

基于 Space-P 复杂网络模型的城市公交网络特性分析

孔繁钰¹ 周愉峰² 李献忠³

(重庆工商大学重庆市发展信息管理工程技术研究中心 重庆 400067)¹

(重庆工商大学商务策划学院 重庆 400067)² (同济大学交通运输工程学院 上海 201804)³

摘 要 针对城市公交网络中换乘网络的整体性能分析问题,提出一种基于复杂网络理论的分析方法。首先,基于图论思想,将公交网络建模成由 Space-P 方法表示的公交换乘网络拓扑模型;然后,统计分析了公交换乘网络的度分布、平均最短路径长度、聚类系数、紧密中心性和介数中心性等特性。以北京市的公交网络为例进行了相关分析,从宏观角度说明北京公交网络具有小世界网络特点,市民出行需要换乘的概率较大,但换乘较为便捷;同时,给出了相关站点的具体地理信息,为公交规划部门优化公交网络提供了参考。

关键词 城市公交,复杂网络,Space-P 换乘网络,小世界特性

中图分类号 TP311 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.08.022

Characteristic Analysis of Urban Public Transport Networks Based on Space-P Complex Network Model

KONG Fan-yu¹ ZHOU Yu-feng² LI Xian-zhong³

(Chongqing Engineering Technology Research Center for Information Management in Development,
Chongqing Technology and Business University,Chongqing 400067,China)¹

(School of Business Planning,Chongqing Technology and Business University,Chongqing 400067,China)²

(College of Transportation Engineering,Tongji University,Shanghai 201804,China)³

Abstract For the overall performance analysis of transfer network in urban public transport networks, an analysis method based on complex network theory was proposed. Firstly, the public network is modeled as a public transport network topology model represented by Space-P method based on the idea of graph theory. Then, the degree distribution, the average shortest path length, the clustering coefficient, the closeness centrality and the betweenness centrality of the transport network are analyzed statistically. This paper took the public bus network in Beijing as an example. It shows that the Beijing public transport network has the characteristics of small-world network. The probability of transfer is bigger, but the transfer is more convenient. At the same time, the specific geographical information of the relevant stations was given, which can provide reference for the public transportation planning department to optimize the public transportation network.

Keywords Urban public transport, Complex network, Space-P transfer network, Small-world character

网络分析即利用几何学来研究网络的结构问题^[1]。图论是一种重要的几何拓扑学方法,是网络分析的基础。复杂网络理论起源于图论^[2],例如对于社会网络,可以通过节点和边来描述它们的属性,即用节点表示人,用边表示人与人之间的各种关系。小世界网络和无尺度网络的提出,使得复杂网络被成功应用到许多真实的复杂系统^[3]中。

作为城市交通系统的重要组成部分,以及减轻交通拥堵的主要工具,公共汽车网络得到许多研究人员的关注。在缓解大城市越来越严重的交通拥堵方面,复杂网络模型可以发挥重要作用。目前,公共汽车网络建模为复杂网络的方式主要有两种,即 Space-P 模型和 Space-L 模型^[4]。两种模型中的节点都是公交站点,区别在于 Space-P 中只要两个站点之间

可以通过一条公交线直达,则存在一条边;而 Space-L 中,只有一条线路中的相邻站点之间才存在边。为此,将 Space-P 构建的网络称为公交换乘网络,将 Space-L 构建的网络称为公交站点网络^[5]。对于市民而言,其会更多地关注出行中所需换乘的次数,因此对公交网络中的换乘网络进行统计和分析有重要意义。

由于 Space-P 模型适用于换乘分析^[6],因此本文将北京公交系统的静态拓扑结构通过 Space-P 表示的复杂网络进行建模,统计了公交换乘网络的度分布、最短平均路径、集聚系数、紧密中心性和介数中心性等指标,以此对公交系统进行客观评估。另外,将这种复杂网络的分析与地理信息(公交站点的空间位置)联系起来,以便为城市规划者提供有用信息。

收稿日期:2017-08-06 返修日期:2017-12-19 本文受中国博士后科学基金(2017M611810),教育部人文社会科学研究项目(15XJC630009),重庆市基础科学与前沿技术研究项目(cstc2017jcyjA1541),重庆市发展信息管理工程技术研究中心开放基金项目(gczxkf201705),重庆市社科规划重大应用项目(2017ZDYY51)资助。

