半P-集合$(X^{\bar{F}},X)$与信息的内-真度环特征

李豫颖[1,2] 史开泉[2]
（宁德师范学院计算机与信息工程系 宁德 352100）[1] （山东大学数学与系统科学学院 济南 250100）[2]

摘 要 P-集合(packet sets)是由内P-集合$X^{\bar{F}}$(internal packet set $X^{\bar{F}}$)与外P-集合X^F(outer packet set X^F)构成的集合对;或者$(X^{\bar{F}},X^F)$是P-集合。P-集合具有动态特性(内P-集合具有内-动态特性,外P-集合具有外-动态特性)。P-集合在动态信息系统的多个领域中获得了应用。在一类信息系统中,这类信息系统只具有内-动态特性,不具有外-动态特性。为了研究这类只有内-动态特性的信息系统,改进并简化P-集合,提出了半P-集合(half packet sets)。半P-集合是由内P-集合$X^{\bar{F}}$与有限普通集合X构成的集合对,或者$(X^{\bar{F}},X)$是半P-集合,半P-集合具有内-动态特性。以及半P-集合与有限普通集合的关系,以及半P-集合与P-集合的关系。利用半P-集合给出信息内-真度与信息内-真度环的概念、信息内-真度环定理以及内-信息恢复-还原的内-真度准则与内-信息恢复-还原的特征系数准则。利用这些结果,给出内-真度环在内-信息恢复-还原中的应用。半P-集合是研究一类动态信息系统的一个新的数学方法与数学模型;半P-集合在一类信息系统应用中前景看好。

关键词 半P-集合,信息内-真度,信息内-真度环,内-真度环定理,信息发现,应用

中图法分类号 TP242,O144 **文献标识码** A

Half P-sets $(X^{\bar{F}},X)$ and Internal-truth Degree Ring Characteristics of Information

LI Yu-ying[1,2] SHI Kai-quan[2]
(Department of Computer and Information Engineering, Ningde Normal University, Ningde 352100, China)[1]
(School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, China)[2]

Abstract P-sets(Packet sets) is a set pair $(X^{\bar{F}},X^F)$ composed of internal P-set $X^{\bar{F}}$(internal packet set $X^{\bar{F}}$) and outer P-set X^F(outer packet set X^F), or $(X^{\bar{F}},X^F)$ is P-sets. P-sets has dynamic characteristics($X^{\bar{F}}$ has internal dynamic characteristic and X^F has outer dynamic characteristic). P-sets has been applied in many fields of dynamic information systems. There is a class of information system which has internal dynamic characteristic but has not outer dynamic characteristic. To study the class of information system, Half P-sets(half packet sets) was proposed by improving and simplifying P-sets in this paper. Half P-sets is a set pair composed of internal P-set $X^{\bar{F}}$ and finite general set X, or $(X^{\bar{F}},X)$ is Half P-sets. Half P-sets has internal dynamic characteristic. This paper gave the relation between Half P-sets and finite general set, the relation between Half P-sets and P-sets. By using Half P-sets, the concepts on information internal-truth degree and information internal-truth degree ring were given. Moreover, the information internal-truth degree ring theorems, the criterion of internal-truth degree and the criterion characteristic coefficient about internal-information recovery-reduction. Finally, the application of internal-truth degree ring about internal-information recovery-reduction was provided by employing these results. Half P-sets is a new mathematical method and mathematical model for researching the class of dynamic information system. Half P-sets has good application foreground in the class of dynamic information system.

Keywords Half P-sets, Information internal-truth degree, Information internal-truth degree ring, Internal-truth degree ring theorem, Information discovery, Application

1 引言

2008年,文献[1,2]把动态特性引入到有限普通集合X中,改进有限普通集合X,提出P-集合(packet sets),并给出P-集合的结构;文献[3-18]给出P-集合的结构与它在信息系统中的诸多应用。P-集合是由内P-集合$X^{\bar{F}}$(internal packet set $X^{\bar{F}}$)与外P-集合X^F(outer packet set X^F)构成的集合对;或者,$(X^{\bar{F}},X^F)$是P-集合。P-集合具有动态特性。解读P-集合的结构[1,2]得到:给定有限普通集合$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$,$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是$X$的属性集;若在$\alpha$内给予部分属性

到稿日期:2010-05-28 返修日期:2010-10-15 本文受福建省自然科学基金(2009J01294),山东省自然科学基金(Y2007H02),宁德师范学院科研重点项目(2008J002)资助。

李豫颖(1962—),女,副教授,CCF会员,主要研究方向为信息系统理论与应用,E-mail:asszlyy@163.com;史开泉(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为粗集理论与应用、信息系统与信息识别理论与应用,E-mail:shikq@sdu.edu.cn(通信作者)。

补充，α 变成 α^F，$\alpha\subseteq\alpha^F$，则有限普通集合 X 变成 $X^{\overline{F}}=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}$，$p\leqslant q$；或者 $X^{\overline{F}}\subseteq X$。若在 α 内删除部分属性，α 变成 $\alpha^{\overline{F}}$，$\alpha^{\overline{F}}\subseteq\alpha$，则有限普通集合 X 变成 $X^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$，$q\leqslant r$；或者 $X\subseteq X^F$。换个说法，在有限普通集合 X 内，既删除一些元素，同时在 X 内又补充一些元素，有限普通集合 X 变成一个集合对（$X^{\overline{F}}$，X^F），（$X^{\overline{F}}$，X^F）是 X 生成的 P-集合；或者，（$X^{\overline{F}}$，X^F）是 P-集合。这里：$X^{\overline{F}}$ 是有限普通集合 X 内被删除一些元素得到的集合，X^F 是有限普通集合 X 内被补充一些元素得到的集合。解读 P-集合结构[1,2]还能得到：若有限普通集合 X 被赋予动态特性：X 既具有内-动态特性（X 内被删除一些元素），又具有外-动态特性（X 内被补充一些元素），则有限普通集合 X 生成 P-集合（$X^{\overline{F}}$，X^F）；这是 P-集合中的学术思想；P-集合的集合对结构与动态特性对信息系统中的信息动态本性，给出直接的揭露，P-集合将成为动态信息系统研究的一个新的数学方法。

