

基于凸区域容错性的拓扑控制算法

孙若姿 袁 坚 山秀明 任 勇
(清华大学电子工程系 北京 100084)

摘 要 目前多数研究以连通度来衡量无线网络的容错性。连通度没有考虑失效节点的位置关系,任意节点组合会同时失效,而无线网络失效的节点间通常具有空间相关性,即处于一个局域内的节点更可能会同时失效,尤其在军事应用中,比如炸弹的袭击,会导致一个局域内的节点失效,因此连通度度量容错性并不适合无线网络场景。考虑无线网络失效节点具有空间相关性的特点,提出凸区域容错性概念,并基于此,提出拓扑控制算法 C-RFT。理论证明 C-RFT 算法生成的网络能保持原始图的凸区域容错性,仿真结果表明经过 C-RFT 算法拓扑控制的网络的平均逻辑度值和平均传输半径有明显下降。

关键词 容错性,连通度,凸区域,空间相关性

中图分类号 TP393.03 **文献标识码** A

Convex Region Fault-tolerance Based Topology Control Algorithm

SUN Ruo-zi YUAN Jian SHAN Xiu-ming REN Yong

(Department of Electronic Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract At present, most studies utilize connectivity to evaluate fault-tolerance of wireless networks. As a metric of fault-tolerance, connectivity fails to consider spatial relativity of failed nodes and assumes that any node group can fail simultaneously. In fact, the faults generally have strong spatial correlativity in wireless networks. It is particularly true in military application that the nodes located in the same limited area will fail simultaneously such as due to the damage of an enemy bomb. Therefore, connectivity hardly satisfies the fault tolerant design requirements for wireless networks. To capture the feature of the spatial correlations of faults, the notion of convex region fault-tolerance was introduced and based on it, a fault-tolerant topology control algorithm named as convex region fault-tolerant algorithm(C-RFT) was proposed. It is proved theoretically that C-RFT can preserve the convex region fault-tolerance of the original graph and simulation results demonstrate that the topology generated by C-RFT has lower logical degree and transmission radius compared with original graph.

Keywords Fault-tolerance, Connectivity, Convex region, Spatial relativity

1 引言

无线网络中,节点通常会因为自然或人为因素受到破坏而失效,节点失效会引起网络分割,破坏网络正常通信,因此,容错性是无线网络设计的关键问题,近年受到了广泛关注。多数学者以图论中的连通度来评价网络容错性。连通度是指使图不连通所需移除的最小顶点数,如果网络具有 k 连通度即意味着移除任意小于等于 $k-1$ 个节点,网络保持连通。

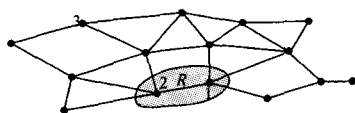


图1 失效场景

目前,考虑容错性的拓扑控制算法大多数基于连通度,如 FLSS^[1],FCBTC^[2],YAO_{p,k}^[3]和 k -UPVCS^[4]等,这些算法生成的网络均具有 k 连通度。根据 k 连通度的定义,在任意小于 k 个节点失效后,网络都要保持连通。连通度度量无线网

络缺陷在于其没有考虑失效节点间的空间相关性,无论节点间的位置关系如何,网络都要容忍任意节点组合的失效,而无线网络失效的节点间通常具有空间相关性,处于一个局域的节点更可能会同时失效,也就是说失效发生在一个局域,而不是离散的节点组合。如图1所示,节点1和节点2更可能会同时失效,而节点2和节点3不太可能同时失效。因此,无线网络中对于局域失效的研究至关重要。Sen首次在文献[5]中提出考虑区域失效的区域连通度概念,但是文章对区域连通度的计算仅限于圆域,失效的节点都位于一个圆形区域中,其不具有普适性。针对上述问题,本文提出网络凸区域容错性,凸区域容错性是指平面中处于一个凸区域中的节点失效后网络仍保持连通。本文贡献在于:(1)提出凸区域容错性;(2)提出拓扑控制算法生成具有凸区域容错性的拓扑;(3)理论证明算法生成的拓扑能够保持原始图的凸区域容错性;(4)仿真结果表明相比于原始图,本文算法生成的拓扑在度值和传输半径上有着明显的下降,达到拓扑控制初衷。

2 凸区域容错性

无线网络的失效节点通常具有空间相关性,尤其在军事应用中,比如炸弹的袭击会使一个局域内的节点失效。本文希望所生成网络能够保持原始网络的凸区域容错性,下面给出一些本文所需的基本定义。

