一种基于距离的自适应模糊粒子群优化算法

李朔枫 李太勇
（西南财经大学经济信息工程学院 成都 610074） （西南财经大学中国支付体系研究中心 成都 610074）

摘 要 传统的粒子群优化算法（Particle Swarm Optimization，PSO）在更新粒子的速度时忽略了各粒子间的差异，在一次迭代中，各粒子采用相同的惯性权值来更新粒子的速度。为了体现各粒子的差异，提出了一种基于距离度量的自适应模糊粒子群优化算法（Distance-based Adaptive Fuzzy Particle Swarm Optimization，DAFPSO）。DAFPSO根据各粒子与最优粒子的差异，设计了相应的隶属函数来自适应地调整粒子的惯性权值。通过基准测试函数对算法进行了实验，从而验证了DAFPSO算法的有效性。

关键词 粒子群，距离度量，惯性权值，模糊集，隶属函数

中图法分类号 TP18 **文献标识码** A

Distance-based Adaptive Fuzzy Particle Swarm Optimization

LI Shuo-feng LI Tai-yong
(School of Economic Information Engineering, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 610074, China)
(The Research Center for China Payment System, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 610074, China)

Abstract The classical Particle Swarm Optimization (PSO) neglects the difference among particles while updating a particle's velocity in a generation. To cope with this issue, a novel Distance-based Adaptive Fuzzy Particle Swarm Optimization (DAFPSO) was proposed in this paper. The DAFPSO designed membership functions to tune the basic parameters used in updating a particle's velocity according to the distance between the current particle and the global best particle. Several classical benchmark functions were used to evaluate the (DAFPSO. The experiments demonstrate the efficiency and effectiveness of the proposed DAFPSO.

Keywords PSO, Distance measurement, Inertia weight, Fuzzy set, Membership function

粒子群优化算法（Particle Swarm Optimization，PSO）是一种典型的自然计算方法，其形式简单、参数较少、容易实现，所以在经济、设计、电力、通信、生物信息、调度、优化等领域获得了广泛应用[1-3]。

在PSO中，各粒子的速度更新策略对算法的性能起着重要作用。在粒子的更新策略中，惯性权值是一个最重要的参数。文献[4]研究表明，较大的惯性权值有利于跳出局部极小点，便于全局搜索；而较小的惯性权值则有利于对当前搜索区域进行精确局部搜索，便于算法收敛。文献[4]提出了惯性权值线性递减（Linearly Decreasing Inertia Weight，LDIW）PSO算法，其提高了算法性能，缺点是不能很好适应复杂优化问题。文献[5]提出了模糊规则惯性权值（Fuzzy Inertia Weight，FIW）PSO算法，其缺点是忽略了粒子间的差异。文献[6]提出了一种基于距离度量方法来自适应调整粒子的惯性权值的DMAPSO算法，但该方法只针对在一定距离范围内的粒子进行自适应的惯性权值调整，且惯性权值跟当前粒子与最优粒子的距离呈简单的线性关系。文献[7]提出了一种根据多样性来调整惯性权值的方法。其余关于惯性权值调整策略的研究参见文献[8-10]。

理想的粒子群优化算法应具有这样的特点：不同的粒子应根据其特点采用不同的速度更新策略。基于此，本文采用一种粒子间的距离度量方法，设定相应的隶属函数，根据当前粒子与最优粒子的距离来自适应调整当前粒子的惯性权值。提出了一种新的基于距离度量的自适应模糊粒子群优化算法DAFPSO，以此来提高PSO进化效率，并通过实验验证了DAFPSO的有效性。

1 粒子群优化算法原理

粒子群优化算法初始化一群随机的 d 维粒子，每个粒子的每一维都由其速度和位置来进行描述。第 i 个粒子的速度和位置描述如下：

$$V_i=[v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{id}] \tag{1}$$

$$X_i=[x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{id}] \tag{2}$$

有了初始群体以后，群体进入迭代过程。群体的迭代过程就是不断更新粒子的速度和位置的过程。迭代过程中通过一个评价粒子优劣的适应度函数，来确定第 i 个粒子已经取得的最佳位置 $P_i=[p_{i1},p_{i2},\cdots,p_{id}]$ 和整个群体已经取得的最佳位置 $P_g=[p_{g1},p_{g2},\cdots,p_{gd}]$，再按照式(3)和式(4)来分

到稿日期：2010-09-15 返修日期：2010-12-16
李朔枫（1957－），副教授，硕士生导师，主要研究方向为计算机应用、电子商务；**李太勇**（1979－），男，博士，副教授，CCF会员，主要研究方向为自然计算、数据库与知识工程。

