

基于生理信号的二分类情感识别系统特征 选择模型和泛化性能分析

温万惠 刘光远 熊 颢
(西南大学电子信息工程学院 重庆 400715)

摘要 基于生理信号的二分类情感识别系统的特征选择问题其规模随着初始特征维数的增加呈指数增长,它是一个 NP 难问题。以系统的漏报率和虚报率为评价指标,建立性能良好的二分类情感识别系统的任务,是找到原始特征中使漏报率和虚报率最低的特征子集。将此过程抽取为一个组合优化模型,用禁忌搜索算法进行特征选择,用 Fisher 分类器进行分类。对 66 名大学生的 4 种离散情感(喜、怒、哀、惧)状态下采集的两种情感生理信号(皮肤电导和心率)进行特征选择和分类,发现禁忌搜索能较好地解决系统构建中的特征选择组合优化问题,并且由此构建的情感识别系统在单用户和多用户验证集上均获得了较好的泛化结果,表明构建于多用户数据集上的情感识别系统的泛化能力较强。系统在单用户数据上的验证结果也表明情感生理反应的个体差异对 4 种离散情感的识别具有不同程度的影响。

关键词 情感识别,特征选择,特征分类,禁忌搜索

中图分类号 TP391.41 文献标识码 A

Feature Selection Model and Generalization Performance of Two-class Emotion Recognition Systems Based on Physiological Signals

WEN Wan-hui LIU Guang-yuan XIONG Xie

(School of Electronic and Information Engineering, Southwest University, Chongqing 400715, China)

Abstract The feature selection process in an emotion recognition system is an NP hard problem, i. e. the scale of the problem increases exponentially with the increasing number of initial features. The goal of establishing good two-class emotion recognition systems was to find a subset of the initial features which minimized the missing rate and the false rate of the system. Such a task was regarded as a combinatorial optimization problem and solved by Tabu search algorithm and the Fisher classifier. Two kinds of physiological signals (the Galvanic Skin Response and the Heart Rate) recorded under four discrete emotion states (joy, anger, grief and fear) of 66 college students were used during the establishment of the systems. It was found that the problem of feature selection could be properly solved by Tabu search, and the user-independent emotion recognition systems had good generalization performance. Furthermore, the individual difference of affective physiological responses had different influence on the recognition of joy, anger, grief and fear.

Keywords Emotion recognition, Feature selection, Feature classification, Tabu search

1 引言

计算机识别人类情感的能力能够改善人机交互环境^[1,2]。基于面部表情、语音、姿势和生理信号的情感识别在近年得到广泛研究^[3]。Picard^[4]认为,基于生理信号的情感识别不易受主观掩饰的影响,且更接近于情感的内在心理感受。研究者们采集皮肤电导(GSR)、心率(HR)、心电(ECG)、肌电(EMG)、呼吸、皮肤温度、脉搏(BVP)等生理信号,提取其中的信号特征并进行分类,建立了具有较好识别性能的情感识别系统^[5-10]。然而,在特征选择方法和系统的泛化性能方面还值得继续深入研究。在生理信号中提取代表情感生理反应的初始特征具有较强的经验性,初始特征中往往混杂了对分类识别不利的噪声,需要剔除这些噪声,以便提高系统的

识别性能,即进行特征选择。此外,尽管许多研究中提到了个体差异对情感识别的不利影响,但个体差异如何影响系统的泛化性能,却有待进一步研究。

本文将二分类情感识别系统构建中的特征选择问题抽取为一个组合优化模型,并且使用智能优化算法(禁忌搜索算法)进行特征选择,使用 Fisher 分类器进行分类。采集 66 名大学生在观看具有喜、怒、哀、惧情感唤起效果的各电影片段期间的皮肤电导信号和心率信号,构建了具有 320 个模式的情感生理信号数据集,其中 260 个模式来自多用户单次记录数据,60 个模式来自单用户多次记录数据。选用多用户数据中的 200 个模式构建用户非依赖二分类情感识别系统,再分别用其余 60 个多用户模式和 60 个单用户模式分别验证系统的泛化能力,以建立对喜、怒、哀、惧 4 种情感具有良好识别性