孔繁钰(1976—),男,博士,高级工程师,主要研究领域为复杂网络分析,E-mail:cqkfyzoos@126.com(通信作者);周愉峰(1984—),男,博士,副教授,主要研究领域为应急物流与应急管理、物流系统优化研究等;李献忠(1977—),男,博士,主要研究领域为交通规划、交通运输管理等。

1 复杂网络

复杂网络是基于图模型而提出的,其最基本的模型包括具有 N 个顶点和 m 条边的随机图。小世界网络和无标度网络的提出有效扩大了复杂网络的应用范围。

1.1 小世界网络

Watts 等^[7]提出的小世界网络是最流行的随机网络模型,因为它具有高传输性和集聚系数。小世界网络中有 N 个顶点,每个顶点连接 k 个最近相邻顶点,共有 $2m$ 个初始连接/边, $N > m > \log(N) > 1$ 。而且,所有可能的边都以固定的概率 p 随机重新连接。如果 $p=0$,则网络将有大量的循环和长路径;如果 $p=1$,它变成一个完全随机的网络,具有很少的循环和短路径。

1.2 无标度网络

随机网络模型和小世界网络模型显示了边的随机性和大多数顶点的特征度。Albert 等^[8]提出的模型表明,真实系统中的特征分布不平等,一些顶点高度连接,而其他顶点具有较少的边数并且这些顶点缺乏特征度。将其所得的模型称为无标度网络,并且显示了边的不规则分布。

1.3 Space-P 模型和 Space-L 模型

公共交通网络中,对于复杂网络元素的定义以及网络模型的构建,使用最广泛的拓扑结构是 Space-P 模型和 Space-L 模型。

在 Space-L 结构的建模过程中,一个节点对应一个公交站点,一条边表示在相同路线上的两个相邻公交站点之间的连接。使用 Space-L 结构的目的是找出是否存在隔离线路,评估通过乘坐公交车从一个站点到达另一个站点的可行性。在 Space-P 结构的建模过程中,其节点也是公交站点,而边由同一公交线路上的所有公交站点两两之间的连接形成,即只要一个站点能够直达另一个站点,就存在边。具有 3 条公交线路的 Space-L 和 Space-P 的拓扑结构示例如图 1 所示。

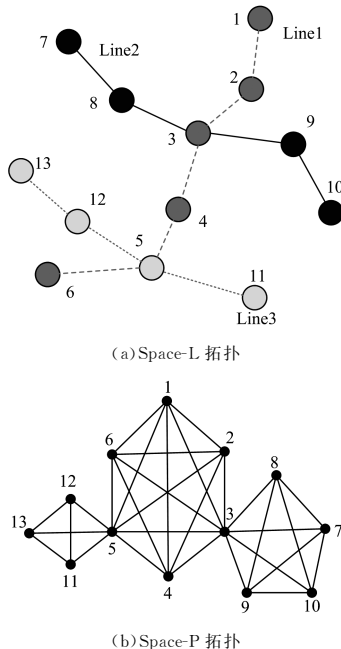


图 1 3 条公交线路的拓扑结构

Fig. 1 Topological structure with three bus lines

由图 1 可知,Space-P 拓扑结构中公交站点 3 的度为 9,因此从公交站点 3 不需要换乘,就可以直达其他 9 个公交站点。公交站点 4 与公交站点 7 之间的长度为 2,因此乘客从公交站点 4 到达公交站点 7 必须进行一次换乘。显然,一条线路上公交站点的顺序对 Space-P 的表示没有影响,因此 Space-P 模型可用于计算换乘公交站点的数量,从而更好地描述交通网络的可行性和便利性。此外,由于可以忽略公交线路中站点的顺序,因此 Space-P 具有很强的泛化能力^[9]。

2 BBN 的线路网络

本文以 2015 年北京市地图中的公交网络(Beijing Bus Network, BBN)为例,共涉及 $N=9616$ 个公交站和 1220 条公交线路。在使用之前删除了部分重复的公交线路记录。图 2 为 BBN 的线路网络图。

