

一种新的基于稀疏分解的图像放大方法

李秋菊 祝 轩 张旭峰 王 宁

(西北大学信息科学与技术学院 西安 710127)

摘 要 提出了一对新的冗余离散小波变换(RDWT)和波原子变换(WAT)字典,并将其应用于图像稀疏形态成分分解以获得图像的卡通与纹理成分。并针对卡通和纹理所具有的不同形态学特征,对卡通成分采用具有曲率运动、边缘冲击特性和平滑去噪性能的非线性 self-snake 模型来放大;对纹理成分采用双三次插值方法来放大,最后通过叠加就可获得放大图像。实验结果表明,这种基于新字典对的稀疏形态成分分解的图像放大方法相比于传统的基于整幅图像的放大方法能够有效地保护小曲率和大梯度,强化图像边缘,保证纹理细节清晰完整。

关键词 图像放大,稀疏表示,RDWT,WAT,self-snake 模型

中图法分类号 TN911.73 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.3.056

Novel Image Zooming Method Based on Sparse Decomposition

LI Qiu-ju ZHU Xuan ZHANG Xu-feng WANG Ning

(School of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an 710127, China)

Abstract Two new dictionaries, RDWT and WAT, were proposed in this paper, and we used them to sparsely decompose one image into cartoon component and texture component. Based on the fact that the cartoon and texture in one image have different morphological characteristics, we zoomed the cartoon by self-snake model with the characteristics of curvature motion, edge shock and smooth denoising, and zoomed the texture by bicubic interpolation. Through superposing the zoomed cartoon and texture, the zoomed image will be obtained. The experiment results show, compared with the traditional zooming methods processing the whole image, the new zooming model based on morphological component decomposition has good performance for enhancing edge, protecting small curvature and large gradient, and ensuring the texture clear and completion.

Keywords Image zooming, Sparse representation, RDWT, WAT, Self-snake model

数字图像放大的本质是一种将低分辨率图像转换成高分辨率图像的处理技术,它通过增加像素点来改变图像的大小,新增加像素点的值常用插值、偏微分方程 PDE(Partial Differential Equations)、离散小波变换 DWT(Discrete Wavelet Transform)以及全变分 TV(Total Variation)模型等方法确定。图像放大在实践中有着广泛的应用,如在医学、航天和电影合成等领域中的图像放大显示、传输和分析等。

插值方法主要有最近邻插值、双线性插值和双三次插值等。插值算法比较简单,易于实现,但存在放大倍数较高时容易形成斑点以及亮暗区域偏移现象,且放大倍数越大,这种现象越明显^[1]。20 世纪发展起来的基于 PDE 的图像放大方法主要有线性扩散和非线性扩散 PDE 方法,这类方法在放大图像的同时能平滑去噪,并且可以保证放大图像不出现明显的斑点和亮暗区域偏移现象,相比于线性扩散 PDE 方法,非线性扩散 PDE 方法能够强化边缘,使放大图像的结构更加明亮清晰。文献[2]提出用非线性 PDE self-snake 模型放大图像,不仅能够有效地平滑图像,而且可以抑制边缘模糊化,增强边缘,很好地实现图像放大。基于 DWT 的放大方法有好几种,

最常见的一种是把原始图像作为放大图像的低频成分,用一些超分辨率重建的方法得到图像的高频成分,然后利用小波逆变换达到图像放大的目的^[1]。TV 模型以其良好的平滑去噪性能被应用于图像修复,而图像放大过程可以看作是修复新增像素点的过程,所以 TV 模型也可以应用于图像放大^[5]。

近年来,在图像分解技术的推动下出现了更多的图像放大方法。目前主流的图像分解方法是按照图像的形态组成将图像分解为卡通成分和纹理成分。经典的图像分解模型主要有 Meyer 模型^[4]、TV 模型、形态成分分解 MCA(Morphological Component Analysis)模型等^[3]。基于稀疏表示理论的 MCA 模型受到了广大研究者的青睐,其用离散余弦变换和曲波变换作为字典分别提取图像中的纹理和卡通成分。

