不等权泛平均运算模型研究

贾澎涛[1]　何华灿[2]
(西安科技大学计算机科学与技术学院　西安 710054)[1]　(西北工业大学计算机学院　西安 710072)[2]

摘　要　泛平均运算模型是为了满足连续值逻辑中逻辑折衷的需求而提出的。鉴于现有的泛平均运算模型描述的是一种理想的等权情况,给出了两种加权算子泛平均运算模型,提出了一种不等权泛平均运算模型及其对偶模型,并指出加权算术平均算子、加权几何平均算子、加权调和平均算子、广义加权平均算子等都是其对偶模型的特例。最后比较了广义加权平均运算模型和不等权泛平均运算模型的异同。

关键词　泛逻辑学,不等权泛平均运算模型,广义加权平均运算模型
中图法分类号　TP18　　**文献标识码**　A

Research of Unequal Weighted Universal Average Operation Model

JIA Peng-tao[1]　HE Hua-can[2]
(School of Computer Science and Technology, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)[1]
(School of Computer Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)[2]

Abstract　Universal average operation model can satisfy the requirement of logic compromise of continuous valued logic. But the existing universal average operation only discusses an ideal state that every factor is with equal weight. Two kinds of weighted operators were given, and unequal weighted universal average operation model and its dual model were proposed. It is pointed out that weighted arithmetic average operator, weighted geometric average operator, weighted harmonic average operator, and general average operator with weight are special cases in dual model of unequal weighted universal average operation model. Finally, we compared similarities and differences between general average with weight and unequal weighted universal average operation model.

Keywords　Universal logics, Unequal weighted universal average operation model, General average with weight

1　引言

逻辑学是计算机、人工智能等学科发展的基础。经典逻辑"非此即彼"的刚性思维对描述人脑思维等复杂系统来说过于简单。模糊逻辑将逻辑真值连续化,改变了经典逻辑中长期存在的二值观,能有效解决许多无法建立精确数学模型的问题,但是模糊逻辑也有自己的局限。应明生教授指出模糊逻辑缺乏系统、深入的理论研究却是不争的事实[1]。文献[2]中以C. Elkan的"西瓜问题"指出了模糊逻辑中"与"、"或"算子取min和max的不足,并引证了吴望名教授的论述。何华灿教授在文献[3]中也深刻地论述了"最大最小"的缺陷,指出:"应用实践一再表明,模糊命题连接词的运算模型不应该是一个固定不变的算子,而应该是一组不确定的算子簇"。

近年来带参的模糊逻辑成为一个重要而有意义的研究方向。国内外许多学者都提出了带参数的模糊逻辑系统,例如基于带参数的Frank T-模的模糊逻辑系统[4]、参数Kleene系统[5]、H_α系统[6]、泛逻辑学[3]等。带参模糊逻辑系统既能与传统模糊逻辑保持某种兼容性,又能通过对其中参数的合理解释以体现其逻辑柔性[2]。其中何华灿教授创立的泛逻辑学不仅考虑了命题真值的连续性,还考虑了命题之间关系的连续可变性(即关系柔性)[3],这给计算机、人工智能、逻辑学等领域带来了新的研究思路。

泛逻辑提出了7种具有关系柔性的运算模型:泛非、泛与、泛或、泛蕴含、泛等价、泛平均和泛组合运算模型。其中泛平均运算模型是为了满足连续值逻辑中逻辑折衷的需要而提出的。本文主要研究了不等权的泛平均运算模型并同广义加权平均模型进行了比较。

2　泛平均运算模型

泛逻辑命题连接词运算模型是建立在"算子簇"基础上的,其算子簇是建立在广义相关系数h和广义自相关系数k之上的系列函数簇。最常用的命题连接词运算模型是基于N性生成元和T性生成元的非与表达及基于N性生成元和S性生成元的非或表达。在文献[3]中详细讨论了指数型N性生成元完整簇$\Phi(x,k)$,零级T性生成元完整簇$F_0(x,h)$,一级T性生成元完整超簇$F(x,h,k)$,零级S性生成元完整簇$G_0(x,h)$,一级S性生成元完整超簇$G(x,h,k)$,非与和非或形式的泛逻辑运算模型,本文不再赘述。我们重点研究泛

