

# 基于多方向对称和匀质约束的 SUSAN 棋盘格角点检测算法

徐树奎<sup>1</sup> 李国辉<sup>1,2</sup> 张 军<sup>1</sup> 涂 丹<sup>1</sup>

(国防科技大学信息系统与管理学院 长沙 410073)<sup>1</sup>

(国防科技大学信息系统工程重点实验室 长沙 410073)<sup>2</sup>

**摘要** 棋盘格角点检测是摄像机标定过程中的一个重要步骤。针对原有 SUSAN 角点检测算法在棋盘格角点检测应用中边缘点与角点难以区分的问题,通过对棋盘格角点特性的分析和实验,提出了一种基于多方向对称和匀质约束的 SUSAN 棋盘格角点检测算法。通过在原有 SUSAN 算法的基础上添加对称约束算子和匀质约束算子滤除 SUSAN 检测结果中的边缘点,最终确定角点的坐标。实验结果表明,该算法在角点检测的有效性和精度方面优于已有算法。

**关键词** 棋盘格角点, SUSAN 算法, 对称约束, 匀质约束

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A

## Chessboard Corner Detection Algorithm Based on SUSAN and Multi-direction Restriction of Symmetry and Uniformity

XU Shu-kui<sup>1</sup> LI Guo-hui<sup>1,2</sup> ZHANG Jun<sup>1</sup> TU Dan<sup>1</sup>

(College of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)<sup>1</sup>

(Key Lab of Information System Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)<sup>2</sup>

**Abstract** Corner detection is a key point in the program of camera calibration. Aiming at the problem of SUSAN algorithm which cannot differentiate the edge and corner in the corner detection of chessboard, this paper analyzed the characters of the chessboard's corners. A chessboard corner detection algorithm based on multi-direction restriction of symmetry and uniformity of the corners was proposed. The real corners of the chessboard were confirmed by computing the restriction of symmetry and uniformity in the result of SUSAN algorithm. Experiments show that algorithm proposed has a better validity and precision.

**Keywords** Chessboard corner, SUSAN algorithm, Restriction of symmetry, Restriction of uniformity

### 1 引言

棋盘格角点检测是摄像机标定过程中的一个重要步骤,角点检测准确性对提高摄像机标定精度具有非常重要的意义。通用的角点检测算法可以分为3类:基于灰度梯度的 Kitchen-Rosenfeld 角点检测算法<sup>[1]</sup>、Harris 角点检测算法<sup>[2]</sup>、KLT 角点检测算法<sup>[3]</sup>;基于灰度模板的 SUSAN 角点检测算法<sup>[4]</sup>;基于曲线轮廓的 GLCP 角点检测算法<sup>[5]</sup>等。由于棋盘格角点的特殊性,通用算法的鲁棒性和精确性方面存在一些问题,如 Harris 算法在某些特定连接点部位的局部精度有限;SUSAN 算法容易混淆边缘点与角点;曲线边缘检测算法精度不高。近年来针对棋盘格角点这种特殊形式的角点检测问题,国内外学者提出了很多改进的检测算法。文献<sup>[6]</sup>引入方向线和局部方向分布的概念,提出了一种基于局部方向分布的角点检测定位算法。文献<sup>[7]</sup>利用周围图案对称和灰度值对比明显的独特性质,设计了由对称算子 S 和方差算子 V 组合而成的角点检测算子——对称方差算子 (Symmetry

and Variance), 简称 SV 算子。文献<sup>[8]</sup>提出了4方向灰度分布特征的棋盘格角点检测算法。文献<sup>[9]</sup>提出了对称约束算子,以进一步提升 SUSAN 检测算法的鲁棒性。本文通过对棋盘格角点特性的分析以及实验,提出了一种基于多方向对称和匀质约束的 SUSAN 棋盘格角点检测算法。

### 2 SUSAN 算子

最小核值相似区(即 Smallest Univalued Segment Assimilating Nucleus, 简称 SUSAN)算子是 Smith 在 1995 年提出的一种用于边缘和角点检测的算子<sup>[4]</sup>。SUSAN 算子的核心思想是利用像素点的灰度值与其相邻像素点的灰度值的相似性作为像素点的分类标准。SUSAN 算子使用一个近圆模板在图像上滑动,计算每个模板中心像素点与模板其他位置像素点的灰度值差异。

$$compare(r, r_0) = \begin{cases} 1, & |I(r) - I(r_0)| \leq t \\ 0, & |I(r) - I(r_0)| > t \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $I(r_0)$  为模板中心像素点,  $I(r)$  为模板其他位置像素点,  $t$

