格值语义归结推理方法

张家锋[1,2] 徐 扬[1] 何星星[1]

(西南交通大学智能控制开发中心 成都 610031)[1] (毕节学院逻辑、语言与认知中心 毕节 551700)[2]

摘 要 归结自动推理是人工智能领域的一个重要研究方向,语义归结方法是对归结原理的一种改进,它利用限制参与归结子句类型和归结文字顺序的方法来提高推理效率。基于格蕴涵代数的格值逻辑系统的α-归结原理提供了一种处理带有模糊性和不可比较性信息的工具,它能对格值逻辑系统中在一定真值水平下的不可满足逻辑公式给出反驳证明。首先研究了格值逻辑系统上一类广义子句集的性质,该类子句集在任意赋值下能分为两个非空子集,接着讨论了这类广义子句集的语义归结方法,并证明了其可靠性和完备性。

关键词 格蕴涵代数,格值命题逻辑系统 LP(X),自动推理,语义归结方法

中图法分类号 TP18 **文献标识码** A

Lattice-valued Semantic Resolution Reasoning Method

ZHANG Jia-feng[1,2] XU Yang[1] HE Xing-xing[1]

(Intelligent Control Development Center, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)[1]

(Center of Logic, Language and Cognition, Bijie University, Bijie 551700, China)[2]

Abstract Resolution-based automated reasoning is one of most important research directions in AI, semantic method is one of the most important reform methods for resolution principle, in semantic resolution method, it utilizes the technology restraining the type of clauses and the order of literals participated in resolution procedure to reduce the redundant clauses, and can improve the efficiency of reasoning, α-resolution principle on lattice-valued logic based on lattice implication algebra provides a alternative tool to handle the automated reasoning problem with uncomparability and fuzziness information. It can refutably prove the unsatisfiability of logical formulae in lattice-valued logic system. Firstly, this paper discussed the property of one class of generalized clause set on lattice-valued propositional logic LP(X), this generalized clause set can be divided into two non-empty sets, the semantic resolution method on it was investigated and sound theorem and weak complete theorem of this semantic resolution method were proved.

Keywords Lattice implication algebra, Lattice-valued propositional logic LP(X), Automated reasoning, Semantic resolution method

1 引言

自从归结原理[1]提出以来,许多学者对其进行了改进,其中最具代表性的工作有语义归结、线性归结和锁归结[2]。语义归结是利用限制参与归结子句类型和参与归结文字顺序的方法来减少冗余子句的产生,以提高归结推理的效率。为了改进语义归结中归结文字选择不唯一的缺点,刘叙华提出了锁语义归结原理[3]。

随着非经典逻辑在人工智能中的应用越来越广泛,非经典逻辑系统中的归结问题也得到了大量研究。1989年,刘叙华、肖红[4]建立了算子模糊逻辑系统,并研究了其上的λ-归结方法;2003年,潘正华[5]将λ-归结方法引入到中介逻辑谓词演算系统MF中,讨论了MF的λ-归结原理,并证明了它的完备性。2009年,Dusan Guller[6]通过研究归结方法,提出了反驳证明不可满足子句理论的一个标准,所得结果有两方面的重要应用,其一是用于Herbrand定理,其二是讨论了分配的DPLL过程。2009年,Komendantskaya在文献[7]中引入了基于双格的正规一阶逻辑程序族的概念,发展了其声明和运算语义理论,特别是定义了这些程序的SLD归结,并证明了其完备性。2009年,闫林等[8]研究了粒归结方法和粒语义推理之间的关系,指出粒归结方法中的粒归结序列是粒语义推理的充分条件,但对粒归结方法推广后,所得到的特殊粒归结序列是粒语义推理的充要条件。