到稿日期:2010-11-29　返修日期:2011-03-03　本文受西安科技大学博士基金(A5030606),西北工业大学基础研究基金(W018101)资助。
贾澎涛(1977-),女,博士,副教授,CCF会员,主要研究方向为人工智能理论及应用、泛逻辑等,E-mail:pengtao.jia@gmail.com;何华灿(1938-),男,教授,博士生导师,CCF高级会员,主要研究方向为人工智能基础理论、泛逻辑等。

平均命题连接词运算模型。

2.1 泛平均运算模型

泛平均运算模型是为了满足连续值逻辑中逻辑折衷的需求而提出的，有非与和非或两种形式。由于非与和非或形式的泛逻辑模型存在对偶关系，因此仅讨论非与形式的零级泛平均命题连接词运算模型，其基模型定义如下。

定义 1 区间[0,1]上的二元零级泛平均运算基模型为：

$$M(x,y,h)=N(F_0^{-1}((F_0(N(x),h)/2+F_0(N(y),h)/2),h)) \tag{1}$$

零级 T 性生成元完整簇有很多，我们以 $F_0(x,h)=x^m$ 为例，讨论泛平均运算。

定义 2 N 范数完整簇为 $N(x)=1-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=x^m$，则[0,1]区间上的二元零级泛平均运算模型[3]为：

$$M(x,y,h)=1-(((1-x)^m+(1-y)^m)/2)^{1/m} \tag{2}$$

式中，$x\in[0,1]$，$y\in[0,1]$，$h\in[0,1]$，$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$m\in R$。

零级泛平均运算模型是包含了常用平均算子的一个连续算子簇，例如它包含以下算子：

Zadeh 平均

$M(x,y,1)=\max(x,y)$

概率平均

$M(x,y,0.75)=1-((1-x)(1-y))^{1/2}$

有界平均

$M(x,y,0.5)=(x+y)/2$（算术平均）

突变平均

$M(x,y,0)=\min(x,y)$

根据泛平均运算模型的定义，可证明零级泛平均运算满足如下性质：

①边界条件：$\min(x,y)\leqslant M(x,y,h)<\max(x,y)$。

②单调性：$M(x,y,h)$关于 x,y 单调递增。

③连续性：$h\in(0,1)$时，$M(x,y,h)$关于 x,y 连续。

④交换律：$M(x,y,h)=M(y,x,h)$。

⑤幂等性：$M(x,x,h)=x$。

⑥封闭性：$M(x,y,h)\in[0,1]$。

⑦自分配律：$M(x,M(y,z,h),h)=M(M(x,y,h),M(x,z,h),h)$。

2.2 区间$[a,b]$上的泛平均运算模型

对于复杂系统中的参数而言，如果限定在标准区间上进行逻辑推理，就必须进行语义转换，并正确界定参数代表的实际语义和逻辑真值代表的逻辑语义。直接在某个常用区间$[a,b]$上进行推理，可以避免这种语义上的转换。因此，陈志成提出了在任意区间$[a,b]$上推理的泛平均运算模型[7]。

定义 3 N 范数完整簇为 $GN(x)=b+a-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=(b-a)((x-a)/(b-a))^m+a$，则$[a,b]$区间上的二元零级泛平均运算模型为：

$$GM(x,y,h)=b-(((b-x)^m+(b-y)^m)/2)^{1/m} \tag{3}$$

式中，$x\in[0,1]$，$y\in[0,1]$，$h\in[0,1]$，$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$m\in R$。

以上提出的泛平均运算模型描述的都是一种理想的等权情况，而实际复杂系统中的各因素一般都有不同的权重。本文将对不等权泛平均运算模型进行研究。

3 不等权泛平均运算模型

3.1 区间[0,1]上的加权零级泛平均运算模型

根据加权形式的不同，给出了两种加权算子泛平均运算模型——线性加权和指数加权泛平均运算模型，提出了一种不等权泛平均运算模型——生成元加权泛平均运算模型。

(1)区间[0,1]上的线性加权零级泛平均运算模型

根据线性函数的性质，当 $x\in[0,1]$且 $\alpha\in[0,1]$时，$\alpha x\in[0,1]$。因此给出线性加权算子的定义如下。

定义 4 当$\alpha\in[0,1]$时，称

$$V_1(\alpha,x)=\alpha x \tag{4}$$

为线性加权算子，其中 α 为变量 x 的权值。

基于式(4)，对[0,1]区间的二元零级泛平均运算模型的输入变量(x,y)线性加权，加权因子分别为 α 和 β（$\alpha,\beta\in[0,1]$且 $\alpha+\beta=1$），得到$(x',y')=(V_1(\alpha,x),V_1(\beta,y))=(\alpha x,\beta y)$。

