

基于非合作博弈的 OFDMA-WLAN 系统资源分配算法研究

杨 帆¹ 张小松² 明 勇¹

(成都社区大学 成都 610051)¹ (电子科技大学计算机科学与工程学院 成都 611731)²

摘 要 为满足无线局域网中基于正交频分多址技术(OFDMA-WLAN)的多用户通信需求,提出了一种基于非合作博弈的资源分配策略,利用博弈论这一有效工具对无线网络服务质量的资源分配问题进行研究,同时将用户对信道质量的不同需求转化为多用户对不同信道资源分配的非合作博弈竞争问题。此外,还将纳什均衡问题(NEP)细分为数个变分不等式子问题,通过凸优化函数对这些子问题分别求解。数值分析结果表明,所提算法在资源分配的公平性和数据传输率方面达到了更好的折中。

关键词 资源分配,非合作博弈,正交频分多址,纳什均衡,凸优化

中图法分类号 TP393.0,TP393.1 **文献标识码** A

Research on Resource Allocation Based on Noncooperation Game for OFDMA-WLAN System

YANG Fan¹ ZHANG Xiao-song² MING Yong¹

(Chengdu Community University, Chengdu 610051, China)¹

(School of Computer Science and Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)²

Abstract To satisfy different communication requirements of multiple users in the orthogonal frequency division multiple access (OFDMA) wireless local area network (WLAN) system downlink transmission, a resource allocation algorithm based on noncooperation game was presented. In this paper game theory is used as an efficient tool to study resource allocation in WLAN with quality-of-service (QoS), and different channel quality requirements are converted into multiple users' noncooperation game problems for different channels resource allocation. The Nash equilibrium problem (NEP) is divided into sub-problems about variational inequality (VI). The sub-problems are solved by convex optimization function. The numerical analysis results show that the proposed algorithm in this paper is better in a trade-off among fairness about resource allocation and data transmission rate.

Keywords Resource allocation, Noncooperation game, Orthogonal frequency division multiple access (OFDMA), Nash equilibrium, Convex optimization

正交频分多址(Orthogonal Frequency Division Multiplexing Access, OFDMA)成为 3G/4G 移动互联网时代的主流多址技术,用于无线局域网(Wireless Local Area Network, WLAN)的 WiFi 技术也是物联网重要的技术之一^[1]。如何在 OFDMA-WLAN 系统中充分利用无线信道的分集增益和多用户(Stations, STAs)特性,在满足多用户的通信要求和提升无线通信系统频谱效率的同时,使无线网络利用 OFDMA 及 WiFi 技术进行信道选择和资源分配,在公平性和数据传输率方面达到更好的折中,是研究人员关注的热点问题^[2-10]。

由于 OFDMA 在频谱分配方面具有较好的灵活性,在 OFDMA-WLAN 系统中利用博弈论进行资源分配成为重要的技术手段^[2,3]。IEEE 802.11 工作组试图在 WLAN 中制定更高数据传输速率的多用户动态接入标准^[4],将 OFDMA 技术纳入 IEEE 802.11 WLAN 的研究之中^[5]。文献^[6]为满足 OFDMA-WLAN 系统下行多用户不同业务需求,提出一种基于公平性和 QoS 服务保障的资源分配算法,该算法以牺牲数据速率来换取公平性和 QoS 的满意度。文献^[7]为改善现

有的 IEEE 802.11DCF 分布式协调功能(Distributed Coordination Function, DCF)在大量 STAs 存在时系统信道利用率低的问题,提出基于 OFDMA 技术的媒体访问控制层(Medium Access Control, MAC)协议,使系统获得 70% 左右的信道利用率,但吞吐量尚未得到大的提高。文献^[8]指出基于 IEEE 802.11DCF 机制的 MAC 协议在面对海量设备时,接入性能差,每次只允许一个 STA 信道接入,裁决无冲突接入 STA 的信道时间开销过大。文献^[9]提出将 OFDMA 与 CSMA/CA 相互结合,克服了 DCF 模型的缺点,但尚未研究如何使现有 WLAN 存在的异构 WiFi 设备与早期的 11a/g 设备共存的问题。由于 11a/g 只能利用 20MHz 带宽,11n 可以使用 40MHz 带宽,而 11ac 可用 80MHz(甚至 160MHz)带宽,当 11a/g 设备接入的时候,不允许其他设备接入就浪费了可用频谱资源,如果允许同时接入又可能给相邻用户造成干扰。利用 OFDMA 技术,既可有效利用频谱资源,又不干扰邻居用户的传输,还可使 WiFi 分流与异构的 WiFi 设备共存。在研究上述文献的基础上,本文提出基于 OFDMA 技术且适用