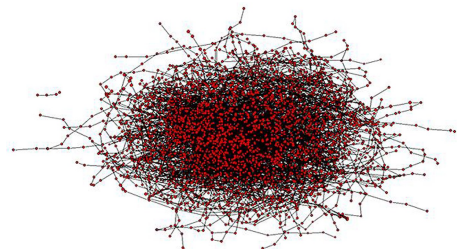


图 2 BBN 的线路网络

Fig. 2 BBN's line network

使用 Space-P 方法构建了一个静态复杂网络。其中,将公交线路描述为一个没有方向的图 $G=(V, E)$, V 为节点集合, E 为边集合。 $G=\{e_{ij}\}$ 是一个相邻矩阵。节点表示公交站点;边表示根据公交线路得到的公交站点之间的连接,共有 356986 条。

所有公交站具有唯一的标识符,并与其地理位置相关联。公交线路由一组公交站点的标识符表示,公交站标识符根据这条线路的公交站顺序排列。公交站之间的连接可以为一条或多条,每个公交站至少有一条公交线路与之相连。所有线路交点均发生在公交站点,公交站点可以由多条公交线路共用。

3 Space-P 网络模型的分析指标

将 BBN 建模为 Space-P 网络拓扑结构之后,需要计算一些分析指标,以便采用无标度或小世界网络来表征该复杂网络。本文统计分析了以下 5 个指标。

1) 度

在 Space-P 中,两个节点之间存在一条边,即为一个度。因此,通过分析公交站的度就可以求解公交线路之间无需换乘就可到达的公交站的数量。在 Space-P 中,第 i 个公交站的度 k_i 与该公交站点所服务的公交线路的数量成正比,表示为:

$$k_i = \sum_j e_{ij} \quad (1)$$

其中, e_{ij} 表示节点 i 与节点 j 之间的边。度分布 $p(k)$ 指在网络中任意选取一个节点,且其度值为 k 的概率,表达式如下:

$$p(k) = \frac{n_k}{N} \quad (2)$$

其中, n_k 为节点度为 k 的节点数量, N 为总节点数量。

2) 平均最短路径长度

平均最短路径长度是根据两个节点之间的最短路径计算的,两个节点之间通常有多种连接方式。平均最短路径可以反映网络信息效率的特性^[10]。所有成对节点之间的平均最短路径长度 l 的计算式如下:

$$l = 2 * \frac{\sum_{i < j} l_{ij}}{N * (N - 1)} \quad (3)$$

其中, l_{ij} 为第 i 个节点和第 j 个节点之间的最短路径, N 为节点数量。

3) 集聚系数

集聚系数表示第 i 个节点与邻居节点之间的连接数,它可以表征第 i 个节点的局部凝聚能力^[11]。该指标反映了乘客在第 i 个公交站点直达相邻公交站的可能性,也反映了当一个站点瘫痪时,对其与邻居节点之间交通的影响程度。集聚系数和整个网络的平均集聚系数的表达式如下:

$$c_i = \frac{2g_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (4)$$

$$c = \left(\frac{1}{N}\right) \sum_{i=1}^N c_i \quad (5)$$

其中, k_i 为第 i 个节点的度, g_i 为其与相邻节点之间的连接数。

文献^[12]中提到,如果第 i 个公交站属于多条线路,则 c_i 的值通常会较大。这表明,在公共交通网络中,节点的集聚系数与节点的度是密切相关的。随着 k_i 的增长, $c(k_i)$ 与 k_i 之间的关系近似于幂律分布,即:

$$c(k_i) \sim k_i^{-\alpha} \quad (6)$$

4) 紧密中心性

紧密中心性(Closeness Centrality, CC)用于衡量节点与网络中其他节点距离的远近,表示乘客在第 i 个公交站换乘到其他公交站的难易程度^[13]。其是每个节点与其他所有节点之间的最短距离之和的倒数,该值越大,表示换乘难度越低。归一化紧密中心性的表达式如下:

$$cc_i = \frac{N - 1}{\sum_j d_{ij}} \quad (7)$$

其中, i 为中心节点, j 为另一个节点 ($i \neq j$), d_{ij} 为两节点之间的最短距离。具有高紧密中心性的节点应该位于网络的中心位置,因为该节点周边聚集了最多数量的其他节点,而具有低紧密中心性的节点应该远离网络的中心位置。