故，[0,1]区间上的加权因子为 α 和 β 的线性加权二元零级泛平均运算模型 MV_1 为：

$$MV_1(x,y,h,\alpha,\beta)=M(x',y',h)=M(\alpha x,\beta y,h) \tag{5}$$

推广到多元情况，[0,1]区间上加权因子为 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l$（$\alpha_i\in[0,1]$且$\sum_{i=1}^{l}\alpha_i=1$）的线性加权多元零级泛平均运算模型为：

$$MV_1(x_1,x_2,\cdots,x_l,h,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l)=M(x_1',x_2',\cdots,x_l',h)=M(\alpha_1x_1,\alpha_2x_2,\cdots,\alpha_lx_l,h) \tag{6}$$

(2)区间[0,1]上的指数加权零级泛平均运算模型

根据指数函数的性质，当 $x\in[0,1]$且 $\alpha>0$ 时，$x^\alpha\in[0,1]$。因此给出指数加权算子定义如下。

定义 5 设 $x\in[0,1]$且 $\alpha>0$，称

$$V_2(\alpha,x)=x^\alpha \tag{7}$$

为指数加权算子，其中 α 为变量 x 的权值，$x^\alpha\in[0,1]$。

基于式(7)，对[0,1]区间的二元零级泛平均运算模型的输入变量(x,y)进行指数加权，加权因子分别为 α 和 β（$\alpha,\beta>0$ 且 $\alpha=1/\beta$），得到(x',y')为：

$$(x',y')=(V_2(\alpha,x),V_2(\beta,y))=(x^\alpha,y^\beta) \tag{8}$$

故，[0,1]区间上的加权因子为 α 和 β 的指数加权二元零级泛平均运算模型 MV_2 为：

$$MV_2(x,y,h,\alpha,\beta)=M(x',y',h)=M(x^\alpha,y^\beta,h) \tag{9}$$

推广到多元情况，[0,1]区间上加权因子为 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l$（$\alpha_i\in[0,1]$且$\prod_{i=1}^{l}\alpha_i=1$）的指数加权多元零级泛平均运算模型为：

$$\begin{aligned}&MV_2(x_1,x_2,\cdots,x_l,h,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l)\\&=M(x_1',x_2',\cdots,x_l',h)\\&=M(x_1^{\alpha_1},x_2^{\alpha_2},\cdots,x_l^{\alpha_l},h)\end{aligned} \tag{10}$$

可以看出，线性加权方式仅是对输入自变量的线性加权，例如二元模型的中心平均算子为$(\alpha x+\beta y)/2$，偏离了一般意义上的线性加权平均算子 $\alpha x+\beta y$，其数学刻画的中心平均算子与直观理解有些出入[8]。而指数加权只适用于[0,1]区间。因此提出了生成元加权零级泛平均运算模型。

(3)区间[0,1]上生成元加权零级泛平均运算模型

将权值加在 T 性生成元完整簇前，称其为生成元加权泛平均运算模型。

定义 6 $[0,1]$区间上的二元生成元加权零级泛平均运算基模型为：

$$M(x,y,h,\alpha',\beta')=N(F_0^{-1}((\alpha' F_0(N(x),h)/2+\beta' F_0(N(x),h)/2),h)) \tag{11}$$

式中，$\alpha',\beta'\in[0,2]$，且 $\alpha'+\beta'=2$，$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$h\in[0,1]$。