本文受国家自然科学基金项目(61133016)资助。

杨 帆(1970—),女,硕士,副教授,主要研究方向为无线局域网、物联网安全及 RFID 技术, E-mail: yangfan126cn@uestc.edu.cn; 张小松(1968—),男,博士,教授,主要研究方向为网络与信息安全、计算机应用技术; 明 勇(1975—),男,博士生,副教授,主要研究方向为计算机应用技术。

于 WLAN 的资源分配方案。

1 系统模型及问题描述

一般认为 WiFi 网络是由接入点 (Access Point, AP) 与用户站点 (Station, STA) 组成。在 WiFi 网络中存在两种模式的 OFDMA 传输: 上行 OFDMA 与下行 OFDMA。上行 OFDMA 是指多 STAs 同时接入信道并发送数据给 AP; 下行 OFDMA 是指 AP 同时给多 STAs 发送数据。

本文以下行 OFDMA 传输为研究对象^[4], 并将 IEEE 802.11DCF 机制模型转化为非合作博弈模型, 称之为非合作博弈分布式协调功能 (Noncooperation Game Distributed Coordination Function, NGDCF)。

图 1 显示通过实验观察到的一个现象: 在 OFDMA 系统中, 不同子信道质量会有差异, 不同质量的信道通过资源竞争算法由 AP 公平分配给多个 STAs, 用虚线表示信道分配不成功, 采用非合作博弈资源分配后的结果是虚线将被实线代替, 表示信道分配成功。下行资源分配的理想状态是所有的用户通过非合作博弈, 公平地得到不同质量的信道资源分配, 并在数据传输率和公平性之间达到纳什均衡。每个用户都想竞争质量好的信道, 用较快的数据传输率成功传输数据, 而且它们之间没有合作关系, 这属于纳什均衡问题中的非合作博弈问题。

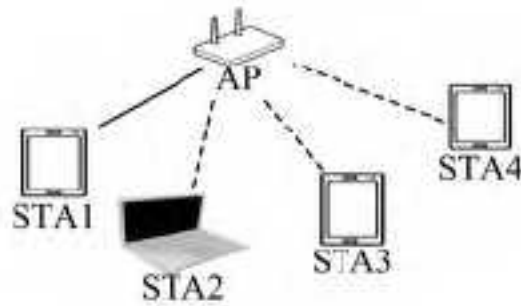


图 1 下行 OFDMA 传输模型

本文的 NGDCF 资源分配算法的有两个优化目标: 1) 为了降低冲突, 设计公平竞争算法动态调整信道分配概率 p_i ; 2) 在不降低数据传输率的同时, 设计一种反馈机制, 降低非合作博弈的最小代价 u_i^* 并获得最大化系统功效 $U_i(p_i)$ 。

假设 1 WLAN 系统可以获得最大化系统功效 $U_i(p_i)$, 若 $U_i(p_i)$ 为用户 i 获得信道分配的功效函数, p_i 为获得信道发生数据传输的概率, 则有

$$u_i = U_i(p_i) - p_i q_i(P) \quad (1)$$

假设 2 有 $K(i \in K)$ 个 STAs, AP 分配信道的概率 p_i 与多 STAs 通过非合作博弈竞争接入信道的概率 q_i 之间存在均衡关系, 两者的关系由函数 F_i 来定义, F_i 的含义可以是资源分配算法。若 F_i 连续且可微, 可以定义如下连续且可微的函数 F_i :

$$q_i = F_i(p_i) \quad (2)$$

对每个用户 i , 定义如下的功效函数 U_i :

