

# OFDMA 认知无线网络中面向功率控制的频谱定价与分配

张 翊<sup>1</sup> 曾碧卿<sup>2</sup> 杨劲松<sup>1</sup> 谢晓虹<sup>1</sup>

(华南师范大学计算机学院 广州 510631)<sup>1</sup> (华南师范大学软件学院 佛山 528225)<sup>2</sup>

**摘要** 针对 OFDMA 认知无线网络,提出一种基于 Stackelberg 博弈的频谱定价和分配模型。对于次基站控制次网络传输功率来保护主网络通信的场景,主基站可通过该模型获得最优的频谱定价方案。从功率控制的角度,重新设计次用户的效用函数,运用 Stackelberg 博弈对单个主基站和多个次用户在频谱租赁市场中的交易行为进行建模。通过逆向归纳法,求解市场均衡下的最优频谱定价,使得主基站在考虑主网络 QoS 降级的同时获得最大收益。此外,对于主基站只能获取本地信息的情形,提出了基于动态 Stackelberg 博弈的分布式频谱定价和分配模型。仿真实验表明,该模型能够在控制次网络传输功率的基础上,提供最优频谱定价和频谱分配方案。

**关键词** 认知无线电,频谱租赁,Stackelberg 博弈,功率控制,频谱定价

**中图分类号** TN929.5 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.3.018

## Power Control-oriented Spectrum Pricing and Allocation in OFDMA Cognitive Radio Networks

ZHANG Chi<sup>1</sup> ZENG Bi-qing<sup>2</sup> YANG Jin-song<sup>1</sup> XIE Xiao-hong<sup>1</sup>

(School of Computer, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)<sup>1</sup>

(School of Software, South China Normal University, Foshan 528225, China)<sup>2</sup>

**Abstract** This paper proposed a Stackelberg game-based model for spectrum pricing and allocation in orthogonal frequency division multiple access (OFDMA) cognitive radio networks. With this model, the primary base station (PBS) can obtain the optimal pricing solution in the scenario where secondary base station (SBS) controls the transmission power of the secondary network to protect the primary network transmission. We redesigned the utility function of secondary user (SU) with the consideration of power control, and formulated the trade behaviors in spectrum leasing market, in which a single PBS acts as a seller and multi-SUs act as buyers, by a Stackelberg game model. Using backward induction, we solved the optimal pricing at market equilibrium with which the PBS can maximize its profit under QoS constraints. Besides, considering that limited information is available locally at the PBS, we presented a distributed dynamic Stackelberg game-based spectrum pricing and allocation model. Simulation results demonstrate that this model can obtain the optimal spectrum pricing and allocation scheme with controlling the secondary network transmission power under the interface threshold of the primary network.

**Keywords** Cognitive radio, Spectrum leasing, Stackelberg game, Power control, Spectrum pricing

## 1 引言

当今网络遭遇着多接入方式并存、多节点协作和智能化感知等瓶颈,传统的静态频谱管理模式不再适用,追求不同设备间的通信干扰最小化、频谱利用率最大化的动态频谱管理模式开始走上历史舞台。认知无线网络 (Cognitive Radio Networks, CRN) 作为推动这一变革的通讯范例,已成为国内外学者的研究热点。CRN 通过在网络中引进具备认知无线电 (Cognitive Radio, CR)<sup>[1,2]</sup> 技术的非授权用户 (次用户),在不对授权用户 (主用户) 造成干扰的前提下,以动态频谱共享的方式共享原本只能被授权用户使用的频谱资源,以满足特定的通信需求,提高频谱资源的利用率,缓解频谱资源紧缺的问题。

在 CRN 中,次用户能够通过 CR 技术实时感知周边无线电环境的变化,评估干扰温度和侦测频谱空洞<sup>[3]</sup>,采用扩频技术将自身传输功率控制在干扰温度门限以下,以 Underlay 方式共享频谱资源;或者使用当前频谱空洞,以 Overlay 方式接入无线网络。由此引出机会频谱接入研究中两个主要的问题:功率控制和频谱分配。除此之外,在数据传输的过程中,频谱资源是否可用的不确定性是动态频谱共享中一大难题,这促使另一种频谱共享方案的诞生:频谱管理者允许次用户以一定的价格来获取授权许可,从而保证频谱可用的确定性,这种方式称作频谱交易 (spectrum trading)/频谱租赁 (spectrum leasing),早在 1993 年,国际电信联盟就列出实现付费频谱使用的政策指南<sup>[4]</sup>。

在频谱交易/频谱租赁中,定价问题与频谱分配紧密相

到稿日期:2014-04-27 返修日期:2014-07-17 本文受国家自然科学基金项目(71272144),广州市科技计划项目(2013KP084)资助。

张 翊(1990-),男,硕士,主要研究方向为认知无线网络、博弈论,E-mail: Jason@m.scnu.edu.cn;曾碧卿(1969-),男,博士,教授,主要研究方向为分布式处理、并行 I/O、P2P 和认知无线网络,E-mail: zengbiqing0528@163.com(通信作者);杨劲松(1991-),男,硕士生,主要研究方向为认知无线网络;谢晓虹(1990-),女,硕士生,主要研究方向为无线传感器网络。

