

连接位极大似然动态过滤算法

曹阳¹ 袁鑫攀² 龙军¹

(中南大学信息科学与工程学院 长沙 410083)¹ (湖南工业大学计算机与通信学院 株洲 412000)²

摘要 Minwise Hash 极大似然估计子 R_{Me} 综合考虑所有事件的发生概率,可以提高估计精度,但降低了估计的效率。连接位 Minwise Hash 估计子 $R_{Minwise,c}$ 可以成倍减少比对次数,动态阈值过滤器能够进一步提高 Minwise Hash 算法和其变种算法的效率。结合连接位极大似然估计子和动态阈值过滤器,提出了连接位极大似然动态过滤算法 $R(T_{Me,c})$ 。实验表明, $R(T_{Me,c})$ 具有精度和效率兼顾的特性,计算时间最少,并且在 $k > 300$ 的条件下,其准确度与 R_{Me} 的近乎相等。

关键词 极大似然,相似性检测,哈希,连接位,动态阈值

中图法分类号 TP301.6 文献标识码 A

Dynamic Filtering Algorithm of Connected Bit Maximum Likelihood Minwise Hash

CAO Yang¹ YUAN Xin-pan² LONG Jun¹

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)¹

(School of Computer and Communication, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412000, China)²

Abstract Maximum likelihood estimator (R_{Me}) can improve the average accuracy. Connected bit Minwise Hash ($R_{Minwise,c}$) can exponentially improve efficiency of similarity estimation. Dynamic threshold filter makes further improvement on efficiency. Combining $R_{Minwise,c}$ and dynamic threshold filter, the maximum likelihood dynamic filtering algorithm of Connected bit Minwise Hash was proposed. Experimental results demonstrate that $R(T_{Me,c})$ can get second-best precision and efficiency, and is the most cost effective business in the estimator options ($R_{Me}, R_{Me,c}, R_{Minwise,c}, R(T_{Me,c})$).

Keywords Maximum likelihood estimator, Similarity measure, Hash, Connected bit, Dynamic threshold

1 引言

Minwise Hash 算法^[1]作为估值集合相似度的常用统计学方法,被大多数的文本相似性度量技术所借鉴,被广泛用于网页去重^[2]、无线传感器网络^[3]、网络社区分类^[4]、文本重用^[5]、连接图压缩^[6]。Minwise Hash 算法也有了相当多的理论和实验方法的创新和发展^[6-10]。 b 位 Minwise Hash^[8]将 $b=64$ 位缩小到 1 位,降低了存储空间和计算时间。 b 位 Minwise Hash 在大型机器学习、基于最大似然估计(MLE)而改进的估计算法中有了新的理论创新和应用发展^[9]。连接位 Minwise Hash 算法^[10]能成倍地减少比对的次数,提升算法的性能。

本文综合 Minwise Hash 的连接位估计子 $R_{Minwise,c}$ 和极大似然估计子 R_{Me} 得到连接位极大似然估计子 $R_{Me,c}$,最后辅以动态阈值过滤器,提出了连接位极大似然动态过滤算法。

2 连接位极大似然估计

2.1 Minwise Hash

设全集 $\Omega = \{0, 1, \dots, D-1\}$, 通过 shingling 文档 d 得到相

关 shingles 集合 S_d 。文档 S_x 和 S_y 的相似度 $R(x, y)$ 定义为:

$$R(x, y) = \frac{|S_x \cap S_y|}{|S_x \cup S_y|} = \frac{a}{f_x + f_y - a}, \text{ 其中 } f_x = |S_x|, f_y = |S_y|, a = |S_x \cap S_y|。$$
假定一个在 Ω 上的随机独立置换群: $\pi: \Omega \rightarrow \Omega, \Omega = \{0, 1, \dots, D-1\}$, 通过 k 个独立随机的置换群 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_k$ 群,就把任意一个文档 d 的 shingles 集合转换为:

$$\overline{S_d} = (\min\{\pi_1(S_d)\}, \min\{\pi_2(S_d)\}, \dots, \min\{\pi_k(S_d)\})$$

D_x, D_y 相似度 R 的估计子为:

$$\begin{aligned} \hat{R}_{Minwise}(x, y) &= \Pr(\min\{\pi(S_x)\} = \min\{\pi(S_y)\}) \\ &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k 1\{\min(\pi_i(S_x)) = \min(\pi_i(S_y))\} \quad (1) \end{aligned}$$