$$U_i(p_i) = \int F_i(p_i) dp_i \quad (3)$$

假设 3 所有信道竞争用户集为 $K(i \in K)$, $U_i(p_i)$ 为用户 i 获得信道分配的功效函数, 若 p_i 为获得信道发生数据传输的概率, $q_i(P)$ 是条件冲突概率, 由式(4)给出:

$$q_i(P) = 1 - \prod_{j \in K - \{i\}} (1 - p_j), \forall i \in K \quad (4)$$

从物理意义上来理解式(4), $\prod_{j \in K - \{i\}} (1 - p_j)$ 表示冲突的概率, 在 OFDMA 系统中任意一个子载波上至少有一个冲突发生的概率为 $q_i(P)$ 记为 P_{-t} , 当退避时隙为 n 个时, 在任意子

信道, 在数据传输阶段, 数据正确传输的概率

$$P_{-s} = \frac{np_i(1-p_i)^{n-1}}{P_{-t}} \quad (5)$$

AP 根据竞争窗口 cw 的大小以一定的概率 p 分配信道, 即随着用户数目的增加, 竞争窗口 cw 将增大, 信道接入概率就会减小。显然, 如果扩大竞争窗口 cw 的值, 信道接入概率 p 将递减:

$$p = \frac{2}{cw+1} \quad (6)$$

有了以上的分析假设, 可计算出下行信道分配的平均吞吐量, 其值由数据传输阶段的数据总量和整个下行的时长决定。本文采用的基于非合作博弈资源分配算法, 不以牺牲数据传输率为代价来换取公平性和用户的满意度, 以 AP 集中控制的无线网络的局部速率传输最优来达到全局用户满意度最优 (或者说是公平性最好)。相对于现有 WiFi 的全带宽接入方法, OFDMA 技术允许 WiFi 设备子信道粒度的接入, 多 STAs 采用时域-频域联合竞争方式, 将竞争信号散布在时域符号与频域子载波上, 减少信道竞争的时间和竞争代价, 在提高系统整体性能的同时, 用于 WiFi 分流与异构 WiFi 设备共存的场景。

2 资源分配算法 NGDCF

针对优化目标 1), 采用非合作博弈方法来改进 IEEE 802.11 DCF 机制的载波监听接入/冲突避免 (Carrier Sense Multiple Access/Collision Avoidance, CSMA/CA), 使 AP 能够估计分配信道的条件冲突概率, 比现有二进制退避算法在频谱带宽的利用率上更好; 针对优化目标 2), 采用 OFDMA 技术避免共享频谱对邻居用户传输数据的影响, 最大化系统的吞吐量。假设有 K 个 STAs 和一个 AP, AP 利用 OFDMA 技术将第 k 个空闲的信道分给在某个时刻传送数据的第 i 个用户, 采用非合作博弈方法与 CSMA/CA 机制结合, 用户必须与邻居用户竞争信道质量更好的子载波。

针对优化目标 2), 假设信道状态信息 (Channel State Information, CSI) 可以被 AP 收集, AP 既能识别接入 STA 的 ID 与具体请求信息, 也能进行细化的信道测量过程, 从而可以集中分配下行信道资源。

如果 $F_i(p_i) = q_i \geq 0$, $U_i(\cdot)$ 是一个连续且非递减函数, 可以合理假设 F_i 是递减函数, $U_i(\cdot)$ 是严格的凸函数。定义如下三元博弈模型:

定义 1 $G = \{K, (u_i)_{i \in K}, (f_i)_{i \in K}\}$, $K(i \in K)$ 为用户集合, $u_i(u_1, \dots, u_k)$ 为策略集, $f_i(u_i, u_{-i})$ 为代价函数, 则有:

$$U_i = \{p_i, p_i \in [v_i, w_i], \text{ and } 0 \leq v_i < w_i < 1\}$$

$$u_i = U_i(p_i) - p_i q_i$$

存在如下纳什均衡问题:

$$\text{minimize } f_i(u_i, u_{-i}), i = 1, \dots, K$$

$$\text{s. t. } u = (u_1, \dots, u_k),$$

$$\forall u_i \in R^n, u = (u_1, \dots, u_{i-1}, u_{i+1}, \dots, u_k), u_k \in Q_i \quad (7)$$