关。文献[5,6]基于定价研究 CDMA CRN 中 Underlay 方式的频谱共享问题,使得次用户在保证传输功率低于干扰阈值的同时,通过支付基站相应的报酬完成上行数据传输。文献[7-9]基于寡头市场定价模型对 TDMA 等系统中 Overlay 方式的频谱共享进行建模,使得主、次用户在参与频谱交易的同时都能最大化自身收益。OFDMA CRN 频谱共享需保证次用户传输功率低于主用户的干扰阈值,即需要同时考虑频谱分配和功率控制。文献[10,11]研究 OFDMA CRN 中的联合频谱分配和功率控制方案,并提出一种基于议价博弈的公平性解决方案。文献[12]基于粒子群算法提出一种面向 QoS 需求和功率约束的高吞吐量解决方案。然而,在这些研究中,OFDMA CRN 中的频谱定价问题却鲜有涉及,文献[13]以增加系统复杂性为代价,引入分层模型,在不同层之间考虑频谱分配和功率控制,然而并没有给出市场均衡状态下能使主、次用户同时获得最大效用的频谱共享方案,并且忽略了主用户共享频谱而引起的主网络 QoS 性能降级。

本文基于市场理论,针对次网络基站控制次网络传输功率以保护主网络通信的场景,通过将 OFDMA CRN 中的定价问题建模成 Stackelberg 博弈,研究频谱定价和分配问题,使得在市场供需平衡时,次用户在满足功率控制约束时获得最大效用,主基站能够获得最大收益。

## 2 系统模型

### 2.1 基于 OFDMA 技术的 CRN

图 1 所示的 OFDMA CRN 包含传统授权网络和次网络。传统授权网络,即主网络,使用现存的基础设施架构,对特定授权频段具有绝对使用权。次网络使用具有 CR 技术的基础设施,未获得特定频段的授权。主网络中传统的无线收发终端,即主用户,使用授权频段进行数据传输,只受授权网络接入点(如主基站)的控制,与次网络的共存也不需要做出任何调整。次网络主要包括次网络接入点(如次基站)和 CR 收发终端,即次用户。其中,次用户具备共享授权频段的功能,可以通过 CRN 报文中类似身份 ID 的信息段表明身份,并和次网络接入点进行通信;次网络接入点配置有遗留网络通信协议和 CRN 通信协议,在不具备频谱授权的情况下,使用次用户租用的授权频段(或空闲授权频段)为次用户提供单跳连接,使其连接到其他网络<sup>[14]</sup>,假设网络中不存在恶意用户。

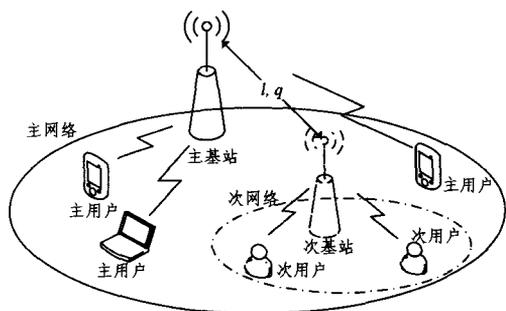


图 1 OFDMA CRN 模型

在 OFDMA CRN 的频谱交易中,主基站拥有特定授权频段上充分多的空闲子载波,有意以每个子载波  $\lambda$  的价格对外租售。主基站通过公共控制信道向网络中的  $N$  个次用户广播价格信息。每个次用户  $i$  在获知频谱价格信息后,根据自身需求确定子载波的租用数量  $q_i$  并将相应信息反馈给主基

站。次用户获得子载波的使用权后,在避免对主网络造成干扰的前提下,使用自适应调制技术在相应授权频段上进行数据传输,以满足自身通信需求。

次网络通信过程中,次用户  $i$  在第  $j$  个子载波上发射 OFDMA 信号,接收端接收到的 OFDMA 信号可表示为  $y_{ij} = h_{ij}x_{ij} + z_{ij}$ ,其中  $h_{ij}$  表示服从独立同分布的信道增益, $z_{ij}$  表示复杂循环对称高斯噪声,即  $z_{ij} \sim N(0, \sigma_z^2)$ ,假设次用户分配到的信道为慢衰落信道,信道增益不发生变化。次用户采用 M-正交幅度调制(M-ary Quadrature Amplitude Modulation, M-QAM)技术,可以根据相应的信道增益和负载调整传输功率等级,则每个信道上的误码率  $BER_{ij} \approx 0.2 \exp(-1.5\gamma_{ij} / 2^{r_{ij}(p_{ij})-1})$ <sup>[15]</sup>,其中  $\gamma_{ij} = p_{ij} |h_{ij}|^2 / \sigma_z^2$  表示信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR), $r_{ij}(p_{ij})$  表示使用功率  $p_{ij}$  所能获得的传输速率。此外,在已知信道状态( $h_{ij}$ )信息的前提下,次用户在一个衰落时隙可获得的最大信道容量为  $M_{ij} = \ln(1 + p_{ij} |h_{ij}|^2 \eta)$ ,其中  $\eta = -1.5 / (\sigma_z^2 \ln(5BER_{ij}))$ ,那么,当  $j$  子载波的正交信道带宽为  $\omega_j$  时,由香农定理可知,次用户可以获得的最大瞬时数据速率可表示为:

$$r_{ij} = \omega_j \ln(1 + p_{ij} \cdot |h_{ij}|^2 \cdot \eta), \forall i, j \text{ (单位: nat/s)} \quad (1)$$