5) 介数中心性

介数中心性(Betweenness Centrality, BC)衡量了节点在网络中的负载情况^[14]。节点离中心位置越近,经过该节点的最短路径数量越多,该节点的拥堵情况以及其对换乘的影响越大。第 i 个节点的介数中心性是根据经过第 i 个节点的所有最短路径数量与总路径的比例来计算的,表达式如下:

$$cb_i = \frac{\sum_{j \neq k} \sigma_{jk}(i)}{\sigma_{jk}} \quad (8)$$

其中, σ_{jk} 表示从第 j 个公交站到第 k 个公交站的最短路径数, $\sigma_{jk}(i)$ 表示从第 j 个公交站到第 k 个公交站且经过第 i 个公交站的最短路径数。

4 BBN 的指标分析结果

本节以 BBN 为例,统计分析了当前北京公交系统中换乘

网络的各项性能指标和相应的站点信息。

4.1 度及度分布

图 3 给出了 BBN 中的公交站的度分布情况, k_i 的最低值、最高值和平均值分别为 2, 756 和 95.7。平均值为 95.7, 表明网络中每个站点平均可以直达约 95 个其他站点, 存在 $k_i=2$ 的节点是因为公交系统中有专用直达公交线路的记录, 这种线路的公交在深夜只停靠一个公交站点, 即在图中仅由两个相互连接的节点组成。另外, 度的分布主要集中在 40~100 范围内, 约占总站点数量的 40%。

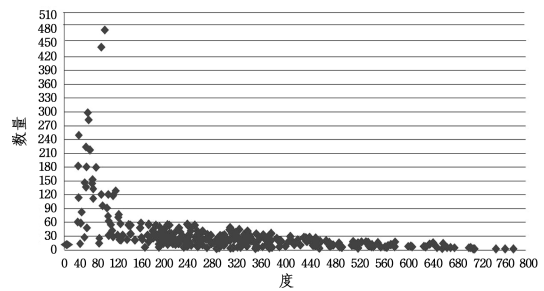


图 3 BBN 中公交站的度分布情况

Fig. 3 Degree distribution of bus stations in BBN

表 1 列出了 10 个度最高的公交站点, 其中大部分是枢纽站。在连通性方面, 这些公交站对 BBN 的重要性非常显著, 这说明了在北京公交系统中, 枢纽站的选址基本正确, 能够满足大客流需求。图 4 在地图上给出了这 10 个公交站的相应位置。

表 1 BBN 中站点度最高的 10 个公交站

Table 1 Top ten bus stations with highest degree in BBN

序号	度	公交站名	序号	度	公交站名
A	776	三元桥	F	693	六里桥南
B	757	六里桥东	G	693	西苑
C	742	北京西站	H	686	定慧桥北
D	719	北京站东	I	678	广安门内
E	695	六里桥北	J	675	前门

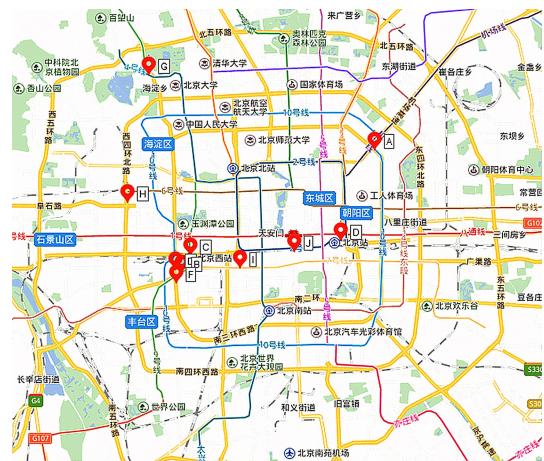


图 4 度最高的 10 个公交站的位置

Fig. 4 Location of top ten bus stations with highest degree

4.2 累积度分布

图 5 给出了 BBN 中公交站点度的概率分布。可以看出, BBN 网络中站点的度不符合泊松分布(随机网络特点), 其既具有幂律分布(无标度网络特点)部分, 又具有指数分布(小世