定义 1(原始图) 令 $G=(V,E)$ 为平面向图,其中 V 是网络节点集,令其边集为 $E=\{(u,v):d(u,v)\leq d_{\max},u,v\in V\}$,其中 $d(u,v)$ 代表 u 和 v 之间的欧式距离, d_{\max} 是节点的最大传输半径,则称 G 是无线网络的原始图。

定义 2(凸区域) 令 R 为一个平面区域, x,y 为区域 R 上的任意两点,如果 x 和 y 连线上的任意一个点都属于区域 R ,则称 R 是凸区域。

定义 3(凸区域容错性) 令 $G=(V,E)$ 是平面向图,其中 V 是顶点集, E 是边集。令 R 是平面上任意凸区域,其覆盖的失效节点集为 $F_R=\{u:u\in V,u\in R\}$,覆盖的失效边集为 E_R ,在 G 中除去点集 F_R 和边集 E_R ,得到剩余图 GR ,如果 GR 是连通的,则称 G 对于 R 具有凸区域容错性。

拓扑控制就是在原始图上删除一些冗余的边,得到一个稀疏化的生成子图 G' ,同时保留原始图的某些性质,如连通性、容错性和 spanner 性质等。跟据无线网络节点失效特点,本文希望生成的网络 G' 保持原始图的凸区域容错性,即如果原始图对凸区域 R 容错,那么生成的拓扑也要对凸区域 R 容错。

定义 4(区域等价) 对于平面任意区域 R_1 和 R_2 ,其覆盖的失效节点集分别为 F_{R_1} 和 F_{R_2} ,这里包括区域边界。如果 $F_{R_1}=F_{R_2}$,则称区域 R_1 和 R_2 等价。

平面上的凸区域有无穷多个,很多都是等价的,并且凸区域的形状和大小具有任意性,不利于进行凸区域容错性的判断。下面的讨论中我们将利用半平面上的容错性来生成凸区域容错的网络,提出定理并证明生成的网络 G' 只要对所有的半平面是容错的,则其就将保持原始图的凸区域容错性。

3 凸区域容错拓扑控制算法

本节将把凸区域容错问题转化为半平面容错问题,提出凸区域容错拓扑控制算法 C-RFT,并通过定理证明如果原始图对凸区域 R 容错,只要生成的网络 G' 对所有半平面容错,则 G' 也是对 R 容错的。

定义 5(凸包) 对于平面点集 P ,如果 C 是一个最小凸多边形,使得 P 中的点或者在 C 内或者在 C 上,则称 C 是点集 P 的凸包。

平面上的半平面有无穷多个,但是很多都是等价的。如图 2 所示, H_1 和 H_2 是两个不同的半平面,但是它们覆盖的节点集合相同,跟据定义 4, H_1 和 H_2 等价,我们只需在非等价的半平面上去讨论网络的容错性。分析发现,这些非等价的半平面数目有限而且可以求出。平面上的任意半平面只要与网络有交集,就至少会包含节点集合的凸包上的一个顶点。如图 2 所示网络,节点集合的凸包为由顶点 1 到 7 构成的多

边形,明显可以看出,只要是经过网络的半平面,都至少覆盖一个凸包的顶点。跟据这个结论,可以求出所有不等价的半平面,方法如下。

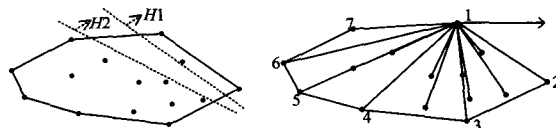


图 2 等价半平面和凸包

搜索半平面:

Step1 计算节点集 V 的凸包, $|V|=N$ 。

Step2 令 x_1, x_2, \dots, x_M 是凸包的顶点,按顺时针排序。

Step3 对于任意 $x_m, 1\leq m\leq M$,以 x_m 为原点,选择一个正方向,计算节点 $v\in V\setminus\{x_0, x_1, \dots, x_{m-1}\}$ ($x_0=\phi$) 与正方向的夹角,如图 2 所示,并把节点按照夹角由小到大排序 $v_1, v_2, \dots, v_{N-(m-1)}$,其中 $v_1=x_m$ 。

Step4 得到所有包含 x_m 的半平面(以其所包含的节点记之) $\{v_1\}, \{v_1, v_2\}, \{v_1, v_2, v_3\}, \dots, \{v_1, \dots, v_{N-m+1}\}$,共有 $N-m+1$ 个。