到稿日期:2011-04-28 返修日期:2011-07-15 本文受国家自然科学基金(60902093)资助。

徐树奎(1982-),男,博士生,主要研究领域为计算机视觉、图像复原, E-mail: xskgfk@163.com; 李国辉(1962-),男,博士,教授,主要研究领域为图像处理、计算机视觉; 张 军(1975-),女,博士,副教授,主要研究领域为图像处理、计算机视觉; 涂 丹(1971-),男,博士,副教授,主要研究领域为图像处理、计算机视觉。

为预先设定灰度差异阈值。当  $compare(r, r_0)=1$  时,认为该像素点与核心像素点具有相同或相似的灰度值。 $compare(r, r_0)=1$  的区域被称为核值相似区 USAN。

SUSAN 算子对 USAN 的权重定义为:

$$n(r_0) = \sum_r compare(r, r_0) \quad (2)$$

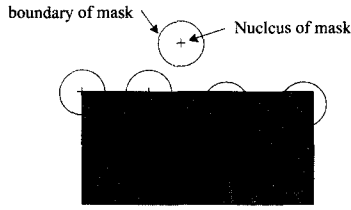


图 1 SUSAN 算子核值相似区描述

为检测角点, SUSAN 设定了一个像素点的角点响应强度:

$$response(r_0) = \begin{cases} g - n(r_0) & n(r_0) < g \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $n(r_0)$  为模板中心像素点的 USAN 权重,  $g$  为角点响应的几何阈值, 通常取模板中心像素点 USAN 权重最大值的一半, 即  $g = \frac{1}{2} n_{max}$ 。对于摄像机畸变以及噪声等情况的干扰,

其几何阈值选取为  $\frac{5}{12} n_{max} \sim \frac{7}{12} n_{max}$  之间。即便如此, 对黑白边缘处的几何响应与角点处的几何响应难以区分, 因此, 使用 SUSAN 算子检测棋盘格角点需要进一步改进。

### 3 多方向对称和匀质约束的 SUSAN 棋盘格角点检测算法

使用棋盘格模板标定摄像机的过程中, 通常选择黑-黑方块的交接点作为控制点, 控制点周围图像在几何形状上通常为 x 型, 如图 2 所示。从图中可以看出, 棋盘格角点有以下几方面的性质: 1) 对称性, 不管是黑色区域还是白色区域, 都是相对于角点对称的。2) 匀质性, 对称区域内的图像灰度值基本一致。3) 在摄像机畸变较小的情况下, 在角点附近的黑白格交接处可以近似看作直线。



图 2 棋盘格模板的几种典型角点

根据上面对棋盘格角点的特性分析以及 SUSAN 算子检测出的角点与边缘点不能很好区分的问题, 本文提出了基于对称和匀质约束的 SUSAN 算子用于棋盘格角点检测问题, 设计了如图 3 所示的 37 点近圆模板作为角点检测模板, 根据棋盘格角点的特性, 设计了多方向对称约束算子和匀质约束算子两个约束算子。

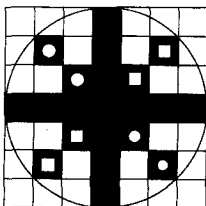


图 3 本文角点检测模板

### 3.1 对称约束算子 symmetry

对称约束算子用于描述中心像素点两侧像素的对称程度。本文将图 3 所示近圆模板中的每个颜色的像素点与相对于中心像素点对称位置的像素点之间的亮度差均值定义为对称约束的度量标准:

$$\sigma_i = \frac{1}{n} \sum |I(r_i) - I(r_i')| \quad (4)$$

式中,  $r_i$  和  $r_i'$  分别是图 4 中颜色  $i$  一侧像素点和相对于中心像素点对称的像素点,  $n$  为颜色  $i$  一侧像素点数。颜色  $i$  方向的对称约束算子  $S_i$  定义为:

$$S_i = \begin{cases} 1, & \Delta I_i < d \\ 0, & \Delta I_i > d \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $d$  为对称约束参数, 若颜色  $i$  的亮度差均值小于  $d$ , 说明颜色  $i$  方向满足对称性约束。阈值  $d$  是用来区分某方向上像素点是否具有对称性的关键。从棋盘格标定图像灰度直方图(见图 4)中可以看出, 直方图呈现明显的双峰, 在中间的一段灰度区域只有少量像素点存在。文献[9]取这段灰度区域的差值即为阈值  $d$  的取值, 实验发现, 这种方法取值过大, 不能很好地描述对称性, 本文根据实验结果, 取这一灰度区域差值的一半作为对称约束参数。