文献[9,10]将基于经典逻辑的归结原理扩展到基于格蕴涵代数[11]的格值逻辑上,给出了格值命题逻辑系统$LP(X)$和格值一阶逻辑系统$LF(X)$上的α-归结原理,奠定了格值逻辑系统上α-归结原理的理论基础;2008年,周平[12]等研究了格值一阶逻辑系统$LF(X)$中带广义量词的α-归结原理;2009年,夏世芬[13]等研究了格值命题逻辑系统中基于滤子的MP归结演绎;同年,李晓冰[14]等研究了格值命题逻辑系统L_{2n+1}

到稿日期:2010-12-13 返修日期:2011-07-21 本文受国家自然科学基金(60875034),贵州省科学技术项目(2010GZ43286),2011年西南交通大学博士生创新基金项目资助。

张家锋(1981-),男,博士生,讲师,主要研究方向为格值逻辑、自动推理;徐 扬(1956-),男,博士,教授,博士生导师,CCF会员,主要研究方向为逻辑代数、代数逻辑、自动推理和不确定性推理;何星星(1982-),男,博士生,主要研究方向为格值逻辑、自动推理。

$P(X)$中基于半正则广义文字的自动推理算法，并证明了其可靠性和完备性。在文献[17]的基础上，本文首先对格值命题逻辑系统$LP(X)$中一类广义子句集进行了研究，在任意赋值下，其可分为两个非空子集的子句集，接着利用语义归结思想讨论了该子句集的语义归结方法，并证明了其可靠性和弱完备性。

2 预备知识

首先给出本文需要的一些基本知识。

定义 1[11] 设$(L,\vee,\wedge,',O,I)$是带有逆序对合"$'$"的有界格，I和O是L的最大元和最小元，$\rightarrow: L\times L\rightarrow L$是一个映射，称$(L,\vee,\wedge,',O,I)$是格蕴涵代数，如果对于任意$x,y,z\in L$，下列条件成立：

(I_1) $x\rightarrow(y\rightarrow z)=y\rightarrow(x\rightarrow z)$；

(I_2) $x\rightarrow x=1$；

(I_3) $x\rightarrow y=y'\rightarrow x'$；

(I_4) $x\rightarrow y=y\rightarrow x=1$ 蕴涵 $x=y$；

(I_5) $(x\rightarrow y)\rightarrow y=(y\rightarrow x)\rightarrow x$；

(L_1) $(x\vee y)\rightarrow z=(x\rightarrow y)\wedge(x\rightarrow z)$；

(L_2) $(x\wedge y)\rightarrow z=(x\rightarrow y)\vee(x\rightarrow z)$。

以下总假设$(L,\vee,\wedge,',\rightarrow,O,I)$为一格蕴涵代数，简记为$L$。

定义 2[15] 设X为一个命题变元集，$T=L\cup\{',\rightarrow\}$是一个型，其中$ar(')=1$，$ar(\rightarrow)=2$，任给$a\in L$，有$ar(a)=0$，称X上的自由T-代数为命题变元集合X上的格值命题演算系统的命题代数，简记为$LP(X)$。

为以下叙述方便，称L中的元素为常元。

定义 3[15] $LP(X)$为满足下列条件的最小的集合Y：

(1) $Y\cup L\subseteq Y$；

(2) 如果$p,q\in Y$，则$p',p\rightarrow q\in Y$。

定义 4[15] 如果映射$v: LP(X)\rightarrow L$是一个T-代数同态，则称之为$LP(X)$的一个赋值。

定义 5[9] 设F为$LP(X)$中的格值逻辑命题公式，如果删除F中的任何常量、文字和蕴涵项，得到的新的格值逻辑公式F^*都不与F等值，则称F为极简公式，简记为ESF，这里，文字指的是$LP(X)$中单个命题变元。