选择一对能够较好稀疏表示纹理和卡通的字典,是成功分解图像的关键。文献[5]也指出若字典满足互斥鉴别特性则能很好地分解出图像中的不同形态成分。常见的描述纹理的字典有 Gabor 变换、小波包(Wavelet packets)和局部离散余弦变换(Local Discrete Cosine Transform);常见的描述卡通的字典有小波变换(Wavelet Transform)、曲线波变换(Cur-

到稿日期:2014-04-14 返修日期:2014-08-15 本文受陕西省自然科学基金项目(2014JM8341,2010JM8026)资助。

李秋菊(1988-),女,硕士,主要研究方向为图像的稀疏表示,E-mail:zhien1988@126.com;祝 轩(1968-),女,博士,教授,主要研究方向为计算机视觉、稀疏表示、模式识别;张旭峰(1987-),女,硕士,主要研究方向为图像压缩;王 宁(1990-),女,硕士,主要研究方向为信息安全。

velet Transform)、脊波变换(Ridgelet Transform)和轮廓波变换(Courvelet Transform)等^[12]。对于字典的选择,理论上是按照保真度测量函数或者其它类似方法来选取:

$$Quality\{D_c\} = \frac{\sum_i \|\alpha_c^{opt}(i)\|_0}{\sum_j \|\alpha_t^{opt}(j)\|_0} \quad (1)$$

其中,

$$\alpha_c^{opt} = \arg \min_{\alpha_c} \|\alpha_c\|_0 \quad \text{s. t. } D_c \alpha_c = u_c \quad (2)$$

$$\alpha_t^{opt} = \arg \min_{\alpha_t} \|\alpha_t\|_0 \quad \text{s. t. } D_t \alpha_t = u_t \quad (3)$$

u_c, u_t 分别代表卡通和纹理, D_c 和 D_t 分别是稀疏表示卡通和纹理的字典, α_c 和 α_t 是稀疏表示卡通和纹理的系数。

按照式(1)设计字典对是非常复杂的,实际应用中字典往往都是按照经验选择已知的变换,找到一对能鉴别卡通和纹理的新字典要求有非常丰富的理论知识和实践经验。在理论分析和大量实践的基础上,本文提出用冗余离散小波变换 RDWT(Redundant Discrete Wavelet Transform)和波原子变换 WAT(Wave Atoms Transform)作为字典对对待放大图像稀疏分解为卡通和纹理。

RDWT 是除去了下采样的离散小波变换,具有平移不变和多尺度性,其变换结果满足各子带的大小与输入信号的大小相同。此外, RDWT 能够很好地识别卡通,且能够降低系数软阈值带来的影响,也就是能够克服系数软阈值带来的伪吉布斯效应,大大减少分解过程中的工作量^[6,7]。多尺度 WAT 集成了方向小波和 Gabor 变换的优点,具有很强的方向敏感和局部化特性。相比于传统的小波、脊波、曲线波和 Gabor 变换, WAT 能够有效地捕获图像的高维奇异特征和纹理信息,为振荡纹理提供更稀疏的表示。因此, WAT 适合做稀疏表示纹理的字典^[8]。

综上所述,本文提出了以 RDWT 和 WAT 为字典对的稀疏形态成分分解模型。

如果先对图像进行形态成分分解,把图像分解为卡通和纹理,然后再根据卡通和纹理所具有的不同形态特征采用不同的方法分别放大卡通和纹理,最后合成,势必会获得好的图像放大效果。

图像中的卡通成分反映的是一副图像中的大尺度全局信息,比如说边缘轮廓等。卡通成分具有明显的梯度特征:在平滑区域梯度模值较小,在边缘处则具有较大的梯度模值^[4]。Self-snake 模型具有曲率驱动和边缘增强的双重功能,可以保护小曲率和大梯度,其能使放大后的图像具有光顺的水平集和陡峭的边缘。由此可见, self-snake 模型非常适合放大卡通分量。

图像中的纹理成分具有局部呈现不规则性而在整体上表现出某种周期规律性的特征。插值方法基于邻域像素点操作,从一定程度上讲其属于统计分析方法,这恰好与纹理成分具有的局部统计特性相吻合。此外,插值方法简单易操作,是放大纹理时的不二选择^[4]。

因此,本文考虑分别用 self-snake 模型和插值方法放大卡通和纹理。

本文建立了一种新的基于稀疏分解的图像放大方法:首先以 RDWT 和 WAT 为字典对待放大图像稀疏分解为卡通和纹理;然后分别采用 self-snake 模型和双三次插值方法放大卡通和纹理;最后合成放大后的卡通和纹理实现图像放大。