求解如下方程:

$$f_i(u_i^*, u_{-i}^*) \leq f_i(u_i, u_{-i}^*) \quad (8)$$

方程(8)的解为纳什均衡问题 (Nash Equilibrium Problems, NEPs) 的解。

对纳什均衡方程(8)进行如下物理意义上的解释: 在一个 AP 所覆盖的 WLAN 空间里面, 有 i 个用户需要选择合适的

策略来竞争有限的频谱资源,使得自身的吞吐量最大化,即用最小的代价 u_i^* 来获得最大概率 $p_{\max}$ 的信道分配。每个竞争对手 i 都选择自己的策略来达到最大化自己功效的目的, i 个竞争无线信道的用户有 $u_1 \dots u_i$ 个竞争策略,其中 u_i^* 为用户 i 的最优竞争策略,除了用户 i ,如果其它用户的最优策略 u_{-i}^* 不变,此时用户 i 没有动力再改变自己的竞争策略,因为对于其它用户 $-i$ 来说最优策略 u_{-i}^* 已经选定,除此策略以外的策略都会降低效率,所以只有保持这个纳什均衡点不动。

每个用户在发送数据包时都有两种策略,即发送数据或者不发送数据。假设两个用户 x 和 y 作为对同一个信道的竞争者, U_s 为数据成功传输时的代价, U_i 为用户空闲时的代价, U_F 为数据传输失败时的代价。对于任意两个用户 x 和 y ,它们属于凸集 K 中,集合 K 的可行域为实数空间 R^n ,如果用户 x 以概率 P 获得子载波进行数据传输,则以 $P=(U_s-U_i)/(U_s-U_F)$ 的概率发送数据,用户 y 就以 $1-P$ 的概率不发送数据。这里不关心 U_s, U_i, U_F 的真实数值,只关心两个用户之间非合作博弈关系,即(发送数据、不发送数据)以及(不发送数据、发送数据)。

定义 2 策略集合 $(u_1^*, \dots, u_k^*)$ 获得帕雷托最优 (Pareto Optimality) 的条件是:不存在其它的策略来最大化一个或多个用户的功效,即在不减小其它用户功效的前提下,每个用户选择的策略与其它用户选择的策略无关,满足方程(8)的条件。

当策略集 $u(u_i, \dots, u_k)$ 为闭且凸,代价函数 $f_i(u_i, u_{-i})$ 连续且可微时,就认为博弈问题为凸优化问题,该问题的解不为空且为一组凸优化问题。

这一组凸优化问题可转化为一组变分不等式问题。对变分不等式用如下的方法来解。

根据文献[8]将纳什均衡问题转化为变分不等式(Variational Inequality, VI)问题的条件:

$$px + (1-p)y, \forall x, y \in K, \text{ for } K \in R^n \text{ and } p \in [0, 1] \quad (9)$$

$$P = (U_s - U_i) / (U_s - U_F)$$

可在凸集 K 定义如下凸函数 $f(x)$:

$$f(x): K \rightarrow R; f(px + (1-p)y) \leq pf(x) + (1-p)f(y) \quad (10)$$

for $P \in [0, 1], \forall x, y \in K, K \in R^n$

把纳什均衡问题转化为凸优化问题:

$$\begin{aligned} &\text{minimize } x f(x) \\ &\text{s. t. } x \in K \end{aligned} \quad (11)$$

其中, $f(x)$ 是目标函数(或者叫作代价函数), K 是一个集合,且 K 属于实数空间 R^n 。需要在 K 中找到一个最小 x^* ,使得在 $x \in K$ 的范围内,存在 $f(x^*) \leq f(x)$,假设凸集 K 是闭且凸的,函数 $f(x)$ 在 K 上是凸且连续可微的。根据最小化原理[10],对于任意的凸函数可行域中任意的 $x^* \in K$,满足如下的条件,可以得到最优解 x^* :

$$(y - x^*)^T \nabla f(x^*) \geq 0, \forall y \in K \quad (12)$$

从而得到了一个变分不等式问题 $VI(K, F)$ (Variational Inequality, VI), VI 包含凸优化问题,但是不仅限于凸优化问题。当函数 $F(x^*)$ 可以写为梯度函数 $\nabla f(x^*)$ 的时候, $VI(K, F)$ 就是如下的凸优化问题:

$$(y - x^*)^T F(x^*) \geq 0, \forall y \in K \quad (13)$$

当 $x^* \in K$, 而 $K \in R^n$ 时,变分不等式问题的求解是对下

面方程组(14)的求解,即在 $x^* \in R^n$,使得

$$F(x^*) = 0 \quad (14)$$

需要满足条件:

$$0 \leq x^* \perp F(x^*) \geq 0, \forall x^* \in R^n \quad (15)$$

“ $\perp$ ”表示两个向量正交,与数学里面正交的含义相同,即 $a \perp b \Leftrightarrow a^T b = 0$ 。当 $x^* \geq 0$ and $F(x^*) \geq 0$ 时,式(15)正交的条件即为 $x_i^* F(x_i^*) = 0, \forall i = 1, \dots, K$ 。则凸优化问题(13)的解为:

$$x^* = \prod_K (x^* - F(x^*)) \quad (16)$$

x^* 为向量 $x^* - F(x^*)$ 在可行域 K 投影的一个不动点。只要凸集 K 是闭且凸的,函数 $f(x)$ 在 K 上是单调且连续可微的,那么方程组(14)就有解且 x^* 是唯一的最优解,纳什均衡的方程(8)也相应得到解决。

AP 收集信道状态信息 CSI,判断可用的频谱资源,根据不同用户对信道质量的要求不同在非合作博弈的可行域中选择一个分配策略,计算最小代价,按用户选择的最优策略 u_i^* 来获得子信道分配的最优解 x^* ,重复此过程,直到所有的子信道被 AP 分配完毕为止。资源分配 NGDCF 算法讨论的纳什均衡问题转化为变分不等式求解的问题后,通过文献[8]的迭代算法判断收敛性,最终得到纳什均衡问题的解。

3 性能分析

由于无线信道是共享的,一个用户传输数据时会影响到其邻居用户,或两个用户在同时传输数据时可能对数据传输造成冲突。采用 OFDMA 技术与非合作博弈理论相结合,避免用户在共享信道时对其它用户的数据传输产生影响。本文使用数值分析方法,并运用迭代算法得到图 2 和图 3 的分析结果。将 NGDCF 算法与 IEEE 802.11DCF 机制对比,参照文献[9]的参数设置(见表 1),如系统带宽为 20MHz,OFDMA 子载波数为 64,最小竞争窗口为 32,系统仿真结果显示,NGDCF 机制获得信道资源分配成功的概率更高,信道分配发生冲突的概率较低(见图 2),且 NGDCF 机制在吞吐量方面性能较高(见图 3)。

表 1 参数设置

参数名	参数大小
子载波数	64
系统带宽	20MHz
T _{slot}	9μs
T _{SIFS}	16μs
T _{DIFS}	34μs
C _{min}	32
C _{max}	1023
T _{long-cp}	11.8μs
T _{short-cp}	2.8μs

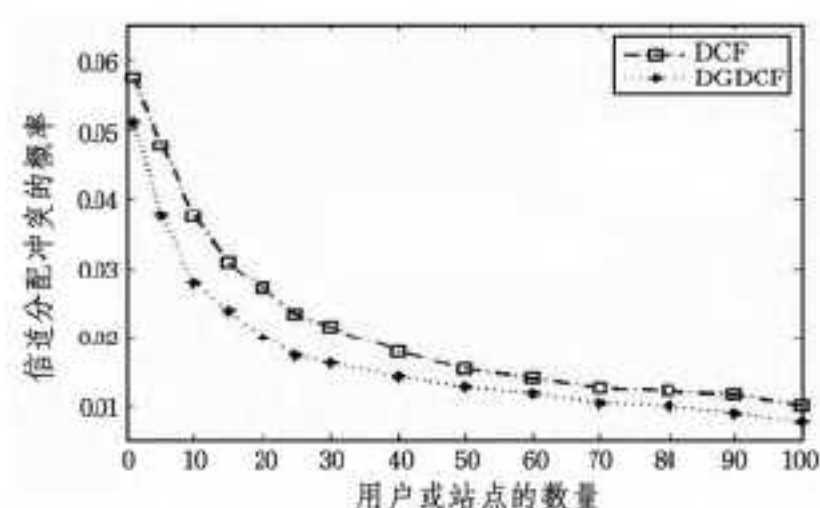


图 2 NGDCF 机制下信道分配冲突的概率更低

(下转第 347 页)