定义 6[9] 格值命题逻辑公式F称为不可分极简式，且为ESF，如果F中除了蕴涵项之外不含有其它运算，则称F为极简不可分蕴涵式，简记为$IESF$，如果：

(1) F是ESF且至多含有连接词$\rightarrow$和$'$；

(2)对于任意$g(LP(X)$，如果$g\in\overline{F}$ in $\overline{LP(X)}$，则g是ESF且至多包含连接词$\rightarrow$和$'$，此处$\overline{LP(X)}=(\overline{LP(X)}/_=,\vee,\wedge,',\rightarrow)$是格蕴涵代数，$\overline{LP(X)}/_= =\{\overline{p}\mid p(LP(X)\}$，$\overline{p}=\{q\mid q\in LP(X),q=p\}$，其中对于任意$\overline{p},\overline{q}\in\overline{LP(X)}/_=$，$\overline{p}\vee\overline{q}=\overline{p\vee q}$，$\overline{p}\wedge\overline{q}=\overline{p\wedge q}$，$(\overline{p})'=\overline{p'}$，$\overline{p}\rightarrow\overline{q}=\overline{p\rightarrow q}$。

定义 7[9] 所有的常量、文字和$IESF$称为广义文字。

定义 8[9] $LP(X)$中的格值命题逻辑公式G称为广义文字，如果G是下列形式：

$G=g_1\vee\cdots\vee g_i\vee\cdots\vee g_n$

式中，$g_i(1\leqslant i\leqslant n)$是广义文字。

定义 9[9] 设G_1,G_2为$LP(X)$中有如下形式的广义子句：

$G_1=g_1\vee g_2\vee\cdots\vee g_i\vee\cdots\vee g_m$

$G_2=h_1\vee h_2\vee\cdots\vee h_j\vee\cdots\vee h_n$

若$g_i\wedge h_j\leqslant\alpha$，称

$G=g_1\vee\cdots\vee g_{i-1}\vee g_{i+1}\cdots\wedge g_m\vee$

$h_1\vee\cdots\vee h_{i-1}\vee h_{i+1}\vee\cdots\vee h_m$

为G_1和G_2的α-归结式，记为$G=\mathrm{Res}(G_1,G_2)$，称(g_i,h_j)为α-归结对，记为$(g_i,h_j)-\alpha$。

3 格值逻辑中的语义归结方法

对于格值逻辑系统中的公式，我们也希望找到判定其α不可满足性的可行办法，即寻找能够按照规则一步一步地执行并能在有限步内给出判定的算法，对公式的α不可满足性给出判定。由于归结规则很少涉及专业领域知识，致使其效率相对低下，因此，研究归结原理的改进策略就显得十分必要，下面就讨论格值逻辑中α-归结原理的一种改进——α-语义归结方法。

定义 10[17](α-Gv语义互撞) 设G是$LP(X)$中广义子句集S中广义文字的一个次序，v是S的一个赋值，称有限广义子句序列$(E_1,\cdots,E_q,N)$为一个α-Gv语义互撞，若下列条件成立：

(1) $v(E_i)\leqslant\alpha$，$1\leqslant i\leqslant q$；

(2) 设$R_1=N$，对于任意$i=1,\cdots,q$，存在广义子句R_i和E_i的α-归结式$\mathrm{Res}(R_i,E_i)$；

(3) E_i中的归结文字是E_i中最靠前的广义文字；

(4) $v(R_{q+1})\leqslant\alpha$；

则称R_{q+1}为这次α-Gv语义互撞的α-语义归结式。

定义 11[17] 设S为$LP(X)$中包含广义子句$C_1,C_2,\cdots,C_n$的子句集，记为$S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n$，称$\omega=\{D_1,D_2,\cdots,D_m\}$为从$S$到广义子句$D_m$的语义归结演绎，如果有：

(1) $D_i\in\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$，或者

(2) D_i是一个α-Gv归结式。

定理 1 设S为$LP(X)$中包含广义子句$C_1,C_2,\cdots,C_n$的子句集，记为$S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n$，如果$C_1=g\vee C_1'$，且$g\leqslant\alpha$，则$S\leqslant\alpha$等价于$C_1'\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n\leqslant\alpha$。

证明：因为$S\leqslant\alpha$等价于$(g\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n)\vee(C_1'\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n)\leqslant\alpha$，即$g\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n\leqslant\alpha$且$C_1'\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n\leqslant\alpha$，又因为$g\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n\leqslant\alpha$恒成立，故$S\leqslant\alpha$等价于$C'_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n\leqslant\alpha$。