人们容易看到：一类信息系统，它只具有内-动态特性；或者，(x) 是信息系统中的一个信息，α 是 (x) 的属性集，一些未知属性 $\alpha_i{}'$，入侵到 α 内，使得 card(α) 变大，则 (x) 生成：$(x)_n^{\overline{F}}\subseteq(x)_{n-1}^{\overline{F}}\subseteq\cdots\subseteq(x)_2^{\overline{F}}\subseteq(x)_1^{\overline{F}}$；$\forall k$，$(x)_k^{\overline{F}}\subseteq(x)$；$(x)$ 具有内-动态特性。基于这个事实，本文利用 P-集合[1,2]，并对 P-集合给予改进，提出半 P-集合；给出半 P-集合的结构与动态特性及半 P-集合在动态信息系统中的应用。

2 半 P-集合（$X^{\overline{F}}$，X）与它的结构

约定 U 是有限元素论域；V 是有限属性论域；X 是 U 上的有限非空普通集合；$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_m\}$ 是元素迁移族[1-3]，$f\in F$ 是元素迁移，$f\in F$ 的特征是：$\exists u\in U$，$u\overline{\in}X$，$f\in F$ 把 u 变成 $f(u)=x'\in X$；或者 $\exists\beta\in V$，$\beta\overline{\in}\alpha$，$f\in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$；$\overline{F}=\{\overline{f}_1,\overline{f}_2,\cdots,\overline{f}_n\}$ 是元素迁移族[1-3]；$\overline{f}\in\overline{F}$ 是元素迁移，$\overline{f}\in\overline{F}$ 的特征是：$\exists x\in X$，$\overline{f}\in\overline{F}$ 把 x 变成 $\overline{f}(x)=u\overline{\in}X$；或者 $\exists\alpha_i\in\alpha$，$\overline{f}\in\overline{F}$ 把 α_i 变成 $\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha$。

给定有限普通集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 X 的属性集合，称 $X^{\overline{F}}$ 是 X 生成的内 P-集合[1,2]（internal packet set $X^{\overline{F}}$），简称 $X^{\overline{F}}$ 是内 P-集合，而且

$$X^{\overline{F}}=X-X^{-}\tag{1}$$

X^{-} 称作 X 的 $\overline{F}$-元素删除集合，而且

$$X^{-}=\{x\mid x\in X,\overline{f}(x)=u\overline{\in}X,\overline{f}\in\overline{F}\}\tag{2}$$

如果 $X^{\overline{F}}$ 的属性集合 α^F 满足[1,2]

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'\mid f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}\tag{3}$$

式中，$X^{\overline{F}}\neq\varnothing$；$\beta\in V$，$\beta\overline{\in}\alpha$，$f\in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$。

由内 P-集合与有限普通集合 X 构成的集合对，而且

$$(X^{\overline{F}},X)\tag{4}$$

称作 X 生成的半 P-集合（half packet sets），有限普通集合 X 称作半 P-集合的基集合（基础集）。

若在有限普通集合 X 的属性集 α 内，不断地补充属性；或者

$$\alpha\subseteq\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F\tag{5}$$

则有

$$X_n^{\overline{F}}\subseteq X_{n-1}^{\overline{F}}\subseteq\cdots\subseteq X_2^{\overline{F}}\subseteq X_1^{\overline{F}}\subseteq X\tag{6}$$

显然，由式(5)和式(6)，式(4)变成

$$\{(X_i^{\overline{F}},X)\mid i\in I\}\tag{7}$$

其中，式(7)中的 I 是指标集。

式(7)是半 P-集合的集合对族形式，也是半 P-集合的一般表达式。

由式(1)－式(7)，得到：

命题 1 半 P-集合是由内 P-集合与有限普通集合构成的集合对串，反之亦真。

命题 2 半 P-集合丢失了内-动态特性，半 P-集合是有限普通集合，反之亦真。

命题 1、2 由式(1)－式(7)直接得到，证明略。

定理 1（半 P-集合与有限普通集合关系定理） 半 P-集合与有限普通集合满足

$$(X^{\overline{F}},X)_{\overline{F}=\varnothing}=X\tag{8}$$

证明：若 $\overline{F}=\varnothing$，则式(2)：$X^{-}=\{x\mid x\in X,\overline{f}(x)=u\overline{\in}X,\overline{f}\in\overline{F}\}=\varnothing$，式(1)变成：$X^{\overline{F}}=X-X^{-}=X$；或者，式(4)（$X^{\overline{F}}$，$X$）变成：$X^{\overline{F}}=X$，$X=X$；则式(8)成立。

定理 1 指出：在 $\overline{F}=\varnothing$ 条件下，半 P-集合（$X^{\overline{F}}$，X）回到有限普通集合 X 的“原点”。

定理 2（半 P-集合与 P-集合关系定理） 半 P-集合与 P-集合满足

$$(X^{\overline{F}},X^F)_{F=\varnothing}=(X^{\overline{F}},X)\tag{9}$$

证明：P-集合（$X^{\overline{F}}$，X^F）的外 P-集合 X^F[1,2]是：

$$X^F=X\cup X^{+}\tag{10}$$

X^{+} 是 X 生成的 F-元素补充集合[1,2]，而且

$$X^{+}=\{u\mid u\in U,u\overline{\in}X,f(u)=x'\in X,f\in F\}\tag{11}$$

若 $F=\varnothing$，则 $X^{+}=\varnothing$；式(10)变成 $X^F=X\cup X^{+}=X$，则式(9)成立。

定理 2 指出：在 $F=\varnothing$ 条件下，P-集合被退化成半 P-集合。

定理 3（半 P-集合对族与 P-集合对族关系定理） 半 P-集合对族与 P-集合对族，满足

$$\{(X_i^{\overline{F}},X_j^F)\mid i\in I,j\in J\}_{F=\varnothing}=\{(X_i^{\overline{F}},X)\mid i\in I\}\tag{12}$$