界网络特点)部分。当 k 较大时,其呈现指数分布;当 k 接近于 0 时,其呈现幂律分布。

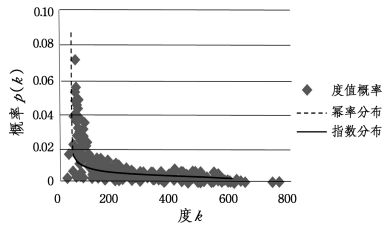


图5 BBN 中公交站点度的概率分布

Fig. 5 Probability distribution of degree of bus stations in BBN

许多实证研究表明,度分布最常见的是幂律与指数衰减型。这些网络的度分布被描述为“具有幂律尾”“截断幂律”“截断指数”“双幂律”等。无标度网络中节点的度呈现幂律分布。这种分布没有峰值,其大多数节点只有很少的连接,很少节点有大量的连接。

基于度分布的分析,BBN 的度基本呈现近似指数分布。因此,BBN 中的换乘网络不明显属于随机网络和无标度网络,整体显示出小世界网络特点。

4.3 平均最短路径长度

图 6 给出了最短路径长度分布图,平均最短路径长度约为 2.726。这意味着,在 BBN 中,在任意公交站平均换乘 $2.726 - 1 = 1.726$ 次公交,就可以到达其他任意公交站。其中,41.6%的站点之间需要换乘 1 次,48.3%的站点之间需要换乘 2 次,这表明在北京在 90% 以上的站点乘坐公交车都需要换乘。

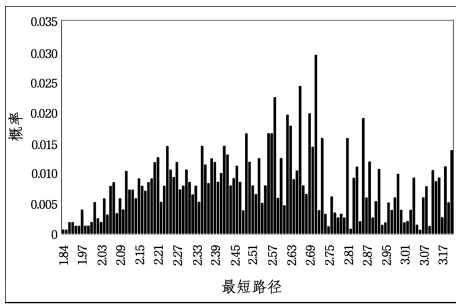


图6 BBN 的平均最短路径长度分布图

Fig. 6 Average shortest path length distribution of BBN

表 2 列出了换乘次数与可达性的对应关系。通过比较可知,北京的公交系统的整体可达性只为中等水平,需要进一步增加线路来为市民提供更加便捷的交通。

表 2 换乘次数与可达性的对应关系

Table 2 Correspondence between transfer times and accessibility

换乘次数	0~1	1~1.5	1.5~2	>2
可达性	优	良	中	差

4.4 集聚系数

图 7 给出了平均集聚系数的分布图,聚类系数为 1 表示该站点与周边站点之间均可连通。BBN 中,这样的站点数量达到了 3941 个,占总站点数的 40.98%。另外,整个网络的聚类系数的平均值为 0.729,相对较高。这说明邻居站点之间可直达的概率为 72%。

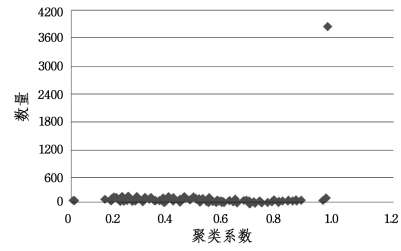


图7 集聚系数的分布图

Fig. 7 Clustering coefficient distribution

此外,当 k_i 较大时,Space-P 中的集聚系数与 k_i 呈线性衰减关系,衰减系数几乎保持不变; k_i 较小时,两者关系接近于 1。该结论大体符合理论关系,说明其公交系统条件较好。

4.5 紧密中心性

图 8 给出了 BBN 中站点的紧密中心性的分布,其中最大值为 0.531,最小值为 0.226,平均值为 0.394,且主要分布在 0.25~0.45 范围内。紧密中心性的平均值越高,说明其公交系统中一个站点到另一个站点的难度越小。

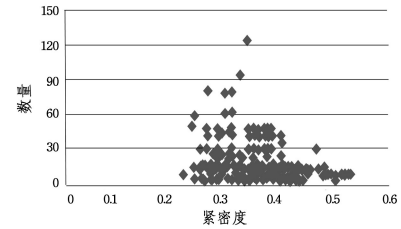


图8 BBN 中站点的紧密中心性分布

Fig. 8 Closeness centrality distribution of stations in BBN

表 3 列出了前 10 个紧密中心性最高的节点,图 9 给出了这 10 个节点的位置。可以看到,表 3 列出的公交站点大都是枢纽站类型,这说明最大的公交车流量集中在枢纽站。