- [10] Lin Y C, Wu T C, Tsai J L. ID-based aggregate proxy signature scheme realizing warrant-based delegation[J]. Journal of Information Science and Engineering, 2013, 29(3): 441-457
- [11] 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Services and System Aspects; Service requirements for Machine-Type Communications (MTC) (Rei ID), 3GPP TS 22. 368 VI 1. 4. 0[Z]. Mar. 2012
- [12] 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Services and System Aspects; Security aspects of Machine-Type Communications (Rei ID), 3GPP TR 33. 868 VO. 7. 0[Z]. Feb. 2012
- [13] Chen Xin, Si Yuan, Xiang Xu-dong. Delay-Bounded Resource Al-

location for Femtocells Exploiting the Statistical Multiplexing Gain [J]. The Journal of Supercomputing, 2015, 71(9): 3217-3236

- [14] Chen Xin, Wang Hong-lu, Xiang Xu-dong, et al. Joint Handover Decision and Channel Allocation for LTE-A Femtocell Networks [C]//Proc. of Game Theory for Networks (GAMENETS'14). Beijing, China, 2014: 70-74
- [15] 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Service and System Aspects; 3GPP System Architecture Evolution (SAE); Security architecture (Rei 11) 3GPP TS 33. 401 V11. 3. 0[Z]. Mar. 2012

(上接第 321 页)