令 $\alpha=\alpha'/2$，$\beta=\beta'/2$，将 $N(x)=1-x$，$F_0(x,h)=x^m$ 代入式(11)，可以简化为：

$$M(x,y,h,\alpha,\beta)=1-(\alpha(1-x)^m+\beta(1-y)^m)^{1/m} \tag{12}$$

称式(12)为$[0,1]$区间上的二元生成元加权零级泛平均运算模型。式中，$\alpha,\beta\in[0,1]$且 $\alpha+\beta=1$，$h\in[0,1]$，$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$m\in R$。

定理 1 当 $h=1$ 时，$m\to-\infty$，二元生成元加权零级泛平均运算为加权 Zadeh 平均：

$M(x,y,1,\alpha,\beta)=\max(x,y)$

证明：当 $h=1$ 时，$m\to-\infty$，求 $\lim\limits_{m\to-\infty}(\alpha(1-x)^m+\beta(1-y)^m)^{1/m}$，利用洛必达法则求极限得：

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\alpha(1-x)^m\ln(1-x)+\beta(1-y)^m\ln(1-y)}{\alpha(1-x)^m+\beta(1-y)^m} \tag{13}$$

设 $x=y$，则式(13)的极限为 $\ln(1-y)$；

设 $x<y$，则 $1-x>1-y$，对式(13)分子分母砼除以$(1-y)^m$，则式(13)的极限为 $\ln(1-y)$；

同理设 $y<x$，给式(13)分子分母砼除以 $(1-x)^m$，则式(13)的极限为 $\ln(1-x)$。

综上所述，定理 1 得证。

定理 2 当 $h=0.75$ 时，$m\to0$，二元生成元加权零级泛平均运算模型为加权概率平均：$M(x,y,0.75,\alpha,\beta)=1-(1-x)^\alpha(1-y)^\beta$。

证明：当 $m\to0$ 时，求$\lim\limits_{m\to0}(\alpha(1-x)^m+\beta(1-y)^m)^{1/m}$，利用洛必达法则，求极限，得：$\lim\limits_{m\to0}\ln(1-x)^\alpha(1-y)^\beta$。因此，定理 2 得证。

定理 3 当 $h=0.5$ 时，$m=1$，二元生成元加权零级泛平均运算模型为加权有界平均：$M(x,y,0.5,\alpha,\beta)=\alpha x+\beta y$。

证明略。

定理 4 当 $h=0$ 时，$m\to+\infty$，二元生成元加权零级泛平均运算模型为加权突变平均算子：$M(x,y,0,\alpha,\beta)=\min(x,y)$。

证明：当 $h=0$ 时，$m\to+\infty$，求 $\lim\limits_{m\to+\infty}(\alpha(1-x)^m+\beta(1-y)^m)^{1/m}$，利用洛必达法则，求极限，得：

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\alpha(1-x)^m\ln(1-x)+\beta(1-y)^m\ln(1-y)}{\alpha(1-x)^m+\beta(1-y)^m} \tag{14}$$

设 $x=y$，则式(14)极限为 $\ln(1-y)$；

设 $x<y$，则式(14)极限为 $\ln(1-x)$；

设 $y<x$，则式(14)极限为 $\ln(1-y)$。

综上所述，定理 4 得证。

$[0,1]$区间上的二元生成元加权零级泛平均运算模型推广到多元的情况为：

定义 7 N 范数完整簇为 $N(x)=1-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=x^m$，则$[0,1]$区间上的多元生成元加权零级泛平均运算模型为：

$$\begin{aligned}&M(x_1,x_2,\cdots,x_l,h,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l)\\&=N(F_0^{-1}(\alpha_1F_0(N(x_1),h)+\alpha_2F_0(N(x_2),h)+\cdots+\alpha_lF_0(N(x_l),h)),h)\\&=1-(\alpha_1(1-x_1)^m+\alpha_2(1-x_2)^m+\cdots+\alpha_l(1-x_l)^m)^{1/m}\end{aligned} \tag{15}$$

式中，$x_i\in[0,1](i=1,2,\cdots,l)$，$\alpha_i$ 是 x_i 的权值，$\alpha_i\in[0,1]$且 $\sum\limits_{i=1}^{l}\alpha_i=1$，$h\in[0,1]$，$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$m\in R$。

可以看出，$[0,1]$区间上的生成元加权零级泛平均运算模型有良好的数学性质，符合现有加权平均变化的意义。加权 Zadeh 平均、加权概率平均、加权有界平均、加权突变平局都是其特例。