表 3 紧密中心性最高的 10 个公交站

Table 3 Top ten bus stations with highest closeness centrality

序号	值	公交站名	序号	值	公交站名
A	0.531	东直门	F	0.511	德胜门
B	0.528	四惠枢纽	G	0.507	铁狮子坟
C	0.523	动物园	H	0.506	木樨园桥东
D	0.515	宋家桥	I	0.506	北京站东
E	0.513	西苑	J	0.505	阜成门内

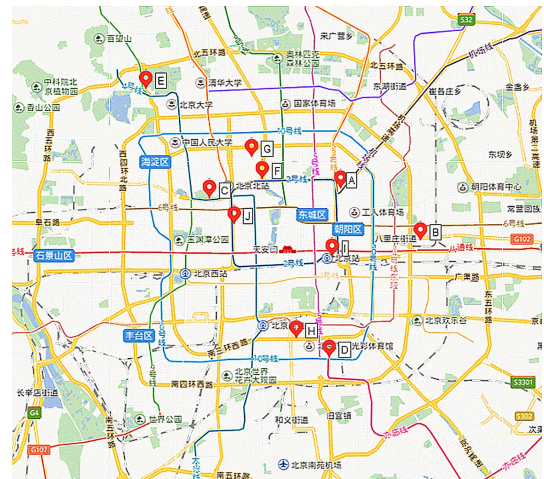


图9 具有最高紧密中心性的 10 个站点位置

Fig. 9 Location of top ten bus stations with highest closeness centrality

4.6 介数中心性

图 10 给出了 BBN 中站点的介数中心性的分布结果。介数中心性反映了站点的流量信息,其分析结果可以确定发生拥堵的可能性较大的公交站。另一方面,介数中心性可以反映某个站点瘫痪时对市民出行的影响[15]。从图 10 可以看出,介数中心性的最大值为 0.032,对应的站点为北京西站,这与实际情况相符合。另外,介数中心性的平均值仅为 0.001,说明整体拥堵情况较轻。

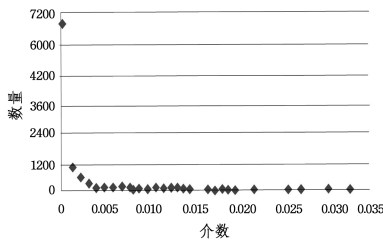


图 10 BBN 中站点的介数中心性分布

Fig. 10 Betweenness median centrality distribution of stations in BBN

由于整个北京公交换乘网络的介数中心性的最大值仅为 0.032,因此单个站点的瘫痪对市民换乘出行的影响并不大,这是因为北京公交线路多、覆盖率高。

表 4 列出了介数中心性最高的 10 个公交站,即发生拥堵的可能性较大的公交站,这对于 BBN 是相当重要的。图 11 给出了这 10 个公交站的地理位置,可以看出,这些公交站沿城市分散,位于市中心的站点较少。

表 4 介数中心性最高的 10 个公交站

Table 4 Top ten bus stations with highest betweenness centrality

序号	值	公交站名	序号	值	公交站名
A	0.032	望和桥东	F	0.019	公主坟南
B	0.029	圆明园东门	G	0.018	六里桥南
C	0.026	北京西站	H	0.017	静安庄
D	0.025	动物园	I	0.016	四惠
E	0.021	安贞桥西	J	0.015	木樨园桥东

