

基于量子遗传算法的移动机器人的一种路径规划方法

刘传领^{1,2} 雷 燕² 杨静宇¹

(南京理工大学计算机学院 南京 210094)¹ (商丘职业技术学院软件学院 商丘 476100)²

摘要 以人工势场法和栅格法为基础,考虑到遗传算法的“收敛速度慢”和“早熟收敛”问题,提出了一种基于量子遗传算法的机器人路径规划方法。该方法采用栅格法进行路径规划,利用人工势场法控制移动机器人,利用量子遗传算法选择最优或次优个体,并且引入双适应度评价函数评价进化个体,为最优或次优个体进入下一代提供了保障。仿真实验表明,该方法的寻优能力及稳定性均优于遗传算法和量子遗传算法,且具有更好的收敛性以及更强的连续空间搜索能力,适于求解复杂优化问题。

关键词 量子遗传算法,路径规划,机器人,人工势场,栅格

中图分类号 TP24 **文献标识码** A

Path Planning Method of Mobile Robot Based on Quantum Genetic Algorithm

LIU Chuan-ling^{1,2} LEI Yan² YANG Jing-yu¹

(School of Computer, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)¹

(Software College, Shangqiu Vocational and Technical College, Shangqiu 476100, China)²

Abstract Based on artificial potential field and grid method, in order to solve the prematurity and lower convergence speed in genetic algorithm(GA) for robotic path planning, a novel mobile robot path planning method based on quantum genetic algorithm(QGA) was proposed. This method uses grid method to establish mobile robot work environment model, artificial potential field to control mobile robot, quantum genetic algorithm to select the optimal or sub-optimal path, and double fitness evaluation function to evaluate the path to protect the optimal or sub-optimal path in to the next generation. The ability of finding the best solution and the stability of this method are greatly improved compared with GA and QGA by Simulation, and it has better convergent property and ability of searching more extensive space. It is fit for the solution of complex optimization problems.

Keywords Quantum genetic algorithm, Path planning, Robot, Artificial potential field, Grid

1 引言

移动机器人路径规划问题是人工智能与机器人学相结合的一个重要研究内容,是一种比较复杂的带约束条件的优化问题^[1-4]。现在解决移动机器人路径规划问题有许多方法。文献[4]中 Khatib 最先提出人工势场方法,他把机械手或者是移动机器人在环境中的运动视为在一种抽象的人造受力场中运动,该方法适用于局部路径规划。文献[5]中介绍了栅格方法,它是由 W. E. Howden 在 1968 年提出的,在进行路径规划时采用了栅格表示地图,在处理障碍物的边界时,避免了复杂的计算,适用于全局路径规划。1962 年,美国 Michigam 大学 J. Holland 教授提出了遗传算法的基本思想^[3]。随着遗传算法的提出,移动机器人路径规划的算法研究得到相当大的发展,它具有简单通用、鲁棒性强、灵活等优点,但其明显的缺点是收敛速度慢和不成熟收敛。1982 年,著名物理学家 Feynman 提出了量子计算的概念^[6,7,9,10],它的优势主要体现在量子超并行计算。它以量子计算的一些概念和理论为基础,用

量子位编码来表示染色体,用量子门作用和量子门更新来完成进化搜索,具有种群规模小而不影响算法性能同时具有收敛速度快和全局寻优能力强的特点。

本文针对以上问题提出了一种基于量子遗传算法的移动机器人路径规划方法。该方法引入量子遗传算法和势场栅格法进行融合,来求解移动机器人路径规划问题。采用栅格法进行全局路径规划、人工势场法对移动机器人进行控制、量子遗传算法对最优或次优个体进行选择,并且引入双适应度评价函数对进化个体进行评价。仿真结果表明,该方法有效地提高了路径规划的性能。

2 栅格地图构建

栅格法^[5]将机器人工作环境分解成一系列具有二值信息的网格单元,在机器人运动过程中障碍物的位置、数量和大小不发生变化,如图 1 所示。图中白色部分为自由栅格,黑色部分为障碍物栅格。栅格法以栅格为单位记录环境信息,环境被量化成具有一定分辨率的栅格,栅格的大小直接影响着环

