

P-集合与 F-记忆信息特性-应用

汪 洋¹ 史金昌¹ 史开泉^{1,2}

(黄淮学院计算机科学系 驻马店 463000)¹ (山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)²

摘 要 P-集合(packet sets)是由内 P-集合 X^F (internal packet set X^F) 与外 P-集合 X^F (outer packet set X^F) 构成的集合对;或者, (X^F, X^F) 是 P-集合。P-集合具有动态特性。P-集合的动态特性来自对集合 X 的属性集合 α 给予部分属性补充和部分属性删除。利用 P-集合的结构与动态特性,给出了 F-记忆信息生成概念、F-记忆信息的度量与 F-记忆信息的 F-记忆圆概念,提出了 F-记忆信息存在性定理、F-记忆信息恢复定理与 F-记忆信息特性定理。利用这些结果,给出了 F-记忆信息的应用。指出 P-集合是研究动态信息系统的一个新的数学模型与数学方法。

关键词 P-集合, F-记忆信息, 记忆度量, 记忆特征性定理, 辨识准则, 应用

中图法分类号 O144, TP181 **文献标识码** A

P-sets and F-memory Information Characteristic-application

WANG Yang¹ SHI Jin-chang¹ SHI Kai-quan^{1,2}

(Department of Computer Science, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China)¹

(School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, China)²

Abstract P-sets(packet sets)are combined with internal P-set X^F (internal packet set X^F) and outer P-set X^F (outer packet set X^F); or (X^F, X^F) is P-sets. P-sets possess dynamic characteristic. Dynamic characteristic of P-sets is deleting some attributes and adding some attribute with the attributes set α of cantor set X . By using the structure and dynamic characteristic of P-sets, the concept of F-memory information generation, F-memory information measurement, F-memory circle were given, the F-memory information exist theorem, the F-memory information recovery theorem and the F-memory information characteristic theorem were proposed. By using the results, the application of F-memory information was given. P-sets is a new mathematical model and mathematical method.

Keywords P-sets, F-memory information, Memory measurement, Memory characteristic theorem, Identification criterion, Application

1 引言

给定 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 是信息系统 W 中的一个信息集合, $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7\}$ 是 X 的属性集合(特征集合)。如果在 α 内给予部分属性删除, α 分别变成 $\alpha_1^F = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6\}$, $\alpha_2^F = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$, $\alpha_3^F = \{\alpha_1, \alpha_2\}$, $\alpha_4^F \subseteq \alpha_2^F \subseteq \alpha_1^F \subseteq \alpha$, 则 X 分别变成 $X_1^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, $X_2^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$, $X_3^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\}$, $X_1^F \subseteq X_2^F \subseteq X_3^F$ 。这是一个有趣而且司空见惯的现象, 这个现象在风险投资和利润分析中更是常见。我们把生物的记忆特征引入到这个现象中, 再认识这个现象。因为 α 变成 $\alpha_1^F, \alpha_2^F, \alpha_3^F, \alpha_4^F \subseteq \alpha_2^F \subseteq \alpha_1^F$; $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ 变成 $X_1^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, $X_2^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$, $X_3^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9\}$; $X \subseteq X_1^F \subseteq X_2^F \subseteq X_3^F$, 显然, X_1^F 是记忆了 X 的属性集 α 中的 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ 而得到的, X_2^F 是记忆了 X 的属性集 α 中的 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 而得到的(或者 X_2^F 是记忆了 X_1^F 的属性集 α_1^F 中的 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 而得到的), X_3^F 是记忆了 X 的

属性集 α 中的 α_1, α_2 得到的(或者 X_3^F 是记忆了 X_2^F 的属性集 α_2^F 中的 α_1, α_2 得到的), 这个现象就是 P-集合的外 P-集合具有的特征。

本文把 P-集合^[1,2]的特征与生物的记忆特征共同引入到这个现象中, 讨论这个现象, 得到了一些有趣而且重要的结果。本文给出了 F-记忆信息、F-记忆信息的记忆度量概念, 利用这些概念提出了 F-记忆信息记忆特征定理, 给出了 F-记忆信息的辨识方法与 F-记忆信息在经济领域中的应用。

为了便于讨论, 又能使读者容易接受本文给出的结果, 把 P-集合的结构与特征引入到本文的第 2 节中, 作为本文讨论的概念与理论准备。关于 P-集合的更多特性与应用, 见文献 [1-18]。

2 P-集合的结构与特征

2008 年, 文献 [1, 2] 给出: 给定有限普通集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\} \subset U$, $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subset V$ 是 X 的属性集合, 称 X^F 是 X 生成的内 P-集合 (internal packet set), 简称 X^F 是内

到稿日期: 2010-06-14 返修日期: 2010-09-25 本文受河南省科技发展计划(102102210425), 河南省前沿与基础研究(092300410217)资助。
汪 洋(1969-), 女, 硕士, 副教授, 主要研究方向为数据挖掘、信息系统与应用, E-mail: wyang3315@126.com; 史金昌(1977-), 男, 讲师, 主要研究方向为信息系统与应用; 史开泉(1945-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为粗系统理论与应用。

P-集合,而且

$$X^F = X - X^- \quad (1)$$

X^- 称作 X 的 \bar{F} -元素删除集合,而且

$$X^- = \{x | x \in X, \bar{f}(x) = u \in X, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (2)$$

如果 X^F 的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} \quad (3)$$

式中, $\beta \in V, \beta \in \alpha; f \in F$ 把 β 变成 $f(\beta) = \alpha' \in \alpha; X^F \neq \phi$.