3.2 区间$[a,b]$上的加权零级泛平均运算模型

在讨论了$[0,1]$区间的加权零级泛平均运算模型之后，本小节讨论在$[a,b]$区间的加权零级泛平均运算模型。由于指数加权不易向$[a,b]$区间扩展，因此这里只给出两种加权形式：线性加权和生成元加权。

(1)区间$[a,b]$上的线性加权零级泛平均运算模型

基于式(4)，$[a,b]$区间上的加权因子为 α 和 β($\alpha,\beta\in[0,1]$且 $\alpha+\beta=1$)的线性加权二元零级泛平均运算模型为：

$$GV_1(x,y,h,\alpha,\beta)=GM(x',y',h)=GM(\alpha x,\beta y,h) \tag{16}$$

推广到多元情况，$[a,b]$区间上加权因子为 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l$ ($\alpha_i\in[0,1]$且$\sum\limits_{i=1}^{l}\alpha_i=1$)的线性加权多元零级泛平均运算模型为：

$$\begin{aligned}&GMV_1(x_1,x_2,\cdots,x_l,h,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l)\\&=GM(x_1',x_2',\cdots,x_l',h)\\&=GM(\alpha_1x_1,\alpha_2x_2,\cdots,\alpha_lx_l,h)\end{aligned} \tag{17}$$

可以看出，这种加权方式是对命题真值 x,y 加权，得到的结果是对 x',y'的折中，中心平均为$(\alpha x+\beta y)/2$，偏离了一般意义上的线性加权平均算子 $\alpha x+\beta y$。为了改进这些不足，提出了生成元加权运算模型。

(2)区间$[a,b]$上的生成元加权零级泛平均运算模型

定义 8 N 范数完整簇为 $GN(x)=b+a-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=(b-a)((x-a)/(b-a))^m+a$，则$[a,b]$区间上的二元生成元加权零级泛平均运算模型为：

$$GM(x,y,h,\alpha,\beta)=b-(\alpha(b-x)^m+\beta(b-y)^m)^{1/m} \tag{18}$$

式中，α 和 β 为 x,y 的权值，$\alpha,\beta\in[0,1]$且 $\alpha+\beta=1$，$x,y\in[a,b]$，$h\in[0,1]$，$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$m\in R$。

其中几个特殊的算子为：

加权 Zadeh 平均

$GM(x,y,1,\alpha,\beta)=\max(x,y)$

加权概率平均

$GM(x,y,0.75,\alpha,\beta)=b-(b-x)^\alpha(b-y)^\beta$

加权有界平均

$GM(x,y,0.5,\alpha,\beta)=\alpha x+\beta y$

加权突变平均

$GM(x,y,0,\alpha,\beta)=\min(x,y)$

$[a,b]$区间上的二元生成元加权零级泛平均运算模型推广到多元情况为：

定义 9 N 范数完整簇为 $GN(x)=b+a-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=(b-a)((x-a)/(b-a))^m+a$，则$[a,b]$区间上的多元生成元加权零级泛平均运算模型为：

$$\begin{aligned}&GM(x_1,x_2,\cdots,x_l,h,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l)\\&=b-(\alpha_1(b-x_1)^m+\alpha_2(b-x_2)^m+\cdots+\alpha_l(b-x_l)^m)^{1/m}\end{aligned} \tag{19}$$

式中，$x_i\in[a,b](i=1,2,\cdots,l)$，$\alpha_i$ 是 x_i 的权值，$\alpha_i\in[0,1]$且 $\sum_{i=1}^{l}\alpha_i=1$，$h\in[0,1]$，$m=(3-4h)/(4h(1-h))$，$m\in R$。

可以看出，$[a,b]$区间上的生成元加权零级泛平均运算模型有良好的数学性质，符合现有加权平均变化的意义，为应用打下了良好的基础。

3.3 广义加权平均运算模型和泛平均运算模型

定义 10 多元广义加权平均运算模型[90]为：

$$M_g(x_1,x_2,\cdots,x_l,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l)=(\alpha_1x_1^m+\alpha_2x_2^m+\cdots+\alpha_l^m)^{1/m} \quad (20)$$