对称约束响应强度定义为:

$$responseS(r_0) = \sum S_i \quad (6)$$

该响应强度表示  $r_0$  点周围 4 个方向中关于  $r_0$  点对称的方向数。为了保证算法的鲁棒性, 若  $responseS(r_0) \geq 3$  即认为该点满足对称约束。

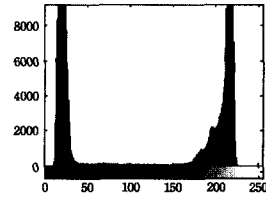


图 4 棋盘格标定图像直方图

为验证本文对称性算子的有效性, 计算了仿真图像和真实图像的对称算子, 如图 5 所示。仿真图像的对称性约束和真实图像的对称约束具有相同的表征。

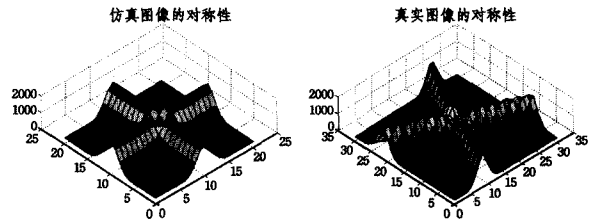


图 5 仿真图像和真实图像的对称性约束算子对比

### 3.2 匀质约束算子 uniformity

匀质约束算子用于描述模板中心点两侧区域的灰度差异, 因此我们用区域内像素点亮度值的标准差作为匀质约束的度量标准:

$$\tau_i = \sqrt{\frac{\sum [I(r_i) - \bar{I}(r_i)]^2}{n-1}}, \tau_i' = \sqrt{\frac{\sum [I(r_i') - \bar{I}(r_i')]^2}{n-1}} \quad (7)$$

式中,  $\bar{I}(r_i)$  和  $\bar{I}(r_i')$  表示颜色  $i$  方向中心点两侧的像素点亮度均值。根据图像边缘的阶跃模型可知, 在棋盘格图像的黑-黑块交点附近, 像素的亮度分布是不均匀的, 但交点处的亮度变化是相对于中心点对称的。颜色  $i$  方向的匀质对称约束算

子  $U_i$  定义为:

$$U_i = \begin{cases} 1, & |\tau_i - \tau_i'| < e \\ 0, & |\tau_i - \tau_i'| \geq e \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $e$  为匀质对称约束阈值。理想情况下,  $e$  取值越小越能够表明区域的匀质性的对称程度, 但由于噪声以及其他干扰因素存在, 本文取棋盘格标定图像中的几块匀质区域即黑色块区域和白色块区域的标准差均值作为匀质约束条件。

将匀质响应强度定义为:

$$responseU(r_0) = \sum U_i \quad (9)$$

该匀质响应强度描述了像素点  $r_0$  周围 4 个方向的匀质方向数。为了保证算法的鲁棒性, 若  $responseU(r_0) \geq 3$ , 即认为该点满足匀质约束。

为验证匀质约束算子的有效性, 我们计算了仿真图像和真实棋盘格角点图像的匀质约束算子, 如图 6 所示。通过对比可以看出, 仿真图像和真实图像具有相同的表征。

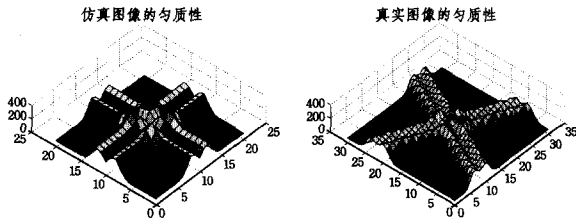


图 6 仿真图像和真实图像的匀质性约束算子对比

同时满足 SUSAN 角点检测算子、对称约束算子以及匀质约束算子的像素点即被认为是棋盘格图像黑-黑格交点, 若有多个像素点同时满足上述条件, 选择四方向对称度累加和最小的像素点为粗定位角点。

### 3.3 亚像素定位

上面 3 个算子获得整像素精度的角点定位, 由于角点定位精度直接影响到系统的标定精度, 因此还需要进一步对角点位置求精, 以获得亚像素精度的定位。通常亚像素定位方法有矩方法、拟合法、数字相关法等<sup>[10]</sup>。矩方法需要对图像进行二值分割, 定位精度有限。数字相关法需要有理想的相关模板, 在本文角点检测应用中, 不同角度拍摄的角点区域模板是不同的, 因而难以确定相关模板。本文根据 3.1 节中描述的对称约束算子在角点处达到最小值的性质, 利用二次多项式拟合方法确定角点的亚像素位置。