给定有限普通集合 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\} \subset U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subset V$ 是 X 的属性集合,称 X^F 是 X 生成的外 P-集合(outer packet set),简称 X^F 是外 P-集合,而且

$$X^F = X \cup X^+ \quad (4)$$

X^+ 称作 X 的 F -元素补充集合,而且

$$X^+ = \{u | u \in U, u \in X, f(u) = x' \in X, f \in F\} \quad (5)$$

如果 X^F 的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F = \alpha - \{\beta | \bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (6)$$

式中, $\alpha_i \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 α_i 变成 $\bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha; \alpha^F \neq \phi$.

由内 P-集合 X^F 与外 P-集合 X^F 构成的集合对,称作普通集合 X 生成的 P-集合(packet sets, $P = \text{packet}$),简称 P-集合,如果

$$(X^F, X^F) \quad (7)$$

普通集合 X 称作 (X^F, X^F) 的基集合(基础集合, ground set). 因为 P-集合具有动态特性, P-集合的一般表示形式是

$$\{(X_i^F, X_j^F) | i \in I, j \in J\} \quad (8)$$

式中, I, J 是指标集(index set). 式(8)是 P-集合的集合对族的表示形式.

为了表示简单,又不失一般性,式(7)中只使用一个集合对 (X^F, X^F) 来表示 P-集合的结构.

利用式(1)一式(8)得到如下定理.

定理 1(P-集合与有限普通集合第一关系定理) 给定 P-集合 (X^F, X^F) 与有限普通集合 X , 若 $\bar{F} = F = \phi$, 则

$$(X^F, X^F)_{\bar{F}=F=\phi} = X \quad (9)$$

事实上,若 $\bar{F} = F = \phi$, 则式(3) $\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} = \alpha$, 这里 $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} = \phi$; 式(2) $X^- = \{x | x \in X, \bar{f}(x) = u \in X, \bar{f} \in \bar{F}\} = \phi$, 式(1)成为 $X^F = X - X^- = X$, 则式(6) $\alpha^F = \alpha - \{\beta | \bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} = \alpha$, 这里 $\{\beta | \bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} = \phi$; 式(5) $X^+ = \{u | u \in U, u \in X, f(u) = x' \in X, f \in F\} = \phi$, 式(4)成为 $X^F = X \cup X^+ = X$; 或者,若 $\bar{F} = F = \phi$, 则 $X^F = X$ 而且 $X^F = X$, 得到式(9).

式(9)指出,在 $\bar{F} = F = \phi$ 的条件下, P-集合被还原成为有限普通集合 X ; P-集合 (X^F, X^F) 回到了有限普通集合 X 的“原点”; 换一个说法,若 P-集合 (X^F, X^F) 就是有限普通集合 X , 则 $\bar{F} = F = \phi$.

定理 2(P-集合与有限普通集合第二关系定理) 若 $\bar{F} = F = \phi$, 则

$$\{(X_i^F, X_j^F) | i \in I, j \in J\}_{\bar{F}=F=\phi} = X \quad (10)$$

式(10)指出,在 $\bar{F} = F = \phi$ 的条件下,每一个 X_i^F 与 X_j^F 都被还原成有限普通集合 X ; 或者, (X_i^F, X_j^F) 回到有限普通集合 X 的“原点”, $i \in I, j \in J$.

对式(1)一式(7)给出如下说明,这些说明对于认识 P-集合,接受 P-集合的概念,提供了方便.

1) 式(3) $\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\}$ 与计算机内存存储器 $T = T + 1$ 的结构相似. 在计算机科学中, $T = T + 1$ 是一