式中, k 表示实验次数(或者样本大小)。

2.2 极大似然估计子

由文献^[9]可知,定义极大似然函数:

$$l(a) = \log(\Pr_{=}^k \cdot \Pr_{<}^{k_{<}} \cdot \Pr_{>}^{k_{>}}) = k_{=} \log \Pr_{=} + k_{<} \log \Pr_{<} + k_{>} \log \Pr_{>}。$$
求解 $l(a)$ 的最大值,则有 $l'(a) = k_{=} \frac{(\Pr_{=})'}{\Pr_{=}} + k_{<} \frac{(\Pr_{<})'}{\Pr_{<}} + k_{>} \frac{(\Pr_{>})'}{\Pr_{>}} = 0。$

$$k_{=} \frac{f_1 + f_2 - a}{a} - k_{<} \frac{f_2}{f_1 - a} - k_{>} \frac{f_1}{f_2 - a} = 0 \quad (2)$$

本文受国家自然科学基金项目(61472450, 61379110), 湖南省自然科学基金项目(2015JJ3058), 湖南工业大学自然科学基金(2014HZX17), 湖南省教育厅科技研究项目(14C0325), 国家级大学生创新创业训练计划项目(201511535006), 湖南省研究生科研创新项目(CX2015B567)资助。
曹阳(1992-), 女, 硕士生, 主要研究方向为大数据处理, E-mail: caoyangx2015@163.com; 袁鑫攀(1982-), 男, 博士, 讲师, 主要研究方向为信息检索、数据挖掘(通信作者); 龙军(1972-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为网构化软件。

式(2)的解为 Minwise 极大似然估计子 R_{Mle} 。

2.3 连接位极大似然估计子

由文献[10]可知,连接位 Minwise Hash 相似度 R 的估计子为:

$$\hat{R}_{xy,b,n} = \frac{G_{xy,b,n}^n - C_{x,b}}{1 - C_{y,b}} \quad (3)$$

令连接位的极大似然概率为: $Pr_{MLE-C} = Pr_{c,=} \cdot Pr_{c,<} \cdot$

$Pr_{c,>}$, 同理需 $k_{c,} = \frac{(Pr_{c,=})'}{Pr_{c,=}} + k_{c,<} \frac{(Pr_{c,<})'}{Pr_{c,<}} + k_{c,>} \frac{(Pr_{c,>})'}{Pr_{c,>}} = 0$ 成立。故需解出 $Pr_{c,=}, Pr_{c,<}, Pr_{c,>}$ 的表达式。由文献[18]可知, $Pr_{b,=}, Pr_{b,<}, Pr_{b,>}$ 的表达式为:

$$Pr_{b,=} = P_b = \frac{a}{f_1 + f_2 - a} (1 - C_{2,b}) + C_{1,b} \quad (4)$$

$$Pr_{b,<} = \frac{1}{1 - [1 - r_2]^{2^b}} \frac{(r_1 - s)}{1 - [1 - (r_1 + r_2 - s)]^{2^b}} A + \frac{[1 - r_1]^{2^b - 1}}{1 - [1 - r_1]^{2^b}} \frac{(r_2 - s)}{1 - [1 - (r_1 + r_2 - s)]^{2^b}} B \quad (5)$$

$$Pr_{b,>} = 1 - Pr_{b,<} - Pr_{b,=} \quad (6)$$

其中, $s = \frac{a}{D}$ 。

若连接 2 个 b 位, 显然有 $Pr_{c,<} = Pr_{b,<}^2 + 2Pr_{b,<} \cdot Pr_{b,=} + Pr_{b,<} \cdot Pr_{b,>}; Pr_{c,=} = Pr_{b,=}^2 + 2Pr_{b,=} \cdot Pr_{b,<} + Pr_{b,=} \cdot Pr_{b,>}; Pr_{c,>} = Pr_{b,>}^2 + 2Pr_{b,>} \cdot Pr_{b,=} + Pr_{b,>} \cdot Pr_{b,<}$ 。若连接 3 个 b 位, 则有 $Pr_{c,<} = Pr_{b,<}^3 + 3Pr_{b,<}^2 \cdot Pr_{b,=} + 3Pr_{b,<} \cdot Pr_{b,=}^2 + Pr_{b,<} \cdot Pr_{b,>}^2 + 4Pr_{b,<} \cdot Pr_{b,=} \cdot Pr_{b,>} + Pr_{c,=} = Pr_{b,=}^3 + 3Pr_{b,=}^2 \cdot Pr_{b,<} + 3Pr_{b,=} \cdot Pr_{b,<}^2 + Pr_{b,=} \cdot Pr_{b,>}^2 + 4Pr_{b,=} \cdot Pr_{b,<} \cdot Pr_{b,>} + Pr_{c,>} = Pr_{b,>}^3 + 3Pr_{b,>}^2 \cdot Pr_{b,=} + 3Pr_{b,>} \cdot Pr_{b,=}^2 + Pr_{b,>} \cdot Pr_{b,<}^2 + 4Pr_{b,>} \cdot Pr_{b,=} \cdot Pr_{b,<} + Pr_{c,=} = Pr_{b,=}^3$ 。要让极大似然函数 $l(a) = \log(Pr_{c,=} \cdot Pr_{c,<} \cdot Pr_{c,>})$ 最大, 则