由上述方法可以得到 $M(2N-M+1)/2$ 个半平面。我们只需在这些半平面上讨论 G' 的容错性,构造如下的凸区域容错拓扑控制算法 C-RFT。假设原始图 G 对所有半平面容错。

C-RFT 算法:

Step1 找出所有非等价半平面 H_1, H_2, \dots, H_K 。

Step2 对任意半平面 $H_k, 1\leq k\leq K$,在原始图中除去 H_k 所覆盖的节点集合和其所连接的边,得到剩余图 G^k ,在 G^k 中计算最小生成树 T^k ,边权重取欧式距离。

Step3 得到拓扑 $G'=\bigcup_{k=1}^K T^k$ 。

Step4 每个节点 u 在 G' 中的邻居为 N_u ,令 u 的传输半径 r_u 为其与 N_u 中最远邻居的距离。

对于任意半平面 H_k ,从 G' 中除去 H_k 中的节点和相连的边,剩余图 G^k 的节点集为 $V\setminus H_k$,因为 T^k 是 G^k 的最小生成树, G^k 的节点集为 $V(G^k)=V\setminus H_k$,因为 $T^k\subset G^k$,所以 G^k 是连通的,所以 G' 对任意半平面是容错的。

文献[6,7]中指出,平面上均匀分布的点集的凸包上的顶点数 M 为 $O(\log N)$, N 是节点总数。由上面的讨论可知,网络共有 $M(2N-M+1)/2$ 个非等价的半平面,对于每一个半平面,C-RFT 算法要计算一次最小生成树,计算最小生成树的复杂度为 $N^2 \log N$,所以 C-RFT 算法的计算复杂度为 $N^2 (\log N)^2$ 。

下面证明算法 C-RFT 生成的拓扑 G' 的确保持了原始图 G 的凸区域容错性。

定理 1 R 是平面凸区域,如果原始图 G 对 R 容错,则 G' 也对凸区域 R 容错。

证明:因为 G 对 R 容错,所以 $G\setminus R$ 连通,对于任意节点 $u, v\in G\setminus R$, u 和 v 总存在一条路径 $P(u, v)=(w_0=u, w_1, w_2, \dots, w_L=v)$,其中 $w_l\in G\setminus R, 1\leq l\leq L$ 。在 $P(u, v)$ 上的任意一条边都有 $(w_l, w_{l+1})\notin R$,因为 R 是凸区域,总存在一个半

面 H_k , 使得 $R \in H_k$, 且 $(w_l, w_{l+1}) \in G \setminus H_k$ 。因为 G' 对任意半平面容错, 则有 $G' \setminus H_k$ 是连通的, 因为节点 w_l 和 w_{l+1} 属于图 $G' \setminus H_k$, 所以在 $G' \setminus H_k$ 中存在路径 $P(w_l, w_{l+1}) = (z_0 = w_l, z_1, \dots, z_j = w_{l+1})$, 其中 $z_j \in G' \setminus R, 1 \leq j \leq J$, 所以对于任意 $u, v \in G' \setminus R$, 都在 $G' \setminus R$ 中存在一条路径。从而 u 和 v 是连通的, 即 G' 对 R 容错。

4 仿真分析

本章将通过计算网络的平均逻辑度值和平均传输半径两个指标来验证 C-RFT 算法在保持原始图 G 的凸区域容错性的同时, 使网络变得稀疏。逻辑度值是指节点采用传输半径 r_i 时所覆盖的节点数目, 小的平均逻辑度值意味着网络稀疏、路由代价以及干扰小; 小的平均传输半径表明构建网络消耗的能量小, 因此平均逻辑度值和平均传输半径是衡量一个拓扑控制算法的有效指标。

n 个节点随机均匀布撒在 1000×1000 的平面区域, 节点的位置已知, 具有相同的最大传输半径 $d_{\max} = 250$ 。网络的平均逻辑度值和传输半径与节点数目有关, 令节点数目由 100 增加至 200, 研究这两个指标与节点数目的变化关系, 每个数据点是 50 个拓扑的平均值。

图 3 显示原始图 G 和由 C-RFT 算法生成的拓扑 G' 的平均逻辑度值的变化关系。从图中可以看出, C-RFT 算法生成的拓扑 G' 的平均逻辑度明显小于原始图 G , 说明 C-RFT 算法对于稀疏化网络很有效; 且随着节点数目的增加, C-RFT 算法生成的拓扑 G' 的平均逻辑度变化很小, 而原始图 G 变化很大, 随着节点数目的增加, 平均逻辑度值近似线性增长, 说明 C-RFT 算法有很好的可扩展性。