个简单、普通的概念,人们对 $T = T + 1$ 并不陌生. $T = T + 1$ 具有动态特性. 式(3)具有动态特性,即把 β_1 变成 $f(\beta_1) = \alpha_1'$; α_1' 进入 α 内得到 α_1^F , 或者 $\alpha_1^F = \alpha \cup \{f(\beta_1)\} = \alpha \cup \{\alpha_1'\} = \{\alpha, \alpha_1'\}$; 令 $\alpha = \alpha_1^F$, 把 β_2, β_3 变成 $f(\beta_2) = \alpha_2', f(\beta_3) = \alpha_3'$; α_2', α_3' 进入 α_1^F 内得到 α_2^F , 或者 $\alpha_2^F = \alpha \cup \{\alpha_2', \alpha_3'\} = \alpha_1^F \cup \{\alpha_2', \alpha_3'\} = \{\alpha, \alpha_1'\} \cup \{\alpha_2', \alpha_3'\} = \{\alpha, \alpha_1', \alpha_2', \alpha_3'\}$; 令 $\alpha = \alpha_2^F$, 把 β_4 变成 $f(\beta_4) = \alpha_4'$; α_4' 进入 α_2^F 内得到 α_3^F , 或者 $\alpha_3^F = \alpha \cup \{\alpha_4'\} = \alpha_2^F \cup \{\alpha_4'\} = \{\alpha, \alpha_1'\} \cup \{\alpha_2', \alpha_3'\} \cup \{\alpha_4'\} = \{\alpha, \alpha_1', \alpha_2', \alpha_3', \alpha_4'\}$. 依此类推,显然式(3)与结构 $T = T + 1$ 相似. 如果以“静态”的观点去认识 $T = T + 1$, 则 $T = T + 1$ 不成立,例如 $2 \neq 2 + 1$.

2) 式(2), 式(3), 式(5), 式(6)中的 $F = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$, $\bar{F} = \{\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_m\}$ 是元素迁移族, $f \in F, \bar{f} \in \bar{F}$ 是元素迁移. $f \in F$ 的特征是: $u \in U, u \in X, f \in F$ 把 u 变成 $f(u) = x' \in X$; 或者 $\beta \in V, \beta \in \alpha; f \in F$ 把 β 变成 $f(\beta) = \alpha' \in \alpha$. $\bar{f} \in \bar{F}$ 的特征是: $x \in X, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 x 变成 $\bar{f}(x) = u \in X$; 或者 $\alpha_i \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}$ 把 α_i 变成 $\bar{f}(\alpha_i) = \beta \in \alpha$. 显然,元素迁移 $f \in F, \bar{f} \in \bar{F}$ 是函数概念(或者元素迁移 $f \in F, \bar{f} \in \bar{F}$ 是一个函数、变换、映射); 在一类应用问题中, $f \in F, \bar{f} \in \bar{F}$ 是人们构造的一个具体函数.

3) 式(3) $\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\}$ 中, $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\}$ 表示被新补充到 α 内的属性构成的集合, $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\}$ 与被补充新属性之前的属性集合 α 满足 $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} \cap \alpha = \phi$. 例如 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} = \{\alpha_1', \alpha_2', \alpha_3'\}$, $\alpha_k \neq \alpha_k', k = 1, 2, 3$; 显然, α 与 $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\}$ 没有公共元素,因此有 $\alpha \cap \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} = \phi$. 有人对式(3)给出这样的结论:“因为 $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} \subseteq \alpha$, 所以 $\alpha^F = \alpha \cup \{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\} = \alpha\alpha'$ ”, 这是一个错误.

4) 式(1)一式(3)中给出这样的概念: X 内被删除部分元素, X 生成内 P-集合 X^F , 等价于向 X 的属性集合 α 内补充新的属性, α 生成 $\alpha^F, \alpha \subseteq \alpha^F$. 或者,若 α_1^F, α_2^F 分别是 X_1^F, X_2^F 的属性集合,而且 $\alpha_1^F \subseteq \alpha_2^F$, 则有 $X_1^F \subseteq X_2^F$. 式(3)中的 $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\}$, 不是从 X 内被删除的元素构成的集合 X^- 的属性集合; 或者, $\{\alpha' | f(\beta) = \alpha' \in \alpha, f \in F\}$ 不是 X^- 的属性集合, X^- 是式(2).

3 F-记忆信息与它的生成-依赖

约定 第 2 节中的集合 X, X^F , 分别记作 $(x), (x)^F$, 或者 $(x) = X, (x)^F = X^F$, 不引起误解.

定义 1 称 (x) 是 U 上的一个信息, 而且

$$(x) = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \quad (11)$$

$x_k \in (x)$ 称作 (x) 的一个信息元, 如果 (x) 具有属性集合 α , 而且

$$\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \quad (12)$$

定义 2 称 $(x)^F$ 是 $(x) \subset U$ 生成的一个 F-记忆信息, 如果 (x) 的属性集合 α 与 $(x)^F$ 的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F = \alpha - \{\beta | \alpha' \in \alpha, \bar{f}(\alpha') = \beta \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}\} \quad (13)$$

式中, $(x)^F = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}, q \leq r; q, r \in \mathbb{N}^+$.