证明：与定理 2 类似，证明略。

利用式(1)－式(7)的概念，半 P-集合的结构与内-动态特征在第 3 节中给出。

3 信息的属性特征与信息的内-真度

约定 在第 3－第 6 节的讨论中，第 2 节中的 $X^{\overline{F}}$，X 分别记作 $(x)^{\overline{F}}$，(x)；或者 $(x)^{\overline{F}}=X^{\overline{F}}$，$(x)=X$。

定义 1 给定信息 $(x)=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 (x) 的属性集合，称 $(x)_k^{\overline{F}}$ 是 (x) 生成的 (x) 的一个内-信息，简称 $(x)_k^{\overline{F}}$ 是 (x) 的内-信息，如果 $(x)_k^{\overline{F}}$ 的属性集 α^F 满足

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i{}'\mid f(\beta_i)=\alpha_i{}'\in\alpha,f\in F\}\tag{13}$$

$\forall x_i\in(x)$ 称作 (x) 的信息元，$i=1,2,\cdots,q$。

其中 $\beta_i\in V$，$\beta_i\overline{\in}\alpha$，$f(\beta_i)=\alpha'_i\in\alpha$；$(x)_k^{\overline{F}}=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}$，$p\leqslant q$；$p,q\in\mathbb{N}^{+}$。$(x)$ 的内-信息 $(x)_k^{\overline{F}}$ 的意义是：(x) 与 $(x)_k^{\overline{F}}$ 满足关系：$(x)_k^{\overline{F}}\subseteq(x)$；$(x)_k^{\overline{F}}$ 在 (x) 的内部。

定义 2 称 y 是 (x) 的信息值集合，而且

$$y^F=\{y_1,y_2,\cdots,y_q\}\tag{14}$$

$\forall y_k\in y$ 称作信息元 $x_k\in(x)$ 的信息值（y_k 是 x_k 的值）。其中，$y_k\in\mathbb{R}$，$k=1,2,\cdots,q$。

定义 3 称 $\gamma_k^{\overline{F}}$ 是 $(x)_k^{\overline{F}}$ 关于 (x) 的内-真度，简称 $\gamma_k^{\overline{F}}$ 是 $(x)_k^{\overline{F}}$ 的内-真度，而且

$$\gamma_k^F = \text{card}((x)_k^F)/\text{card}((x)) \tag{15}$$

定义 4 称 η_k^F 是 $(x)_k^F$ 内-真度损失，而且

$$\eta_k^F = \text{card}((x)-(x)_k^F)/\text{card}((x)) = 1-\gamma_k^F \tag{16}$$

式(15)，式(16)中的 card=cardinal number。

定义 5 称 φ_k^F 是 $(x)_k^F$ 的特征值系数，简称 φ_k^F 是 $(x)_k^F$ 的特征系数，而且

$$\varphi_k^F = ||y_k^F||/||y|| \tag{17}$$

式中，$||y_k^F|| = (y_1^2+y_2^2+\cdots+y_p^2)^{1/2}$ 是 $y^F=(y_1,y_2,\cdots,y_p)^T$ 的 2-范数，$y^F=(y_1,y_2,\cdots,y_p)^T$ 是 $y^F=\{y_1,y_2,\cdots,y_p\}$ 生成的向量，$y^F=\{y_1,y_2,\cdots,y_p\}$ 是 $(x)_k^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}$ 的信息值集合。$||y||=(y_1^2+y_2^2+\cdots+y_q^2)^{1/2}$ 是 $y=(y_1,y_2,\cdots,y_q)^T$ 的 2-范数，$y=(y_1,y_2,\cdots,y_q)^T$ 是 $y=\{y_1,y_2,\cdots,y_q\}$ 生成的向量，$y=\{y_1,y_2,\cdots,y_q\}$ 是 $(x)=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$ 的信息值集合。

由定义 1—定义 5 得到：

命题 3 (x) 的任意一个内-信息 $(x)_k^F$ 具有非负内-真度 γ_k^F。

命题 4 具有特征系数 $\varphi_k^F \in (0,1)$ 的信息是 (x) 的一个内-信息。

由定义 1—定义 5、命题 3、命题 4 得到：

定理 4(内-信息依赖与内-真度序定理) 给定内-信息族 $(x)^F=\{(x)_i^F|i=1,2,\cdots,n\}$，若 $(x)_i^F,(x)_j^F,(x)_k^F\in(x)^F$，满足

$$(x)_k^F \Rightarrow (x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F \tag{18}$$

则

$$\gamma_k^F \leqslant \gamma_j^F \leqslant \gamma_i^F \tag{19}$$

其中，符号“$\Rightarrow$”是单依赖，“$\Rightarrow$”取自数理逻辑；“$\Rightarrow$”与“$\subseteq$”等价。

证明：因为 $(x)_i^F,(x)_j^F,(x)_k^F\in(x)^F$，则由定义 3 得到：$\gamma_k^F=\text{card}((x)_k^F)/\text{card}((x))$，$\gamma_j^F=\text{card}((x)_j^F)/\text{card}((x))$，$\gamma_i^F=\text{card}((x)_i^F)/\text{card}((x))$；又 $(x)_k^F\Rightarrow(x)_j^F\Rightarrow(x)_i^F$，由“$\Rightarrow$”与“$\subseteq$”等价，得到 $(x)_k^F\subseteq(x)_j^F\subseteq(x)_i^F$，则 $\gamma_k^F\leqslant\gamma_j^F\leqslant\gamma_i^F$，或者式(19)成立。

推论 1 若 $(x)_i^F,(x)_j^F,(x)_k^F\in(x)^F$ 满足

$$(x)_k^F \Rightarrow (x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F \tag{20}$$