到稿日期:2010-06-03 返修日期:2010-09-20 本文受国家自然科学基金(60873143)资助。

温万惠(1981—),女,博士生,讲师,主要研究领域为计算智能与情感计算;刘光远(1961—),男,博士,教授,主要研究领域为计算智能与情感计算;熊颢(1986—),男,硕士生,主要研究领域为智能信息处理与情感计算。

能的用户非依赖二分类情感识别系统,并比较个体差异在4种情感的识别中产生的影响。

2 数据集的构建

以电影剪辑为情感诱发素材,在大量的电影和电视剧中筛选了目标情感分别为喜、怒、哀、惧的4个片段,这些片段均具有中国大学生所熟悉的历史文化背景。此外,根据需要合成了5个风景图片加轻音乐的片段,这些片段分别安排在各个情感片段开始前和结束后,以便使被试者在风景和轻音乐片段期间平静下来,各情感片段期间不受其他情感片段的干扰。在素材应用于被试者之前,18名研究组成员对素材进行了前期评价,认为以上所选情感片段能有效唤起单一性质的情感,并且片段之间的风景和轻音乐间隔片段的性质和长度大多数情况下足以令被试者从前一个情感状态平静下来,又不致于因为等待时间过长而产生不需要的负面情感。

招募大学低年级普通学生参加情感生理数据采集,每看完一个情感唤起电影片段,被试者需要填写问卷以便报告其感受到的情感类别以及情感强度。情感生理信号采集中所用的问卷设计基本规则是:尽可能简洁,使被试者不会因为阅读问卷而产生过多的信息加工,尽量保持观看情感片段时的状态。因此,以“高兴、悲伤、愤怒、恐惧和平静”为情感选项,将情感强度量化为“很强、较强、一般、较弱、很弱”5个等级。若被试者对情感选项多选或选择“平静”,则该情感片段未有效激发离散情感,作为无效数据剔除。

使用 BIOPAC MP150 进行皮肤电导和心率信号采集。由于这两种生理信号的频率成分集中在超低频区域,因此设置数据采集采样频率为 20Hz,硬件设备上预设了 35Hz 低通滤波和 50Hz 电源干扰滤波。共对 66 名被试者进行了数据采集,根据被试者的问卷报告,选用每种情感状态强度高于或等于“一般”的数据样本组成有效数据集。数据集中的 260 个样本来自 65 个被试者的 4 种情感状态下的数据(每种情感状态均为 65 个数据样本),数据集的另 60 个样本来自对一个被试者进行间隔时间较长的 15 次测试的数据(每种情感状态均为 15 个数据样本)。随机选取 65 名被试者每种情感状态的 20 个样本组成训练集,用于 Fisher 分类器的训练;随机选取 65 名被试者每种情感状态剩余样本中的 30 个样本组成特征选择数据集,用于特征选择过程的特征评价;65 名被试者每种情感状态剩余的 15 个样本共同组成多用户验证数据集,单用户 15 次测试的所有数据组成单用户验证数据集。在训练集和特征选择数据集上构建二分类情感识别系统,然后分别用多用户验证数据集和单用户验证数据集对识别系统的泛化性能进行验证。

3 特征提取、选择和分类

由于没有情感生理反应的先验知识,因此在时间域选用皮肤电导和心率信号的常用统计量,比如均值、中值、方差、最大值和最小值作为信号特征。此外,为了获得两路信号的缓变信息,对信号进行了一阶多项式拟合,拟合结果的斜率也选作一个特征。在频率域选用离散傅立叶变换(DFT)低频区的采样点作为特征。总共在皮肤电导和心率两路信号中提取了 46 个初始特征。