到稿日期:2010-09-12 返修日期:2010-12-06 本文受国家自然科学基金重大研究计划重点项目(90820306)和国家自然科学基金重点项目(60873151)资助。

刘传领(1971-),男,博士生,副教授,主要研究方向为机器人路径规划、智能控制等,E-mail:lch2709598@sina.com;杨静宇(1941-),男,教授,博士生导师。

境信息存储量的大小和规划时间的长短。栅格划分大,规划时间短,但分辨率下降,环境信息存储量小,在密集环境下发现路径的能力减弱;栅格划分小,环境信息存储量大,环境分辨率高,在密集环境下发现路径的能力强,但规划时间长。

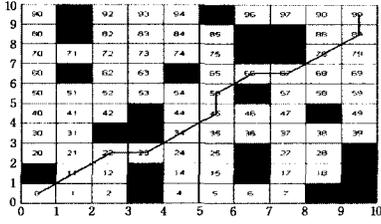


图1 栅格模型

根据图1对栅格路径进行优化。假设任意栅格图有 m 行 n 列,初始栅格为 (a_0, b_0) ,目标栅格为 (a_m, b_n) ,用 s 表示图中栅格的集合; $B[i][j]$ 表示栅格 (i, j) 的信息; D_{ob} 表示当机器人处于栅格 (a, b) 时下一步可选择栅格的集合; $R(n)(a, b)$ 表示从栅格 (a, b) 出发经第 n 步后所能选择的栅格; p 表示问题所有可行解的集合; Q 表示问题的最优解。优化方法如下

$$S = \{(i, j) | 0 < i \leq m, 0 < j \leq n, i, j \in z\} \quad (1)$$

$$B[i][j] = \begin{cases} 1, & \text{表示}(i, j)\text{为障碍栅格}, (i, j) \in S \\ 0, & \text{表示}(i, j)\text{为自由栅格}, (i, j) \in S \end{cases} \quad (2)$$

$$Q = \min\{|p|, p \in P\} | p| = n_t \quad (3)$$

$$P = \{R_l(1)(a_0, b_0), R_l(a_0, b_0), \dots, R_l(n_t)(a_0, b_0)\} \\ R_l(k)(a_0, b_0) \in S, k=1, 2, \dots, n_t \quad (4)$$

$$R_l(n_t)(a_0, b_0) = (a_m, b_n) \quad (5)$$

$$\text{若}(p, q) = R_l(n-1)(a, b) \quad (6)$$

$$\text{那么 } R_l(n)(a, b) = (x, y), (x, y) \in D_{ob} \quad (7)$$

$$\text{且 } B[x][y] \neq 1 \quad (8)$$

$$D_{ob} = \{(a+1, b), (a, b+1), (a-1, b), (a, b-1) | \\ (a, b) \in S\} \quad (9)$$

3 改进的人工势场法

人工势场法^[4,5]是一种虚拟力法。其思想是将目标点看作吸引点,障碍物看作排斥点,机器人沿吸引点和排斥点产生的合力方向运动。为了简化分析,做以下假设:(1)机器人的形状、位置和运动速度是已知的;(2)目标点的位置是已知的,且目标点是不运动的;(3)障碍物的形状是凸多边形,且它的形状、位置和是否运动可以在线观察。人工势场^[5]表示如下

$$U_{total} = U_{rep} + U_{at} \quad (10)$$

式中, U_{total} 表示总势场, U_{rep} 表示斥力场, U_{at} 表示引力场。势场中的力表示为

$$F_{total} = F_{rep} + F_{at} \quad (11)$$

式中, F_{total} 是合力, F_{rep} 是斥力, F_{at} 是引力,其中

$$F_{rep} = -\text{grad}(U_{rep}) = -\left[\frac{\partial U_{rep}}{\partial x} i + \frac{\partial U_{rep}}{\partial y} j + \frac{\partial U_{rep}}{\partial z} k \right] \quad (12)$$

$$F_{at} = -\text{grad}(U_{at}) = -\left[\frac{\partial U_{at}}{\partial x} i + \frac{\partial U_{at}}{\partial y} j + \frac{\partial U_{at}}{\partial z} k \right] \quad (13)$$