$$k_{c,} = \frac{(Pr_{c,=})'}{Pr_{c,=}} + k_{c,<} \frac{(Pr_{c,<})'}{Pr_{c,<}} + k_{c,>} \frac{(Pr_{c,>})'}{Pr_{c,>}} = 0 \quad (7)$$

式(7)的解即为连接位极大似然的估计子 $R_{Mle,c}$ 。

3 连接位极大似然动态阈值过滤算法

3.1 动态阈值过滤器

定义 k 为总比对次数, T 为预设阈值, 文档对为 $\{(S_1, S_2), (S_3, S_4), \dots, (S_{2n-1}, S_{2n})\}$ 。相似度量度的目的是在 k 次比对后输出相似度估计值大于 T 的集合: $\{(S_{2i-1}, S_{2i}) | R(S_{2i-1}, S_{2i}) > T_0, 1 \leq i \leq n\}$ 。

动态阈值过滤器设定了数个比对点 $(k_1, k_2, k_3, \dots, k_n)$, 将比对的总过程划分为若干个子过程, 在每个比对点 $k_i (1 < i < n)$ 上设定上界阈值 $T_U(k_i)$, 提前过滤相似度小于下界阈值的文档对。定义 k 为当前比对次数, 随机变量 X 是文档对 S_{2i-1}, S_{2i} 的 Minwise 哈希值相等的次数, 即 $\{X = \sum_{j=1}^k 1\{\min(\pi_j(S_{2i-1})) = \min(\pi_j(S_{2i}))\}\}$ 。假设某对文档经过 k_i 次对比后的相似度 $\hat{R}_M(k_i) \geq T$, 给定参数 $m (0 < m \leq k)$, 由二项分布概率公式, 事件 $\{X \leq m\}$ 的概率:

$$Pr(X \leq m) \leq \sum_{i=0}^m \binom{k}{i} T_0^i (1 - T_0)^{k-i} \quad (8)$$

定理 1

$$\left. \begin{array}{l} \text{select } m \text{ making } Pr(X \leq m) \\ \text{is small probability} \\ \hat{R}_M(k_i) \leq T_L(k_i) = m/k_i \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{R}_M(k_i) \leq T \quad (9)$$

证明: 将小概率事件 $Pr(X \leq m)$ 看作不可能发生的事件。

假设 $\hat{R}_M(k_0) \geq T_0$, 经过 k 次比对后, 如果不可能发生的事件 $\{X \leq m\}$ 发生了, 则假设 $\hat{R}_M(k_0) \geq T_0$ 不成立, 即 $\hat{R}_M(k_0) < T_0$ 。而事件 $\{X \leq m\}$ 的充分必要条件为 $\hat{R}_M(k) \leq T_L(k) = m/k$, 定理 1 得证。假设 $k=1000$, 动态阈值过滤过程如图 1 所示。