式中，α_i 是 x_i 的权值，$\alpha_i\in[0,1]$且$\sum_{i=1}^{l}\alpha_i=1$。

为了更清楚地比较广义加权平均运算模型和泛平均运算模型，我们给出泛平均运算模型的对偶模型。

定义 11 二元零级泛平均运算模型的对偶模型为：

$$\overline{M}=N(M(N(x),N(y),h,\alpha,\beta))$$

其意义是刻画否定之否定的平均。

例如：N 范数完整簇为 $N(x)=1-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=x^m$，则$[0,1]$区间二元加权零级泛平均运算模型的对偶模型为：

$$\overline{M}=N(M(N(x),N(y),h,\alpha,\beta))$$
$$=1-M(1-x,1-y,h,\alpha,\beta)=(\alpha x^m+\beta y^m)^{1/m}$$

式中，α 和 β 为 x,y 的权值，$\alpha,\beta\in[0,1]$且 $\alpha+\beta=1$，$h\in[0,1]$，$m=(3-4h)/(4h(1-h))$。

它的几个特殊算子是：

(1)当 $h=1$，$m\to-\infty$时，为加权突变平均算子

$N(M(N(x),N(y),1,\alpha,\beta)$

$=1-M(1-x,1-y,1,\alpha,\beta)=\min(x,y)$

(2)当 $h=0.866$，$m=-1$ 时，为加权调和平均算子

$N(M(N(x),N(y),0.866,\alpha,\beta)=1-M(1-x,1-y,0.866,\alpha,\beta)=\dfrac{xy}{\alpha x+\beta y}$

(3)当 $h=0.75$，$m\to0$ 时，为加权几何平均算子

$N(M(N(x),N(y),0.75,\alpha,\beta)=1-M(1-x.1-y,0.75,\alpha,\beta)=x^\alpha y^\beta$

(4)当 $h=0.5$ 时，$m=1$ 时，为加权有界平均，即加权算术平均算子

$N(M(N(x),N(y),0.5,\alpha,\beta)=1-M(1-x.1-y,0.5,\alpha,\beta)=\alpha x+\beta y$

(5)当 $h=0$，$m\to\infty$时，为加权 Zadeh 平均算子

$N(M(N(x),N(y),0,\alpha,\beta)=1-M(x,y,0,\alpha,\beta)=\max(x,y)$

推广到多元，如果 N 范数完整簇为 $N(x)=1-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=x^m$，则$[0,1]$区间多元生成元加权零级泛平均运算模型的对偶模型为：

$$N(M(N(x_1),N(x_2),\cdots,N(x_l),h,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l))$$
$$=1-M(1-x_1,1-x_2,\cdots,1-x_l,h,\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_l)$$
$$=(\alpha_1x_1^m+\alpha_2x_2^m+\cdots+\alpha_l^m)^{1/m}$$

式中，α_i 是 x_i 的权值，$\alpha_i\in[0,1]$且$\sum_{i=1}^{l}\alpha_i=1$。

定理 5 在$[0,1]$区间上，当 N 范数完整簇为 $N(x)=1-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=x^m$ 时，零级泛平均运算模型的对偶模型就是广义平均运算模型。

证明略。

定理 6 在$[0,1]$区间上，当 N 范数完整簇为 $N(x)=1-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=x^m$ 时，生成元加权零级泛平均运算模型的对偶模型就是广义加权平均运算模型。

证明略。

定理 7 在$[a,b]$区间上，当 N 范数完整簇为 $N(x)=b+a-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=(b-a)((x-a)/(b-a))^m+a$ 时，零级泛平均运算模型的对偶模型就是广义平均运算模型。

证明略。

定理 8 在$[a,b]$区间上，当 N 范数完整簇为 $N(x)=b+a-x$，零级 T 性生成元完整簇为 $F_0(x,h)=(b-a)((x-a)/(b-a))^m+a$ 时，生成元加权零级泛平均运算模型的对偶模型就是广义加权平均运算模型。