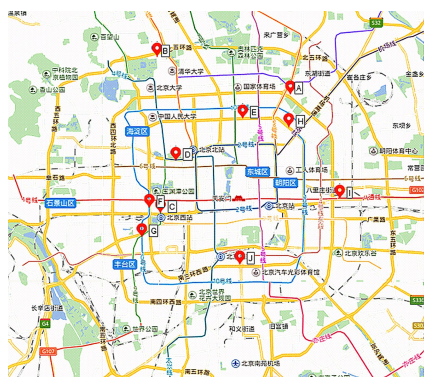


图 11 具有最高介数中心性的 10 个站点位置

Fig. 11 Location of top ten bus stations with highest betweenness centrality

4.7 分析总结

综上所述,本文将 2015 年 BBN 建模为 Space-P 复杂网络模型,以此对公交系统的换乘网络进行了统计分析。整体

上,BBN 具有小世界网络的特点,并围绕其枢纽构建了层次结构。

对各项性能指标进行分析,结果表明:1)BBN 中公交站点度的平均值为 95.7,说明具有较大的覆盖性;2)平均最短路径长度为 2.726,意味着市民出行需平均换乘 1.726 次公交,说明公交系统的整体可达性为中等水平,需要进一步增加当前不便换乘的站点的线路;3)聚类系数的平均值为 0.729,说明邻居站点之间可直达的概率相对较高;4)紧密中心性的平均值仅为 0.394,说明公交系统中各站点之间的通行难度不大;5)介数中心性的平均值仅为 0.001,最大值为 0.032,说明公交系统中个别站点的瘫痪对市民出行的影响很小,几乎都可以通过换乘到达目的地。但对于介数中心性较高的站点,公交规划者可以调整这些站点的线路,以便进一步提高公交系统对站点瘫痪的鲁棒性。

结束语 本文通过 Space-P 复杂网络模型对北京公交系统中的换乘网络进行了分析,统计了公交站点度分布、平均最短路径长度、聚类系数、紧密中心性和介数中心性等性能指标。整体而言,由于公交站点和公交线路分配合理,市民利用 BBN 出行较为方便;同时,紧密中心性和介数中心性的统计参数可以为公交规划者提供一些有用信息,以便进一步改善公交系统的运载能力。

在未来的工作中,在网络建模时将考虑其他变量(如公交线路容量和时间表)的影响,以进一步全面评估公交系统的性能。

参考文献

[1] LIANG Y, MA Q S, XU P. Sneak circuit partition analysis method based on graph theory [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014, 40(1): 115-119. (in Chinese)
梁因,马齐爽,徐萍.基于图论的潜通路分块分析方法[J].北京航空航天大学学报,2014,40(1):115-119.

[2] CHAO Y C, JI Z J, WANG Y W, et al. Necessary and sufficient conditions for the controllability of complex networks with path topology[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2015, 10(4): 577-582. (in Chinese)
晁永翠,纪志坚,王耀威,等.复杂网络在路形拓扑结构下可控的充要条件[J].智能系统学报,2015,10(4):577-582.

[3] OSTILLI M, FERREIRA A L, MENDES J F. Critical behavior and correlations on scale-free small-world networks: application to network design[J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2011, 83(1): 149-155.

[4] ZHANG Y, ZHANG Q, QIAO J. Analysis of Guangzhou metro network based on L-space and P-space using complex network [C]//International Conference on Geoinformatics. IEEE: Piscataway, NJ, 2014: 1-6.

[5] XU P P, SHAO C F. A RLP Modeling and Complexity Analysis on Urban Transit Network[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science & Engineering), 2016, 40(2): 321-325. (in Chinese)