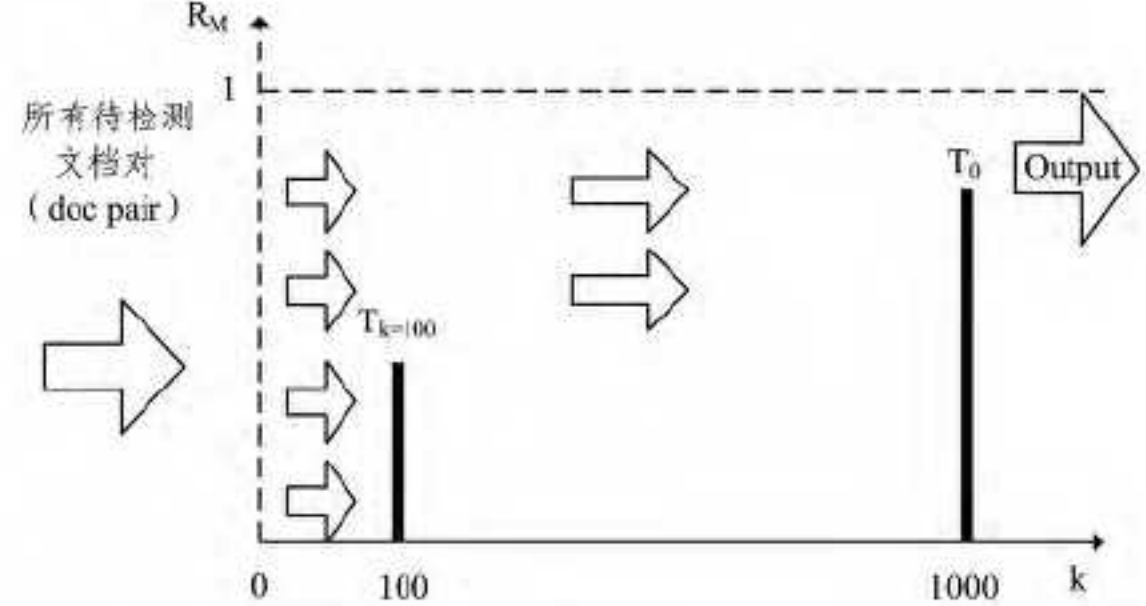


图 1 动态阈值过滤器效果图

3.2 连接位极大似然动态阈值过滤算法

动态阈值过滤器是一种基于二项分布和小概率事件构建的 Minwise Hash 估计过滤器, 理论上能够应用于 Minwise Hash 及其变种算法, 乃至所有符合二项分布的估计子。式(7)得到的连接位极大似然的估计子 $R_{Mle,c}$ 符合二项分布, 能够添加动态双重阈值过滤器。本文将连接位极大似然的估计子 $R_{Mle,c}$ 和动态阈值过滤器相结合, 提出连接位极大似然动态阈值过滤算法。

给定相似度阈值 T , 总比对次数 k 。把连接位极大似然的估计过程划分为若干过程, 根据动态双重阈值过滤器的定义, 在每个比对点上设置 $R_{Mle,c}$ 的阈值 T_{Lmc} 。在 $t (t < k)$ 次实验中, 令随机变量 X 为连接位极大似然指纹相等的次数, 记事件: $\{X \leq m\}$, 则事件发生的概率为:

$$Pr(X \leq m) = \sum_{i=0}^m \binom{t}{i} T^i (1 - T)^{t-i} = \sum_{i=0}^m \binom{t}{i} (R_{Mle,c})^i (1 - R_{Mle,c})^{t-i} \quad (10)$$

根据式(10)可知, 找到一个 m 使 $\{X \leq m\}$ 为小概率事件, 则 $T_{Lmc} = m/k_t$ 。通过动态阈值过滤器, 在每一个比对点提前输出相似度大于上界阈值的文档对, 提前过滤相似度低于下界阈值的文档对。

4 实验结果及分析

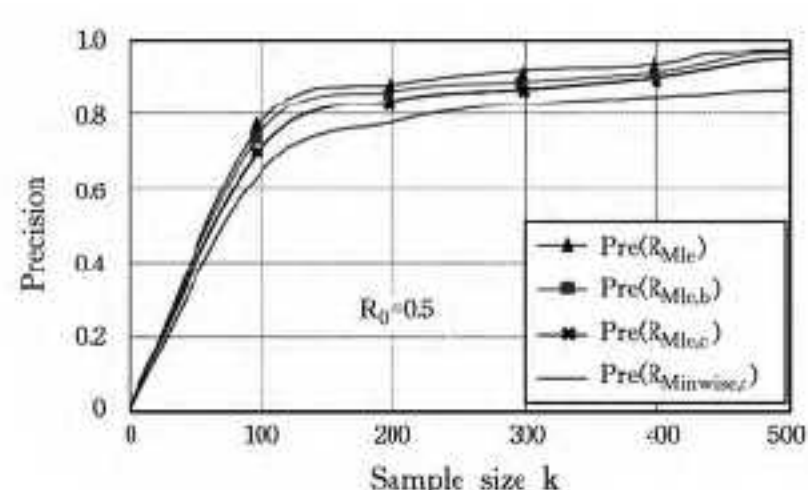
4.1 准确率和召回率

以某基金的申报项目为数据来源, 对 10 万份文档进行了相似性度量实验。定义 R_0 为相似度阈值, 准确率和召回率的定义如式(11)、式(12)所示。比较极大似然估计子 (R_{Mle})、 b 位 Minwise Hash 极大似然估计子 ($R_{Mle,b}$), 连接位极大似然估计子 ($R_{Mle,c}$) 和连接位 Minwise Hash 估计子 ($R_{Minwise,c}$) 的准确率和召回率。 V_a 为其实相似度, V_e 为测试相似度。