令角点附近对称约束算子的拟合曲面为:

$$\sigma(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy + a_4x^2 + a_5y^2 \quad (10)$$

曲面极值点位置为:

$$\begin{cases} x = \frac{2a_1a_5 - a_2a_3}{a_3^2 - 4a_4a_5} \\ y = \frac{2a_2a_4 - a_1a_3}{a_3^2 - 4a_4a_5} \end{cases} \quad (11)$$

该曲面可以在角点周围相邻像素内逼近对称约束算子, 因此, 本文采用  $3 \times 3$  拟合窗口及最小二乘法求解曲面系数。理想情况下, 该方法可以达到 0.01~0.1 像素的定位精度<sup>[10]</sup>。

下面将基于多方向对称和匀质约束的 SUSAN 棋盘格角点检测算法描述如下:

Step1 确定角点的初始位置以及搜索窗口大小。

指定棋盘格标定图像中 4 个角的黑-黑格交点的初始位置, 根据四个角点计算出世界坐标到图像坐标的单应矩阵, 将棋盘格各角点的世界坐标投影到图像坐标, 确定所有角点的图像初始坐标。

根据图像的尺寸确定角点搜索窗口的大小, 搜索窗口太小会导致得到的角点是局部最优解, 不是理想的黑-黑格交点, 搜索窗口太大则会造成计算效率下降, 严重时会导致一个搜索窗口内包含多个黑-黑格交点, 影响角点计算的准确性。这里沿用文献[11]中使用的窗口取值方法:

$$win_x = win_y = \max\left(\frac{n_x}{128}, \frac{n_y}{96}\right) \quad (12)$$

式中,  $n_x, n_y$  分别是棋盘格标定图像在  $x$  方向和  $y$  方向的尺寸。

Step2 计算搜索窗口内所有像素点的 SUSAN 算子响应强度  $response(x, y)$ , 根据阈值确定符合 SUSAN 算子的点集  $P_{SUSAN}$ 。

Step3 在  $P_{SUSAN}$  点集中, 计算每个像素点的对称约束响应强度  $responseS(x, y)$ , 再次通过对称约束阈值滤除不满足对称条件的像素点, 获得符合 SUSAN 算子和对称约束算子条件的点集  $P_{SYMMETRY}$ 。

Step4  $P_{SYMMETRY}$  点集中, 计算每个像素点的匀质约束响应强度  $responseU(r_0)$ , 最后根据匀质约束阈值滤除不满足匀质条件的像素点, 最终获得所要寻找的像素点集  $P_{UNIFORMITY}$ 。

Step5 如果  $P_{UNIFORMITY}$  中像素点数目多于 1, 计算所有像素点的对称约束:

$$\sigma(x, y) = \sigma_1(x, y) + \sigma_2(x, y) + \sigma_3(x, y) + \sigma_4(x, y) \quad (13)$$

取对称约束值最小的像素点为最终所求黑-黑格交点, 得整像素精度坐标  $(x_i, y_i)$ 。

Step6 以  $(x_i, y_i)$  为中心, 计算四周相邻像素点对称约束作为观测值, 使用最小二乘法获得拟合曲面的系数  $a_0 - a_5$ , 通过式(11)获得亚像素精度定位。结合  $(x_i, y_i)$  获得最终亚像素精度的角点坐标  $(x_c, y_c)$ 。

## 4 实验结果与分析

本文实验采用了 3 个摄像机拍摄的不同分辨率的图像进行角点的检测对比。使用的摄像机标称参数分别为: HR 高分辨率摄像机的分辨率为  $1600 \times 1200 @ 15\text{fps}$ , 焦距为 4mm 镜头; HS-L 和 HS-R 是一个分辨率为  $640 \times 480 @ 48\text{fps}$  的双目立体相机构成, 焦距为 3.8mm。利用 3 个摄像机在不同的位置拍摄同一棋盘格标定板获得实验图像后进行角点检测实验。本文从角点检测的有效性、检测精度以及时间性能 3 方面验证所提出的算法。