则

$$\eta_i^F \leqslant \eta_j^F \leqslant \eta_k^F \tag{21}$$

定理 5(内-信息属性依赖与内-真度序定理) 给定内-信息族 $(x)^F=\{(x)_i^F|i=1,2,\cdots,n\}$，$\alpha_i^F,\alpha_j^F,\alpha_k^F$ 分别是 $(x)_i^F$，$(x)_j^F$，$(x)_k^F\in(x)^F$ 的属性集，若

$$\alpha_i^F \Rightarrow \alpha_j^F \Rightarrow \alpha_k^F \tag{22}$$

则

$$\gamma_k^F \leqslant \gamma_j^F \leqslant \gamma_i^F \tag{23}$$

事实上，$\alpha_i^F\Rightarrow\alpha_j^F\Rightarrow\alpha_k^F$ 等价于 $\alpha_i^F\subseteq\alpha_j^F\subseteq\alpha_k^F$，得到 $(x)_k^F\subseteq(x)_j^F\subseteq(x)_i^F$，等价于 $(x)_k^F\Rightarrow(x)_j^F\Rightarrow(x)_i^F$，由定理 4，则式(23)成立。

推论 2 若 $\alpha_i^F,\alpha_j^F,\alpha_k^F$ 分别是 $(x)_i^F,(x)_j^F,(x)_k^F\in(x)^F$ 的属性集，满足

$$\alpha_i^F \Rightarrow \alpha_j^F \Rightarrow \alpha_k^F \tag{24}$$

则

$$\eta_i^F \leqslant \eta_j^F \leqslant \eta_k^F \tag{25}$$

定理 6(内-信息的内-真度不变性定理) 内-信息 $(x)_i^F$，$(x)_j^F\in(x)^F$ 的内-真度 γ_i^F,γ_j^F 满足

$$\gamma_i^F = \gamma_j^F \tag{26}$$

的充分必要条件是：$(x)_i^F$ 的属性集 α_i^F 与 $(x)_j^F$ 的属性集 α_j^F 满足

$$\alpha_i^F = \alpha_j^F - \{\beta_k|\alpha_k\in\alpha_j^F,\bar{f}(\alpha_k)=\beta_k\,\overline{\in}\,\alpha_j^F,\bar{f}\in\bar{F}\} \tag{27}$$

证明：1°. 由 $(x)_i^F,(x)_j^F\in(x)^F$，得到 $(x)_j^F\subseteq(x)_i^F$，则 $(x)_i^F$ 的属性集 α_i^F 与 $(x)_j^F$ 的属性集 α_j^F 满足 $\alpha_i^F\subseteq\alpha_j^F$，则在 α_j^F 与 α_i^F 之间存在属性差集合 $\nabla\alpha^F=\{\beta_k|\alpha_k\in\alpha_j^F,\bar{f}(\alpha_k)=\beta_k\,\overline{\in}\,\alpha_j^F,\bar{f}\in\bar{F}\}$。若 $(x)_i^F$ 与 $(x)_j^F$ 的内-真度 γ_i^F,γ_j^F 满足 $\gamma_i^F=\gamma_j^F$，由定义 3，$\gamma_i^F=\text{card}((x)_i^F)/\text{card}((x))=\text{card}((x)_j^F)/\text{card}((x))=\gamma_j^F$，得到 $\text{card}((x)_i^F)=\text{card}((x)_j^F)$，或者 $(x)_i^F=(x)_j^F$；则 $(x)_i^F$ 与 $(x)_j^F$ 具有相同的属性集，或者，在 α_j^F 内删除 $\nabla\alpha^F$，则式(27)成立。2°. 若式(27)成立，或者，在 α_j^F 内删除 $\nabla\alpha^F=\{\beta_k|\alpha_k\in\alpha_j^F,\bar{f}(\alpha_k)=\beta_k\,\overline{\in}\,\alpha_j^F,\bar{f}\in\bar{F}\}$，则 $(x)_i^F$ 与 $(x)_j^F$ 具有相同的属性集，或者 $\alpha_i^F=\alpha_j^F$，则 $(x)_i^F=(x)_j^F$。由 $\gamma_i^F=\text{card}((x)_i^F)/\text{card}((x))$，$\gamma_j^F=\text{card}((x)_j^F)/\text{card}((x))$，则 $(x)_i^F$ 与 $(x)_j^F$ 的内-真度 γ_i^F,γ_j^F 满足：$\gamma_i^F=\gamma_j^F$，或者式(26)成立。

推论 3 若 $(x)_i^F$ 的属性集 α_i^F 与 $(x)_j^F$ 的属性集 α_j^F 的属性差集 $\nabla\alpha^F=\alpha_j^F-\alpha_i^F$ 满足

$$\nabla\alpha^F = \varnothing \tag{28}$$

则 $(x)_i^F$ 与 $(x)_j^F$ 具有相同的特征系数 φ_i^F,φ_j^F，或者

$$\varphi_i^F = \varphi_j^F \tag{29}$$

在第 2、第 3 节讨论的基础上，第 4 节给出信息内-真度环定理。

4 信息内-真度环定理

定义 6 称 O 是信息 (x) 生成的信息单位圆，如果坐标原点 O 是 O 的圆心，γ 是 O 的半径。

其中，$\gamma=card((x))/card((x))=1$，$\gamma$ 是信息 (x) 的自身真度。

定义 7 称 O^F 是内-信息 $(x)^F$ 生成的内-信息真度圆，简称内-真度圆，如果坐标原点 O 是 O^F 的圆心，γ^F 是 O^F 的半径。

定义 8 称 O^F-O 是内-真度圆 O^F 与信息单位圆 O 生成的信息内-真度环，简称 O^F-O 是内-真度环；O^F，O 分别称作 O^F-O 的内-边界、外-边界。

图 1 给出内-真度环 O^F-O 的直观表示。

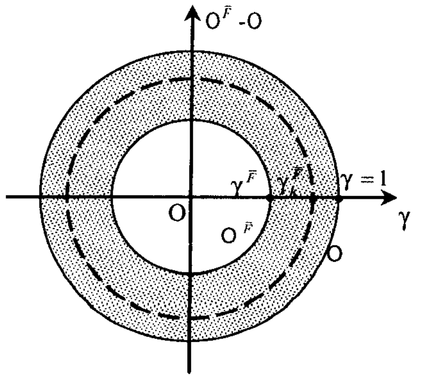

图 1 内真-度环 O^F-O(内真-度环 O^F-O 中，O^F 是 O^F-O 的内-边界，O 是 O^F-O 的外-边界；O^F-O 由内-信息真度圆 O^F 与信息单位圆 O 构成；γ^F 是 O^F 的半径；γ 是 O 的半径；O^F-O 用实线表示。内真-度环 O_k^F-O 中，O_k^F 是 O_k^F-O 内-边界，O 是 O_k^F-O 的外-边界；内-边界 O_k^F 用虚线表示。O^F-O 用阴影区域表示。)