证明略。

因此，凡是适用于广义平均运算模型之处，泛平均运算模型也适用。但是零级泛平均运算模型和广义平均模型还是有很大的区别，其主要区别是：

(1) 根据定理 5 和定理 7 可知，广义平均运算模型是零级泛平均运算模型的对偶模型的特例；根据定理 6 和定理 8 可知，广义加权平均运算模型是加权零级泛平均运算模型对偶模型的特例。

(2)当 T 性生成元 $F_0(x,h)$变化时，泛平均运算模型可生成新的算子簇，其更具柔性；而广义平均运算模型是固定的算子簇，因此泛平均运算模型的适用性更广。

(3)泛平均运算模型用广义相关性 h 刻画了命题之间的关系，揭示了命题之间的内在联系。

(4)泛平均不会包含所有的已知平均算子，但它包容了所有平均算子模型构成的代数结构或者可以任意逼近任一平均算子，它的灵魂是相关性与算子的变化。

结束语 由于复杂系统中存在各种不确定性及相互关系，经典的二值逻辑对它来说显得太刚性，因此有研究者转而寻求“非标准逻辑”或“柔性逻辑”。模糊逻辑通过承认命题真值的连续可变性打破了人们长期以来的“二值观”。而泛逻辑学则更进一步，它在承认命题真值连续可变性的基础上，分析命题之间关系的连续可变性，提出了“广义相关性”和“广义自相关性”两个重要的概念，将命题连接词运算模型定义为由相关性所控制的算子簇，实现了连接词运算模型的柔性化。其中泛平均命题连接词运算模型是为了满足连续值逻辑中逻辑折衷的需求而提出的，是等权的理想状态。本文在原有的等权泛平均运算模型的基础上，提出了生成元加权零级泛平均运算模型及其对偶模型，并严密地推导证明了它们的特殊算子；比较了广义平均运算模型和泛平均运算模型的异同；指出了广义加权平均运算模型是生成元加权零级泛平均运算模型对偶模型的特例。这些工作不仅完善了原有的泛逻辑命题连接词理论，而且为泛平均运算模型的应用提供了丰富的模型选择。

参 考 文 献

[1] 应明生. 模糊逻辑的紧致性[J]. 科学通报，1998，43(4)：379-383
[2] 张小红. 基于 T-模与伪 T-模的逻辑系统及其代数分析[D]. 西

安:西北工业大学,2005

[3] He Hua-can, Wang Hua, Liu Yong-huai, et al. Principle of Universal Logics[M]. Beijing: Science Press, 2005: 66-85

[4] Klement E P, Navara M. Propositional fuzzy logics based on Frank T-norms: A comparison[C]// Dubois D, Klement E P, Prade H, eds. Fuzzy Sets, Logics and Reasoning about Logics. Applied Logic Series 15. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1999: 17-38

[5] 吴望名. 参数 Kleene 系统中的广义重言式[J]. 模糊系统与数学,2000,14(1):1-7

[6] 王国俊,兰蓉. 系统 H_α 中的广义重言式理论[J]. 陕西师范大学学报:自然科学版,2003,31(2):1-11

[7] 陈志成. 复杂系统中分形混沌与逻辑的相关性推理研究[D]. 西安:西北工业大学,2004

[8] 贾澎涛. 基于柔性逻辑的时间序列数据挖掘研究[D]. 西安:西北工业大学,2008

[9] 万玉成. 广义加权平均组合预测及其应用[J]. 管理工程学报,2000,14(1):67- 68

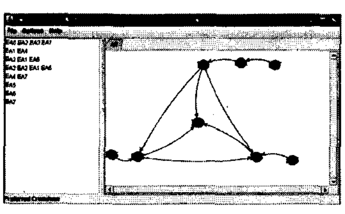
(上接第 208 页)

做了很大改进,有效减少了提问的个数,提高了系统的工作效率。

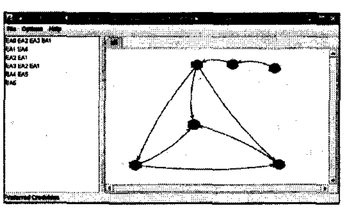
5 实验结果分析

我们根据 ArguDecision 辩论决策控制算法设计实现了 Smart Doctor 医疗方案辅助决策系统,系统集成了治疗知识库、疗效知识库、药品知识库、医保政策知识库、医学基础知识库和患者数据库等信息源,并使用 tuProlog2. 0 推理机完成对论据的推理。在 Smart Doctor 系统中,特别强调,$\langle R,A,S,G,V\rangle$表示论据,攻击关系采用 Map 数据结构表示,比如$\{a,(b,c)\}$表示论据 a 同时被论据 b、c 攻击。用户可以通过输入所需要咨询的疾病以及选择自己的价值偏好,来获得对该疾病最佳的治疗方案和该方案优于其它方案的理由。