### 4.1 有效性对比实验

为了验证本文角点检测算法的有效性, 我们使用 Matlab2010 图像和视频处理工具箱中的 Harris&Stephens 角点检测算法、Shi&Tomasi 角点检测算法、Rosen&Drummond 角点检测算法以及基于局部和全局曲率的角点检测算法 GL-CP<sup>[5]</sup>进行了对比实验。实验使用各算法的默认参数计算。图 7~图 11 为不同算法对同一幅标定图像的检测结果。从检测结果中可以看出, Harris&Stephens 算法和 Shi&Tomasi 算法以及本文算法均能对棋盘格标定图像中黑-黑格交点即本文控制点进行定位, 而 Rosen&Drummond 算法和基于局部和全局曲率的检测算法则不能很好地确定控制点坐标, 出现了过多的虚检点。上面几种角点检测算法并没有提供亚像素精度的检测方案, 本小节实验仅对比了算法的有效性。下一节中将根据有效性对比结果, 选用检测效果最好的 Harris&Stephens 角点检测算法与本文算法进行检测精度比较。

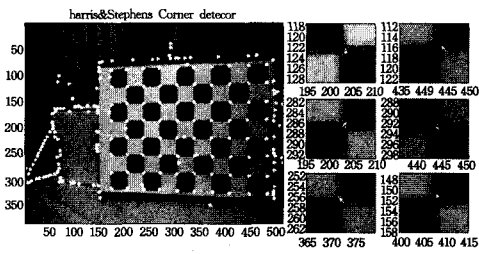


图7 Harris&Stephens角点检测结果及局部放大视图

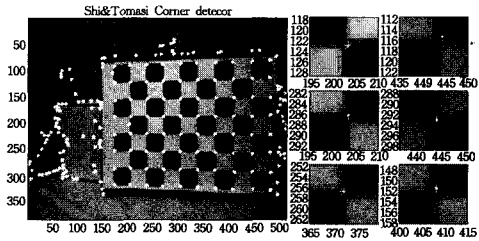
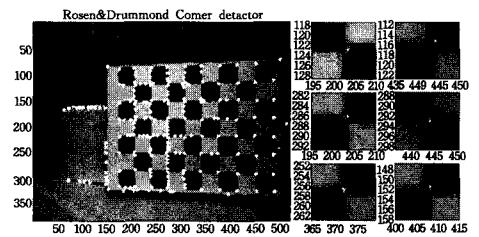


图8 Shi&Tomasi角点检测结果及局部放大视图



仿真图像检验法是目前国际上常用的亚像素定位算法的验证方法。本文使用 Matlab 生成棋盘格图像,并跟据文献中仿真图像制作方法进行处理获得测试仿真图。分别使用工具箱中 Harris 角点检测算法和本文检测算法对仿真图像进行控制点检测,以获得观测数据。仍然使用观测值与理论坐标的标准差作为评价定位算法的性能指标。从实验中发现,在不加入噪声的情况下,两种算法均能够准确检测出控制点坐标。在加入方差为 0.01 的高斯噪声后,Harris 检测算法的观测值与理论值的标准差为[0.0341 0.0362],本文算法的观测值与理论值的标准差为[0.0281 0.0262]。从仿真图像检验实验中可以看出,本文算法具有更好的噪声稳定性。

#### 4.3 时间性能分析

从本文算法的检测结果来看,本文算法较已有算法具有较好的有效性和检测精确,但其在 SUSAN 原有算法的基础上增加了两个约束算子,因此在时间复杂度上较 SUSAN 算法要高。但由于本文算法增加的两个算子仅在 SUSAN 结果集中计算约束条件,因此增加的计算量不高,对 SUSAN 算法整体的时间复杂度增加不大。表 2 是本文算法两个约束算子与原有 SUSAN 算法的时间效率对比。

表 2 算法主要模块 CPU 时间比较

图像	算法时间(ms)			Total
	SUSAN	symmetry	uniformity	
HR	44.121	0.732	0.572	45.725
HS-L	13.723	0.535	0.330	14.832
HS-R	14.239	0.428	0.315	15.322

由上表数据可以看出,本文算法引入两个约束算子的计算量并没有大幅提升原有算法的时间消耗。

**结束语** 本文在 SUSAN 角点检测算法的基础上,通过

对棋盘格标定图像中黑-黑格交点的特性分析,提出了一种基于多方向对称和匀质约束的 SUSAN 棋盘格角点检测算法。实验表明该算法具有较好的稳定性与定位精度,适合于摄像机标定应用中棋盘格角点检测应用。