在信号记录过程中,发现不同人的生理信号基线不同,即

个体差异包含了信号基线的个体差异和情感生理反应的个体差异。为了使不同人的情感生理数据具有可比性,应去除信号基线的个体差异。因此,每个被试者的每种情感特征都用该被试者在平静状态下对应特征的取值进行了归一化。

经过特征提取后,每个被试者的每种情感生理样本不再是两组生理信号离散序列(皮肤电导序列和心率序列),而是由皮肤电导与心率的信号特征共同描述的一个 N 维向量($N=46$),向量的每个分量即为一个信号特征。将数据样本表达为信号特征组成的向量,精炼了数据表达形式。但由于没有情感生理信息的先验知识,原始特征中有些特征可能对某些情感而言并没有好的区分能力,因此需要进行特征选择。

将数据集定义为:

$$S_a = \{\vec{s}_1, \vec{s}_2, \dots, \vec{s}_M\} \quad (1)$$

式中, M 是数据集中的样本总数。且

$$\vec{s}_i = [s_{ij}]_{1 \times N}, i=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, N \quad (2)$$

式中, N 是特征空间的维数, s_{ij} 是第 i 个样本的第 j 个特征取值。

对于 4 种情感的二分类情感识别系统,可将分类识别后的样本放入以下两个集合之一:

$$A_l = \{\dots, \vec{s}_m, \dots\}, l = \text{joy, grief, anger or fear} \quad (3)$$

$$A_l = \{\dots, \vec{s}_k, \dots\}, 1 \leq m, k \leq M, m \neq k \quad (4)$$

式中, \vec{s}_m 表示被识别为情感 l 的样本, \vec{s}_k 表示被识别为 \bar{l} (干扰情感)的样本。比如,假定系统目标为识别高兴情感状态,则 $l = \text{joy}, \bar{l} = \text{grief, anger and fear}$ 。如果某个样本 \vec{s}_i 被识别为高兴,则将其放入 A_{joy} ,否则将其放入 $A_{\bar{\text{joy}}}$ 。样本集中的所有样本都分类之后,即可计算分类的识别率。对于二分类问题,识别率通常有 4 种计算方式:击中率(True Positive Rate, TPR)、漏报率(False Negative Rate, FNR)、正确拒绝率(True Negative Rate, TNR)和虚报率(False Positive Rate, FPR),它们的定义分别为:

$$\text{TPR} = (\text{正确识别的目标样本数} / \text{目标总样本数}) \times 100\% \quad (5)$$

$$\text{FNR} = (\text{识别为非目标的目标样本数} / \text{目标总样本数}) \times 100\% \quad (6)$$

$$\text{TNR} = (\text{正确识别的非目标样本数} / \text{非目标总样本数}) \times 100\% \quad (7)$$

$$\text{FPR} = (\text{识别为目标的非目标样本数} / \text{非目标总样本数}) \times 100\% \quad (8)$$

显然,以上 4 种识别率有以下关系:

$$\text{TPR} = 1 - \text{FNR} \quad (9)$$

$$\text{TNR} = 1 - \text{FPR} \quad (10)$$

一个二分类情感识别系统的识别能力可以用以上的 TPR 和 FPR 两个指标来衡量,即为 ROC(Receiver Operating Characteristic)平面。以 FPR 为横坐标,TPR 为纵坐标,对角线 $\text{FPR} = \text{TPR}$ 将二维平面分为好系统区域和差系统区域。 $\text{FPR} = \text{TPR}$ 意味着每一点提高击中率的努力都被相应增加的虚报率抵消掉,处于直线 $\text{FPR} = \text{TPR}$ 上的系统是无用的。 $\text{TPR} > \text{FPR}$ 的区域对应了好系统区域,且系统距离 $\text{FPR} = \text{TPR}$ 越远越好; $\text{TPR} < \text{FPR}$ 的区域为差系统区域,且系统距离 $\text{FPR} = \text{TPR}$ 越远越差。即提高二分类情感识别系统的识别能力可以从两个角度来看:增大 $\text{TPR} + (1 - \text{FPR})$,或减小 $\text{FPR} + (1 - \text{TPR})$ 。