实验结果表明,本文方法可行有效。

本文第 1 节讨论图像分解方法的建立及数值求解;第 2 节讨论卡通和纹理图像放大方法;第 3 节给出若干实验结果及其评价;最后总结全文。

1 稀疏分解图像放大方法的建立与数值实现

1.1 基于 RDWT 和 WAT 的形态成分稀疏分解

J. L. Starck 等人提出稀疏形态成分分解 MCA 模型^[3]:

$$(\alpha_c^{opt}, \alpha_t^{opt}) = \arg \min_{(\alpha_c, \alpha_t)} \|\alpha_c\|_1 + \|\alpha_t\|_1 + \lambda \|f - D_c \alpha_c - D_t \alpha_t\|_2^2 + \gamma TV(D_c \alpha_c) \quad (4)$$

式中, $TV(\cdot)$ 是修正项,用于克服当 D_c 不具有平移不变性时软阈值化处理过程中产生的伪吉布斯现象^[9],以保证卡通片状平滑。 λ 和 γ 是控制参数。MCA 模型能够较好地分解卡通和纹理的关键是要求字典对 D_c 和 D_t 满足互斥鉴别特性。

本文提出用 RDWT 和 WAT 作为互斥字典对分别表示卡通和纹理,构造了一个新的形态成分稀疏分解模型:

$$(\alpha_c^{opt}, \alpha_t^{opt}) = \arg \min_{(\alpha_c, \alpha_t)} \|\alpha_c\|_1 + \|\alpha_t\|_1 + \lambda \|f - D_c \alpha_c - D_t \alpha_t\|_2^2 \quad (5)$$

式中, D_c 是 RDWT 构成的卡通字典, D_t 是 WAT 构成的纹理字典。与式(4)相比,式(5)中去掉了 $TV(\cdot)$ 项,因为 RDWT 具有平移不变性,能够克服系数软阈值化带来的伪吉布斯效应,去掉 $TV(\cdot)$ 项,分解过程将大大加快。

1.2 稀疏分解模型的数值实现

考虑到 Bregman 迭代方法^[10]可以有效地求解 l_1 范数最小化,且其具有编程简单、数值求解稳定和收敛速度快等优点,本文采用简单 Bregman 数值迭代方法求解式(5),得:

$$(\alpha_c^{k+1}, \alpha_t^{k+1}) = \arg \min_{\alpha_c, \alpha_t} \|\alpha_c\|_1 + \|\alpha_t\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|f - D_c \alpha_c - D_t \alpha_t - b^k\|_2^2 \quad (6)$$

$$b^{k+1} = b^k + (D_c \alpha_c^{k+1} + D_t \alpha_t^{k+1} - f) \quad (7)$$

式中, b 为简单 Bregman 迭代引入的迭代参量。交替求解式(6)和式(7)中的 α_c 和 α_t , 可得:

$$\alpha_c^{k+1} = \arg \min_{\alpha_c} \|\alpha_c\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|f - D_c \alpha_c - D_t \alpha_t^k - b^k\|_2^2 \quad (8)$$

$$\alpha_t^{k+1} = \arg \min_{\alpha_t} \|\alpha_t\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|f - D_c \alpha_c^k - D_t \alpha_t - b^k\|_2^2 \quad (9)$$

考虑到 Bregman 迭代的快速收敛特性,采用 IST 算法^[11]分别求解式(8)和式(9),可分别得到两个子迭代:

$$\alpha_c^{k+1} = \gamma_c \cdot ST_{1/\lambda} [D_c^T (f - D_c \alpha_c^k - b^k)] \quad (10)$$

$$\alpha_t^{k+1} = \gamma_t \cdot ST_{1/\lambda} [D_t^T (f - D_c \alpha_c^{k+1} - b^k)] \quad (11)$$

式中, $ST(\cdot)$ 表示软阈值化处理, γ 的取值大小用于控制卡通和纹理在分解结果中所占的比重。 γ_c 和 γ_t 可简化分别取 $\gamma_c = 1, \gamma_t = \gamma$, 在实际应用中 γ 取值通常接近于 1。