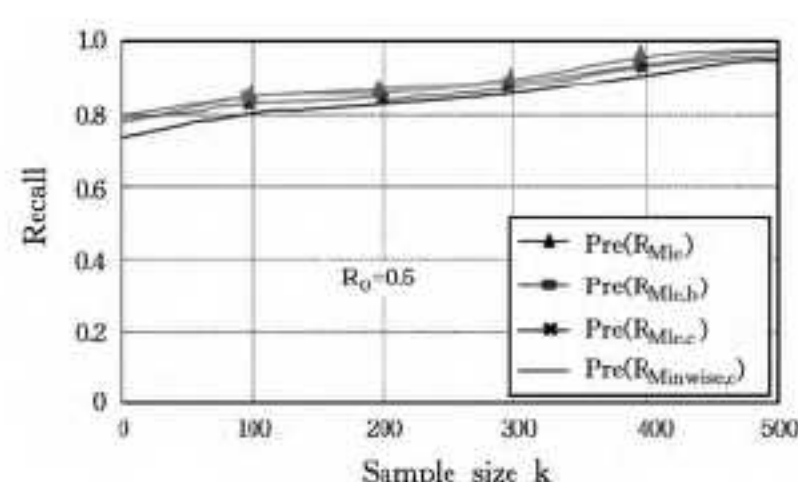
$$precision = \frac{|V_a > R_0| \cap |V_e > R_0|}{|V_e > R_0|} \quad (11)$$

$$Recall = \frac{|V_a > R_0| \cap |V_e > R_0|}{|V_a > R_0|} \quad (12)$$

图 2 显示在相同的阈值 R_0 和比对次数 k 的情况下, 4 种估计子的召回曲线没有明显的差别, 准确率曲线有一定的变化。



(a) Precision of $R_0=0.5$



(b) Recall of $R_0=0.5$

图2 R_{Mle} , $R_{Mle,b}$, $R_{Mle,c}$, $R_{Minwise,c}$ 的准确率和召回率

(1) 随着比对次数 k 的增加,估计精度会提升,表明 k 越大,极大似然估计子的估计方差越小,估计精度就越接近真实相似度。

(2) 在相同的阈值 T 和比对次数 k 的条件下,准确率排序为: $Pre(R_{Mle}) > Pre(R_{Mle,b}) > Pre(R_{Mle,c}) > Pre(R_{Minwise,c})$ 。例如,当 $T=0.5, k=300$ 时,准确率排序为: $Pre(R_{Mle})=93\% > Pre(R_{Mle,b})=89\% > Pre(R_{Mle,c})=87\% > Pre(R_{Minwise,c})=65\%$ 。

4.2 时间性能

图3显示了3种估计子(R_{Mle} , $R_{Mle,c}$, $R_{Minwise,c}$)和 $R_{Mle,c}$ 增加过滤器 $R(T_{Mle,c})$ 的时间性能,当计算规模相同时,计算所需的时间排序为: $Time(R(T_{Mle,c})) > Time(R_{Minwise,c}) > Time(R_{Mle,c}) > Time(R_{Mle})$ 。

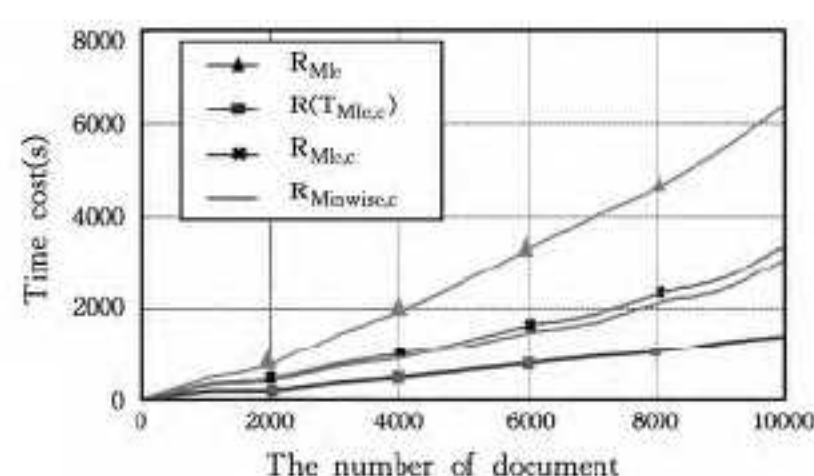


图3 R_{Mle} , $R_{Mle,c}$, $R_{Minwise,c}$ 和 $R(T_{Mle,c})$ 的时间性能

综合图2和图3可知,根据不同的需求可以选择最适合自己的估计子:

(1) 如果将精度需求排在第一位,可以选择 R_{Mle} ,但是计算耗费的时间是最多的。

(2) 如果想要兼顾精度和效率,可以选择 $R(T_{Mle,c})$,它的计算时间最少,并且在 $k > 300$ 的条件下, $R_{Mle,c}$ 与 R_{Mle} 相比,准确度近乎相等。

结束语 本文提出了连接位极大似然动态过滤算法,通过实验对 $R(T_{Mle,c})$ 的可行性进行了分析。测试了4种估计子 R_{Mle} , $R_{Mle,b}$, $R_{Mle,c}$, $R_{Minwise,c}$ 的准确率和召回率,其中 R_{Mle} 精度最高, $R_{Mle,c}$ 次之。测试了3种估计子 (R_{Mle} , $R_{Mle,c}$, $R_{Minwise,c}$) 和 $R_{Mle,c}$ 增加过滤器 $R(T_{Mle,c})$ 的时间性能,综合实验的结果表明 $R(T_{Mle,c})$ 是一种精度和效率兼顾的相似度估计算法,它的计算时间最少,并且在 $k > 300$ 的条件下, $R_{Mle,c}$ 与 R_{Mle} 相比,准确度近乎相等。

参考文献

- [1] Broder A Z, Charikar M, Frieze A M, et al. Min-wise independent permutations [J]. Journal of Computer Systems and Sciences, 2000, 60(3): 630-659
- [2] Kalpakis K, Tang S. Collaborative data gathering in wireless sensor networks using measurement co-occurrence [J]. Computer Communications, 2008, 31(10): 1979-1992
- [3] Dourisboure Y, Geraci F, Pellegrini M. Extraction and classification of dense implicit communities in the web graph [J]. ACM Transactions on the Web (TWEB), 2009, 3(2): 1-36
- [4] Bendersky M, Croft W B. Finding text reuse on the Web [C]// Proceedings of the Second ACM International Conference on Web Search and Data Mining (WSDM'09). New York, USA: ACM, 2009: 262-271
- [5] Buehrer G, Chellapilla K. A scalable pattern mining approach to web graph compression with communities [C]// Proceedings of the International Conference on Web Search and Web Data Mining (WSDM'08). New York, USA: ACM, 2008: 95-106
- [6] Indyk P. A small approximately min-wise independent family of Hash functions [J]. Journal of Algorithm, 2001, 38(1): 84-90
- [7] Charikar M S. Similarity estimation techniques from rounding algorithms [C]// Proceedings of the Thirty-fourth Annual ACM Symposium on Theory of Computing (STOC'02). New York, USA: ACM, 2002: 380-388
- [8] Li P, König A C. b-bit minwise hashing [C]// Proceedings of the 19th International Conference on World Wide Web (WWW'10). New York, USA: ACM, 2010: 671-680
- [9] Li P, König A C. Theory and applications of b-bit minwise hashing [J]. Communications of the ACM, 2011, 54(8): 101-109
- [10] Yuan Xin-pan, Long Jun, Zhang Zu-ping, et al. Connected bit minwise hashing [J]. Journal of Computer Research and Development, 2013, 50(4): 883-890

(上接第399页)

- [23] Danon L, Diaz-Guilera A, Duch J, et al. Comparing community structure identification [J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2005, 2005(9): 09008
- [24] 马英红, 李慧嘉, 张晓东. 赋权网络中的弱化免疫研究 [J]. 管理科学学报, 2010, 13(10): 32-39
- [25] Girvan M, Newman M E J. Community structure in social and biological networks [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2002, 99(12): 7821-7826

- [26] Hoffman J M, Wiggins C H. Bayesian Approach to Network Modularity [J]. Physical Review Letters, 2008, 100(25): 258701
- [27] Zachary W. An information flow model for conflict and fission in small groups [J]. Journal of Anthropological Research, 1977, 28: 452-47
- [28] Ronhovde P, Nussinov Z. Local resolution-limit-free Potts model for community detection [J]. Physical Review E, 2010, 81(4): 046114