定理1说明，当判断广义子句集S的α-不可满足性时，如果S中某个子句含有恒小于或等于α的广义文字，则可以删除该子句中的这个广义文字，而不改变广义子句集S的α-不可满足性。

定理 2 设S为$LP(X)$中包含广义子句$C_1,C_2,\cdots,C_n$的子句集，记为$S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n$，对于$S$中的广义文字$g_1,g_2$，若$g_1\wedge g_2\leqslant\alpha$，则任意赋值$v$有$v(g_1),v(g_2)$不同时小于等于$\alpha$，将$S$中含广义文字$g$的子句删除，然后在剩下的子句中删除广义文字$g_\alpha$，得子句集$S'$，则$S'\leqslant\alpha\Leftrightarrow S\leqslant\alpha$。

证明：1) 不失一般性，设$C_i=C_i'\vee g(1\leqslant i\leqslant k_1)$，$C_j=C_j'\vee g_\alpha(k_1+1\leqslant j\leqslant k_2)$，则$S\leqslant\alpha$等价于$\bigwedge_{i=1}^{k_1}(c_1\vee C_i')\wedge\bigwedge_{j=k_1+1}^{k_2}(c_2\vee C_j')\wedge\bigwedge_{l=k_2+1}^{n}C_l\leqslant\alpha$等价于$\bigwedge_{j=k_1+1}^{k_2}C_j'\wedge\bigwedge_{l=k_2+1}^{n}C_l\leqslant\alpha$等价于$S'\leqslant\alpha$

(其中 c_1 为不小于等于 α 的常元，c_2 为小于或等于 α 的常元)。

2)若不存在赋值 v，使得 $v(g)\not\leqslant\alpha$，即 $g\leqslant\alpha$ 恒成立，由定理 1，可把 g 删去，作简化处理。

定理 3 设 S 为 $LP(X)$ 中包含广义子句 $C_1,C_2,\cdots,C_n$ 的子句集，记为 $S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n$，对于 S 中的广义文字 g_1,g_2，若 $g_1\wedge g_2\leqslant\alpha$，对于任意赋值 v 有 $v(g_1),v(g_2)$ 不同时小于或等于 α，如果 S 中含有单元广义子句 g_u，删除 S 中所有含广义文字 g_u 的广义子句得 S'，则：(1)若 S' 是空的，则 S 是 α-可满足的，(2)若 S' 是非空的，再删除 S' 中所有广义文字 $g_{u-\alpha}$ 得 S''，则 $S\leqslant\alpha\Leftrightarrow S''\leqslant\alpha$。

证明：不失一般性，设 $C_1=g_u$，$C_i=C_i'\vee g_u(2\leqslant i\leqslant k_1)$，$C_j=C'_j\vee g_{u-\alpha}(k_1+1\leqslant j\leqslant k_2)$，其中 $k_2\leqslant n$。

(1) 若 S' 是空的，则 $S=g_u\wedge\bigwedge_{i=2}^{k_1}(g_u\vee C_i')$，由于 g_u 不恒为 α-假，故存在赋值 v_0，使得 $v_0(g_u)\not\leqslant\alpha$，故 S 为 α-可满足的。

(2)由定理 2 的证明知：$S\leqslant\alpha\Leftrightarrow S''\leqslant\alpha$。

定理 4 设 S 为 $LP(X)$ 中包含广义子句 $C_1,C_2,\cdots,C_n$ 的子句集，记为 $S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n$，如果 S 中的广义文字 $g_1\wedge g_2\wedge\cdots\wedge g_n\leqslant\alpha$，则有 $\{g_i,g_j\}\subseteq\{g_1,g_2,\cdots,g_n\}$，使得 $g_i\wedge g_j\leqslant\alpha$，对于 S 中的广义文字 g_1,g_2，若 $g_1\wedge g_2\leqslant\alpha$，则任意赋值 v 有 $v(g_1),v(g_2)$ 不同时小于等于 α，则任意赋值 v 都能把 S 分为两个非空子集 S_1,S_2，并且在赋值 v 下，S_1 是其值小于或者等于 α 的子句构成的集合，S_2 是其值为不小于等于 α 的子句构成的集合。