定义 N 维向量 \vec{x} 为:

$$\vec{x} = [x_j]_{1 \times N}, \quad x_j \in \{0, 1\} \quad (11)$$

式中, $x_j = 0$ 表示第 j 个特征未选中, $x_j = 1$ 表示第 j 个特征选中。如果将 \vec{x} 看作特征选择算法的一个解, 则总共有 $2^N - 1$ 个可行解, 每一个可行解都决定原始特征的一个子集。由于可行解数量是随着初始特征维数 N 指数增长的, 因此特征选择是一个 NP 难问题。令 X 为特征解空间, 使得 $\forall \vec{x} \in X$, 则每一个 \vec{x} 都会对应一组 TPR/FPR, 因此寻找特征空间中的最优解, 可以使某个系统与最优系统的距离为目标函数:

$$f = \sqrt{\text{FPR}^2 + (1 - \text{TPR})^2} \quad (12)$$

则特征选择问题可以抽取为以下的组合优化模型: 在特征空间 X 中找出解 \vec{x}^* , 使得:

$$\forall \vec{x} \in X, f(\vec{x}^*) = \min f(\vec{x}) \quad (13)$$

对于式(13)中的最小化问题, 穷尽搜索总能找到解空间的最好解, 但计算代价很高。尤其是初始特征维数较大时计算代价难以忍受。而解空间的贪婪搜索在找出次优解的同时, 能显著降低计算代价, 因此通常采用解空间的贪婪搜索寻找解决问题的次优解^[11], 禁忌搜索算法即为其中之一。禁忌搜索^[12]的基本思想是: 对于解空间中的每个解, 构造其邻域, 按照一定的移动准则从当前解移动到邻域中最好的解。搜索过程的智能性体现在对搜索历史的记忆(即禁忌表), 对未知解空间的搜索由搜索历史加以引导, 以有效避免搜索过程陷入局部最优。

本文中使用的禁忌搜索算法构造如下:

(1) 随机设置初始当前解, 并赋给当前最优解;

(2) 将当前解放入禁忌表, 在禁忌步长内不允许再次到达这个解;

(3) 以汉明距离 1 构建当前解的邻域, 如果邻域中包含被禁忌的解, 将其剔除出邻域;

(4) 以目标函数取值衡量每个邻域解的质量, 选取邻域中最好的解更新当前解;

(5) 若当前解的质量好于当前最优解, 更新当前最优解;

(6) 算法终止条件满足, 则停止搜索, 否则返回第(2)步。

使用 Fisher 分类器^[33]进行分类。对于 4 种情感各自的二分类特征选择过程, 禁忌搜索的搜索过程如图 1 所示。可见解的质量在最初的 20 步迭代内得到明显改善。当搜索接近全局最优时, 需要更多的迭代以获得解的改进。尽管算法终止条件为预设最大迭代步数, 但最终算法找到的当前最优解明显好于初始解, 至少为次优解。将无特征选择(即使用全部 46 个初始特征)和禁忌搜索特征选择找到的次优特征组合的质量进行比较, 表 1 中给出了各特征组合包含的特征维数和两种正确识别率(TPR, TNR)。从中可见, 基于禁忌搜索的特征选择有效地去除了无用特征, 使特征子集的分类效果得到明显改善。

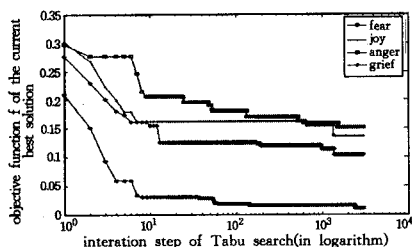


图 1 禁忌搜索解的质量改进过程

表 1 4 种情感的特征选择过程识别率

情感	46 个初始特征组合		禁忌搜索找到的次优特征组合		
	TPR	TNR	特征维数	TPR	TNR
Joy	70%	46.67%	32	86.67%	65.56%
Grief	40%	71.11%	25	76.67%	75.56%
Anger	86.67%	35.56%	24	80%	66.67%
Fear	73.33%	66.67%	25	96.67%	90%