定义 3 称 $\Delta(x)^F$ 是 F-记忆信息的记忆盈余, 简称 $\Delta(x)^F$ 是 F-记忆盈余, 而且

$$\Delta(x)^F = (x)^F - (x) \quad (14)$$

定义 4 称 F-记忆信息 $(x)^F$ 单向依赖于信息 (x) , 记作 $(x) \Rightarrow (x)^F$ (15)

称 F -记忆信息 $(x)^F$ 双向依赖于信息 (x) , 记作

$$(x) \Leftrightarrow (x)^F \quad (16)$$

式中, “ \Rightarrow ”, “ \Leftarrow ”取自数理逻辑; “ \Rightarrow ”与“ \subseteq ”等价; “ \Leftrightarrow ”与“ $=$ ”等价。

由定义 1—定义 4 得到:

命题 1 信息 $(x)^*$ 的属性集 α^* 与信息 (x) 的属性集 α 满足

$$\alpha - \alpha^* \neq \phi \quad (17)$$

$(x)^*$ 一定是 (x) 的一个 F -记忆信息, $(x)^* = (x)^F$; 反之亦真。

命题 2 F -记忆信息 $(x)^F$ 与信息 (x) 满足

$$\text{IDE}((x), (x)^F) \quad (18)$$

反之亦真。

其中, IDE=identification.

命题 3 F -记忆盈余 $\Delta(x)^F \neq \phi$; 反之亦真。

命题 4 F -记忆信息 $(x)^F$ 双向依赖于信息 (x) , 它们的属性集 α, α^F 满足

$$\text{UNI}(\alpha^F, \alpha) \quad (19)$$

反之亦真。

其中, UNI=unidentification.

命题 1—命题 4 的证明由定义 1—定义 4 直接得到, 略。

由定义 1—定义 4、命题 1—命题 4 得到:

定理 3(F -记忆信息存在定理) 给定信息 (x) , $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}$ 是 (x) 的属性集, 若存在属性集合 α^* 满足

$$\text{card}(\alpha^*) \leq k \quad (20)$$

则具有属性集 α^* 的信息 $(x)^*$ 是 (x) 的一个 F -记忆信息, $(x)^* = (x)^F$ 。这里: card=cardinal number, $k \in \mathbb{N}^+$ 。

证明由第 2 节中的 P-集合结构与定义 1、定义 2 直接得到, 略。

推论 1 若 F -记忆信息 $(x)^F$ 的属性集 α^F 与信息 (x) 的属性集 α 满足

$$\text{card}(\alpha) - \text{card}(\alpha^F) > 0 \quad (21)$$

则

$$(x) \Rightarrow (x)^F \quad (22)$$

定理 4(F -记忆信息恢复定理) F -记忆信息 $(x)^F$ 被恢复成信息 (x) , 或者

$$\text{UNI}((x), (x)^F) \quad (23)$$

的充要条件是

$$(\alpha^F \cup \{\alpha_i | \beta_i \in V, \beta_i \in \alpha^F, f(\beta_i) = \alpha_i \in \alpha^F, f \in F\}) - \alpha = \phi \quad (24)$$

式中, α^F 是信息 $(x)^F$ 的属性集, α 是信息 (x) 的属性集。

证明: 1) 因为 $(x)^F$ 是 (x) 的一个 F -记忆信息, 由定义 2, $(x)^F$ 的属性集 α^F 与 (x) 的属性集 α 满足式(6), 或者 α^F 内的属性个数比 α 内的属性个数少。若 $(x)^F$ 与 (x) 满足 UNI $((x), (x)^F)$, 或者 $(x) = (x)^F$, 则 (x) 与 $(x)^F$ 具有相同的属性集。显然, 在 α^F 内补充部分属性, 使得 $(\alpha^F \cup \{\alpha_i | \beta_i \in V, \beta_i \in \alpha^F, f(\beta_i) = \alpha_i \in \alpha^F, f \in F\}) - \alpha = \phi$, 则 $(x) = (x)^F$, F -记忆信息 $(x)^F$ 被恢复成信息 (x) , 或者 UNI $((x), (x)^F)$ 。

2) 若 F -记忆信息 $(x)^F$ 被恢复成信息 (x) , 或者 $(x) = (x)^F$, 或者 UNI $((x), (x)^F)$, 则 $(x)^F$ 与 (x) 具有相同的属性集, 或者 $\alpha^F = \alpha$ 。由定义 1、定义 2 得到 $\alpha^F \subseteq \alpha$, 因此必须给 α^F 内补充部分属性, 使得 $\alpha^F = \alpha$ 。

推论 2 若 F -记忆信息 $(x)^F$ 被恢复成信息 (x) , 则 F -记

忆盈余 $\Delta(x)^F$ 满足

$$\Delta(x)^F = \phi \quad (25)$$

4 F -记忆度量与 F -记忆特性定理

定义 5 称 γ^F 是 $(x)^F$ 关于 (x) 的 F -记忆度量尺度, 简称 γ^F 是 $(x)^F$ 的 F -记忆度量, 如果

$$\gamma^F = \text{card}((x)^F) / \text{card}((x)) \quad (26)$$

定义 6 称 \mathcal{O}^F 是 F -记忆信息 $(x)^F$ 生成的 F -记忆圆, 如果坐标原点 O 是 \mathcal{O}^F 的圆心, r^F 是 \mathcal{O}^F 的半径。