别更新粒子的速度和位置[1-3]：

$$v_{ij}(t+1)=wv_{ij}(t)+c_1r_1(p_{ij}-x_{ij}(t))+c_2r_2(p_{gj}-x_{ij}(t)) \quad (3)$$

$$x_{ij}(t+1)=x_{ij}(t)+v_{ij}(t+1) \quad (4)$$

式中，t 为迭代次数，w 为惯性权值，c_1 和 c_2 为正的加速常数，r_1 和 r_2 为在(0,1)上均匀分布的随机数[3]。研究表明，惯性权值 w 的调整策略对算法的性能至关重要。较大的 w 值便于全局搜索，而较小的 w 值便于局部搜索。显然，迭代过程中一成不变的 w 值将导致算法效率低下。

理想的迭代算法会呈现这样的特点：在迭代初期，群体应具有较强的全局搜索能力，因此，应使用较大的惯性权值；而在迭代后期，群体应具有较强的局部搜索能力，因此，应使用较小的惯性权值。基于这样的考虑，文献[4]提出了 LDIW 策略，用以对 w 值进行线性递减的调整，其策略如式(5)所示：

$$w=w_{max}-t(w_{max}-w_{min})/G \quad (5)$$

式中，w_{max} 和 w_{min} 是凭经验设置的惯性权值的最大值和最小值，t 为当前迭代次数，G 为最大迭代次数。研究表明，对于大多数优化问题，w_{max} 和 w_{min} 分别取 0.9 和 0.4 时，PSO 算法具有较高性能。从式(5)可见，随着迭代的进行，w 值线性降低。LDIW 策略简单，易于实现，但其惯性权值的减少是一种典型的线性递减策略，与大多数实际问题不符，粒子群中所有粒子在一次迭代中采用固定的值，忽视了粒子间的差异。为了体现一次迭代中各粒子的差异，本文设定了隶属函数，根据当前粒子与最优粒子之间的距离，自适应调整更新当前粒子的速度的惯性权值，以此来提高 PSO 进化效率，并通过实验验证了该策略的有效性。

2 基于距离的 k 最优粒子群优化算法

2.1 距离度量方法

在 DAFPSO 算法中，当前粒子根据与全局最优粒子的距离自适应调整惯性权值 w。粒子间的距离采用欧式距离来度量[6]。

定义 1(粒子间的距离) 粒子 i 和粒子 j 之间的距离定义为：

$$dist(i,j)=\sqrt{\sum_{k=1}^{d}(x_{ik}-x_{jk})^2+(f(X_i)-f(X_j))^2} \quad (6)$$

式中，第 i 个粒子表示为 $X_i=[x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{id}]$，$d$ 为粒子的维数，f 为目标函数的表达式。与一般的距离公式不同，在定义 1 中，既考虑了自变量之间的距离，又考虑了目标函数的距离。

定义 2(粒子群的最大距离) 粒子群的最大距离定义为：

$$\text{Max}dist=\text{Max}\{dist(i,j)\} \quad (7)$$

定义 3(粒子间平均距离) 群体中粒子间的平均距离定义为：

$$Mdist=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}dist(i,j)/N^2 \quad (8)$$

式中，N 为群体规模，即群体中粒子数目。

定义 4(粒子群与最优粒子的平均距离) 粒子群与最优粒子的平均距离定义为：

$$Mdistpg=\sum_{i=1}^{N}dist(i,p_g)/N \quad (9)$$

2.2 模糊规则与隶属函数

传统 PSO 中，更新粒子速度的惯性权值仅与当前的迭代次数有关，与粒子本身特性无关，因此，效率较低。

在实际应用粒子群优化算法的过程中，距离全局最优粒子较近的粒子应具有较小的惯性权值，利于粒子收敛；距离全局最优粒子较远的粒子应具有较大的惯性权值，利于粒子跳出局部最优。

当前粒子 i 与全局最优粒子 P_g 的距离记为 $dist(i,P_g)$，惯性权值记为 w，设置如下的模糊规则。

规则 1 IF $dist(i,P_g)$ 近，Then w 小。

规则 2 IF $dist(i,P_g)$ 中，Then w 中。

规则 3 IF $\text{dist}(i,P_g)$ 远，Then w 大。

$dist(i,P_g)$ 和 w 的隶属函数分别如图 1、图 2 所示。图 1 中的 α、β 分别为 $(0,\text{Max}\{dist(i,p_g)\})$ 中的两个数值；w_m 是 (w_{min},w_{max}) 中的一个值。