证明：设 $H_i(1\leqslant i\leqslant n)$ 为 C_i 中所有广义文字构成的集合，由格蕴涵代数的分配性，得：

$S=\bigvee_{g_1\in H_1,g_2\in H_2,\cdots,g_n\in H_n}(g_1\wedge g_2\wedge\cdots\wedge g_n)$

由于 $S\leqslant\alpha$，因此对任意赋值 v，有：对任意的 $g_1\in H_1,g_2\in H_2,\cdots,g_n\in H_n$，有 $v(g_1\wedge g_2\wedge\cdots\wedge g_n)\leqslant\alpha$，由题设知 $\{g_1,g_2,\cdots,g_n\}$ 中有 α-归结对，不妨设 $g_1\wedge g_2\leqslant\alpha$，分如下两种情况：

(1) 若存在赋值 v_0，使得 $S_1=\emptyset$，则 $S=S_2$，即 v_0 α-满足子句集 S，故矛盾于 $S\leqslant\alpha$，所以不存在赋值 v_0，使得 $S_1=\emptyset$。

(2) 若存在赋值 v_0，使得 $S_2=\emptyset$，则 $S=S_1$，即 $v_0(C_i)\leqslant\alpha$，$(1\leqslant i\leqslant n)$。①由于 $v_0(C_1)\leqslant\alpha$，$v_0(C_2)\leqslant\alpha$，设 $C_1=g_{11}\vee g_{12}\vee\cdots\vee g_{1k}$，$C_2=g_{21}\vee g_{22}\vee\cdots\vee g_{2l}$，从而 $v_0(g_{1i})\leqslant\alpha$，$(1\leqslant i\leqslant k)$，$v_0(g_{2j})\leqslant\alpha$，$(1\leqslant j\leqslant l)$。

②设 $g_1=g_{1i}$，$g_2=g_{2j}$，由于 $v_0(g_{1i}\wedge g_{2j})\leqslant\alpha$，因此 $v_0(g_{1i})\leqslant\alpha$，$v_0(g_{2j})\leqslant\alpha$ 不同时成立。

①与②矛盾，所以不存在赋值 v_0，使得 $S_2=\emptyset$。

综合以上两个方面，定理成立。

定理 5(可靠性定理) 设 S 为 $LP(X)$ 中包含广义子句 $C_1,C_2,\cdots,C_n$ 的子句集，记为 $S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n$，如果 S 中的广义文字 $g_1\wedge g_2\wedge\cdots\wedge g_n\leqslant\alpha$，则有 $\{g_i,g_j\}\subseteq\{g_1,g_2,\cdots,g_n\}$，使得 $g_i\wedge g_j\leqslant\alpha$，对于 S 中的广义文字 g_1,g_2，若 $g_1\wedge g_2\leqslant\alpha$，任意赋值 v 有 $v(g_1),v(g_2)$ 不同时小于等于 α，若存在一个从 S 到空子句 α-□的 α-Gv 语义归结演绎 ω，则 $S\leqslant\alpha$。

证明：由 α-归结原理的可靠性知此定理成立。

定理 6(弱完备性定理) 设 S 为 $LP(X)$ 中包含广义子句 $C_1,C_2,\cdots,C_n$ 的子句集，记为 $S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_n$，如果 S 中的广义文字 $g_1\wedge g_2\wedge\cdots\wedge g_n\leqslant\alpha$，则有 $\{g_i,g_j\}\subseteq\{g_1,g_2,\cdots,g_n\}$，使得 $g_i\wedge g_j\leqslant\alpha$，且当 $g_1\wedge g_2\leqslant\alpha$ 时，任意赋值 v 有 $v(g_1),v(g_2)$ 不同时小于等于 α，S 中按排序 G 的最后文字 g 满足 $v(g)\leqslant\alpha$，若 $S\leqslant\alpha$，则必存在一个从 S 到空子句 α-□的 α-Gv 语义归结演绎。