根据文献^[8]势场法缺陷有以下几点:(1)在障碍物前振荡或者停滞不前;(2)规划空间存在陷阱;(3)在狭窄的路径中摇摆;(4)障碍物附近目标不可达(GNRON)。GNRON问题的根本原因是总势场函数的最小值不在目标点。为了解决此问题需构造一个新斥力场函数

$$U_{rep} =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho(X_r, X_{obs})} - \frac{1}{\rho_0} \right) \rho^n(X_r, X_{goal}), & \text{if } \rho(X_r, X_{obs}) \leq \rho_0 \\ 0, & \text{if } \rho(X_r, X_{obs}) > \rho_0 \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\rho(X_r, X_{obs})$ 是机器人与障碍物之间的最小距离, $\rho(X_r, X_{goal})$ 是机器人与目标点之间的距离, n 是正常数,根据环境情况设置。根据式(14),当机器人不能到达目标点,引入新的斥力公式为

$$F_{rep} = -\nabla U_{rep} = \begin{cases} aF_{rep1} + bF_{rep2}, & \text{if } \rho(X_r, X_{obs}) \leq \rho_0 \\ 0, & \text{if } \rho(X_r, X_{obs}) > \rho_0 \end{cases} \quad (15)$$

其中,

$$F_{rep1} = \left(\frac{1}{\rho(X_r, X_{obs})} - \frac{1}{\rho_0} \right) \frac{\rho^n(X_r, X_{goal})}{\rho^2(X_r, X_{obs})} \quad (16)$$

$$F_{rep2} = \frac{n}{2} \left(\frac{1}{\rho(X_r, X_{obs})} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \rho^{n-1}(X_r, X_{goal}) \quad (17)$$

式中, a, b 分别是障碍指向机器人和从机器人指向目标点的两个单位向量。从式(14)可以看出,当 $n=0$ 时,新斥力场函数退化为

$$U_{rep} = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho(X_r, X_{obs})} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2, & \text{if } \rho(X_r, X_{obs}) \leq \rho_0 \\ 0, & \text{if } \rho(X_r, X_{obs}) > \rho_0 \end{cases} \quad (18)$$

考虑到新构建势场函数的目标点信息,必须选择参数 $n > 0$ 。

4 基于量子遗传算法

4.1 量子比特编码

在QEA中,最小的信息单元是一个量子位(量子比特)。一个量子比特的状态可以取0或1,其状态表示为

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (19)$$

也可表示为 $[\alpha, \beta]^T$,其中 α, β 为代表相应状态出现概率的两个复数,且

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (20)$$

式中, $|\alpha|^2$ 和 $|\beta|^2$ 分别表示量子比特处于状态0和状态1的概率。所以一个量子比特可同时包含态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的信息,或它们的任意叠加态。一个用 s 个量子位编码的染色体就可以表示 2^s 个状态。该系统可以描述为

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} \alpha_s \\ \beta_s \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中, $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1 (i=1, 2, \dots, s)$ 。这种表示方法可以表征任意的线性叠加态。

量子遗传算法用量子态来表示信息,对量子态进行测量,就得到对应的实数(整数)数据。对一个具有 s 量子态的数据 $q = (\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_s)$,构造对应数据结构 $p = (\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_s)$,称为观测态, p 为长度为 s 的二进制串。测量 q 就可以得到 p 。具体方法为:产生 $[0, 1]$ 间随机数 r ,若 $|\alpha_j|^2 < r$,则 $\alpha_j = 1$,否则 $\alpha_j = 0$ 。

4.2 路径适应度评价

本文的路径规划考虑的因素主要有两个:路径代价和安全性。本文所采用的算法中,适应度函数有2个:对路径点的适应度函数 f^j 和对路径的适应度函数

$$f(x_i) = \sum_{j=1}^m f^j \quad (22)$$

根据路径点适应度函数 $f_i^{(j)}$ 确定路径点的量子态更新, 根据 $f(x_i)$ 确定对路径的选择。第 i 条染色体中第 j 个路径点的适应度为

$$f_i^{(j)} = \beta u + \gamma v \quad (23)$$

式中, β, γ 为加权调整系数。

$$u = L / \sqrt{(x - x_g)^2 + (y - y_g)^2} \quad (24)$$

式中, L 为路径点到目标点的水平距离。 u 越大, 路径越优。

$$v = \sum_{k=1}^q 1 / ((os_k)^2 + 1) \quad (25)$$

式中, q 为障碍物个数。

$$os_k = \min\{0, \sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2} - d\} \quad (26)$$