分别用单用户验证集和多用户验证集对表 1 中的各特征子集以及已训练好的 Fisher 分类器进行验证, 最后的验证结果分别示于图 2(a) 和 (b) 的 ROC 平面中。可见在两个验证集上系统的识别效果均好于随机分类识别率 (TPR=FPR), 且恐惧情感的验证识别效果接近于最佳系统。对单用户和多用户情况进行比较, 可见高兴状态下, 系统在单用户数据识别性能上远低于多用户数据识别效果, 从中体现了单用户验证数据与系统构建中使用的多用户数据明显的情感生理反应个体差异。而对于其他 3 种情感, 单用户验证集的识别效果均好于多用户验证集。由此可知, 建立在多用户数据之上的情感识别系统的确具有较好的用户非依赖性。然而, 当这种用户非依赖系统应用于某个特定用户时, 可能需要根据识别效果进行系统参数的调节, 以尽可能避免情感生理反应个体差异降低系统识别能力。

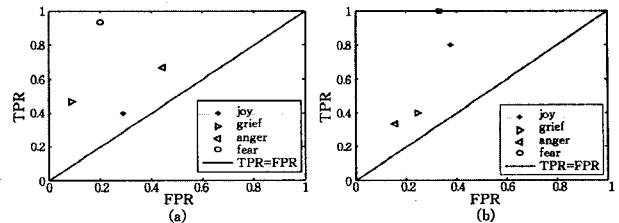


图 2 单用户和多用户验证 ROC 平面

结束语 以禁忌搜索算法进行特征选择, 以 Fisher 分类器进行分类, 建立了喜、怒、哀、惧 4 种离散情感的二分类情感识别系统。基于禁忌搜索的特征选择有效地剔除了无用特征, 并提高了系统识别性能。系统对恐惧情感状态具有良好的泛化识别能力, 在高兴状态的识别上体现了较明显的情感生理反应个体差异, 对悲伤和愤怒的识别好于随机分类, 但在这两种情感的识别性能上还有较大的改进空间。

参考文献

- [1] Agrawal P, Liu C, Sarkar N. Interaction between human and robot: An affect-inspired approach[J]. Interaction Studies, 2008, 9(2): 230-257
- [2] Kulic D, Croft E A. Affective state estimation for human-robot interaction[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2007, 23(5): 991-1000
- [3] Zeng Z H, Pantic M, Roisman G I, et al. A survey of affect recognition methods: Audio, Visual, and Spontaneous Expressions [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(1): 39-58
- [4] Picard R W, Vyzas E, Healey J. Toward machine emotional intelligence: Analysis of affective physiological state [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2001, 23(10): 1175-1191
- [5] Kim J, Andre E. Emotion recognition based on physiological changes in music listening [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(12): 2067-2083
- [6] Haag A, Goronzy S, Schaich P, et al. Emotion recognition using

- bio-sensors: First steps towards an automatic system[C]//Proceedings of the Kloster Irsee Tutorial and Research Workshop on Affective Dialogue Systems, Springer-Verlag, 2004; 36-48
- [7] Kim K H, Bang S W, Kim S R. Emotion recognition system using short-term monitoring of physiological signals[J]. Medical and Biological Engineering and Computing, 2004, 42(3): 419-427
- [8] Wagner J, Kim J, André E. From physiological signals to emotions; Implementing and comparing selected methods for feature extraction and classification[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia & Expo, 2005; 940-943
- [9] Kapoor A, Bursleson W, Picard R W. Automatic prediction of frustration[J]. International Journal of Human-Computer Studies, 2007, 65(8): 724-736