证明：设 M 是 S 的广义文字集，对 M 的元素数 $|M|$ 进行归纳。

(1) 当 $|M|=1$ 时，由于 S 中无恒小于等于 α 的广义文字，故 $S=p\not\leqslant\alpha$，矛盾于 $S\leqslant\alpha$，因此这种情况不可能出现。

(2) 当 $|M|=2$ 时，设其中出现的广义文字为 g_1,g_2，此时只可能是 $S=g_1\wedge g_2$(因为若为 $S=g_1\vee g_2$，由于 g_1 和 g_2 都恒不小于或等于 α，与 $S\leqslant\alpha$ 矛盾)，由题设知 g_1,g_2 中必有一个在赋值 v 下其真值小于或等于 α，不妨设为 g_1，这时 (g_1,g_2) 是 α-Gv 语义互撞。其归结式为 α-□，定理成立。

(3) 如果 M 的元素数为 $i(3\leqslant i\leqslant n)$，定理也成立。

(4) 当 $|M|$ 由 $n+1$ 个元素组成时：

1) 若 S 中有一单元广义子句 g_u，使得 $v(g_u)\leqslant\alpha$，对 S 使用单文字规则(以广义文字 g_u)，得 α-不可满足子句集 S'，显然，S' 的广义文字数 $\leqslant n$，且由定理 2 知 $S'\leqslant\alpha$，由归纳假设，存在从 S' 推出 α-□的 α-Gv 演绎 D'。

对 D' 中每一个 α-Gv 语义互撞 $(E_1',\cdots,E_q',N')$：

如果 N' 是 S 中广义子句 N 删除 g_u 的 α-补 $g_{u-\alpha-v}$ 所得，则用 α-Gv 互撞 $(E_1',\cdots,E_q',g_u,N)$ 代替 $(E_1',\cdots,E_q',N')$；

如果 $E_i'(1\leqslant i\leqslant q)$ 是 S 中广义子句 E_i 删除 $g_{u\alpha v}$ 所得，则在 E_i' 的节点上附着一个 α-Gv 互撞 (g_u,E_i)。

D' 经过如上的修改后成为从 S 推出 α-□的一个 α-Gv 归结演绎。

2) 若 S 中没有在赋值 v 下其真值小于或等于 α 的单元子句，则取 M 中按排序 G 的最后的广义文字 g，于是 g 与 $g_{\alpha v}$ 有一个在赋值 v 下其值 $\leqslant\alpha$，不妨设为 g。

将 S 中含 $g_{\alpha v}$ 的子句删除，然后在剩下的子句中删除广义文字 g，得子句集 S'，由定理 3 知，S' 是 α-不可满足的，且 S' 的广义文字数 $\leqslant n$，由归纳假设，存在从 S' 推出 α-□的 α-Gv 归结演绎 D'。

将 D' 的初始节点上 S' 中子句都换为相应的 S 中子句，由于 g 是 S 中最后的广义文字，因此原来的 α-Gv 互撞经上面的修改后仍是 α-Gv 互撞，于是我们得从 S 推出 α-□或 g 的 α-Gv 演绎 D_1。

若是前者，则定理得证。

若是后者，则考虑子句集 $S\cup\{g\}$，此子句集不可满足，且含有在 v 下其值为 α-假的单元广义子句 g，由 1)知，存在从 $S\cup\{g\}$ 推出 α-□的 α-Gv 语义演绎 D_2。

连接 D_1 和 D_2，得从 S 推出 α-□的 α-Gv 语义归结演绎 D。

本节讨论了格值命题逻辑系统 $LP(X)$ 中一类广义子句集上的 α 语义归结方法，该类子句集是文献[17]所讨论子句集的推广，即文献[17]是本文的一种情况。

结束语 基于归结原理的自动推理，由于其易于通过形式化方法在计算机上实现，而受到广泛的研究。在这些研究工作中有许多是针对归结原理效率低下而提出的改进方法，语义归结方法就是其中的一种改进方法。本文研究了格值逻辑系统中一类广义子句集的 α 语义归结方法，讨论其他更广