### 2.2 市场均衡和 Stackelberg 博弈模型

市场中商品价格和流通数量是两个相互关联的参数,其关系在经济学中通常用需求函数  $\mathcal{D}(\cdot)$  和供给函数  $\mathcal{K}(\cdot)$  表示。在图 2 中,纵轴表示价格(自变量),横轴表示产品需求量(因变量),向右下方倾斜的需求曲线是需求函数的直观描述,曲线上的每个点反映每一价格水平下,买主愿意购买/租用的商品数量;向右上方倾斜的供给曲线是供给函数的几何图形表示,曲线描述了商品的价格和卖主供给量之间的关系。市场均衡位于需求曲线和供给曲线的交界处,在市场均衡状态下,市场的供给和需求达到平衡状态。在频谱市场中,频谱价格为  $\lambda$  时,买家愿意购买/租用的频谱数量为  $q = \mathcal{D}(\lambda)$ ,卖家愿意出售的数量为  $q = \mathcal{K}(\lambda)$ 。在市场均衡点( $\lambda^*, q^*$ )处,有式(2)成立。

$$\begin{cases} q^* = \mathcal{D}(\lambda^*) \\ q^* = \mathcal{K}(\lambda^*) \end{cases} \quad (2)$$

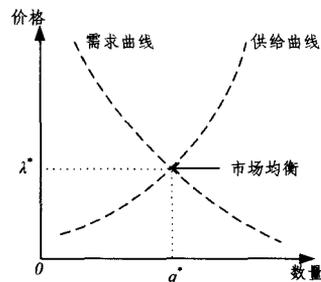


图 2 供给曲线和需求曲线

由于主基站占有频谱,拥有更高的频谱访问优先级,因此可以引入 Stackelberg 博弈的思想,即主基站作为“领导者”决定频谱价格  $\lambda$ ,次用户作为“跟随者”基于频谱价格和需求函数决定购买/租用量  $q$ 。领导者知道跟随者会对其策略做出反应,在确定定价时,会把跟随者的反应也考虑进去。

## 3 频谱定价与资源分配

该频谱市场模型中,主基站租售频谱给次用户  $i$  前,预测某一定价  $\lambda_i$  下, $i$  的租用数量  $q_i$ ,并基于此确定能够使自身收

益最大的定价  $\lambda_i^*$ 。该定价下,  $i$  的租用数量(或分配到的资源)为  $q_i^*$ 。为获得最优定价  $\lambda_i^*$ , 可利用求解 Stackelberg 博弈的逆向归纳法进行求解: 假定频谱定价  $\lambda$  已知, 主基站的供给量为  $q = \mathcal{A}(\lambda)$ , 次用户的频谱需求  $q = \mathcal{D}(\lambda)$ , 在市场均衡状态下, 由式(2)可知, 基站的供给量等于所有次用户需求量,  $\mathcal{D}(\lambda^*) = \mathcal{A}(\lambda^*)$  成立, 即  $\lambda^* = \mathcal{F}^{-1}(q^*) = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{D}(\lambda^*))$ , 由此可获得市场均衡定价和次用户的频谱需求。

### 3.1 功率控制和频谱定价

通常, 次用户  $i$  在子载波  $j$  上使用功率  $p_{ij}$  进行数据传输, 能够获得的效用可以表示为:

$$u_{ij} = \alpha_i \cdot r_{ij}(p_{ij}) - q_i \cdot \lambda_i \quad (3)$$

等式右边第一项表示次用户使用子载波  $j$  传输数据能够获得的效用, 第二项表示其所需承担的租用成本。其中,  $\alpha_i$  ( $\alpha_i > 0$ ) 表示每单位的传输速率对次用户  $i$  贡献的效用值, 也可理解为  $i$  对给定传输速率的偏好程度。对于不同类型的服务,  $\alpha_i$  的值有所差异, 例如在高数据速率需求的服务(多媒体)中, 次用户会设置一个较大的  $\alpha_i$ 。

为应对功率控制问题, 次基站通过对每个次用户  $i$  设定增益后的传输功率阈值  $p_i^{\max}$ , 限制  $i$  在其所有子载波上的传输功率  $\sum_{j=1}^{q_i} p_{ij} \cdot |h_{ij}|^2 \leq p_i^{\max}$ , 并使得  $\sum_{i=1}^N p_i^{\max} \leq p^{\text{TOTAL}}$ , 以避免次网络对主网络造成干扰。为简化模型, 假设所有子载波的信道带宽( $w$ )相等, 同一次用户在不同子载波进行传输的增益后的功率相等, 即  $p_{ij} \cdot |h_{ij}|^2 = p_{ij'} \cdot |h_{ij'}|^2$  ( $j \neq j'$ ); 次基站为每个次用户设置相同的功率阈值, 即  $p_i^{\max} = p^{\text{TOTAL}}/N$ 。因此, 用户  $i$  能够获得的最大效用为:

$$u_i = \alpha_i \cdot q_i \cdot w \cdot \ln(1 + \frac{p_i^{\max}}{q_i} \eta) - q_i \cdot \lambda_i \quad (4)$$

根据次用户的效用函数, 可以确定某一频谱定价下, 次用户愿意租用的频谱数量  $q_i = \arg \max_{q_i} u_i$ 。在确定定价和租用量关系的过程中, 可通过将  $q_i$  的整数作用域扩展到实数域, 获得一个全局最优的实数解, 随后搜索该实数周边的整数得到次优的整数解作为租用需求; 也可以引入分时机制<sup>[16]</sup>, 将全局最优的实数解作为租用需求, 具体而言, 对于非整数租用量  $q_i = \lfloor q_i \rfloor + (q_i - \lfloor q_i \rfloor)$ ,  $\lfloor q_i \rfloor$  为  $q_i$  的整数部分,  $(q_i - \lfloor q_i \rfloor)$  为小数部分, 其中, 小数部分可认为是在租用某一子载波  $j$  上  $i$  的分时因子, 即对每  $L$  个 OFDM 符号 ( $L$  是一个非常大的数),  $i$  只使用子载波  $j$  上的  $L \cdot (q_i - \lfloor q_i \rfloor)$  个符号进行传输。因此有以下结论:

**定理 1** 效用函数为式(4)的次用户, 其分时机制下子载波需求函数为:

$$\mathcal{D}_i(\lambda_i) = \frac{p_i^{\max} \cdot \eta}{W(-1/\exp(1 + \lambda_i/(\alpha_i \cdot w))) + 1} - p_i^{\max} \cdot \eta \quad (5)$$

其中, 函数  $W(\cdot)$  为 Lambert-W 函数 ( $W(\cdot) > -1$ )<sup>1)</sup>, 即  $y = x \cdot \exp(x)$  的反函数。

证明: 对效用函数(4)求一阶导数:

$$\frac{\partial u_i}{\partial q_i} = 0 = \alpha_i \cdot w \cdot \ln(1 + \frac{p_i^{\max}}{q_i} \eta) - \frac{\alpha_i \cdot w \cdot p_i^{\max} \cdot \eta}{q_i + p_i^{\max} \cdot \eta} - \lambda_i$$

$$\text{令 } \delta_i = p_i^{\max} \eta; \Rightarrow \ln(1 + \frac{\delta_i}{q_i}) = \frac{\delta_i}{q_i + \delta_i} + \frac{\lambda_i}{\alpha_i \cdot w}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow (\frac{\delta_i}{q_i + \delta_i} - 1) \exp(\frac{\delta_i}{q_i + \delta_i} - 1) \\ & = -\frac{1}{\exp(1 + \lambda_i/(\alpha_i \cdot w))} \\ & \Rightarrow \frac{\delta_i}{q_i + \delta_i} - 1 = W(-\frac{1}{\exp(1 + \lambda_i/(\alpha_i \cdot w))}) \\ & \Rightarrow q_i = \frac{\delta_i}{W(-1/\exp(1 + \lambda_i/(\alpha_i \cdot w))) + 1} - \delta_i \\ & \text{又 } \frac{\partial^2 u_i}{\partial q_i^2} = -\frac{\alpha_i \cdot w \cdot \delta_i \cdot (2q + \delta)}{(q + \delta)^2 \cdot q} < 0 \end{aligned}$$

因此  $q_i = \frac{p_i^{\max} \cdot \eta}{W(-1/\exp(1 + \lambda_i/(\alpha_i \cdot w))) + 1} - p_i^{\max} \cdot \eta$  能使次用户  $i$  在定价为  $\lambda_i$  时取得最大效用, 得证。

主基站租出一段频谱, 将会引起相应的 QoS 降级, 因此, 其效用函数不仅需要考虑出租频谱的收入, 同时需要考虑其 QoS 性能。对于统一定价的情形, 即  $\lambda_i = \lambda_{i'} (i, i' = 1, 2, \dots, N$  且  $i \neq i')$ , 主基站在供给量为  $q$  时的效用函数为<sup>[9]</sup>:

$$u_{\text{PBS}} = \lambda \cdot q - \beta \cdot q, \lambda \geq \beta \quad (6)$$

等式右侧第一、二项效用分量分别表示租售频谱的收入和弥补主网络服务质量下降的成本, 损失系数  $\beta$  可理解为租售每单位带宽所造成的损失。那么在市场均衡状态下, 即主基站的供给量等于市场需求:  $q = \sum_{i=1}^N \mathcal{D}_i(\lambda)$ , 主基站效用为:

$$u_{\text{PBS}} = \lambda \sum_{i=1}^N \mathcal{D}_i(\lambda) - \beta \sum_{i=1}^N \mathcal{D}_i(\lambda) \quad (7)$$

**定理 2** 主基站效用函数为式(7)的频谱租赁模型, 存在唯一的最优定价。

证明: 主基站的最优定价能够使自身的效用最大, 即  $\lambda = \arg \max_{\lambda \geq \beta} u_{\text{PBS}}(\lambda)$ 。首先证明存在性。对  $u_{\text{PBS}}$  进行求导:

$$\frac{\partial u_{\text{PBS}}}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^N \mathcal{D}_i(\lambda) + (\lambda - \beta) \sum_{i=1}^N \mathcal{D}_i'(\lambda) \quad (8)$$

其中,  $\mathcal{D}_i'(\lambda) = \frac{p_i^{\max} \cdot \eta \cdot W(-\exp(-1 - \lambda/(\alpha_i \cdot w)))}{\alpha_i \cdot w \cdot (1 + W(-\exp(-1 - \lambda/(\alpha_i \cdot w))))^3}$ 。

令  $x_i(\lambda) = W(-\exp(-1 - \lambda/(\alpha_i \cdot w)))$ ,  $\delta_i = p_i^{\max} \cdot \eta$ , 则式(8)可转化为:

$$\frac{\partial u_{\text{PBS}}}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i}{x_i(\lambda)} - \sum_{i=1}^N \delta_i + (\lambda - \beta) \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i \cdot x_i}{\alpha_i \cdot w \cdot (1 + x_i(\lambda))^3} \quad (9)$$

因为对于  $\forall i, i = \{1, 2, \dots, N\}$ :

