

# 一种新的双密度复小波域图像去噪算法

袁 博<sup>1,2</sup> 尚赵伟<sup>1,3</sup> 郎方年<sup>3</sup>

(重庆大学计算机学院 重庆 400030)<sup>1</sup> (中国人民解放军 77675 部队 林芝 860000)<sup>2</sup>

(四川省模式识别与智能信息处理重点实验室 成都 610106)<sup>3</sup>

**摘 要** 提出一种改进的基于双密度复小波系数组合的图像去噪算法。采用双密度复小波分解噪声图像,将其变换系数按规则重新排列组合,增强了图像的边缘信息。引入贝叶斯最大后验估计理论下的双变量模型,充分挖掘其系数尺度内和尺度间的双重关联性,有效地提高了去噪性能。仿真实验表明,去噪后的图像克服了常见的伪吉布斯现象,与当前一些图像去噪算法相比较,其客观评价指标 PSNR 以及去噪后图像的主观视觉效果都有明显的提高和改善,且有效地保留了原始图像的纹理和细节信息。

**关键词** 图像降噪,双密度复小波,贝叶斯估计,双变量模型

中图法分类号 TP391 文献标识码 A

## Image Denoising Using Double-density Complex Wavelet Transform

YUAN Bo<sup>1,2</sup> SHANG Zhao-wei<sup>1,3</sup> LANG Fang-nian<sup>3</sup>

(College of Computer Science, University of Chongqing, Chongqing 400030, China)<sup>1</sup>

(No. 77675 Unit of CPLA, Linzhi 860000, China)<sup>2</sup>

(Key Laboratory of Pattern Recognition and Intelligent Information Processing, Chengdu 610106, China)<sup>3</sup>

**Abstract** This paper proposed a new image denoising method based on the Double-Density Complex Wavelet Transform. The proposed algorithm uses the Double-Density Complex Wavelet Transform to decompose the denoised image, and permutes the decomposition coefficient to stress the edge information. The Bivariate model under the maximum estimate of Bayesian can exploit the intra-scale and inter-scale correlations of coefficients. Compared with some current outstanding denoising methods, the simulation results and analysis show that the proposed algorithm obviously outperforms in both Peak Signal-to-Noise Ratio(PSNR) and visual quality, and effectively preserves detail and texture information of original images.

**Keywords** Image denosing, Double-density complex wavelet transform, Bayesian estimation, Bivariate model

## 1 引言

图像去噪是图像预处理阶段的一个重要环节。小波变换因其具有低熵性、多分辨率和良好的时域性等特点,在该领域已成为研究的热点<sup>[1]</sup>。Donoho<sup>[2]</sup>等人首先提出了非线性小波阈值去噪的概念,在此基础上通过对阈值的选取和小波系数统计特性的分析,涌现出了许多优秀算法,如 Bayes Shrink<sup>[3]</sup>、HMT(hidden markov tree)<sup>[4]</sup>、多尺度高斯混合模型<sup>[5]</sup>和 Bishrink<sup>[6]</sup>算法等。其中 Bishrink 算法通过对小波不同尺度间系数关联性的研究,采用非高斯的双变量概率分布函数和双变量萎缩函数建模,去噪效果较好。

但传统小波存在着时移敏感性、方向性信息少和缺少相位信息等缺点,造成了传统小波在实际应用中存在或多或少的缺陷。1998 年, Kingsbury 提出的对偶树复小波变换<sup>[7]</sup>(DTCWT),提供了 6 个方向信息且具有平移不变性,因而具

有较好的方向性和较准确的空间信息。Selesnick 在 2004 年提出了双密度对偶树小波<sup>[8]</sup>,并结合 DTCWT 变换原理,提出双密度复小波<sup>[9]</sup>(Double Density Dual Tree Complex Wavelet Transform, DD-DTCWT),其具有更多的方向和相位信息,较好地克服了传统小波的不足。本文在此基础上,对其系数进行组合,并结合双变量模型的优点,提出一种改进的去噪方法,效果较好。

## 2 基于组合双密度复小波变换和双变量模型的图像去噪

### 2.1 双密度复小波

双密度复小波是在对偶树复小波理论的基础上,采用过采样抽取方法提出的一种新的小波理论,其滤波器结构融合了对偶树复小波变换和双密度对偶树小波变换的滤波器结构特点。双密度对偶树小波有两个尺度函数,每个尺度函数对

到稿日期:2010-04-05 返修日期:2010-07-27 本文受国家自然科学基金项目重点基金(90820306)面上基金(60873092),教育部高等学校博士学科点专项科研基金项目(20060611009),重庆市自然科学基金重点项目(CSTC2007BA2003)资助。

袁 博(1981-),男,硕士生,主要研究方向为图像处理、模式识别;尚赵伟(1968-),男,博士,副教授,主要研究方向为计算机视觉、模式识别等,E-mail:szw@cqu.edu.cn(通信作者)。

