVM算法在Video2和Video6中敏感度和特异度较差。精确度是烟雾检测的关键,从6组实验数据的结果看,4种算法在采用离散小波变换作为特征进行检测时,AdaBoost、TLNN和PTLNN算法分别在1组、3组和2组数据中取得最好结果,虽然TLNN算法结果略好,但PTLNN算法与TLNN实验结果差别并不明显;在采用离散余弦变换作为特征进行检测时,PTLNN算法在5组视频数据中取得了最优结果,在Video 4中取得次优的结果,这表明PTLNN算法在采用余弦变换时有更好的检测精度。另外,在4种算法用离散余弦变换(DCT)和离散小波变换(DWT)两种形式组成的8种检测方式中,我们发现AdaBoost与TLNN算法用两种方式得出的实验结果差距不大,而PTLNN算法在采用离散余弦变换作为特征进行检测时,准确率较采用离散小波变换时有了很大提升,比其他方法的实验结果有更明显的优势,性能更优。

从上述结果可以看出,采用PTLNN算法结合离散余弦变换方式进行烟雾检测可以取得更好的检测结果,既满足视频烟雾检测实时性,又在检测精度方面有了明显提升。

**结束语** 本文提出了一种新的基于概率的两层自适应度量算法(PTLNN)来对视频烟雾进行检测,PTLNN算法以最小化平均绝对误差为原则,结合AdaBoost和KNN算法的优势,充分考虑局部和全局的样本分布,能明显提升分类精度。我们采用离散余弦变换(DCT)和离散小波变换(DWT)两种方式与其它算法进行对比验证,发现在采用离散余弦变换并结合PTLNN算法在视频烟雾检测方面有更好的效果。然而该方法在训练时间和测试时间方面上仍有不足,虽然满足视频烟雾检测的实时性要求,但训练和测试时间较AdaBoost算法要长,因此仍有很大改进空间。

## 参考文献

[1] Fang Lu-ming, Xu Ai-jun, Tang Li-hua. Study of the key technology of forest fire prevention based on a cooperation of video monitor and GIS[J]. Natural Computation, 2008, 5: 391-396  
 [2] Huang Fu-zhen, Wu Hai-tao. Video flame detection based on color and contour features[C]//Proceeding of the 31st Chi-

nese Control Conference(CCC). Hefei, China, 2012: 3668-3671

[3] Chen Juan, He Ya-ping, Wang Jian. Multi-feature fusion based fast video flame detection[J]. Building and Environment, 2010, 45(5): 1113-1122  
 [4] Toreyin B U, Dedeoglu Y, Cetin A E. Flame detection in video using hidden markov models[C]//Proc of IEEE International Conference on Image Processing. IEEE Press, 2005, 2: 1230-1233  
 [5] Habiboglu Y, Gunay O, Cetin A E. Flame detection method in video using covariance descriptors[C]//2011 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP). 2011: 1817-1820  
 [6] Li Ma, Wu Kai-hua, Zhu L. Fire smoke detection in video images using Kalman filter and Gaussian mixture color model[C]//IEEE Computer Press Artificial Intelligence and Computational Intelligence. Las Vegas, USA, 2010: 484-487  
 [7] Ko B C, Kwak J, Nam J. Wildfire smoke detection using temporal-spatial features and random forest classifiers[J]. Optical Engineering, 2012, 51(1): 1-10  
 [8] 袁非牛, 张永明, 刘士兴, 等. 基于累积量和主运动方向的视频烟雾检测方法[J]. 中国图象图形学报, 2008, 13(4): 808-813  
 [9] Yang Jing, Cheng Feng, Zhang Wei-dong. Visual-based smoke detection using support vector machine[C] // Fourth International Conference on Natural Computation. Jinan, China, 2008: 301-305  
 [10] 吴梦宇, 罗琴娟, 韩摇宁. 基于多运动特征的森林火灾烟雾图像识别算法[J]. 北京林业大学学报, 2013, 35(3): 154-158  
 [11] Gubbi J, Marusic S, Palaniswami M. Smoke detection in video using wavelets and support vector machines[J]. Fire Safety Journal, 2009, 44(8): 1110-1115  
 [12] Wang Zhi-jie, Salah B, Zhang Hong. Discrete wavelet transform based steam detection with Adaboost[C]//International Conference on Information and Automation (ICIA). Shenyang, China, 2012: 542-547  
 [13] 盛家川. 基于小波变换的国画特征提取及分类[J]. 计算机科学, 2014, 41(2): 317-319  
 [14] Gao Y, Pan J, Ji G, et al. A novel two-level nearest neighbor classification algorithm using an adaptive distance metric[J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 26: 103-110  
 [15] 边肇祺, 张学工. 模式识别[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000  
 [16] Duda R O, Hart P E, Stork D G. Pattern classification [M]. John Wiley & Sons, 2012  
 [17] XU Zeng-lin, Huang Kai-zhu, Zhu Jian-ke, et al. A novel kernel-based maximum a posteriori classification method[J]. Neural Networks, 2009, 22(7): 977-987  
 [18] Liu Z, Xue Y, Shen L, et al. Nonparametric saliency detection using kernel density estimation[C]// International Conference on Image Processing (ICIP). HongKong, 2010: 253-256

(上接第300页)

[15] Lin Z, Chen M, Ma Y. The augmented lagrange multiplier method for exact recovery of corrupted low-rank matrices[J]. arXiv preprint arXiv:1009.5055, 2010  
 [16] Vidal R, Favaro P. Low rank subspace clustering (LRSC)[J]. Pattern Recognition Letters, 2014, 43(1): 47-61  
 [17] Candes E J, Wakin M B, Boyd S P. Enhancing sparsity by reweighted  $l_1$  minimization[J]. Journal of Fourier analysis and ap-

plications, 2008, 14(5/6): 877-905

[18] Lin Z, Chen M, Ma Y. The augmented lagrange multiplier method for exact recovery of corrupted low-rank matrices[J]. arXiv preprint arXiv:1009.5055, 2010  
 [19] Peng Y, Suo J, Dai Q, et al. Reweighted Low-Rank Matrix Recovery and its Application in Image Restoration[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2014, 44(12): 2418-2430