式中, os_k 为障碍评价度, 越大障碍越恶劣。 v 为该路径点的安全评价度, 越大路径越优。

4.3 量子遗传算法自适应调整策略

量子态的转移是通过量子门变换矩阵实现的^[10]。用量子旋转门的旋转角度来表征量子染色体的变异操作, 可很方便地在变异中加入最优个体的信息, 加快收敛速度。在 QGA 中, 由于染色体处于叠加或纠缠状态, 因而 QGA 的遗传操作不能采用传统 GA 的选择、交叉和变异等操作方式, 而采用量子门分别作用于各叠加态和纠缠态的方式; 通过量子门旋转, 使染色体的量子态相互干涉, 相位发生改变, 从而改变各基态的频率幅, 生成新一代染色体。量子旋转门的调整操作如下

$$\text{令 } U(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\text{那么 } \begin{bmatrix} \alpha_i' \\ \beta_i' \end{bmatrix} = U(\theta) \cdot \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中, $\begin{bmatrix} \alpha_i' \\ \beta_i' \end{bmatrix}$ 为染色体中的第 i 个量子位。旋转角为

$$\theta_i = s(\alpha_i, \beta_i) \Delta\theta_i \quad (29)$$

式中, $s(\alpha_i, \beta_i)$ 和 $\Delta\theta_i$ 分别代表旋转的方向和角度, $\Delta\theta_i$ 的取值在 $0.1\pi \sim 0.005\pi$ 之间。本文采用自适应的方法对其进行调整。

4.4 量子遗传算法路径规划流程

该流程使用改进的人工势场产生初始种群, 同时, 使用量子遗传算法进行个体寻优。该流程如下:

Step1 进化代数初始化: 置进化代数 $t=0$;

Step2 初始化种群: $p(t) = \{p_1^t, p_2^t, \dots, p_n^t\}$ 是包含 n 个个体的种群, 其中 p_j^t ($j=1, 2, \dots, n$) 为 t 代的个体, 并有 $p_j^t =$

$$\begin{bmatrix} \alpha_1^t & \alpha_2^t & \dots & \alpha_m^t \\ \beta_1^t & \beta_2^t & \dots & \beta_m^t \end{bmatrix}, m \text{ 为量子位数目也即染色体的长度; 全部染色$$

体的所有基因 (α_i^t, β_i^t) 初始化为 $(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$, 表示一个染色体所表达的是其全部可能状态的等概率叠加;

Step3 对个体进行测量获得确定解, 其中第 t 代的 $p(t) = \{x_1^t, x_2^t, \dots, x_n^t\}$, 其长度为 m 的二进制串 x_j^t ($j=1, 2, \dots, n$) 的每一位为 0 或 1 是根据量子比特的概率 $(|\alpha_i^t|^2 \text{ 或 } |\beta_i^t|^2, i=1, 2, \dots, m)$ 选择得到的。方法是产生一个 $[0, 1]$ 随机数, 若大于概率幅的平方, 则 x_j^t 取值为 1, 否则取值为 0;

Step4 用适应度评价函数评价 $p(t)$ 中的每个个体, 记下当前的最优解, 并与当前的目标值进行比较。如果大于目标值, 则以新的最优解作为下一次迭代的目标值; 否则, 保持当前的目标值不变;

Step5 采用自适应量子旋转门调整策略 $U(t)$ 更新 $P(t)$;

Step6 判断停止条件。若满足条件则停止, 输出当前最

优个体, 否则继续;

Step7 $t=t+1$, 转到 Step3, 进入循环迭代。随着迭代的进行, 种群的解逐渐向最优解收敛。

5 仿真实验和对比分析

基于本文算法的机器人避障路径规划的步骤:

1) 利用栅格法建立环境地图(确定障碍物、机器人初始位置、目标点的位置);

2) 根据机器人当前位置信息和环境地图, 计算出引力和斥力;

3) 判断机器人当前位置是否陷入局部最小区域。若是, 则转入 4), 否则转 5);