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} x_i(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow 0^+} W(-\exp(-1 - \lambda/(\alpha_i \cdot w))) = -1 +;$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} x_i(\lambda) = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty} W(-\exp(-1 - \lambda/(\alpha_i \cdot w))) = 0_-$$

其中, 对于充分小的  $\epsilon (\epsilon > 0)$ ,  $z_+ = z + \epsilon$  和  $z_- = z - \epsilon$ 。所以:

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} \frac{\partial u_{\text{PBS}}}{\partial \lambda} = \lim_{\lambda \rightarrow 0^+, x_i(\lambda) \rightarrow -1_+} (\sum_{i=1}^N \frac{\delta_i}{x_i(\lambda)} - \sum_{i=1}^N \delta_i + (\lambda - \beta) \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i \cdot x_i}{\alpha_i \cdot w \cdot (1 + x_i(\lambda))^3}) = +\infty > 0$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{\partial u_{\text{PBS}}}{\partial \lambda} = \lim_{\lambda \rightarrow +\infty, x_i(\lambda) \rightarrow 0_-} (\sum_{i=1}^N \frac{\delta_i}{x_i(\lambda)} - \sum_{i=1}^N \delta_i + (\lambda - \beta) \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i \cdot x_i}{\alpha_i \cdot w \cdot (1 + x_i(\lambda))^3}) = 0^- < 0$$

此外,  $\frac{\partial u_{\text{PBS}}}{\partial \lambda}$  在满足  $\lambda \in (\beta, +\infty)$  和  $W(\cdot) > -1$  的区域

<sup>1)</sup> Lambert-W 函数在满足  $W(\cdot) > -1$  时, 为单调递增的连续函数。

内连续,即存在 $\lambda$ 使得 $\frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} = 0$ 。连续函数的最值总在极值点取得,因此存在最优定价。

下面证明唯一性。假设最优定价为 $\lambda^*$ ,分别对于 $\forall \lambda_1 > \lambda^*$ 和 $\forall \lambda_2 < \lambda^*$  ( $\lambda^*, \lambda_1, \lambda_2 > \beta$ ),有:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_1} - \frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=\lambda^*} = \\ & \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i}{x_i(\lambda_1)} - \sum_{i=1}^N \delta_i + (\lambda_1 - \beta) \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i \cdot x_i}{\alpha_i \cdot w \cdot (1+x_i(\lambda_1))^3} \right] - \\ & \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i}{x_i(\lambda^*)} - \sum_{i=1}^N \delta_i + (\lambda^* - \beta) \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i \cdot x_i}{\alpha_i \cdot w \cdot (1+x_i(\lambda^*))^3} \right] \\ & < 0 \\ & \frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_2} - \frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=\lambda^*} = \\ & \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i}{x_i(\lambda_2)} - \sum_{i=1}^N \delta_i + (\lambda_2 - \beta) \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i \cdot x_i}{\alpha_i \cdot w \cdot (1+x_i(\lambda_2))^3} \right] - \\ & \left[ \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i}{x_i(\lambda^*)} - \sum_{i=1}^N \delta_i + (\lambda^* - \beta) \sum_{i=1}^N \frac{\delta_i \cdot x_i}{\alpha_i \cdot w \cdot (1+x_i(\lambda^*))^3} \right] \\ & > 0 \end{aligned}$$

因此,效用函数 $u_{PBS}$ 只存在唯一的极值点。得证。

然而,直接求解方程 $\frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} = 0$ 获得 $\lambda^*$ 的过程非常复杂,尤其是对于主基站不能获知次用户参数( $p_i^{\max}, \eta, \alpha_i$ )的情形,无法计算结果。对此,本文基于梯度理论,利用动态 Stackelberg 博弈进行求解。

### 3.2 动态 Stackelberg 博弈

动态 Stackelberg 博弈以迭代的方式,将博弈过程进行多次重复,随着重复次数的增加,博弈结果趋于稳定,最终达到均衡点。假设对于第 $t$ 次迭代,主基站的频谱定价为 $\lambda[t]$ ,次用户相应需求量为 $\mathcal{Q}_i[t]$ ,主基站能够获得效用 $u_{PBS}[t]$ ,那么,基于动态 Stackelberg 博弈的频谱租赁过程可以描述为:主基站作为领导者首先对频谱进行定价 $\lambda[t]$ ,在次用户基于该定价确定频谱需求 $\mathcal{Q}_i[t]$ 的基础上,计算自身效用值 $u_{PBS}[t]$ ,并基于此,向增加自身收益的方向调整频谱定价 $\lambda[t+1]$ ,开始下一次迭代。调整规则如式(10)所示,其中, $\sigma$ 表示更新步长, $\sigma$ 越大,价格更新的幅度越大。

$$\lambda[t+1] = \lambda[t] + \sigma \cdot \frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} \quad (10)$$

边际收益 $\frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda}$ 可以通过请求次基站返回频谱需求导数 $\sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_i'(\lambda)$ ,计算式(8)获得。随着迭代次数的增加,主基站的效用值接近稳定,当设定合适的稳定阈值 $\tau$ ,判断当条件式(11)满足时,可认为动态 Stackelberg 博弈达到均衡状态。边际收益也可以通过观察微调价时自身效用值的变化幅度,由式(12)计算边际收益,其中 $\epsilon$ 表示微调幅度(如 $\epsilon = 10^{-4}$ ),在满足式(13)的条件时停止更新。

$$\frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_i(\lambda) + (\lambda - \beta) \sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_i'(\lambda) < \tau \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} \approx \frac{u_{PBS}(\lambda[t] + \epsilon) - u_{PBS}(\lambda[t] - \epsilon)}{2\epsilon} \quad (12)$$

$$u_{PBS}(\lambda[t] + \epsilon) - u_{PBS}(\lambda[t] - \epsilon) < \tau \quad (13)$$