1.3 self-snake 模型的图像放大

self-snake 模型:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial t} &= -g(|\nabla I|) \kappa |\nabla I| + \nabla g(|\nabla I|) \cdot \nabla I \\ &= F_{diff} + F_{shock} \end{aligned} \quad (12)$$

式中, κ 是曲率, $g(|\nabla I|)$ 是单调递减的边缘停止函数。 F_{diff} 表示带边缘停止的方向扩散项, F_{shock} 表示有边缘增强作用的冲击项。

self-snake 模型放大卡通图像的半点显式数值方案:

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \Delta t \left(\left(g \frac{I_x}{|\nabla I|} \right)_{i,j+1/2} - \left(g \frac{I_x}{|\nabla I|} \right)_{i,j-1/2} + \left(g \frac{I_y}{|\nabla I|} \right)_{i+1/2,j} - \left(g \frac{I_y}{|\nabla I|} \right)_{i-1/2,j} \right) \quad (13)$$

式中, $g(|\nabla I|) = \frac{1}{1+(|\nabla I|/K)^3}$, 以 $(g \frac{I_x}{|\nabla I|})_{i,j+1/2}$ 的计算为例:

$$\begin{aligned} \left(g \frac{I_x}{|\nabla I|} \right)_{i,j+1/2} &= \frac{1}{2} (g_{i,j+1} + g_{i,j}) \times (I_x)_{i,j+1/2} / \\ &\quad \sqrt{(I_x)_{i,j+1/2}^2 + (I_y)_{i,j+1/2}^2} \\ &= \frac{1}{2} (g_{i,j+1} + g_{i,j}) \times [(I_{i,j+1} - I_{i,j}) / \\ &\quad ((I_{i,j+1} - I_{i,j})^2 + (I_{i+1,j+1} + I_{i+1,j} - \\ &\quad I_{i-1,j} - I_{i-1,j+1})^2 / 16)^{1/2}] \quad (14) \end{aligned}$$

其余 3 项的计算与 $(g \frac{I_x}{|\nabla I|})_{i,j+1/2}$ 的计算类同。

从式(14)可以看出,在 $|\nabla I|$ 较小的区域,也就是平坦区域,图像会很光滑;而在 $|\nabla I|$ 较大的地方,也就是边缘处,在 $g(|\nabla I|)$ 的作用下,扩散几乎停止,边缘得到强化。因此,可以预见经过 self-snake 模型的平滑去噪和边缘强化作用,可以很好地实现卡通图像放大。

本文采用双三次插值方法放大纹理图像,此处不做详细阐述。值得一提的是分离出的纹理图像中含有大量的零值像素,可大大提高双三次插值算法的效率。

2 实验结果及评价

为了验证本文提出的稀疏分解模型及其在图像放大应用中的有效性,本文进行了以下实验研究。

2.1 图像分解

图 1(a)是 256×256 Barbara 图像,图 1(b)是本文方法分解得到的卡通图像,图 1(c)是用本文方法分解得到的纹理图像,图 1(d)是重建结果。实验参数: $\delta = \Delta * K$, $\Delta = 1$, $K = 40$, $\lambda = 1$ 。

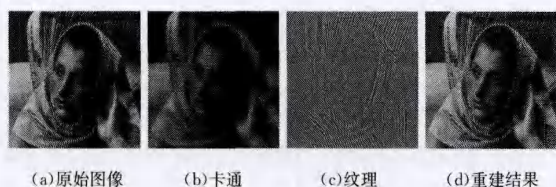


图 1 图像分解

从图 1 可以明确看出,本文方法能够很好地分离卡通和纹理,无论是卡通还是纹理不仅在平坦区域有好的平滑性,而且边缘也十分光滑。此外,在相同参数情况下,实验显示本文分解模型的运行时间是 12.5476s,而 MCA 模型的运行时间为 24.5704s,可见新分解模型大大提高了分解效率。

2.2 图像放大

在 MATLAB7.0 环境下,用本文方法放大含有大量纹理的局部 Lena 图像,结果如图 2 所示。图 2(a)是局部 Lena 图像,图 2(b)是放大 2 倍的结果,图 2(c)是放大 4 倍的结果。图像分解实验参数设置同图 1, self-snake 模型放大卡通 2 倍参数:时间步长 $\Delta t = 1$,迭代次数 $N = 500$; self-snake 模型放大卡通 4 倍参数:时间步长 $\Delta t = 1$,迭代次数 $N = 5000$ 。