#### 参考文献

- [1] Kitchen L, Rosenfeld A. Gray level corner detector[J]. Pattern Recognition Letters, 1982, 3(1): 95-102
- [2] Harris C, Stephens M. A combined corner and edge detector[C]// Proceedings of the 4th Alvey Vision Conference, 1988: 147-151
- [3] Shi J, Tomasi C. Good Features to Track[C]// Proceedings of CVPR'94, 1994: 593-600
- [4] Smith S M, Brady J M. SUSAN-A new approach to low level image processing[J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 23(1): 45-78
- [5] He Xiao-chen, Yung N H C. Corner detector based on global and local curvature properties[J]. Optical Engineering, 2008, 47(5): 1-12
- [6] 王志衡. 基于局部方向分布的角点检测及亚像素定位[J]. 软件学报, 2008, 19(11): 2932-2942
- [7] 刘阳成, 朱枫. 一种新的棋盘格图像角点检测算法[J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(5): 656-660
- [8] 刘阳, 王福利, 常玉清, 等. 黑白棋盘格角点检测算法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2007, 28(8): 1090-1093
- [9] 罗钧, 王莲, 侯艳. 摄像机标定的棋盘格亚像素角点检测[J]. 重庆大学学报, 2008, 31(6): 615-618
- [10] 于起峰, 尚洋. 摄像测量学原理与应用研究[M]. 北京: 科学出版社, 2009
- [11] Camera Calibration Toolbox for Matlab [EB/OL]. [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/), 2011-03-13

(上接第 233 页)

析,验证了相关结论。直接应用模糊集理论的相关知识来定义概念和分析结论,得到的结果使得基于包含度的模糊粗糙集模型可以直接利用对象的隶属度进行相关的计算和研究,为基于变精度模糊粗糙集的进一步研究和应用提供帮助。本文研究的模糊粗糙集模型,能够完善粗糙集理论,使概念的刻画更加准确,能在网络数据分类、文本识别、命名实体识别等实际应用中发挥粗糙集理论的优势,更好地挖掘有价值的信息。

#### 参考文献

- [1] Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1965(8): 338-353
- [2] Pawlak Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982(11): 341-356
- [3] Huang Zheng-hua, Hu Bao-qing. The studies of fuzzy rough sets theory: A survey [J]. Fuzzy sets and Systems, 2004(19): 125-134
- [4] Dubois D, Prade H. Rough fuzzy sets and fuzzy rough sets [J]. International Journal of General Systems, 1990(17): 191-208
- [5] Ziarko W. Variable precision rough sets characterized by fuzzy sets [J]. Journal of Computer and Information Science, 1993(46): 39-59
- [6] Kuncheva L I. Fuzzy rough sets: Application to feature selection [J]. Fuzzy sets and System, 1992(51): 147-153
- [7] Bodjanova S. Approximation of fuzzy concepts in decision making [J]. Fuzzy sets and Systems, 1997(85): 23-29

- [8] Mi Ju-sheng, Zhang Wen-xiu. An axiomatic characterization of fuzzy generalization of rough sets [J]. Information Sciences, 2004(160): 235-249
- [9] Wu Wei-zhi, Mi Ju-sheng, Zhang Wen-xiu. Generalized fuzzy rough sets [J]. Information Sciences, 2003(151): 263-282
- [10] Zhang Xiao-yan, Xu Wei-hua. A novel approach to roughness measure in fuzzy rough sets [J]. Fuzzy Information and Engineering, 2007(40): 775-780
- [11] Xu Wei-hua, Zhang Wen-xiu. Measuring roughness of generalized rough sets induced by a covering [J]. Fuzzy sets and Systems, 2007(158): 2443-2445
- [12] Xu Wei-hua, Zhang Xiao-yan. Fuzziness in covering generalized rough sets [C]// Proceedings of the 26th Chinese Control Conference, 2007
- [13] 解滨, 李磊军, 米据生. 基于知识粒度的粗糙集的不确定性度量 [J]. 计算机科学, 2010, 37(9): 225-228
- [14] 杨纶标, 高英仪. 模糊数学原理及应用[M]. 广州: 华南理工出版社, 2005
- [15] 张文修, 吴伟志, 等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001
- [16] 张文修, 梁怡, 吴伟志. 信息系统与知识发现[M]. 北京: 科学出版社, 2003
- [17] 袁修久, 张文修. 模糊粗糙集的包含度和相似度[J]. 模糊系统与数学, 2005, 19(1): 111-115
- [18] 范九伦, 吴茂成. 用于聚类有效性判定的包含度公式[J]. 模糊系统与数学, 2002, 16(1): 80-86