- [10] Nasoz F, Lisetti C L, Alvarez K, et al. Emotion recognition from physiological signals for presence technologies[J]. International Journal of Cognition, Technology and Work, 2003, 6(1): 4-14
- [11] Cheng D F, Liu G Y, Qiu Y H. Applications of particle swarm optimization and K-nearest neighbors to emotion recognition from physiological signals[C]//Proceedings of Computational Intelligence and Security(CIS'08). 2008, 2: 52-56
- [12] Glover F, Laguna M. Tabu Search [M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997
- [13] Wen W H, Qiu Y H, Liu G Y. Electrocardiography Recording, Feature Extraction and Classification for Emotion Recognition [C]//Proceedings of the 2009 World Congress on Computer Science and Information Engineering, 2009; 168-172

(上接第 180 页)

中的公式。如果 $\vdash \varphi$, 则 φ 是 L-逻辑有效的, 即 $\|\varphi\|_{\mathcal{M}} = 1_L$ 。

类似的有下列强可靠性。

定义 8 设 L 是全序 ΠG^- -代数, T 是理论, M 是安全的 L-解释。如果 T 中的每个公式在 M 中都是真的, 也就是对每一 $\varphi \in T$, $\|\varphi\|_{\mathcal{M}} = 1$, 则称 M 是 T 的 L-模型。

定理 3 设 L 是全序 ΠG^- -代数, T 是理论, 设 φ 是 J 中的公式。如果 $T \vdash \varphi$, 则对于 T 的任何 L-模型 M , φ 在 L 中真, 即 $\|\varphi\|_{\mathcal{M}} = 1_L$ 。

证明: 由可靠性定理知, 在 T 的任何 L-模型 M 中, 公理都是真的, 而且 T 中的公式也是真的。又 MP 规则、必然推理规则和概括规则都保真, 因此结论成立。

定理 4(演绎定理) 设 T 是理论, φ, ψ 是闭公式, 则 $(TU\{\varphi\}) \vdash \psi$ 当且仅当 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \psi$ 。

证明(充分性): 设 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \psi$, 因为 $\varphi, (\varphi \in (TU\{\varphi\}))$, 所以 $\Delta\varphi$ (必然推理规则), 从而有 ψ (MP 规则), 得证。下面证明必要性。

对从 $TU\{\varphi\}$ 到 ψ 的长度 m 作归纳证明。

当 $m=1$ 时, $\psi \in TU\{\varphi\} \cup Axm(\forall UL_{h \in [0.75, 1]})$, 若 $\psi = \varphi$, 结论成立。若 $\psi \in T$ 或 ψ 为公理, 由引理 2(2) 有 $\psi \rightarrow (\Delta\varphi \rightarrow \psi)$, 则由 $\psi, \psi \rightarrow (\Delta\varphi \rightarrow \psi)$ 和 MP 规则可得 $\Delta\varphi \rightarrow \psi$, 即 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \psi$ 。

假设 $m \leq k$ 时结论成立, 即 m 步得到 γ , 则有 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \gamma$ 。现今 $m = k+1$ 。

如果 $\psi \in TU\{\varphi\} \cup Axm(\forall UL_{h \in [0.75, 1]})$, 仍可取 $n=1$ 使结论成立。

如果 ψ 是该证明序列中的前两项 $\gamma, \gamma \rightarrow \psi$ 通过 MP 规则得到, 则由归纳假设, 使得 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \gamma, T \vdash \Delta\varphi \rightarrow (\gamma \rightarrow \psi)$, 则由引理 3 可得 $T \vdash (\Delta\varphi \& \Delta\varphi) \rightarrow (\gamma \& (\gamma \rightarrow \psi))$ 。又因为 $T \vdash (\Delta\varphi) \& (\Delta\varphi) \equiv \Delta\varphi$, 所以 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow (\gamma \& (\gamma \rightarrow \psi))$, 又由引理 2(4) $(\gamma \& (\gamma \rightarrow \psi)) \rightarrow \psi$, 所以由三段论有 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \psi$ 。结论成立。