### 3.3 频谱定价与分配算法

频谱共享初始状态下,次基站根据接入本基站的次用户

数,设定每个次用户的功率阈值 $p_i^{\max} = p^{\text{TOTAL}}/N$ ,并将该信息通过公共控制信道,以广播的方式发送给次用户。随后的调度由多次迭代组成,对于每次迭代:

(1)主基站:设定频谱定价 $\lambda[t]$ (初始定价 $\lambda[0] = \beta$ ),并将该定价发送给次基站;随后,基于次基站返回的频谱需求总量 $\sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_i(\lambda)$ (和频谱需求导数 $\sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_i'(\lambda)$ ),计算效用 $u_{PBS}(\lambda[t])$ 以调整下一迭代的定价 $\lambda[t+1]$ 。

(2)次基站:次基站在主基站设定频谱价格后,向次用户传递频谱定价,随后,收集次用户的频谱租用需求 $\sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_i(\lambda)$ (和 $\sum_{i=1}^N \mathcal{Q}_i'(\lambda)$ )并返回给主基站。

(3)次用户:每个次用户基于定价 $\lambda[t]$ 和阈值 $p_i^{\max}$ ,确定频谱租用需求 $\mathcal{Q}_i(\lambda)$ (和 $\mathcal{Q}_i'(\lambda)$ )。

根据主基站获取边际收益方式的不同,分别设计调度算法,如图3、图4所示。次用户确定自身频谱购买需求 $q_i = \mathcal{Q}_i(\lambda)$ 后,向主基站支付相应成本。此后,主基站随机地将相应数量的不同子载波分配给不同次用户。在此基础上,次基站根据次用户 $i$ 所分配到的不同子载波 $j$ 的信道状态(如信道增益 $h_{ij}$ ),分配次用户在其上的最大传输功率 $p_{ij} = p^{\text{TOTAL}} / (N \cdot q_i \cdot |h_{ij}|^2)$ 。

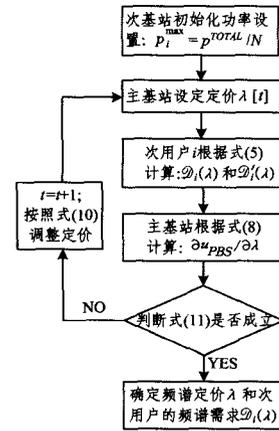


图3 基于导数的调度算法流程

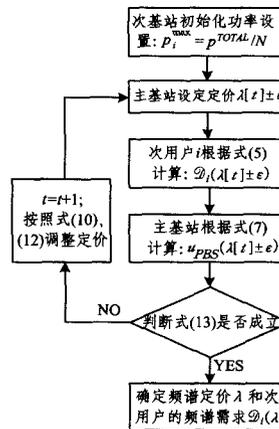


图4 基于微调的调度算法流程

## 4 仿真实验

为评估该频谱分配与功率控制模型的性能并阐述模型应

用的可能性,针对特定场景的 CRN 在 MATLAB 中进行仿真。相应的参数设置为:主网络干扰功率阈值  $p^{TOTAL} = 50\text{mW}$ , 每个子载波的带宽  $\omega = 25\text{kHz}$ , 热噪声等级  $\delta_z^2 = 10^{-11}\text{W}$ , 期望的误码率  $BER = 10^{-2}$ 。

#### 4.1 最优定价与频谱需求

(1) 偏好系数。第一个实验的次网络包含 4 个次用户, 相应的偏好系数分别为:  $\alpha_1 = 1.20 \times 10^{-3}$ ,  $\alpha_2 = 1.18 \times 10^{-3}$ ,  $\alpha_3 = 1.16 \times 10^{-3}$ ,  $\alpha_4 = 1.14 \times 10^{-3}$ 。图 5 给出了每个次用户的子载波需求和次网络的子载波总需求随其价格变化的曲线图, 该图显示随着子载波价格的增加, 次用户的需求量都逐渐减少, 并且在同一定价下, 由于拥有较大偏好系数  $\alpha_i$  的次用户拥有较大的最优频谱需求, 即每单位传输速率 (nat/s) 所贡献的效用值所获得效用值越高, 因此, 次用户倾向于租用更多的子载波以获得最大效用。然而, 每个次用户  $i$  的功率阈值  $p_i^{max}$  相等, 偏好系数越大, 租用的子载波数量  $q_i$  越多, 分配到每个子载波上的增益后的功率  $p_i^{max}/q_i$  减少, 信噪比降低, 因此, 次用户需要选择合适的偏好系数, 使得自身信噪比高于有效传输的信噪比下限。第二个实验分别考察 4 个次网络, 每个次网络都包含 4 个偏好系数相等的次用户, 4 个次网络中次用户的偏好系数分别为  $\alpha_1 = 1.20 \times 10^{-3}$ ,  $\alpha_2 = 1.18 \times 10^{-3}$ ,  $\alpha_3 = 1.16 \times 10^{-3}$ ,  $\alpha_4 = 1.14 \times 10^{-3}$ 。图 6、图 7 分别给出了不同次网络的子载波总需求函数和相应的主基站效用函数, 这两个图显示, 偏好系数越高的次用户网络, 其频谱需求越大, 对应的主基站能够获得的效用越高, 但最优定价不发生变化, 即最优定价不受次网络用户的偏好系数影响。