从图 2 可以看出,本文方法不仅对小的放大倍数有效,当

放大倍数较大时仍然可以保持结构和纹理清晰突出(如眼睛、眉毛及头发等细节)。

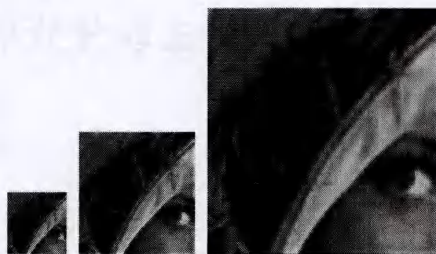


图 2 图像放大

2.3 质量评价

对比本文方法、TV 模型、双三次插值和 DWT 方法放大 2 倍 Lena 图像,如图 3 所示。由图 3 可以明显地看出,本文方法相比于其它 3 种方法不仅在平坦区具有很好的平滑和清晰性,而且具有光顺和强的边缘。

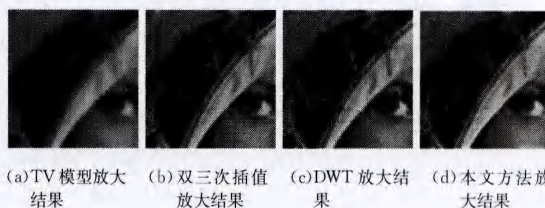


图 3 放大结果对比

随机对原始图像和图 3 中的 4 种放大结果的相同位置划线,绘制相应的灰度偏移曲线,结果如图 4 所示。由图 4 可见,TV 模型放大方法灰度偏移最大,DWT 和双三次插值次之,本文方法的灰度曲线与原始图像最为接近,几乎重合,无论对大的或细小的灰度变化均比较敏感。

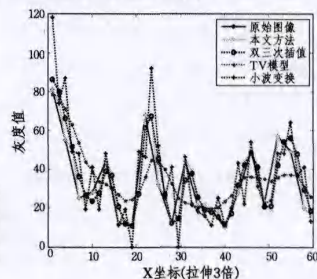


图 4 Lena 原图及画线处拉伸 3 倍灰度曲线

无可否认,本文方法的运行时间相对于其它 3 种方法有所提高,这是因为本文方法涉及分解和放大两个过程,以牺牲时间换取图像放大质量的提高,在要求高精度放大图像的情况,本文方法不失为一种不错的选择。

结束语 本文从图像形态学的观点出发,在形态成分分解模型的基础上,分析了字典选择在图像形态成分分解中的重要性,进而提出用 RDWT 和 WAT 分别作为提取卡通和纹理的字典,在成功获得卡通和纹理之后充分考虑卡通和纹理具有的不同形态学特征,分别用 self-snake 模型和双三次插值方法放大卡通和纹理并合成获得放大图像。实验结果表明,本文方法应用于图像放大能有效地保证卡通具有好的平滑性和强的边缘,纹理清晰完整,提高了图像放大质量。

(下转第 279 页)