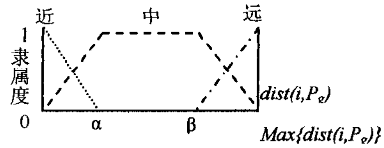

图 1 $dist(i,P_g)$ 的隶属函数

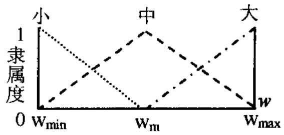

图 2 w 的隶属函数

2.3 DAFPSO：基于距离的自适应模糊粒子群优化算法

较大的惯性权值有利于跳出局部极小点，便于全局搜索；而较小的惯性权值则有利于对当前搜索区域进行精确局部搜索，便于算法收敛。因此，在自适应模糊粒子群优化算法中，将根据粒子与最优粒子之间的距离和设定的模糊规则，自适应调整惯性权值，提高优化精度。

采用上述模糊规则和隶属函数后，DAFPSO 算法的框架如下：

算法 1 基于距离的自适应模糊粒子群优化算法 DAFPSO

输入：最大迭代次数 G，种群规模 N，w_{max}，w_{min}，w_m，c_1，c_2，α，β，模糊规则

输出：全局最优解 P_g

Begin

步骤 1 初始化

i. 随机生成初始粒子群；

ii. 计算各粒子最优个体 P_i 和全局最优个体 P_g；

步骤 2 迭代

i. while($t\leqslant G$){

ii. 按式(6)计算各粒子与 P_g 的距离；

iii. 按图 1 确定距离的隶属度；

iv. 应用规则 1—3、图 2 确定惯性权值；

v. 按式(1)—式(2)更新各粒子的速度和位置；

vi. 更新 P_i 和 P_g；

vii. $t=t+1$;}

步骤 3 输出

i. 输出 P_g；

End

算法 1 与基本粒子群算法的区别在于：更新惯性权值的方式不同。基本粒子群优化算法根据当前的迭代次数线性调整惯性权值，在同一次迭代中，所有粒子采用相同的惯性权值；而 DAFPSO 根据粒子与最优粒子之间的距离，根据模糊规则自适应地调整惯性权值。因此，DAFPSO 中考虑了粒子间的差异性，而基本粒子群算法忽略了该差异。

3 仿真实验

3.1 实验设置

采用 4 个著名的测试函数来测试本文算法[3,6,7]，它们在文献中被广泛用于 PSO 算法性能测试，其具体函数形式如下：

(1) Branin 函数

$$F_1(x)=(x_2-\frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2+\frac{5}{\pi}x_1-6)^2+10(1-\frac{1}{8\pi})\cos x_1+10$$

$$-5\leqslant x_1\leqslant 10, 0\leqslant x_2\leqslant 15 \tag{10}$$

(2) Rastrigin 函数

$$F_2(x)=x_1^2+x_2^2-\cos(18x_1)-\cos(18x_2)$$

$$-1\leqslant x_1, x_2\leqslant 1 \tag{11}$$

(3) Shubert 函数

$$F_3(x)=\{\sum_{i=1}^{5}i\cos[(i+1)x_1+i]\}\{\sum_{i=1}^{5}i\cos[(i+1)x_2+i]\}$$

$$-10\leqslant x_1, x_2\leqslant 10 \tag{12}$$

(4) Six-hump Camel Back 函数

$$F_4(x)=(4-2.1x_1^2+x_1^4/3)x_1^2+x_1x_2+(-4+4x_2^2)x_2^2$$

$$-1.9\leqslant x_1\leqslant 1.9, -1.1\leqslant x_2\leqslant 1.1 \tag{13}$$

为了对比与基本粒子群优化算法 PSO 的性能，所有测试函数均分别采用 PSO、DAFPSO 进行实验。共同的参数设置为：种群大小设置为 20，c_1 和 c_2 设置为 2，w_{max}、w_{min} 和 w_m 分别设置为 0.9、0.4 和 0.65，迭代次数为 200。DAFPSO 中的 α、β 分别由粒子间平均距离 Mdist 和粒子群与最优粒子的平均距离 Mdistpg 按如下方式确定：

$$\alpha=\mathrm{Min}\{\mathrm{Mdist},\mathrm{Mdistpg}\} \tag{14}$$

$$\alpha=\mathrm{Max}\{\mathrm{Mdist},\mathrm{Mdistpg}\} \tag{15}$$

为了减少计算量，对于 DAFPSO 中的粒子间的距离，仅计算各粒子与全局最优粒子之间的距离，且第 t 次迭代中的粒子间的最大距离以第 $t-1$ 次迭代中的最大距离计算。