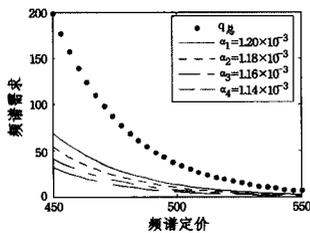


图 5 次用户的子载波需求

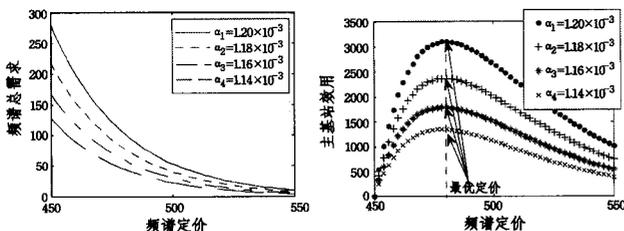


图 6 不同  $\alpha$  次网络的子载波需求 图 7 不同次网络下 PBS 的效用函数

(2) 损失系数。在(1)中第一个实验的基础上, 研究对不同损失系数  $\beta$  的主基站, 其频谱定价和效用的关系。图 8 显示, 在相同的频谱价格下, 次用户的频谱需求不变, 主基站的损失系数  $\beta$  越大, 租售每单位带宽造成的损失越大, 收益越小; 此外, 随着损失系数的增加, 效用函数的峰值点有向后移动的趋势, 即最优定价增加, 该趋势在 4.2 节得到了验证。

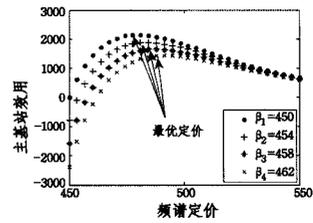


图 8 不同  $\beta$  下 PBS 的效用函数

(3) 次用户数目。分别研究包含不同数目 ( $n$ ) 次用户的次网络, 每个次网络中的次用户都具有相等的偏好系数  $\alpha = 1.20 \times 10^{-3}$ , 设定主基站损失系数为  $\beta = 450$ , 每个次网络中次用户的子载波需求、总需求量、每个子载波对应的增益后的发射功率和主基站的效用值分别如图 9—图 12 所示。可以看出, 次网络中次用户数目的变化, 不会导致次网络的子载波总需求量发生变化, 因此, 分配到每个子载波上增益后的功率、主基站的效用函数和最优定价也保持不变。也可以理解为, 对于任意定价, 随着次用户数的增加, 分配给每个次用户的功率降低, 次用户通过减少子载波租用数量, 保证分配到每个子载波上的功率相等。

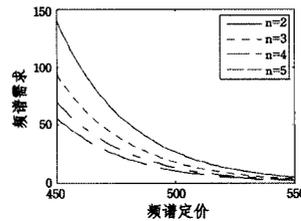


图 9 单个次用户的需求

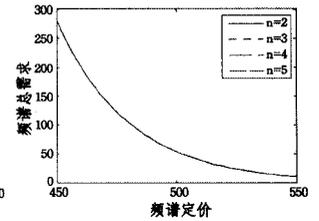


图 10 次网络子载波需求总量

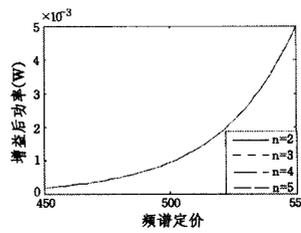


图 11 单个次用户增益后的功率

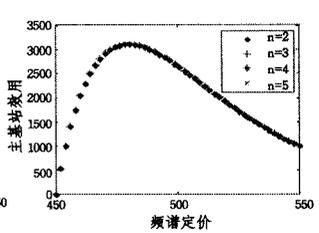


图 12 主基站的效用函数

#### 4.2 动态博弈

仿真实验从减少网络中信令负载的角度考虑, 选择如图 3 的基于导数的动态博弈调度算法, 研究动态博弈的迭代过程以及更新步长  $\sigma$  对于定价结果的影响。在设定稳定阈值  $\tau = 0.002$  的基础之上, 分别对不同更新步长的动态博弈过程进行仿真, 相应结果如图 13 和图 14 所示。图 13 表明, 当更新步长较大 (如  $\sigma = 0.85$ ) 时, 动态博弈所获定价不能够收敛于市场均衡中的最优定价; 图 14 给出了在不同更新步长下, 动态博弈的收敛速度和定价结果的相对误差, 当更新步长  $\sigma < 0.02$  或  $\sigma > 0.78$  时, 动态博弈算法不能在 100 次迭代内获得稳定的结果, 当  $\sigma \in [0.13, 0.59]$  时, 动态博弈能够在以小于 20 次的迭代获得相对误差小于 0.05% 的最优定价。在此基础上, 设定更新步长  $\sigma = 0.3$ , 求解不同损失系数下的最优定价。由图 15 可以看出, 最优定价和损失系数线性相关, 不仅如此, 由 4.1 节可知, 次网络中次用户数目和次用户对应的偏好系数都不会对最优定价造成影响。可以推测, 在给定子载

波带宽和干扰功率阈值后,通过求解方程  $\frac{\partial u_{PBS}}{\partial \lambda} = 0$  可以获得  $\lambda^*$  和  $\beta$  的线性关系。因此,主基站可以根据自身空闲子载波的数量,增大或减小损失系数,以调整最优定价的大小,从而在所有次用户偏好系数不变的情况下,影响次网络子载波的租用需求总量,在设置和(1)中第一个实验相同的次网络时,主基站损失系数和次网络子载波需求总量的关系如图 16 所示,此外,随着损失系数的增加,主基站和次基站在最优定价和最优频谱需求下的效用值都会减少,如图 17、图 18 所示。