由定义 6—定义 8 与图 1 得到：

定理 7(内-真度环存在性定理)　若$(x)_\lambda^F \in (x)^F$是(x)的一个内-信息，则存在 $O_\lambda^F\text{-}O$；$O_\lambda^F\text{-}O$ 是内-真度圆 O_λ^F 与信息单位圆O构成的内-真度环。

证明由定义 7、定义 8 与图 1 直观得到，证明略。

推论 4　信息(x)具有多个内-真度环 $O_k^F\text{-}O$，$k=1,2,\cdots,n$。

事实上，给定信息$(x)=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$；则有$(x)$的内-信息$(x)_k^F$，而且$(x)_n^F \subseteq (x)_{n-1}^F \subseteq \cdots \subseteq (x)_2^F \subseteq (x)_1^F$；显然，存在多个 $O_k^F\text{-}O$；它们当中的每一个 $O_p^F\text{-}O$ 都是内-真度环；O是 $O_k^F\text{-}O$ 的外-边界；$k=1,2,\cdots,n$。

定理 8(内-真度环的子环定理)　若$(x)_\lambda^F \in (x)^F$是(x)的一个内-信息，存在$(x)_k^F$，而且$(x)_\lambda^F \Rightarrow (x)_k^F$；则 $O_k^F\text{-}O$ 是 $O_\lambda^F\text{-}O$ 的一个内-真度子环，而且

$$O_k^F\text{-}O \subset O_\lambda^F\text{-}O \tag{30}$$

式中，符号"$\subset$"表示 $O_k^F\text{-}O$ 被包围在 $O_\lambda^F\text{-}O$ 内；O_k^F 是内-信息$(x)_k^F$生成的内-真度圆；O_λ^F 是内-信息$(x)_\lambda^F$生成的内-真度圆；$(x)_\lambda^F \subseteq (x)_k^F$，或者$(x)_\lambda^F \Rightarrow (x)_k^F$。图 1 给出 $O_k^F\text{-}O \subset O_\lambda^F\text{-}O$ 的直观表示。

证明：因为$(x)_\lambda^F$，$(x)_k^F \in (x)^F$，而且$(x)_\lambda^F \Rightarrow (x)_k^F$；或者$(x)_\lambda^F \subseteq (x)_k^F$；则有 $\text{card}((x)_\lambda^F) \leqslant \text{card}((x)_k^F)$。由式(15)得到：

$$\gamma_\lambda^F = \text{card}((x)_\lambda^F)/\text{card}((x)) \leqslant \text{card}((x)_k^F)/\text{card}((x)) = \gamma_k^F$$

或者 $\gamma_\lambda^F \leqslant \gamma_k^F \leqslant \gamma$，则有 $O_k^F\text{-}O \subset O_\lambda^F\text{-}O$，得到式(30)。

推论 5　内-真度环 $O_\sigma^F\text{-}O$ 具有多个内-真度子环 $O_k^F\text{-}O$，如果生成 O_σ^F 的内-信息$(x)_\sigma^F$满足

$$(x)_\sigma^F = \bigcap_{i=1}^n ((x)_i^F) \tag{31}$$

定理 9(内-真度环与属性删除定理)　内-真度环 $O_k^F\text{-}O$ 的内-边界 O_k^F 与外-边界O重合，或者

$$O_k^F = O \tag{32}$$

的充分必要条件是：$(x)_k^F$ 的属性集 α_k^F 与(x)的属性集 α 满足

$$(\alpha_k^F - \{\beta_\gamma \mid \alpha_\gamma \in \alpha_k^F, \bar{f}(\alpha_\gamma) = \beta_\gamma \,\overline{\in}\, \alpha_k^F, \bar{f} \in \bar{F}\}) - \alpha = \varnothing \tag{33}$$

式中，O_k^F 是被$(x)_k^F$生成的内-真度圆；O是被(x)生成的信息单位圆。

证明：1°. 因为 $O_k^F = O$，或者 $O_k^F\text{-}O$ 的内-边界 O_k^F 与 $O_k^F\text{-}O$ 外-边界重合，则生成 O_k^F 的$(x)_k^F$与生成O的(x)满足$(x)_k^F=(x)$；又因为$(x)_k^F$是(x)的一个内-信息，或者$(x)_k^F \subseteq (x)$，则有$(x)_k^F$的属性集 α_k^F 与(x)的属性集 α 满足 $\alpha \subseteq \alpha_k^F$；显然，在 α_k^F 内删除部分属性$\{\beta_\gamma \mid \alpha_\gamma \in \alpha_k^F, \bar{f}(\alpha_\gamma) = \beta_\gamma \,\overline{\in}\, \alpha_k^F, \bar{f} \in \bar{F}\}$，使得 $\alpha_k^F - \alpha = \varnothing$，或者 $\alpha_k^F = \alpha$，则式(33)成立。2°. 设 α_k^F，α 分别是$(x)_k^F$，(x)的属性集；$\alpha \subseteq \alpha_k^F$，$(x)_k^F \subseteq (x)$；若在 α_k^F 内删除部分属性，使得$(\alpha_k^F - \{\beta_\gamma \mid \alpha_\gamma \in \alpha_k^F, \bar{f}(\alpha_\gamma) = \beta_\gamma \,\overline{\in}\, \alpha_k^F, \bar{f} \in \bar{F}\}) - \alpha = \varnothing$，则$(x)_k^F=(x)$；被$(x)_k^F$生成的 O_k^F 与被(x)生成的O重合，则式(32)成立。