- Letters, 2004, 25(4): 429-436
- [5] 陈伏兵, 谢永华, 严云洋, 等. 分块 PCA 鉴别特征抽取能力的分析研究[J]. 计算机科学, 2006, 33(3): 155-159
- [6] Yang J, Zhang D, Frangi A F, et al. Two-dimensional PCA: a new approach to appearance-based face representation and recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(1): 131-137
- [7] Li M, Yuan B. 2D-LDA: A statistical linear discriminant analysis for image matrix[J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26(5): 527-532
- [8] Chen S, Zhao H, Kong M, et al. 2D-LPP: a two-dimensional extension of locality preserving projections[J]. Neurocomputing, 2007, 70(4): 912-921
- [9] Li Z, Du M. 2D-NPP: An Extension of Neighborhood Preserving Projection[C]// 2007 International Conference on Computational Intelligence and Security. IEEE, 2007: 410-414
- [10] Zhang D, Zhou Z H. (2D)²PCA: Two-directional two-dimensional PCA for efficient face representation and recognition[J]. Neurocomputing, 2005, 69(1): 224-231
- [11] Noushath S, Hemantha Kumar G, Shivakumara P. (2D)² LDA: An efficient approach for face recognition[J]. Pattern Recognition, 2006, 39(7): 1396-1400
- [12] Nagabhushan P, Guru D S, Shekar B H. (2D)²FLD: An efficient approach for appearance based object recognition[J]. Neurocomputing, 2006, 69(7): 934-940
- [13] Vasilescu M A O, Terzopoulos D. Multilinear subspace analysis of image ensembles[C]// 2003 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2003. IEEE, 2003, 2: II-93
- [14] Lu H, Plataniotis K N, Venetsanopoulos A N. MPCA: Multilinear principal component analysis of tensor objects[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2008, 19(1): 18-39
- [15] Lu H, Plataniotis K N, Venetsanopoulos A N. Uncorrelated multilinear principal component analysis for unsupervised multilinear subspace learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2009, 20(11): 1820-1836
- [16] Yan S, Xu D, Yang Q, et al. Multilinear discriminant analysis for face recognition[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(1): 212-220
- [17] Han Xian-hua, Chen Yen-Wei. Multilinear supervised neighborhood embedding with local descriptor tensor for face recognition[J]. IEICE transactions on information and systems, 2011, 94(1): 158-161
- [18] Tao D, Li X, Wu X, et al. General tensor discriminant analysis and gabor features for gait recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(10): 1700-1715
- [19] Yan S, Xu D, Yang Q, et al. Discriminant analysis with tensor representation[C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2005(CVPR 2005). IEEE, 2005, 1: 526-532
- [20] Mohamad AL-Shiha A A, Woo W L, Dlay S S. Multi-linear neighborhood preserving projection for face recognition[J]. Pattern Recognition, 2014, 47(2): 544-555
- [21] Kolda T G, Bader B W. Tensor decompositions and applications[J]. SIAM review, 2009, 51(3): 455-500
- [22] <http://www.cvc.yale.edu/projects/yalefaces/yalefaces.html>
- [23] Messer K, Matas J, Kittler J, et al. XM2VTSDB: The extended M2VTS database[C]// Second international conference on audio and video-based biometric person authentication. 1999, 964: 965-966
- [24] Lyons M J, Budynek J, Akamatsu S. Automatic classification of single facial images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(12): 1357-1362

(上接第 273 页)

参 考 文 献

- [1] 程光权, 成礼智. 基于小波的方向自适应图像插值[J]. 电子与信息学报, 2009, 2: 265-269
- [2] 祝轩, 张申华, 王蕾, 等. 基于 self-snake 模型的图像放大[J]. 西北大学学报: 自然科学版, 2010, 40(1): 73-75
- [3] Starck J L, Elad M, Donoho D L. Redundant multiscale transforms and their application for morphological component separation[J]. Advances in Imaging and Electron Physics, 2004, 132(35): 287-348
- [4] Meyer Y. Oscillating patterns in image processing and nonlinear evolution equations [M]. Boston: American Mathematical Society, 2002
- [5] Chan T F, Shen J H. Mathematical models for local non-texture inpainting[J]. SIAM J. Appl. Math., 2001, 62(6): 1019-1043
- [6] Zhu Xuan, Wang Ning, En-biao, et al. Image decomposition model combined with sparse representation and total variation[C]// Proceeding of the IEEE International Conference on Information and Automation. Yinchuan, China, 2013: 86-91
- [7] 李德强, 吴永国, 罗海波. 基于冗余离散小波变换的信号配准及分类[J]. 自动化学报, 2011, 37(1): 61-66
- [8] 刘国军, 冯象初, 张选德. 波原子纹理图像阈值算法[J]. 电子与信息学报, 2009, (8): 1791-1795
- [9] Mallat S G, Jaggi S, Karl W, et al. High resolution pursuit for feature extraction[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1998, 5(7): 428-449
- [10] Osher S, Burger M, Goldfarb D, et al. An iterated regularization method for total variation-based image restoration[J]. SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation, 2005, 4(5): 460-489
- [11] Daubechies I, Defrise M, Mol C D. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint[J]. Commun. Pure Appl. Math., 2004, 57(11): 1413-1457
- [12] Stack J L, Elad M, Donoho D L. Image decomposition via the combination of Sparse representation and a variational approach[J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2005, 14(10): 1570-158