4) 根据机器人当前情况, 调整相应的参数, 解决局部极小问题;

5) 由合力决定机器人的下一步动作, 并记录机器人所经过的关键点, 机器人向目标点移动并判断是否到达目标点。若是, 则中止, 否则转 2)。

实验一 假设机器人工作空间可用二维平面图形表示, 通过已知或移动传感器获得环境信息, 用栅格规划的路径如图 2 所示。为此移动机器人的路径规划问题可描述为: 寻找一条从起始点 $S(0, 0)$ 栅格出发, 并以尽可能优化的路径, 绕开障碍物到达目的点 $G(9, 9)$ 栅格。

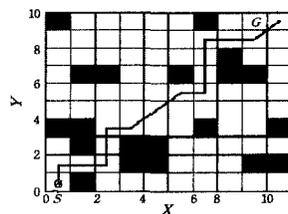


图 2 栅格路径规划

实验二 机器人在有障碍物的环境中运动, 出现局部极小的情况, 如图 3 所示。把机器人视为质点, 从而简化对问题的描述。由于人工势场的缺陷导致了局部极小, 机器人无法到达目标点。

在改进的人工势场中, 引入 $\rho(X_r, X_{goal})$ 因子, 设置 $n=2$ 。规划的效果如图 4 所示, 机器人克服了障碍物的斥力, 到达了目标点。

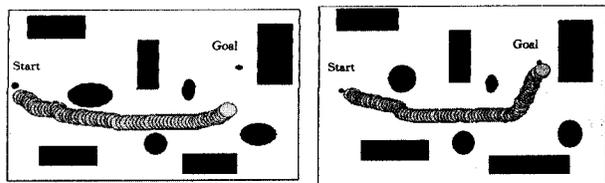


图 3 人工势场的局部极小情况 图 4 势场改进后的规划效果

实验三 为了验证本文算法的有效性, 使用文献[3]的遗传算法(GA)、文献[5]的量子遗传算法(QGA)以及本文的算法进行了路径规划, 比较了它们的性能。表 1 给出了几种算法的性能对比, 可见本文算法的有效性。

表 1 算法性能对比表

算法	GA	QGA	本文的算法
可行解平均长度	87.443	64.36	60.76
获得可行解比例	13.2%	67.6%	87.5%
平均消耗时间 /s	101.06	38.79	25.32

综合以上仿真实验可以看出,本文提出的算法与传统的遗传算法和量子遗传算法相比,表现出良好的快速求解性能,并且在规模较大、环境较复杂的情况下,解的质量也显示了较高的稳定性。此外,还发现只要在起始点和目标点之间有一条通道客观存在,本算法都能够规划出优化路径。

结束语 本文提出了一种基于量子遗传算法的移动机器人路径规划方法。通过仿真实验验证,该方法表现了良好的快速求解性能,并且在规模较大、环境较复杂的情况下,解的质量也显示了较高的稳定性。通过对比分析,本文算法在稳定性、寻优能力和收敛速度方面均优于 GA 和 QGA,且对复杂寻优问题具有普遍适应性,使机器人在运动过程中避开了规划时所设置的陷阱,并且目标在障碍物附近也可以到达。

参 考 文 献

- [1] 刘砚菊,杨青川,辜吟吟. 蚁群算法在机器人路径规划中的应用研究[J]. 计算机科学,2008,35(5):263-265
- [2] Stentz A C D. A real-time resolution optimal replanning for globally constraint problem [C]// The18th National Conf. on Artificial Intelligence. Cambridge, MA; MIT Press; Alberta, Canada; Edmonton,2002:1088-1096
- [3] 刘国栋,谢宏斌,李春光. 动态环境中基于遗传算法的移动机器

人路径规划的方法[J]. 机器人,2003,25(4):327-330

- [4] Khatib O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots [J]. Int J of Robotic Research,1986,5(1):90-98
- [5] 王醒刚,张汝波,顾国昌. 基于势场栅格法的机器人全局路径规划[J]. 哈尔滨工程大学学报,2003,24(2):170-173
- [6] Narayanan A, Moore M. Quantum-inspired genetic algorithm [C]// Proc of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Piscataway:IEEE Press,1996:61-66
- [7] Han K-H, Kim J-H. Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem [C]// Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, 2000; 1354-1360
- [8] Koren Y, Borenstein J. Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation [C]// Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, Sacramento, CA, Apr. 1991; 1398-1404
- [9] Han K-H, Park K-H, Lee C-H, et al. Parallel quantum-inspired genetic algorithm for combinatorial optimization problem [A]// Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation [C]. USA: IEEE Press, 2001; 1422-1429
- [10] 杨俊安,庄镇泉,史亮. 多宇宙并行量子遗传算法[J]. 电子学报,2006,32(6):923-928