如果 ψ 是该序列中前一项 γ 通过必然推理规则得到, 即 $\Delta\gamma = \psi$, 则由归纳假 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \gamma$, 由必然推理规则, $T \vdash \Delta(\Delta\varphi \rightarrow \gamma)$, 再由(U15)可得 $T \vdash \Delta\Delta\varphi \rightarrow \Delta\gamma$, 又由公理(U14), $\Delta\varphi \rightarrow \Delta\Delta\varphi$, 所以由三段论可得 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \Delta\gamma$, 即 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \psi$ 。结论成立。

如果 ψ 是该序列中前一项 γ 通过概括规则得到, 即 $(\forall x)\gamma = \psi$, 则由归纳假 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \gamma$, 于是由概括规则, $T \vdash (\forall x)(\Delta\varphi \rightarrow \gamma)$ 。但 $\Delta\varphi, \gamma$ 是闭公式, 由公理(U18)可知, $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow (\forall x)\gamma$, 即 $T \vdash \Delta\varphi \rightarrow \psi$ 。结论成立。

这就完成了归纳证明。

结束语 泛逻辑学是在解决不确定推理问题中提出的逻辑系统, 具有很强的应用背景。本文建立了谓词形式系统 $\forall UL_{h \in [0.75, 1]}$, 从理论上保证了其得出定理都为重言式, 为推理的有效性提供了保证。关于逻辑系统 $\forall UL_{h \in [0.75, 1]}$ 的完备性, 我们将在另文中讨论。

参考文献

- [1] Hajek P. Metamathematics of Fuzzy Logic[M]. Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 1998
- [2] Esteva F, Godo L. Monoidal t-normbased logic; towards a logic for left-continuous t-norms[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001, 124(3): 271-288
- [3] Cignoli R, Esteva F, Godo L, et al. Basic fuzzy logic is the logic of continuous t-norms and their residua[J]. Soft Computing, 2000, 4(1): 106-112
- [4] Hohle U. Commutative, residuated l-monoids[M]// Hohle U, Klement E P, eds. Non-Classical Logics and Their Applications to Fuzzy Subsets. Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 1995; 53-106
- [5] Esteva F, Godo L, Hajek P, et al. Residuated fuzzy logics with an involutive negation[J]. Archive for Mathematical Logic, 2000, 39(1): 103-124
- [6] Klement E P, Mesiar R, Pap E. Triangular Norms[M]. Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 2000
- [7] Wang San-min, Wang Bao-shu, Pei Dao-wu. A fuzzy logic for an ordinal sum t-norm[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 149(3): 297-307
- [8] Pei Dao-wu, Wang Guo-jun. The completeness and applications of the formal system $L * [J]$. Science in China(Series F), 2002, 45(1): 40-50
- [9] 王国俊. 非经典逻辑与近似推理[M]. 北京: 科学出版社, 2000
- [10] Wang Guo-jun. On the Logic Foundation of Fuzzy Reasoning [J]. Information Sciences, 1999, 117(1): 47-88
- [11] 裴道武. 一阶形式系统 $K * [J]$ 及其完备性[J]. 数学年刊, 2002, 23A(6): 675-684
- [12] 何华灿, 王华, 等. 泛逻辑学原理[M]. 北京: 科学出版社, 2001
- [13] He Hua-can, Liu Yong-huai, He Da-qing. Generalized Logic in Experience Thinking[J]. Sciences in China(Series E), 1996, 39(2): 225-234
- [14] He Hua-can, Ai Li-rong, Wang Hua. Uncertainties and the flexible logics[C]//Proceedings of the Second International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Xi'an, China, 2003; 72-78
- [15] Ma Ying-cang. A Propositional Formal Deductive System $UL_{h \in [0.75, 1]}$ Of Universal Logic [C]//2006 IEEE International Conference on Computational Intelligence and Security IEEE Press. Guangzhou, China, November 2006; 109-112