- 徐佩佩,邵春福. 城市公共交通网络 RLP 建模及复杂性分析[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2016, 40(2): 321-325.
- [6] WANG T, CHEN J. Space P-Based Urban Public Transit Complex Network Characteristics of Different-Scale Cities[C]// Cota International Conference of Transportation Professionals. IEEE: Piscataway, NJ, 2016: 913-923.
- [7] WATTS D J, STROGATZ S H. collective dynamics of 'small world' networks[J]. Nature, 1998, 393(5): 440-442.
- [8] BARABASI A L, ALBERT R. Emergence of Scaling in Random Networks[J]. Science, 1999, 286(9): 509-512.
- [9] ZHANG H, ZHAO P, GAO J, et al. The Analysis of the Properties of Bus Network Topology in Beijing Basing on Complex Networks[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012, 10(1): 127-148.
- [10] ZHANG N, MAO G. A Multilevel Simplification Algorithm for Computing the Average Shortest-Path Length of Scale-Free Complex Network[J]. Journal of Applied Mathematics, 2014, 26(4): 1-6.
- [11] LIU H, ZHOU G G, FU P H. Local Evolving Model Research of Layered Supply Chains Complex Networks[J]. Computer Science, 2013, 40(2): 270-273. (in Chinese)
柳虹, 周根贵, 傅培华. 分层供应链复杂网络局部演化模型研究[J]. 计算机科学, 2013, 40(2): 270-273.
- [12] XU Q, ZU Z H, XU Z J, et al. Space P-Based Empirical Research on Public Transport Complex Networks in 330 Cities of China[J]. Journal of Transportation Systems Engineering & Information Technology, 2013, 13(1): 193-198.
- [13] WEHMUTH K, ZIVIANI A. Distributed assessment of the closeness centrality ranking in complex networks[C]// The Workshop on Simplifying Complex Networks for Practitioners. ACM: New York, NY, 2012: 43-48.
- [14] TIAN Y, LIU Z G. Detecting Most Influential Nodes in Complex Networks by KSN Algorithm [J]. Computer Science, 2015, 42(11A): 296-300. (in Chinese)
田艳, 刘祖根. 利用 KSN 算法发现网络中有影响力的结点[J]. 计算机科学, 2015, 42(11A): 296-300.
- [15] HU P, FAN W L. Invulnerability of urban transit network under different attack modes[J]. Application Research of Computers, 2014, 31(11): 3385-3391. (in Chinese)
胡萍, 范文礼. 不同攻击模式下城市公交网络抗毁性分析[J]. 计算机应用研究, 2014, 31(11): 3385-3391.
- [16] SUN D H, FU Q S, LI Y F. Forecasting of Public Traffic Passenger Volume Based on Quantum Neural Network[J]. Journal of Chongqing University of Technology(Natural Science), 2011, 25(2): 96-99, 111. (in Chinese)
孙棣华, 付青松, 李永福. 基于量子神经网络的公交客流量预测[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2011, 25(2): 96-99, 111.

(上接第 93 页)

- [3] MYUNG H G, GOODMAN D J. Single Carrier FDMA: a New Air Interface for Long Term Evaluation[M]. New York: A John Wiley and Sons, Ltd, Publication, 2008.
- [4] SCHAICH F, WILD T. Waveform contenders for 5G OFDM vs. FBMC vs. UFMC[C]// 2014 6th International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP). Athens: IEEE, 2014: 457-460.
- [5] RENFORS M, SIOHAN P, FARHANG-BOROJENY B, et al. Filter Banks for Next Generation Multicarrier Wireless Communications[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2010, 41(11): 1-2.
- [6] LUO S, YAN F. Research and Comparison of Methods for Reducing PAPR in OFDM Systems[J]. Shanxi Electronic Technology, 2010(1): 44-45. (in Chinese)
罗山, 严凡. OFDM 系统中降低 PAPR 的方法研究及比较[J]. 山西电子技术, 2010(1): 44-45.
- [7] 王光宇, 陈前斌, 邵凯, 等. 一种多载波时分复用调制/解调方法及系统: 中国, 201510147917. 9[P]. 2015-03-31.
- [8] RENFORS M, YLI-KAAKINEN J. Channel equalization in fast-convolution filter bank based receivers for professional mobile radio[C]// 2014 20th European Wireless Conference. Barcelona, 2014: 1-5.
- [9] RENFORS M, YLI-KAAKINEN J, HARRIS F J. Analysis and design of efficient and flexible fast-convolution based multirate filter banks[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(15): 3768-3783.
- [10] SHAO K, ALHAVA J, YLI-KAAKINEN J, et al. Fast-convolution implementation of filter bank multicarrier waveform processing[C]// 2015 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS). Lisbon, 2015: 978-981.
- [11] RENFORS M, HARRIS F. Highly adjustable multirate digital filters based on fast convolution[C]// 2011 20th European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD). Linköping, 2011: 9-12.
- [12] RENFORS M, YLI-KAAKINEN J. Timing offset compensation in fast-convolution filter bank based waveform processing[C]// 2013 10th International Symposium Wireless Communication Systems (ISWCS). Ilmenau, 2013: 1-5.
- [13] YLI-KAAKINEN J, RENFORS M. Fast-convolution filter bank approach for non-contiguous spectrum use[C]// 2013 Future Network and Mobile Summit. Lisboa, 2013: 1-10.
- [14] BALTAR L G, SCHAICH F, RENFORS M, et al. Computational complexity analysis of advanced physical layers based on multicarrier modulation[C]// 2011 Future Network & Mobile Summit (FutureNetwork). Warsaw: IEEE Press, 2011: 1-8.