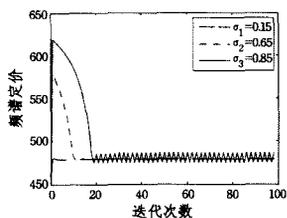


图 13 动态博弈过程

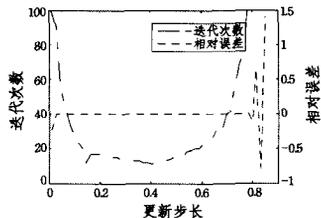


图 14 收敛速度和相对误差

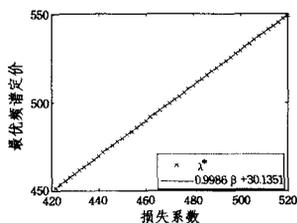


图 15  $\beta$  和最优定价的线性关系

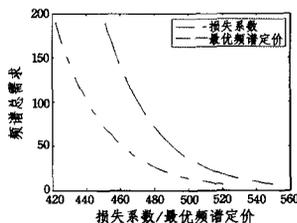


图 16  $\beta$  和次网络频谱需求的关系

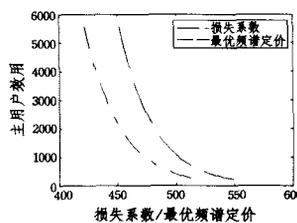


图 17  $\beta$ /最优定价与主基站效用的关系

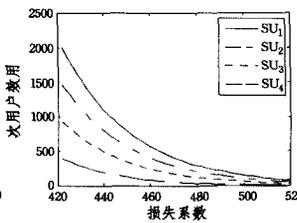


图 18  $\beta$  和次用户效用的关系

**结束语** 本文针对频谱租赁中的频谱分配和定价问题,增加功率维度的考量,包括在相同带宽上不同发射功率对次用户效用的影响,所有次用户在主基站处的增益功率小于主网络的干扰门限。通过建立 Stackelberg 博弈模型,研究次用户的频谱需求和主基站频谱定价之间的关系,并将市场均衡作为频谱分配和定价的解决方案,通过证明,该模型存在唯一的全局最优定价方案。在此基础之上,利用动态博弈求解分布式环境下的最优定价和频谱需求,并给出相应的调度算法流程。仿真结果表明,在基于功率控制的频谱定价和分配模型中,主基站可以通过调节损失系数,决定频谱的最优租售价格,从而影响次网络的频谱总需求;次网络中的次用户可以通过设置偏好系数,调整自身频谱的最优租用数量;该模型能够在集中式和分布式环境中,在控制次网络传输功率的基础上,提供频谱最优定价和频谱分配方案。

[1] Mitola J, Maguire Jr G Q. Cognitive radio: making software radios more personal[J]. IEEE Personal Communications, 1999, 6(4):13-18

[2] Mitola J. Cognitive radio: An integrated agent architecture for software defined radio [D]. KTH Royal Institute of Technology, 2000

[3] Haykin S. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2005, 23(2): 201-220

[4] Mwangoka J W, Letaief K B, Cao Z. Joint power control and spectrum allocation for cognitive radio networks via pricing[J]. Physical Communication, 2009, 2(1): 103-105

[5] Yu H, Gao L, Li Z, et al. Pricing for uplink power control in cognitive radio networks [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(4): 1769-1778

[6] Wang Z, Jiang L, He C. A Novel Price-Based Power Control Algorithm in Cognitive Radio Networks[J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(1): 43-46

[7] Niyato D, Hossain E. Competitive pricing for spectrum sharing in cognitive radio networks: Dynamic game, inefficiency of nash equilibrium, and collusion[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(1): 192-202

[8] Niyato D, Hossain E. Competitive spectrum sharing in cognitive radio networks; a dynamic game approach[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(7): 2651-2660

[9] 黄丽亚, 刘臣, 王锁萍. 改进的认知无线电频谱共享博弈模型[J]. 通信学报, 2010, 31(2): 136-140

[10] Lee K D, Leung V C M. Fair allocation of subcarrier and power in an OFDMA wireless mesh network[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(11): 2051-2060

[11] Ni Q, Zarakovitis C C. Nash bargaining game theoretic scheduling for joint channel and power allocation in cognitive radio systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2012, 30(1): 70-81

[12] Zhao Z, Peng Z, Zhao Z, et al. Joint Power Control and Spectrum Allocation for Cognitive Radio with QoS Constraint[J]. Communications & Network, 2010, 2(1): 38-43

[13] Mwangoka J W, Letaief K B, Cao Z. Joint power control and spectrum allocation for cognitive radio networks via pricing[J]. Physical Communication, 2009, 2(1): 103-115

[14] Akyildiz I F, Lee W Y, Vuran M C, et al. Next generation/dynamic spectrum access/cognitive radio wireless networks: a survey[J]. Computer Networks, 2006, 50(13): 2127-2159

[15] Chung S T, Goldsmith A J. Degrees of freedom in adaptive modulation; a unified view[J]. IEEE Transactions on Communications, 2001, 49(9): 1561-1571

[16] Wong C Y, Cheng R S, Lataief K B, et al. Multiuser OFDM with adaptive subcarrier, bit, and power allocation[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 1999, 17(10): 1747-1758