这里 $r^F = ||Y^F|| / ||Y||$, $||Y^F|| = (Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_r^2)^{1/2}$ 是向量 $Y^F = (Y_1, Y_2, \dots, Y_r)^T$ 的 2-范数, Y^F 是 $Y^F = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_r\}$ 生成的向量, Y^F 是 $(x)^F = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}$ 的信息元 $x_i \in (x)^F$ 的信息值 y_i (信息 x_i 的值 y_i) 生成的信息值集合, $i=1, 2, \dots, r$ 。 $||Y|| = (Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_q^2)^{1/2}$ 是向量 $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_q)^T$ 的 2-范数, Y 是 $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_q\}$ 生成的向量, $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_q\}$ 是 $(x) = \{x_1, x_2, \dots, x_q\}$ 的信息元 $x_j \in (x)$ 的信息值 y_j 生成的信息值集合, $j=1, 2, \dots, q$; $r \geq q$, $r, q \in \mathbb{N}^+$; $y_i, y_j \in \mathbb{R}$ 。

定义 7 称 \mathcal{O} 是信息 (x) 生成的信息单位圆, 如果坐标原点 O 是 \mathcal{O} 的圆心, r 是 \mathcal{O} 的半径。这里 $r = ||Y|| / ||Y||$ 。

由第 3 节中的定义 1—定义 7 得到:

定理 5(F -记忆信息度量定理) 设 $(x)_i^F, (x)_j^F$ 分别是 (x) 的 F -记忆信息, 若

$$(x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F \quad (27)$$

则

$$\gamma_j^F \leq \gamma_i^F \quad (28)$$

证明: 设 $(x)_i^F = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, $(x)_j^F = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $n \leq m$, 是 (x) 的 F -记忆信息; 由式(15)得到 $(x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F$ 。由式(26)得到 $\gamma_j^F = \text{card}((x)_j^F) / \text{card}((x)) \leq \text{card}((x)_i^F) / \text{card}((x)) = \gamma_i^F$; 或者, $\gamma_j^F \leq \gamma_i^F$, 得到式(28)。

推论 3 若 $(x)_i^F, (x)_j^F, (x)_k^F$ 是 (x) 的 F -记忆信息, 而且 $(x)_k^F \Rightarrow (x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F$

则

$$\gamma_k^F \leq \gamma_j^F \leq \gamma_i^F \quad (30)$$

推论 4 若 $(x)_i^F, (x)_j^F, (x)_k^F$ 是 (x) 的 F -记忆信息, 而且 $(x)_k^F \Rightarrow (x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F$

则

$$\gamma_k^F \leq \gamma_j^F \leq \gamma_i^F \quad (32)$$

式中, $\gamma_k^F = \text{card}(\alpha_i^F) / \text{card}(\alpha)$, γ_j^F 称作 $(x)^F$ 关于 (x) 的 F -记忆分辨系数; α_i^F 是 $(x)_i^F$ 的属性集, α 是 (x) 的属性集; $\gamma_k^F \leq 1$ 。

定理 6(F -记忆圆定理) 若 $(x)_k^F$ 是 (x) 生成的一个 F -记忆信息, 则 $(x)_k^F$ 生成的 F -记忆圆 \mathcal{O}_k^F 是 (x) 生成的信息单位圆 \mathcal{O} 的一个外-同心圆, 而且

$$\mathcal{O} \subset \mathcal{O}_k^F \quad (33)$$

式中, 符号“ \subset ”表示 \mathcal{O} 被包在 \mathcal{O}_k^F 的内部。

证明: 取 F -记忆信息 $(x)_k^F, k \in \mathbb{N}^+, (x)_k^F = \{x_1, x_2, \dots, x_k\}$; Y_k^F 是由 $x_i \in (x)_k^F$ 的信息值 y_i 构成的信息集合, $Y_k^F = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_\sigma\}$; $y_i \in Y_k^F, y_i \in \mathbb{R}$ 。取信息 $(x) = \{x_1, x_2, \dots, x_\lambda\}$, Y 是由 $x_j \in (x)$ 的信息值 y_j 构成的信息值集合, $Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_\lambda\}, y_j \in Y, y_j \in \mathbb{R}$ 。这里 $\sigma \geq \lambda$ 。由定义 6、定义 7 得到 $r_k^F \geq r$ 。以坐标原点 O 为圆心, 以 r_k^F, r 为半径分别做圆 \mathcal{O}_k^F 与 \mathcal{O} , 则 \mathcal{O}_k^F 是 \mathcal{O} 的一个外圆。因为 $r=1, \mathcal{O}$ 是一个单位圆;