(下转第 210 页)

(2) $VE(x)=1 \Leftrightarrow t_x=f_x=0$。

(3) $VE(x)=VE(\bar{x})$。

(4) 若 $\pi_x=\pi_y$,则 $|t_x-f_x|>|t_y-f_y|$ 时,$VE(x)<VE(y)$。

(5) 若 $|t_x-f_x|=|t_y-f_y|$,则 $\pi_x>\pi_y$ 时,$VE(x)>VE(y)$。

定义 5 称函数 $VE:VS(U)\to[0,1]$ 为 Vague 集 A 的模糊熵,如果其满足下列条件:

(1) $VE(A)=0 \Leftrightarrow [t_A(x_i),1-f_A(x_i)]=[0,0]$ 或 $[t_A(x_i),1-f_A(x_i)]=[1,1]$。

(2) $VE(A)=1 \Leftrightarrow t_A(x_i)=f_A(x_i)=0$。

(3) $VE(A)=VE(\bar{A})$。

(4) 若 $\pi_A(x_i)=\pi_B(x_i)$,则 $|t_A(x_i)-f_A(x_i)|>|t_B(x_i)-f_B(x_i)|$ 时,$VE(A)<VE(B)$。

(5)若 $||t_A(x_i)-f_A(x_i)|=|t_B(x_i)-f_B(x_i)|$,则 $\pi_A(x_i)>\pi_B(x_i)$ 时,$VE(A)>VE(B)$。

定理 1 已知 $x=[t_x,1-f_x]$,令 $VE(x)=\frac{1-|t_x-f_x|+2\pi_x}{2-|t_x-f_x|+\pi_x}$,则 $VE(x)$ 是满足定义 4 的 Vague 值 x 的模糊熵。

证明:(1) $VE(x)=0 \Leftrightarrow 1-|t_x-f_x|+2\pi_x=0$,从而有 $x=[0,0]$ 或 $x=[1,1]$。(2) $VE(x)=1 \Leftrightarrow 1-|t_x-f_x|+2\pi_x=2-|t_x-f_x|+\pi_x \Leftrightarrow \pi_x=1$,于是 $t_x=f_x=0$,从而 $x=[0,1]$。(3) 由定义易得。(4) 若 $\pi_x=\pi_y\neq 0$,当 $|t_x-f_x|>|t_y-f_y|$ 时,有 $VE(x)-VE(y)=\frac{(\pi_x-1)(|t_x-f_x|-|t_y-f_y|)}{(2-|t_x-f_x|+\pi_x)(2-|t_y-f_y|+\pi_y)}<0$,于是 $VE(x)<VE(y)$。(5) 若 $|t_x-f_x|=|t_y-f_y|\neq 0$,则 $\pi_x>\pi_y$ 时,有 $VE(x)-VE(y)=\frac{(3-|t_x-f_x|)(\pi_x-\pi_y|)}{(2-|t_x-f_x|+\pi_x)(2-|t_y-f_y|+\pi_y)}>0$,于是 $VE(x)>VE(y)$。

定理 2 已知设 $A=\sum_{i=1}^{n}[t_A(x_i),1-f_A(x_i)]/x_i$,令 $VE(A)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{v}VE(x_i)$,则 $VE(A)$ 是满足定义 4 的 Vague 集 A 的模糊熵。

对于例 1,利用本文给出的模糊熵计算公式计算可得 $VE(x)=0.375$,$VE(y)=0.41$;对于例 2,利用本文给出的模糊熵计算公式计算可得 $VE(x)=0.5$,$VE(y)=0.75$。它克服了已有算法的不足,计算结果符合客观实际。