定理 10(内-真度环与内-信息还原定理)　若内-真度环 $O_k^F\text{-}O$ 的内-边界 O_k^F 与外-边界O满足

$$O_k^F = O \tag{34}$$

则内-信息$(x)_k^F$被还原成(x)，或者

$$(x)_k^F = (x) \tag{35}$$

证明与定理 10 类似，证明略。

定理 9、定理 10 给出一个重要事实与方法：如果任意一个内-信息$(x)_p^F$生成的内-真度圆 O_p^F 是一个信息单位圆，则内-信息$(x)_p^F$是信息(x)。如果$(x)_p^F$被定义成(x)的一个残缺信息，则利用定理 9、定理 10，由$(x)_p^F$能够找到完整的信息(x)；第 5 节中给出由内-信息$(x)_p^F$找到信息(x)的讨论。

在第 3,4 节的讨论与给出的结果的基础上，第 5 节给出内-真度环与内-信息恢复-还原的应用。

5　内-真度环与内-信息恢复-还原的应用

本节给出的讨论来自这样的事实背景：在对信息系统输出信息的信息状态识别研究中，因为系统结构参数的变化(器件老化等原因)，系统输出的信息(x)常常丢失信息元 x_i，$x_i \in (x)$；(x)变成残缺信息$(x)^F$，$(x)^F \subseteq (x)$；$(x)^F$又被误认为是(x)，使人们产生错觉。因此，在一些完备的信息系统中，一般都有"检测"单元网络；检测单元网络的功能是：$\forall k$，$(x)_k^F=(x)$；或者 $\forall k$，$(x)_k^F$ 都是(x)；(x)是系统设计给出的输出信息，(x)是完整的。人们自然提出一个问题：若信息系统输出的信息是$(x)_\lambda^F$，由$(x)_\lambda^F$怎样才能得到完整的信息(x)？换一个说法，内-信息$(x)_\lambda^F$怎样才能恢复-还原成(x)？如果$(x)_\lambda^F$已被恢复-还原成(x)，则用什么方法来判定(x)就是$(x)_\lambda^F$的恢复-还原？本节利用第 3,4 节中的结果与这个事实背景整合，给出讨论。

在讨论应用例子之前，先给出：

内-信息恢复-还原的内-真度准则

若内-信息$(x)_k^F$被恢复-还原成信息(x)，则

$$\gamma_k^F - \gamma = 0 \tag{36}$$

内-信息恢复-还原的特征系数准则

若内-信息$(x)_k^F$被恢复-还原成信息(x)，则

$$\varphi_k^F - \varphi = 0 \tag{37}$$

式中，γ_k^F 是$(x)_k^F$的内-真度，γ 是(x)的自身真度；φ_k^F 是$(x)_k^F$的特征系数，φ 是(x)的自身系数，$\varphi = \|y\|/\|y\|$。$\gamma = \text{card}((x))/\text{card}((x))$。

这里指出：式(36)是$(x)_k^F$与(x)之间的信息元数量关系；式(37)是$(x)_k^F$与(x)之间的信息元本身数值(信息值)关系；式(36)、式(37)不是同一个概念。

表 1 给出机器人的计算机视觉识别数据，数据取自实验现场，是设计值，设计值使得机器人按预定的轨道行进。表 1 中的数据是原始数据经过技术方法处理后得到的，不影响例子的分析与讨论。

表 1　计算机视觉识别数据(设计数据)

1	2	3	4	5	6
1.32	1.68	1.94	1.56	1.73	1.19

表 1 是计算机视觉识别模块，它有 6 个输出端：x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6；或者$(x)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$。数据 1.32，1.68，1.94，1.56，1.73，1.19 分别是 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6 的输出。表 1 表示：视觉数据表 1 使得机器人在预定的轨道上运动。x_1-x_6 对应的摄像头未被遮挡。

表 2 中，"—"表示空数据(零数据)；或者$(x)_\lambda^F=\{x_1,x_2,x_4,x_6\}$；$(x)_\lambda^F$中缺少 x_3,x_5；x_3,x_5 的输出 $y_3=y_5=0$；在这样的条件下，x_3,x_5 对视觉识别失去应用意义，或者(x)变成$(x)_\lambda^F=\{x_1,x_2,x_4,x_6\}$。数据 1.32，1.68，1.56，1.19 分别是 x_1,x_2,x_4,x_6 的输出。视觉数据表 2 使得机器人脱离了预定轨道运动(机器人运动失态)。

表 2　计算机视觉识别数据存在数据丢失

1	2	3	4	5	6
1.32	1.68 .	—	1.56	—	1.19

应当指出：表 2 中的数据是人为得到的；为了检验计算机视觉系统的灵敏性与可靠性，人为地对 x_3,x_5 对应的摄像头加以遮挡（摄像头进入“盲区”），使其失去判断障碍的能力（使得 y_3,y_5 的输出数据 $y_3=1.94,y_5=1.73$ 变成 $y_3=y_5=0$）。

显然，表 2 中的 x_1,x_2,x_4,x_6 构成 $(x)_\lambda^F=\{x_1,x_2,x_4,x_6\}$ 是表 1 中的 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6 构成的 $(x)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$ 的内-信息；或者 $(x)_\lambda^F$ 是 (x) 的内-信息，$(x)_\lambda^F\subseteq(x)$。

删除 x_3,x_5 对应的摄像头遮挡（摄像头脱离“盲区”），表 2 恢复成表 1，则机器人回到了预定的轨道上运动。

由表 1—表 2 得到：使得机器人回到预定的轨道上运动，或者 $(x)_\lambda^F$ 被恢复-还原成 (x)，满足内-真度准则式(36)，使得机器人回到预定的轨道上运动，或者 $(x)_\lambda^F$ 被恢复-还原成 (x)，则 $(x)_\lambda^F$ 生成的内-真度圆 O_λ^F 与 (x) 生成的信息单位圆 O 重合；或者 $\gamma_\lambda^F=\gamma$，满足定理 9 与定理 10。

应用例子中的结果，在试验现场得到认证；利用内-信息 $(x)_\lambda^F$（残缺信息 $(x)_\lambda^F$）找到了完整信息 (x)。

6　诸多讨论

把动态特性引入到有限普通集合 X 内，改进有限普通集合 X，文献[1,2]提出 P-集合（packet sets），P-集合具有动态特性（内-动态特性，外-动态特性）。存在一类信息系统，这类信息系统只具有内-动态特性，依据这样的背景，本文改进 P-集合，提出半 P-集合 (X^F,X)，给出半 P-集合的结构与特征及半 P-集合在信息系统中的应用。