显然, $r_k^f \geq r, k \in (1, 2, \dots, n)$, 则有式(33)。

定理6告诉人们一个重要事实: 研究 F -记忆信息特性, 可以抽象成一个简单的几何图形(单位圆、外同心圆)进行讨论, 使得 F -记忆信息的研究直观化、图形化。

定理7(F -记忆信息属性定理) 若 $(x)_i^f$ 是 (x) 生成的一个 F -记忆信息, 则 (x) 的属性集 α 与 $(x)_i^f$ 的属性集 α_i^f 满足

$$\alpha - \{\beta_i | \alpha_i \in \alpha, \bar{f}(\alpha_i) = \beta_i\} \subseteq \alpha, \bar{f} \in \bar{F} = \alpha_i^f \quad (34)$$

证明: 由第2节中的 P -集合结构直接得到, 略。

定理8(F -记忆信息盈余定理) 若 $(x)_i^f$ 是 (x) 的一个 F -记忆信息, 则存在信息 $\Delta(x)_i \neq \phi$, 而且满足

$$((x)_i^f - \Delta(x)_i) - (x) = \phi \quad (35)$$

证明由定义1—定义3直接得到, 略。

定理9(F -记忆信息属性依赖性定理) 若 $(x)_i^f$ 是 (x) 的一个 F -记忆信息, α_i^f, α 分别是 $(x)_i^f, (x)$ 的属性集, 则 α_i^f, α 满足

$$\alpha_i^f \Rightarrow \alpha \quad (36)$$

事实上, 若 $(x)_i^f$ 是 (x) 的一个 F -记忆信息, 或者 $(x) \subseteq (x)_i^f$; 由第2节中的 P -集合结构得到 $(x)_i^f$ 的属性集 α_i^f 与 (x) 的属性集 α 满足 $\alpha_i^f \subseteq \alpha$, 或者 $\alpha_i^f \Rightarrow \alpha$, 则有式(36)。

由第3节中的定义1—定义4、定理3、定理4; 第4节中的定义5—定义7、定理5—定理9得到:

F -记忆信息的辨识准则

给定信息 (x) , α 是 (x) 的属性集, 存在信息 $(x)^*$, α^* 是 $(x)^*$ 的属性集, 若对 α^* 给予属性补充, 使得

$$\alpha^* \Leftrightarrow \alpha \quad (37)$$

则

$$(x) \Leftrightarrow (x)^* \quad (38)$$

$(x)^*$ 是 (x) 的一个 F -记忆信息, $(x)^* = (x)^F$ 。

利用第3、第4节中的讨论, 给出如下应用。

5 F -记忆信息在企业生存实证中的应用

本节例子中的数据来自某集团公司2008—2010年的利润, 2009年下半年全球爆发经济危机。设 $(x) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 是某集团公司5个子子公司组成的集合, $Y = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5\}$, $Y_1 - Y_5$ 是子公司 $x_1 - x_5$ 的年利润, 而且 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9\}$ 是 (x) 的属性集, 例如属性 $\alpha_1 - \alpha_9$ 表示市场特征。因为商业秘密原因, 属性 $\alpha_1 - \alpha_9$ 的具体名称略, 本例子 Y 中的数据是技术处理后的数据, 它不影响对结果的分析。

2008年, 集团公司5个子子公司 $(x) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 的投资年利润值 $Y_1 - Y_5$ 列入表1中。

表1 2008年利润值 $Y_i, i=1, 2, 3, 4, 5$

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
x_i	1.73	2.92	1.99	3.15	2.51

2009年, 集团公司5个子子公司 $(x) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 投资利润的特征值列入表2中。

表2 2009年利润值 $Y_i, i=1, 2, 3, 4, 5$

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
x_i	1.73	—	—	—	2.51

在表2中, “—”表示“空数据”(零数据)。 x_2, x_3, x_4 因经济危机导致亏损而被迫关闭。

2010年因经济好转, 集团公司新建子公司 x_6, x_7 。集团公司各子公司 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ 的年利润值 $Y_1 - Y_7$ 列入表3中。

表3 2010年投资利润值 $Y_i, i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
x_i	1.73	2.92	1.99	3.15	2.51	3.16	2.98

数据实证分析如下:

2008年, 在发生经济危机前, 各子公司都处于盈利状态。2009年, 由于爆发全球性的经济危机, 投资环境变得异常恶劣。由于风险属性 $\alpha'_{10}, \alpha'_{11}, \alpha'_{12}, \alpha'_{13}, \alpha'_{14}, \alpha'_{15}, \alpha'_{16}$ 的入侵, (x) 的属性集 α 变成了 $\alpha^F = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7, \alpha_8, \alpha_9, \alpha'_{10}, \alpha'_{11}, \alpha'_{12}, \alpha'_{13}, \alpha'_{14}, \alpha'_{15}, \alpha'_{16}\}$, 则 (x) 变成 $(x)^F = \{x_1, x_5\}$ (因经济危机 x_2, x_3, x_4 被迫关闭), 显然存在 \bar{F} -记忆信息, $(x)^F$ 是 \bar{F} -记忆了 (x) 中的 x_1, x_5 而得到的^[4]。2010年, 随着全球经济的复苏、投资环境的改善、风险因素(属性)的删除, 子公司的属性集 α 变成了 $\alpha^F = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6\}$, 子公司 x_2, x_3, x_4 恢复正常经营, 并且又新开了两个子公司 x_6, x_7 , $(x)^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$ 。因为存在 F -记忆信息, $(x)^F$ 是记忆了 (x) 的属性集 α 中的 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ 而得到。由表1、表3得到 (x) 的信息元对应的信息特征值集合 $Y = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5\} = \{1.73, 2.92, 1.99, 3.15, 2.51\}$, 变成 F -记忆信息 $(x)^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$ 的信息元对应的信息特征值集合 $Y^F = \{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6, Y_7\} = \{1.73, 2.92, 1.99, 3.15, 2.51, 3.16, 2.98\}$, 由定义6、定义7得到 $\|Y\| = 5.63, \|Y^F\| = 7.11$, 由定义3得到 F -记忆盈余 $\Delta(x)^F = \{3.16, 2.98\}$ 。信息 (x) 对应的特征值构成的单位圆的半径 $r = \|Y\| / \|Y^F\| = 5.36 / 5.36 = 1$, F -记忆信息 $(x)^F$ 构成的 F -记忆圆的半径 $r^F = \|Y^F\| / \|Y\| = 7.11 / 5.36 > 1$ 。根据投资环境风险因素的变化, 集团公司利用定理4和 F -记忆信息的辨识准则, 及时调整投资策略, 使得 $(x)^F$ 与 (x) 满足式(23), 经济危机期间被迫关闭的子公司 x_2, x_3, x_4 又重新恢复正常经营。同时, 由于外来风险属性的删除, 集团公司避开风险因素, 抓住有利时机, 又新开了两个子公司 x_6, x_7 (因为存在 F -记忆信息, (x) 变成了 $(x)^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$, $(x)^F$ 是记忆了 (x) 的属性集 α 中的 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ 而得到的)。

结束语 利用本文3、4节中的结果, 再认识5节中的例子。实际上, 本文的例子可以简化成信息 $(x) = \{x_1, x_2, \dots, x_q\}$ 具有属性集 $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}$, 因为 $\alpha^F \Rightarrow \alpha$, (x) 变成 $(x)^F$ 而且 $(x) \subseteq (x)^F$, $(x)^F$ 是 (x) 的 F -记忆信息。这个例子是经济系统中的一个常见现象。

本文把 P -集合的记忆特性引入到信息系统中, 提出 F -记忆信息概念, 给出 F -记忆信息的多个特性及应用。把 F -记忆推广到 F -记忆依赖中, 若 $(x)_i^f, (x)_j^f, (x)_k^f$ 是 (x) 的 F -记忆信息, F -记忆信息 $(x)_i^f, (x)_j^f, (x)_k^f$ 的属性集分别是 $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$, α 是信息 (x) 的属性集, 而且 $\alpha \subseteq \alpha_i \subseteq \alpha_j \subseteq \alpha_k$, 则有 $(x)_i^f \supseteq (x)_j^f \supseteq (x)_k^f \supseteq (x)$, 相当于 $(x) \Rightarrow (x)_i^f \Rightarrow (x)_j^f \Rightarrow (x)_k^f$ 。如果 $\alpha_i, \alpha_j, \alpha_k$ 被依次地从 α 内删除, 则 (x) 的 F -记忆信息 $(x)_i^f, (x)_j^f, (x)_k^f$ 依 $(x)_i^f, (x)_j^f, (x)_k^f$ 的顺序依次被恢复-发现。在 α 内被删除部分属性之前, F -记忆信息 $(x)_i^f, (x)_j^f, (x)_k^f$ 将不被人们事先

(下转第243页)

LT DR 算法假定行人配有雷达装置,在行走过程中,可以根据周围的环境,自动选择阈值大小,使得在需要精确度高的环境中阈值小,状态更新包发送频繁,定位精确度高,而在不需要精确度较高的环境中选择较大阈值,状态更新包发送频率低,定位精确度较低。由上述仿真实验数据可知,在行人路径多拐点时,RMLT DR 算法比常规 DR 算法的定位具有更高的精确性。

参 考 文 献

[1] Jirawimut R, Ptasinski P, Garaj V, et al. A Method for Dead Reckoning Parameter Correction in Pedestrian Navigation System [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2003, 52(1): 209-215

[2] Zhao L, Ochieng W Y, Quddus M A, et al. An Extended Kalman Filter algorithm for Integrating GPS and low-cost Dead reckoning system data for vehicle performance and emissions monitoring[J]. Journal of Navigation, 2003, 56(2): 257-275