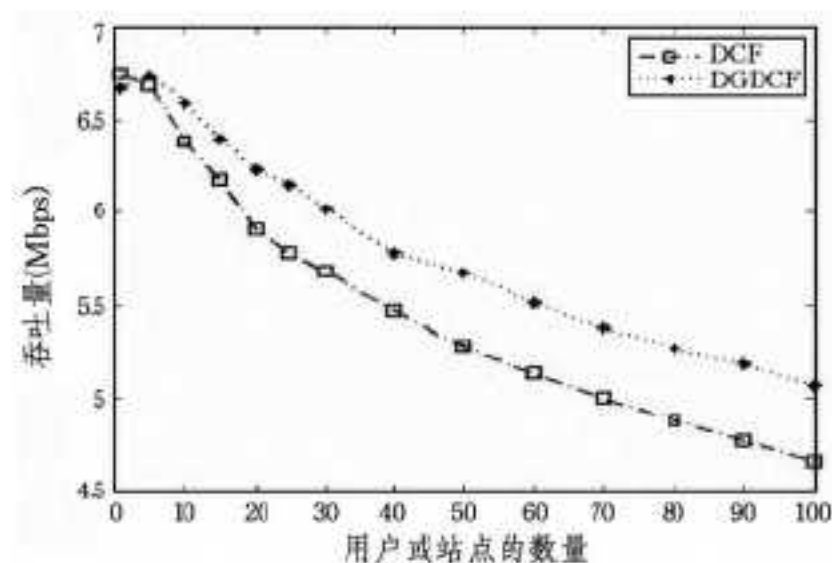


图3 DCF 机制在吞吐量方面的性能比 NGDCF 低

综上所述,在 OFDMA-WLAN 系统中 AP 按照非合作竞争的博弈方法,同时给多 STAs 发送数据,分配不同质量的信道资源。由于 WiFi 网络基础架构简单,缺乏协议支持多 STAs 同时接入的机制,对 WiFi 网络协议做出修改以支持下行 OFDMA 具有重要的现实意义。现有 IEEE 802. 11 DCF 机制存在不足之处,接收方成功收到 CTS 帧后,就开始传输数据帧,接收方如果不能成功收到 CTS 帧,采用指数退避算法计算一个新的退避时间来降低重传 RTS 帧,从而存在产生冲突的可能。对于 RTS 帧来说,退避时间是从 $(0, cw-1)$ 这个范围里面选择的(cw 是指竞争窗口的大小),随着用户数目的增加,竞争窗口 cw 增大,信道接入概率就会减小。已经存在一些通信系统采用 OFDMA 的接入技术,如 LTE 的下行采用 OFDMA, WiMAX 上下行都采用 OFDMA。为了利用 OFDMA 技术提供的多 STAs 分集增益, LTE/WiMAX 等系统通常需要确保多个 STA 发送的时间差在可容忍的范围内,并划分专用信道收集 STA 信道状态信息 CSI,调用调度算法确定 STA 相应的资源块与调度次序。但这些方案需要复杂的基础架构(如蜂窝网)作为支持,均不适合简单的 WiFi 网络架构。根据现有的 IEEE 802. 11ac 标准, AP 一次只能和一个客户端通讯,当接入设备少时数据传输率不存在问题,若接入的设备增加到数十、上百个,其 80MHz 的频宽和传输量被海量设备分割,大部分设备都在等待与 AP 通讯。本文提出的采用 AP 集中调度的 NGDCF 算法较好地解决了上述问题。

结束语 在同一个 WLAN 中,接入的设备越多,数据传输率越低,在不牺牲数据传输率的前提下,信道资源分配的优化目标是使 WLAN 的吞吐量最大化。由于 IEEE 802. 11 DCF 中没有中心协调的用户,因此每个用户竞争信道时都会影响到它的邻居用户。本文基于 OFDMA 技术并利用非合作博弈理论,采用 AP 集中调度机制(文中称之为非合作博弈分布式协调功能 NGDCF)裁决用户对不同质量信道的竞争,

不会影响其它多个用户的数据传输,提高了数据传输率。另外,本文提出的 NGDCF 算法在信道分配时,对链路间的信道质量加以考虑,由于无线链路的质量受到多方面的影响,无线网络中不同用户间链路所需带宽也各不相同,需要对 STA 最终获得的速率以非合作博弈的竞争方式加以限制,引入效用函数来增强竞争力较弱的 STA 的实力,使 WLAN 系统在资源分配的公平性与数据传输率之间达到了更好的折中。

参考文献

- [1] Liu Xiu-long, Li Ke-qiu, Min Ge-yong, et al. Efficient Unknown Tag Identification Protocols in Large-Scale RFID Systems [J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2014, 25(12): 3145-3155
- [2] Xiao Yong-kang, Shan Xiu-ming, Ren Yong. Game Theory Models for IEEE 802. 11 DCF in Wireless Ad Hoc Networks [J]. IEEE Radio Communication, 2005, 43(3): 22-26
- [3] Bianchi G. Performance Analysis of the IEEE 802. 11 distributed coordination function [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communication, 2000, 18(3): 536-547
- [4] Perahia E, Gong M X. Gigabit wireless LANs: an overview of IEEE 802. 11ac and 802. 11ad [J]. Mobile Computing and Communications Review, 2011, 15(3): 23-33
- [5] Valentin S, Freitag T, Karl H. Integrating multiuser dynamic OFDMA into IEEE 802. 11 WLANs-LLC/MAC extensions and system performance [C]// IEEE International Conference on Communications. Beijing, China, 2008: 3328-3334
- [6] Chen Li-jun, Low S H, Doyle J C. Random access game and medium access control design [J]. IEEE/ACM Trans. on Networking, 2010, 18(4): 1303-1316
- [7] Bao Nan, Xia Wei-wei, Shen Lian-feng. Resource allocation based on fairness and QoS provisioning for OFDMA-WLAN system [J]. Journal of Southeast University English Edition, 2014, 30(1): 1-6
- [8] Scutari G, Palomar D P, Facchinei F, et al. Game Theory and Variational Inequality Theory [M]// IEEE Signal Processing Magazine. 2010: 35-49
- [9] Kwon H, Hanbyulseo, Kim S, et al. Generalized CSMA/CA for OFDMA Systems: Protocol Design, Throughput Analysis, and Implementation Issues [J]. IEEE Trans. on Wireless Communications, 2009, 8(8): 4176-4187
- [10] Johari R, Tsitsiklis J N. Efficiency loss in a network resource allocation game [J]. Mathematics of Operations Research, 2004, 29(3): 407-435