结束语 本文指出了现有 Vague 集模糊熵定义存在的不足和缺陷[3-6],并分析了存在这种不足的根本原因。给出了 Vague 集模糊熵的公理化定义,提出了一种 Vague 集的新模糊熵,并通过实例说明了其合理性和有效性。

参 考 文 献

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Inform and Control,1965,8:338-356

[2] Gau Wen-lung,Buehrer D J. Vague sets[J]. IEEE Transaction on System,Man and Cyberbetics,1993,23(2):610-614

[3] 黄国顺,刘云生. 关于 Vague 集的模糊熵[J]. 计算机工程与应用,2005,41(33):48-50

[4] 朱六兵,杨斌,陈纪东. Vague 集模糊熵的构造方法研究[J]. 模式识别与人工智能,2006,19(14):481-488

[5] 李天志,梁家荣,范平,等. Vague 集的模糊熵[J]. 计算机应用研究,2007,24(10):93-95

[6] 范平,梁家荣,李天志. Vague 集的新模糊熵[J]. 计算机工程与应用,2007,43(13):179-181

[7] 范九伦. Vague 集上模糊熵的几点注记[J]. 模糊系统与数学,2006,20(4):105-110

(上接第 203 页)

泛的广义子句集上的 α-语义归结方法以及设计有效的归结自动推理算法将是下一步的工作。

参 考 文 献

[1] Robinson J P. A machine-oriented logic based on the resolution principle[J]. Journal of ACM,1965,12(1):23-41

[2] 刘叙华,姜云飞. 定理机器证明[M]. 北京:科学出版社,1987:84-91

[3] 刘叙华. 一种新的语义归结原理—IDI-归结[J]. 吉林大学学报,1978,23(2):112-117

[4] 刘叙华,肖红. 算子 Fuzzy 逻辑和 λ-归结方[J]. 计算机学报,1989,12(2):81-91

[5] 潘正华. 中介谓词逻辑系统的 λ-归结[J]. 软件学报,2003,14(3):345-349

[6] Guller D. On the refutational completeness of signed binary resolution and hyper-resolution[J]. Fuzzy Sets and Systems,2009,160(8):1162-1176

[7] Komendantskaya E. Sound and Complete SLD-Resolution for Bilattice-Based Annotated Logic Programs[J]. Electronic Notes in Theoretical Computer Science,2009,225(10):141-159

[8] 闫林,刘清,庞善起. 基于粒语义推理的粒归结研究[J]. 计算机科学,2009,36(1):171-176

[9] Xu Yang,Ruan Da,Kerre E E,et al. α-resolution principle based on lattice-valued propositional logic $LP(X)$ [J]. Information Sciences,2000,130(4):195-222

[10] Xu Yang,Ruan Da,Kerre E E,et al. α-resolution principle based on first-order lattice-valued logic $LF(X)$[J]. Information Sciences,2001,132(4):221-239

[11] 徐扬. 格蕴涵代数[J]. 西南交通大学学报,1993,28(1):20-27

[12] 周平,姜明,孙西芃. 格值一阶逻辑系统 $LF(X)$ 中带广义量词的 α-归结原理[J]. 模糊系统与数学,2008,22(5):10-15

[13] 夏世芬,秦应兵,徐扬. 格值命题逻辑系统中基于滤子的 MP 归结演绎[J]. 模糊系统与数学,2009,23(1):1-5

[14] 李晓冰,邱小平,徐扬. 格值命题逻辑系统 $L_{2n+1}P(X)$ 中基于半正则广义文字的自动推理算法[J]. 模糊系统与数学,2009,23(4):21-26

[15] 徐扬,秦克云. 格值命题逻辑(Ⅰ)[J]. 西南交通大学学报,1993,28(1):123-128

[16] 秦克云,徐扬. 格值命题逻辑(Ⅱ)[J]. 西南交通大学学报,1994,29(2):22-27

[17] 张家锋,徐扬. 格值命题逻辑系统 $LP(X)$ 中一类子句集的语义归结方法[J]. 辽宁工程技术大学学报:自然科学版,2010,29(5):767-770