[3] Beauregard S, Haas H. Pedestrian Dead Reckoning: A Basis for Personal Positioning[C]//Proceedingm of the 3rd Workshop on Positioning, Navigation and Communication(WPNC'06). 2006;

27-36

[4] Randell C, Djallil C, Muller H. Personal Position Measurement Using Dead Reckoning[C]//Seventh IEEE International Symposium on Wearable Computer(ISWC'03). 2003

[5] Fischer C, Hazas M, Gellersen H, et al. Ultrasound-Aided Pedestrian Dead Reckoning for Indoor Navigation [C]// Proceedings of the first ACM International Workshop on Mobile Entity Localization and Tracking in GPS-less Environments. 2008; 31-36

[6] Lee B-S, Cai W, Turner S J, et al. Adaptive dead reckoning algorithms for distributed interactive simulation[C]//Proceedings of 13th Workshop on Parallel and Pistributed Simulation. Atlanta, Georgia, USA, May 1999

[7] Cinotti T S, Stefano L D, Raffa G, et al. Dead reckoning supports stereo vision in pedestrians tracking [C]// Proceedings of the Fourth Annual IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications Workshops. Beijing, 2006

[8] Sun Zuolei, Mao Xuchu, Tian Weifeng, et al. Activity classification and dead reckoning for pedestrian navigation with wearable sensors[J]. Measurement Science and Technology, 2009, 20(1)

(上接第 215 页)

知道, α 内的一些属性被删除, 则信息 (x) 将变成信息 $(x)^f$, $(x)^f$, $(x)^f$, 在 (x) 外依赖被恢复-发现。在一类动态信息系统应用中, 人们需要发现 F -记忆信息, 需要知道 F -记忆信息的存在。

把动态特性引入到有限普通集合 X 中, 改进普通集合 X , 文献[1, 2]提出了一个新的数学模型 P -集合 (X^F, X^F) , P -集合具有动态特性。在实际的信息系统中, 具有“静态特性”的普通集合是少数, 具有“动态特性”的普通集合却是多数。 P -集合是研究动态信息系统(动态数据库系统)的一个新的数学方法与工具。文献[3-18]给出了 P -集合在多个领域中的应用, 记忆特性是 P -集合的重要应用特性之一。本文给出了 F -记忆信息的特性及在经济系统中的应用。 P -集合这个数学模型具有好的应用前景, 它还可以用于数据库中的子数据库搜索、投资系统的风险估计、信息丢失 补充与新材料的特性发现、信息规律重组与可辨识特性等动态信息系统中。关于这些后续应用, 读者若有兴趣, 可通过 E-mail: shikq@sdu.edu.cn 进行讨论。

参 考 文 献

[1] Shi Kaiquan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219

[2] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报: 理学版, 2008, 43(11): 77-84

[3] 史开泉. P-集合与它的应用特征[J]. 计算机科学, 2010, 37(8): 1-8

[4] 汪洋, 张冠宇, 史开泉. P-集合与 F -记忆信息特性-应用[J]. 计算机科学, 2011, 38(1): 233-237

[5] 汤积华, 陈保会, 史开泉. P-集合与 (\bar{F}, F) -数据生成-辨识[J]. 山东大学学报: 理学版, 2009, 44(11): 83-92

[6] 于秀清. P-集合的识别与筛选[J]. 山东大学学报: 理学版, 2010, 45(1): 94-98

[7] 张飞, 陈萍, 张丽. P-集合的 P-分离与应用[J]. 山东大学学报: 理

学版, 2010, 45(3): 18-22

[8] Shi Kaiquan, Li Xiuhong. Camouflaged information identification and its applications[J]. An International Journal Advances in System Science and Applications, 2010, 10(2): 208-216

[9] Zhang Li, Cui Yuquan. Outer P-sets and data internal-recovery [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 229-236

[10] Liu Jiqin. P-probabilities and its applications [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 237-244

[11] Lin Hongkang, Li Yuying. P-sets and its P-separation theorems [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 245-251

[12] Huang Shunliang, Wang Wei, Geng Dianyou. P-sets and its internal p-memory characteristics [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 252-260

[13] Wang Yang, Geng Hongqin, Shi Kaiquan. The mining of dynamic information based on P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 267-275

[14] Zhang Li, Xu Ming, Shi Kaiquan. P-sets and applications of internal-outer data circle[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2: 581-591

[15] Qiu Yufeng, Chen Baohui. f-model generated by P-sets [J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2: 613-620

[16] Li Yuying, Zhang Li, Shi Kaiquan. Generation and recovery of compressed data and redundant data[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2: 661-671

[17] Zhang Ling, Ren Xuefang. P-sets and its (f, \bar{f}) -heredity[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2: 735-743

[18] Xiu Ming, Shi Kaiquan, Zhang Li. P-sets and \bar{F} -data selection-discovery[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2: 791-799