实验采用 Windows XP 操作系统、Matlab 2008 进行仿真。

3.2 实验结果

所有实验均重复执行 10 次，假设 10 次执行得到的最优目标值的算术平均值为 T'，理想目标值为 T。对全局最小化问题，采用 $\lg(T'-T)$ 来评价算法的性能，$\lg(T'-T)$ 反映了 T' 和 T 的逼近程度。该值越小，表明 T' 越逼近 T。除此之外，$\lg(T'-T)$ 还能直观反映各算法的收敛精度的数量级关系。在求解精度上，T' 和 T 的值保留到小数点后 8 位，当 $\lg(T'-T)$ 值为 -8 时，表明算法找到了理想目标值[6]。F1—F4 函数找到最优解的代数的平均值 Mean、最大值 Max 和最小值 Min 结果，如表 1 所列。

从表 1 可以看出，对于给定的 4 个测试函数，各方法都能在指定的迭代次数内找到最优解，但各方法的收敛效果有所不同。在给定的 4 个基准测试函数上，DAFPSO 均早于基本 PSO 收敛。平均地，相对于 PSO，DAFPSO 收敛到最优解的迭代次数减少了 60%。

表 1 实验结果对比

	PSO			DAFPSO		
	Mean	Max	Min	Mean	Max	Min
F1	103.2	172	34	32.2	54	7
F2	148.8	182	64	57.6	114	18
F3	160.8	192	83	59.4	106	15
F4	112.9	146	27	31.6	68	8

实验验证了 DAFPSO 算法的有效性。这得益于 DAFPSO 的如下特点：(1)各粒子根据自身特性动态调整惯性权值，惯性权值与迭代次数无关；(2)惯性权值按照设定的模糊规则和隶属函数进行确定，能很好地适应复杂问题的求解。在 DAFPSO 中，粒子距离最优粒子远时，具有较大的惯性权值，因此具有较强的全局优化能力；当距离近时，粒子具有较小的惯性权值，因此具有较强的局部优化能力。

结束语 粒子群优化算法是当前被广泛研究的优化算法，其中惯性权值的调整策略是提高粒子群优化算法性能的关键。本文将粒子间的距离计算方法引入到算法中，通过计算粒子与最优粒子之间的距离和设定的模糊规则自适应地调整惯性权值，提出了 DAFPSO 算法，使远离最优粒子的粒子惯性权值较大，具有较强的全局优化能力，而靠近最优粒子的粒子惯性权值较小，具有较强的局部优化能力，并通过实验验证了算法的性能。实验表明，在连续函数的优化过程中，DAFPSO 的性能远优于基本 PSO。下一步将研究 DAFPSO 算法中确定隶属函数的其他方法。

参 考 文 献

[1] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of International Conference on Neural Networks. IV, Piscataway, NJ: IEEE Service Center, 1995: 1942-1948

[2] Kennedy J, Eberhart R, Shi Y. Swarm Intelligence [M]. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2001

[3] 王凌，刘波. 微粒群优化与调度算法[M]. 北京：清华大学出版社，2008

[4] Shi Y, Eberhart R. A modified particle swarm optimizer[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutiona-ry Computation. Piscataway, NJ: IEEE Press: 69-73

[5] Shi Y, Eberhart R. Particle swarm optimization with fuzzy adaptive inertia weight[C]//Proceedings of the Workshop on Particle Swarm Optimization. Indianapolis, IN: Purdue School of Engineering and Technology, 2001

[6] 李太勇，吴江，朱波，等. 一种基于距离度量的自适应粒子群优化算法[J]. 计算机科学，2010，37(10)：214-216

[7] 方冰，李太勇，吴江. 一种基于网格划分的自适应粒子群优化算法[J]. 计算机应用研究，2010，27(11)：4136-4139

[8] Eberhart R, Shi Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization[C]//Proceedings of Congress on Evolutionary Computation 2000. San Diego, CA, 2000: 84-88

[9] 陈贵敏，贾建援，韩琪. 粒子群优化算法的惯性权值递减策略研究[J]. 西安交通大学学报，2006，40(1)：53-56，61

[10] 张选平，杜玉平，秦国强，等. 一种动态改变惯性权值的自适应粒子群算法[J]. 西安交通大学学报，2005，39(10)：1039-1042