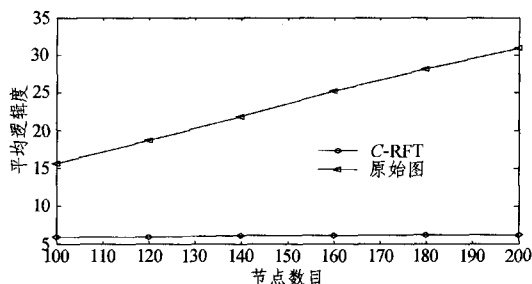


图 3 平均逻辑度值的比较

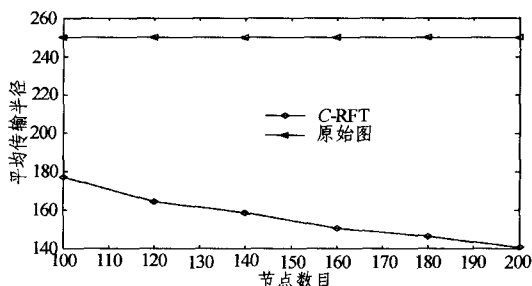


图 4 平均传输半径的比较

图 4 显示原始图 G 和由 C-RFT 算法生成的拓扑 G' 的平

均传输半径的变化关系。从图中可以看出, 因为原始图 G 没有经过拓扑控制, 所有节点都保持最初的最大传输半径, 而 C-RFT 算法生成的拓扑 G' 的平均传输半径明显变小, 说明节点不需要用最大传输半径就可以具有和原始图 G 一样的凸区域容错能力, 验证了算法的有效性; 并且随着节点密度的增加, 节点间距离变小, 用更小的传输半径就能实现连接。因此, 随着节点数目的增大, G' 的平均传输半径下降。

仿真实验表明, 通过 C-RFT 算法进行拓扑控制是有效的, 其在保持原始图的凸区域容错能力的同时, 使网络变得更加稀疏和节能, 有利于上层协议的设计和实施。

结束语 容错性是无线网络设计不可忽视的重要指标, 然而目前多数研究以连通度评价容错性, 其没有考虑失效节点的空间相关性, 不适应无线网络实际的失效场景, 无线网络失效节点间通常具有空间相关性, 处于一个局域节点更可能同时失效。本文提出凸区域容错性概念来指导无线网络的拓扑控制, 并根据凸区域容错性提出 C-RFT 算法, 理论证明 C-RFT 算法生成的拓扑能够保持原始图的凸区域容错性。仿真实验表明相比于原始图, 利用 C-RFT 拓扑控制后的网络具有更小的平均逻辑度值和平均传输半径, 说明在保持容错性不变的情况下, 拓扑控制后的网络具有更小的干扰和更低的路由代价。

参考文献

- [1] Li N, Hou J C. Localized fault-tolerant topology control in wireless ad hoc networks[J]. IEEE transactions on parallel and distributed systems, 2006, 17(4): 307-320
- [2] Bahramgiri M, Hajiaghayi M, Mirrokni V S. Fault-tolerant and 3-Dimensional distributed topology control algorithms in wireless multihop networks[C] // Proc. 11th int'l conf. Computer Comm. and Networks (ICCCN). Florida, USA; IEEE Press, 2002; 392-397
- [3] Hajiaghayi M, Immorlica N, Mirrokni V S. Power optimization in fault-tolerant topology control algorithms for wireless multihop networks[C] // Proc. ninth ACM int'l Conf, Mobile Computing and networking (Mobicom). San Diego, USA; IEEE Press, 2003; 300-312
- [4] Li X-Y, Wan P-J, Wang Y, et al. Fault tolerant deployment and topology control in wireless networks[C] // Proc. Fourth ACM Symp. Mobile ad hoc networking and computing (MOBIHOC). New York; ACM c2003, 2003; 117-128
- [5] Sen A, Shen B H, Zhou L, et al. Fault-tolerance in sensor networks; a new evaluation metric[C] // Proc. of IEEE INFOCOM. Barcelona, Spain; IEEE Press, 2006; 1-12
- [6] Har-Peled. On the expected complexity of random convex hulls [R]. Tel-Aviv; 330/98. School Math. Sci., 1998
- [7] Rényi A, Sulanke R. über die konvexe hülle von n zufällig gewählten Punkten[J]. Z. Wahrsch. View. Geb., 1963, 2; 75-84