(上接第 178 页)

从图 4 可以看出,随着数据集的增加,MACCF 算法的执行时间基本是线性变化的,算法的可伸缩性较好。从图 5 的分析可知,在数据集大小不变的情况下,与基于商品分类信息的多层关联规则挖掘算法相比,MACCF 算法大大降低了算法的执行时间。

结束语 本文针对基于商品分类信息的多层关联规则算法不但会产生大量的候选项集,需要重复扫描数据库,而且对于关联分类中产生的大量冗余规则,没有给出解决策略的问题,提出了基于类 FP-tree 的多层关联分类器 MACCF 算法,并提出了类内、类间规则剪枝策略,从而大大提高了多层关联分类挖掘算法的执行效率。

参 考 文 献

- [1] Liu Bing, Hsu W, Ma Yi-ming. Integrating Classification and Association Rule Mining [C]// Proceedings of KDD. 1998; 80-86
- [2] Li W, Han J, Pei J. CMAR: Accurate and Efficient Classification Based on Multiple Class-Association Rules [C]// Proc. 2001 Int. Conf. on Data Mining (ICDM'01). San Jose, CA, Nov. 2001
- [3] Yin X, Han J. CPMAR: Classification based on Predictive Association Rules [C]// Proc. 2003 SIAM Int. Conf. on Data Mining (SDM'03). San Francisco, CA, May 2003
- [4] Cheng Hong, Yan Xi-feng, Han Jia-wei, et al. Direct Discriminative Pattern Mining for Effective Classification [C]// Proc. 2008 Int. Conf. on Data Engineering (ICDE'08). Cancun, Mexico, April 2008
- [5] Quinlan J R, Cameron-Jones R M. FOIL: Midterm Report [C]. 2006
- [6] Cheng Hong, Yan Xi-feng, Han Jia-wei, et al. Discriminative

Frequent Pattern Analysis for Effective Classification [C]// Proceedings of the 2007 IEEE International Conference on Data Engineering (ICDE 07). Istanbul, Turkey, April 2007

- [7] Srikant R, Agrawal R. Mining Generalized Association Rules [C]// 21st Int'l Conference on Very Large Databases. Sep. 1995
- [8] Han J, Fu Y. Discovery of Multi-level Association Rules from Large Databases [C]// Proceedings of the 21st International Conference on VLDB. Zurich, Switzerland, 1995
- [9] Thakur R S, Jain R C, Pardasani K R. Fast Algorithm for Mining Multi-Level Association Rules in Large Databases [J]. Asian Journal of Information Management, 2007, 1(1): 19-26
- [10] Thakur R S, Jain R C, Pardasani K R. Mining Level-crossing Association Rules from Large Databases [J]. Journal of Computer Science, 2006, 2(1): 76-81,
- [11] 鲁增秋,陈玉哲,王殿升. 一种改进的基于商品分类信息的多层关联规则挖掘算法[J]. 科技情报开发与经济, 2006, 16(14): 137-139
- [12] Han J, Pei J. Mining Frequent Patterns by Pattern-growth: Methodology and Implications [C]// ACM SIGKDD Explorations (Special Issue on Scalable Data Mining Algorithms). December 2000, 2(2)
- [13] Wang J, Han J, Pei J. CLOSET+: Searching for the Best Strategies for Mining Frequent Closed Itemsets [C]// Proc. 2003 ACM SIGKDD Int. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD'03). Washington D C, Aug. 2003
- [14] 邵峰晶,于忠清,王金龙,等. 数据挖掘原理与算法(第二版) [M]. 北京: 科学出版社, 2009
- [15] 韩家炜. 数据挖掘概念与技术(第二版) [M]. 北京: 机械工业出版社, 2008