1°. 信息系统一般都具有动态特性，因为信息元的丢失，使得原信息 (x) 变成内-信息 $(x)^F$，$(x)^F\subseteq(x)$；半 P-集合 (X^F,X) 的动态特性（内-动态特性）与信息系统的这个特征相吻合。因此，半 P-集合的结构表达了信息系统的这个特性，显然，半 P-集合为研究这个特性提供了模型支持。

2°. (x) 是信息系统输出的信息（计算机终端给出的信息），(x) 的属性集 α 的变化（α 内不断地被补充属性）使得信息 (x) 变成一个信息串：$(x)_n^F\subseteq(x)_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq(x)_2^F\subseteq(x)_1^F$。$(x)_n^F,(x)_{n-1}^F,\cdots,(x)_2^F,(x)_1^F$ 对应的属性集 $\alpha_n^F,\alpha_{n-1}^F,\cdots,\alpha_2^F,\alpha_1^F$ 满足：$\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F$。如果把 $(x)_k^F$ 定义成 (x) 的一个伪-信息，(x) 是一个真信息，则利用 (x) 的属性集 α 的变化与信息 (x)，得到真信息 (x) 的若干个伪-信息 $(x)_i^F$；因此，把半 P-集合加以改进，可得到信息内-伪装的应用研究，重要的信息元 x_k 不出现在内-伪装信息 $(x)_k^F$ 内，使得重要的信息元 x_k 获得保护。

3°. 从内-信息串：$(x)_n^F\subseteq(x)_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq(x)_2^F\subseteq(x)_1^F$ 得到：$\forall k,(x)_k^F=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$，$(x)_{k-1}^F=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7\}$，而且 $(x)_k^F\subseteq(x)_{k-1}^F$。如果利用生物学的“遗传特征”[19]认识 $(x)_k^F\subseteq(x)_{k-1}^F$，则能得到：$(x)_{k-1}^F$ 中的信息元 x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 被遗传到 $(x)_k^F$ 中。显然，半 P-集合 (X^F,X) 为信息遗传特性的研究提供模型支持。事实上，信息遗传现象在数据库技术中，有意或无意中被人们遇到。

4°. 从内-信息串：$(x)_n^F\subseteq(x)_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq(x)_2^F\subseteq(x)_1^F$ 还能得到：$\forall\lambda,(x)_\lambda^F=\{x_1,x_2,x_3\}$，$(x)_{\lambda-1}^F=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$，而且 $(x)_\lambda^F\subseteq(x)_{\lambda-1}^F$；如果利用生物的记忆特性认识 $(x)_\lambda^F\subseteq(x)_{\lambda-1}^F$，则能得到：$(x)_\lambda^F$ 记忆了 $(x)_{\lambda-1}^F$ 中的信息元 x_1,x_2,x_3；或者因为记忆了 $(x)_{\lambda-1}^F$ 中的信息元 x_1,x_2,x_3 得到 $(x)_\lambda^F$。3°，4°的信息遗传特性与记忆特性是智能信息系统必备的特性，从某种意义上说，半 P-集合是对智能信息系统特性的模型化。

5°. 给定内-信息 $(x)_k^F,(x)_j^F,(x)_i^F$；若 $\alpha_k^F,\alpha_j^F,\alpha_i^F$ 分别是 $(x)_k^F,(x)_j^F,(x)_i^F$ 的属性集。if $\alpha_i^F\Rightarrow\alpha_j^F\Rightarrow\alpha_k^F$，then $(x)_k^F\Rightarrow(x)_j^F\Rightarrow(x)_i^F$，如果把“if … then …”作为一种推理模式，则在这种推理模式下，由结构：$\alpha_i^F\Rightarrow\alpha_j^F$ 找到 $(x)_i^F$ 与 $(x)_j^F$ 的关系：$(x)_j^F\subseteq(x)_i^F$。因此半 P-集合与推理模式整合，可应用于智能系统中的内-信息寻找；或者，由内-信息去找内-信息。

从 1°—5°的简短讨论得到：

半 P-集合 (X^F,X) 能够在动态信息系统的下列领域中获得应用：

残缺信息的复原与恢复；

信息内-伪装与应用；

信息完备性的认证-应用；

信息内-迭代过滤发现与应用；

信息圆理论与应用；

信息内-遗传与应用；

信息内-记忆与应用；

半 P-推理与残缺信息辨识；

内-信息状态辨识-应用；

信息内-生成与应用。

参考文献

[1] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219

[2] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报：理学版，2008，43(11)：77-84

[3] 史开泉. P-集合与它的应用特征[J]. 计算机科学，2010，37(8)：1-8

[4] Shi Kai-quan, Li Xiu-hong. Camouflaged information identification and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 157-167

[5] 史开泉，张丽. P-集合与数据外-恢复[J]. 山东大学学报：理学版，2009，44(4)：8-14

[6] 李豫颖，谢维奇，史开泉. $\overline{F}$-残缺数据的辨识与恢复[J]. 山东大学学报：理学版，2010，45(9)：57-64

[7] 李豫颖. F-畸变数据的生成与修复[J]. 吉首大学学报：自然科学版，2010，31(3)：59-72

[8] 张冠宇，周厚勇，史开泉. P-集合与双 P-数据恢复-辨识[J]. 系统工程与电子技术，2010，32(9)：1233-1238

[9] 张丽，崔玉泉，史开泉. 外 P-集合与数据内-恢复[J]. 系统工程与电子技术，2010，32(6)：1919-1924

[10] Li Yu-ying, Zhang Li, Shi Kai-quan. Generation and recovery of compressed data and redundant data[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2(1): 661-671

[11] Zhang Ling, Ren Xue-fang. P-sets and its $(f,\overline{f})$-heredity[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2(1): 735-742

[12] Qui Yufeng, Chen Baohui. f-Model generated by P-sets [J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2(1): 613-620