该系统利用 argukit 进行论据框架可视化,并已经实现了血小板凝稠的医疗方案决策支持案例,其实现的辩论推理辅助决策实验结果完全与文献[2]的结果相同。实验结果如图 3 所示,绿实心圆代表获得的首选扩展论据,红实心圆则代表不可接受的论据。如果选择 safety>>cost>>efficacy 价值排序,首选扩展如图 3(a)所示{EA1,EA5,EA6,EA7};如果选择 safety>>efficacy>>cost 价值排序,首选扩展如图 3(b)所示{EA1,EA5}。因此可以看到,基于价值辩论框架的决策支持模型随着不同的价值排序选择,其得到的决策结果是不同的。



(a) safety>>cost>>efficacy 价值排序实验结果图



(b) safety>>efficacy>>cost 价值排序实验结果图

图 3 Smart Doctor 医疗辅助决策系统实验结果图

结束语 本文的贡献在于对基于价值辩论框架的决策支持模型进行了深入分析,通过控制流程图刻画了基于价值辩论框架的决策过程,同时提出了论据和批评问题的分类思想,根据该思想设计了 ArguDecision 辩论决策控制算法,没有采用对话协议便能通过辩论推理达到辅助决策的效果。我们提出的 ArguDecision 辩论决策控制算法,真正实现了计算机辅助的辩论推理,从而改变了计算机在辩论决策中仅仅是中介的角色。本算法在效率上有效减少了提问问题的次数。现在我们已经把本算法应用到 Smart Doctor 医疗辅助决策系统中,该系统在以后的工作中将得到进一步完善。

参 考 文 献

[1] Bench-Capon T. Persuasion in Pratical Argument Using Value-based Argumentation Frameworks[J]. Journal of Logic and Computation, 2003, 13(3): 429-448

[2] Atkinson K, Bench-Capon T. Argumentation for Decision Support[C]//DEXA. 2006: 822-831

[3] Dung P M. On the Acceptability of Arguments and its Fundamenal Role in Nonmonotonic Reasoning, Logic Programming and n-Person Games[J]. Artificial Intelligence, 1995, 77(2): 321-357

[4] Atkinson K, Bench-Capon T, McBurney P. Multi-agent Argumentation for eDemocracy[C]// Proceedings of the Third European Workshop on Multi-Agent Systems. 2005: 35-46

[5] Atkinson K. What Should We Do?: Computational Representation of Persuasive Argument in Pratical Reasoning[D]. Liverpool, UK: Department of Computer Science, University of Liverpool, 2005

[6] Greenwood K, Bench-Capon T, McBurney P. Towards a Computational Acoount of Persuasion in Law[C]// Proceedings of the Ninth International Conference on AI and Law (ICAIL 2003). ACM Press: New York, NY, USA, 2003: 22-31

[7] Atkinson K, Bench-Capon T, McBurney P. Implementation of a dialogue game for persuasion over action[R]. ULCS-04-005. UK: Department of Computer Science, University of Liverpool, 2004

[8] Atkinson K, Bench-Capon T, McBurney P. Justifying practical reasoning[C]// Grasso F, Reed C, Carenini G, eds. Proceedings of the Fourth International Workshop Computational Models of Natural Argument (CMNA 2004). Valencia, Spain, 2004: 87-90

[9] Atkinson K, Bench-Capon T, McBurney P. Arguing about cases as practical reasoning[C]// Proceedings of the Tenth International Conference on Artificial Intelligence and Law (ICAIL 2005). New York, NY, USA, ACM Press: 2005: 35-44

[10] 王勇,黄国兴,王雨,等. 多 Agent 信息系统知识发现研究[J]. 计算机科学,2008,35:184-186