（下转第 248 页）

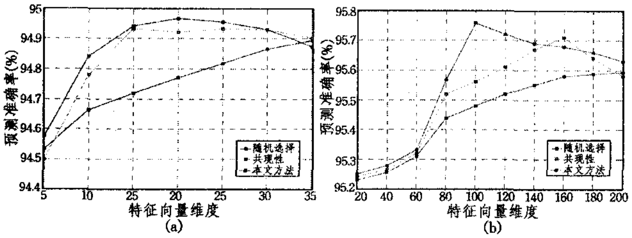

图 5　与随机选择、共现性选择相关概念的性能比较

4.3.2　结合单语义概念探测器准确率以及融合后的性能比较

根据上述实验可以看出，在 LSCOM-Lite 概念集上，相关概念个数为 20 时，性能达到最佳；而在 LSCOM374 概念集上，相关概念个数为 100 时，性能达到最佳。以下实验即采用给定的特征向量维数，并以探测器 detector39，detector374 为基础，根据单语义概念探测器的性能优劣对相关概念根据式(3)赋予权重，重新训练，得到 detector39_acu，detector374_acu；最后根据式(4)融合单语义概念探测器，得到探测器 detector39_fus，detector374_fus。在 39 个语义概念上的预测准确率以及平均预测准确率如图 6 所示。

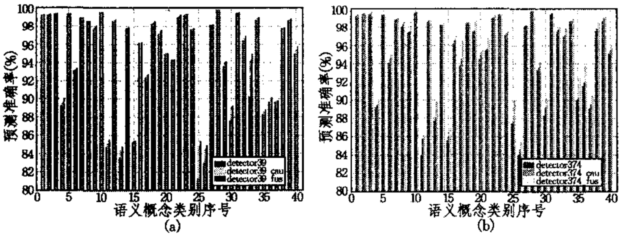

图 6　综合单语义概念探测器准确率以及融合后的性能比较

如图 6 所示，前 39 维分别对应 39 个语义概念的预测准确率，第 40 维对应的是平均预测准确率。由图可以看出，平均预测准确率高低为 *detector*39_*fus*>*detector*39_*acu*>*detector*39，*detector*374_*fus*>*detector*374_*acu*>*detector*374。并且 39 个语义概念分别的准确率高低情况也是如此，充分反映出本文提出的结合单语义概念探测器准确率以及将基于上下文关系的语义探测器和单语义概念探测器相融合对于提高语义概念探测器性能是有益的。同时可以认为，结合单语义概念探测器准确率即考虑了其可靠性，能够抑制准确率不高的单语义概念探测器给 CBCF 带来的负面影响；另一方面，融合单语义概念探测器，能够在一定程度上弥补某些语义概念与其他概念关系较弱，或其本身单概念探测器性能较差时导致的问题。

结束语　本文主要研究如何利用语义概念对关系来提高语义概念探测器的性能。首先详细分析了语义概念之间各类联系，给出了定量计算方法，在此基础上设计了相关概念选择策略，综合考虑了语义概念探测器准确率以及视觉相似性，并对基于上下文关系的语义概念探测方法进行了改进，提出了基于概念对关系的语义概念探测框架。在 TRECVID2005 开发的数据集上进行了大量的实验验证，本文方法构建的语义概念探测模型有较好的预测准确率，与现有的方法相比，预测准确率更高。并且由于做了相关概念选择，即特征的降维，也相应地降低了探测模型的复杂度并提高了计算效率。

由于本文提出的框架基于判决式模型，因此语义概念间的层次关系无法很好地纳入此框架中，且语义概念间同时也存在大于二元关系的更高阶的多元关系。因此，在以后的研究中，如何利用语义概念的层次关系以及多元关系将是工作重点。

参考文献

[1] Hauptmann A G. Lessons for the future from a decade of informedia video analysis research[C]// Proceedings of ACM International Conference on Image and Video Retrieval (ACM CIVR). Singapore, July 2005

[2] Lyengar G, Nock H J, Neti C. Discriminative model fusion for semantic concept detection and annotation in video[C]// Proceeding of ACM International Conference on Multimedia (ACM MM). Berkeley, California, USA, 2003

[3] Jiang W, Chang S-F, Loui A. Active concept-based concept fusion with partial user labels[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing. Atlanta, GA, USA, 2006

[4] Qi Guo-jun , Hua Xian-sheng, Rui Yong. Correlative Multi-Label Video Annotation[C]// Proceeding of ACM International Conference on Multimedia (ACM MM). Augsburg, Bavaria, Germany, 2007

[5] Xie Le-xing, Yan Rong, Yang Jun. Multi-concept Learning with Large-Scale Multimedia Lexicons [C]// Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing. San Diego, California, USA, 2008

[6] Wei Shi-kui, Zhao Yao, Zhu Zhen-feng. Ontology-based Inter-concept Relation Fusion for Concept Detection[C]// Pacific-Rim Conference on Multimedia (PCM). Taiwan, 2008

[7] 陈颉，朱福喜. 基于支持向量机的两阶段模糊聚类在视频检索中的应用[J]. 计算机科学，2009，36(6)：227-230

[8] Yanagawa A, Chang S-F, Kennedy L, et al. Columbia University's Baseline detectors for 374 LSCOM Semantic Visual Concepts[R]. 222-2006-8. Columbia University ADVENT, March 2007

(上接第 243 页)

[13] Xiu Ming, Shi Kai-quan, Zhang Li. P-sets and $\bar{F}$-data selection-discovery[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2 (1): 791-799

[14] Zhang Li, Xiu Ming, Shi Kai-quani. P-sets and applications of power circle[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 2 (1): 581-591

[15] Lin Hong-kang, Li Yuying. P-sets and its P-separation theorems [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 209-215

[16] Huang Shun-liang, Wang Wei, Geng Dian-you. P-sets and its internal P-memory characteristics[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 216-222

[17] Wang Yang, Geng Hong-qin, Shi Kai-quan. The mining of dynamic information based on P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 234-240

[18] Zhang Guan-yu, Li En-zhong. Information gene and identification of its information Knock-out/Knock-in[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10 (2): 308-315

[19] 王亚馥，戴灼华. 遗传学[M]. 北京：高等教育出版社，2000：97-110