应的小波函数有两个,属于近似的 Hilbert 对应关系,通过分别对行和列进行滤波来实现对 2D 信号的处理。双密度复小波变换则通过两组 3 对滤波器同时工作来实现,在采用低通滤波器对信号进行分解的同时,对两个高通滤波器获取的信号亦进行处理,上部树 A 的叠加滤波器组可视为实部组成,下部树 B 的叠加滤波器组则表示为虚部组成,共包含了方向信息子带 16 个,见图 1。



图 1 二维双密度复小波变换方向示意图

## 2.2 双密度复小波系数的组合

双密度复小波变换每级尺度下 16 个子带系数均采用复数表示,分别对应着 6 个方向信息。其中 $\pm 75^\circ$ 和 $\pm 15^\circ$ 各有 2 个, $\pm 45^\circ$ 方向有 4 个。尽管相同方向的所有子带具有相同的频域支撑,但半延迟特性隐含着相应子带列的小波系数的空域支撑与邻近的子带列的半整数空间关系。因此,可对 $\pm 75^\circ$ 方向子带采用列方向组合, $\pm 15^\circ$ 方向子带采用行方向组合, $\pm 45^\circ$ 方向子带采用式(1)组合。图 2 是对 Lena 图像进行一级双密度复小波分解后,对子树 A 实部信息进行组合前后的小波系数描述图像。左图是组合前,右图是组合后。组合后的图像强化了各个子带上的方向信息,增强了边缘和轮廓特征。

$$H_i(m, n) = \begin{cases} h^2 h^2(\frac{m}{2}, \frac{n}{2}), m \in \text{even}, n \in \text{even} \\ h^2 h^1(\frac{m}{2}, \frac{n-1}{2}), m \in \text{even}, n \in \text{odd} \\ h^1 h^2(\frac{m-1}{2}, \frac{n}{2}), m \in \text{odd}, n \in \text{even} \\ h^1 h^1(\frac{m-1}{2}, \frac{n-1}{2}), m \in \text{odd}, n \in \text{odd} \end{cases} \quad (1)$$

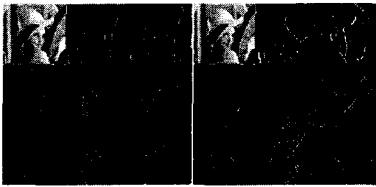


图 2 对 Lena 图像分解后的子树 A 实部信息系数组合

## 2.3 贝叶斯最大后验估计理论架构下的双变量模型

基于小波系数统计特性的图像去噪即采用某种密度分布函数对小波系数分布情况建模,能较好地刻画小波系数的尺度内或尺度间的关联性。Sendur 等人通过对大量自然图像小波系数直方图中“父子”系数间概率分布的统计,提出一种非高斯的双变量概率分布函数<sup>[6]</sup>用来建模,如式(2)。

$$P_w(w) = \frac{3}{2\pi\sigma^2} \cdot \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sigma} \sqrt{w_1^2 + w_2^2}\right) \quad (2)$$

式中, $\sigma^2$ 为双变量模型的边缘方差, $w=(w_1, w_2)$ , $P_w(w)$ 为 $w_1$ 和 $w_2$ 的联合概率密度。

设含噪图像 $y=w+n$ , $w$ 为原始图像, $n$ 为噪声,且 $y=(y_1, y_2)$ , $w=(w_1, w_2)$ , $n=(n_1, n_2)$ ,其下标 1 和 2 表示“父子”关系。去噪即是从观测系数 $y$ 中得到对真实系数 $w$ 的估计 $\hat{w}(y)$ ,根据贝叶斯最大后验估计理论,经推导可求得双变

量萎缩函数如下:

$$\hat{w}_1 = \frac{(\sqrt{y_1^2 + y_2^2} - \sqrt{3}\sigma_n/\sigma)_+}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2}} y_1 \quad (3)$$

式中,符号 $(g)_+$ 表示:

$$(g)_+ = \begin{cases} 0, & g < 0 \\ g, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

式(3)为双变量模型下对当前系数 $w_1$ 的 MAP 估计。与 Donoho 的经典软阈值萎缩规则不同,即尺度间系数存在相关性, $\hat{w}_1$ 不仅与 $y_1$ 有关,还与其父系数 $y_2$ 有关, $y_2$ 幅度越小,则对 $w_1$ 的萎缩量越大。

## 2.4 算法实现步骤

双密度复小波变换具有时移不变性、多尺度、多方向等特点;双变量模型充分描述了图像系数的尺度间相关性。在此基础上,本文提出了一种基于组合双密度复小波变换和双变量模型的图像去噪算法,步骤如下:

1) 将含噪图像进行双密度复小波变换,对其系数实施组合。

2) 采用鲁棒均值噪声估计方法对组合后的小波系数估算噪声系数标准方差,如式(5)。

$$\hat{\sigma}_n = \text{median}(|y_i|)/0.6745 \quad (5)$$

式中, $y_i \in H_1 H_1(\pm 15^\circ)$ 。经多次仿真实验表明, $y_i$ 取值 $15^\circ$ 方向子带效果较好。

3) 采用局部自适应的方法估计模型边缘方差 $\sigma^2$ 。对每个高频中各个方向子带(第一级分解得到的高频子带除外),估计当前每个系数模型边缘方差,由此得到对噪声系数标准方差和对模型边缘方差的估计,根据 Bishrink 算法得出对当前真实系数的估计。式(6)是对当前系数方差的估计,式(7)是对模型边缘方差的估计。

$$\hat{\sigma}_{y_1}^2(k) = \frac{1}{M_{y_1 \in N(k)}} \sum_{y_1 \in N(k)} y_1^2(j) \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}^2(k) = \max(\hat{\sigma}_{y_1}^2(k) - \hat{\sigma}_n^2, 0) \quad (7)$$

式中, $N(k)$ 是以当前系数 $y_1(k)$ 为中心的正方形窗口, $M$ 为窗口中系数的个数。

4) 将噪声系数标准方差和模型边缘方差的估计值代入式(3),求得对真实系数的估计。

5) 对真实系数的估计系数重组后进行重构运算。

## 3 实验及分析

为证明本文算法有效,选取 $512 \times 512$ 的图像 Lena 和 Peppers 作为标准测试图像。去噪结果的客观评价指标采用峰值信噪比 PSNR,实验数据详见表 1—表 3。其中,表 1 是分别对双密度复小波系数组合前后进行实验的去噪结果。可见,经过系数组合后的算法,其 PSNR 值明显高于前者。表 2 为分别包含高斯、乘性噪声的 Lena 图像在不同变换域下的 PSNR 值比较。实验数据表明,在处理高斯噪声时本文算法较好,在乘性噪声方面略低于 NSCT。由表 3 可知,在 3 级分解情况下,NSCT 变换平均分解时间是双密度复小波变换的 54.9 倍,因此 NSCT 变换时间复杂度太高,不满足某些实际应用需要。

表1 双密度复小波系数组合前后在不同运算窗口下的 PSNR (dB)比较

含噪图像	噪声标准	DD-DTCWT			系数组合 DD-DTCWT		
		9×9	11×11	13×13	9×9	11×11	13×13
Lena	20	30.69	30.69	30.68	31.69	31.63	31.64
	30	27.98	28.00	28.01	29.79	29.81	29.84
	40	25.99	26.03	26.05	28.41	28.48	28.53
Peppers	20	30.44	30.42	30.40	31.55	31.49	31.47
	30	27.82	27.83	27.84	29.76	29.77	29.78
	40	25.74	25.78	25.80	28.26	28.35	28.40

表2 Lena 图像在不同变换域去噪算法 PSNR(dB)比较

噪声类型	噪声标准	含噪图像	DWT	DTCWT	CT	NSCT	本文算法
高斯	20	22.14	30.41	31.48	28.71	31.20	31.69
	30	18.72	28.05	29.12	26.91	28.85	29.84
	40	16.35	26.29	27.38	25.47	27.06	28.52
乘性	2%	22.71	28.59	29.13	28.65	30.39	30.51
	3%	20.99	27.25	27.48	27.70	29.09	28.93
	4%	19.79	26.18	26.36	27.07	28.13	27.94

表3 Lena 图像在不同变换域下(3级分解)去噪算法时间(单位为s)比较

Transforms type	DWT	DTCWT	CT	NSCT	Proposed method
Time	0.6607	1.6370	2.2990	888.4483	16.1718

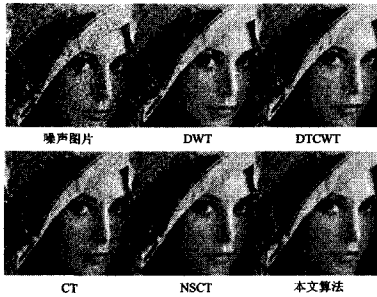


图3 高斯噪声(标准差为20)时 Lena 图像的去噪结果

表4 Lena 图像使用不同去噪算法的 PSNR(dB)比较

噪声类型	噪声标准	含噪图像	Wavelet HMT	CT HMT	Bayes soft Thresholding	Wavelet NeighShrink	Block Shrink	RSICT	非下采样轮廓变换去噪	本文算法
高斯	20	22.14	28.75	29.03	28.80	30.15	31.10	31.47	30.94	31.69
	30	18.72	27.13	27.66	27.09	28.23	29.24	29.73	29.33	29.84
	40	16.35	26.23	26.84	26.00	26.93	27.97	28.48	27.72	28.52

**结束语** 双密度复小波采用了过采样方式,相对于临界采样可提取更多的小波信息,更有利于提供信号的细节信息的表征。采用本文提出的系数重组算法后,强化了各个子带上的方向信息,使得其边缘细节更加清晰;采用双变量去噪模型在充分挖掘其系数尺度间和尺度内的相关性的同时,采用局部自适应的方法,使得其模型边缘方差更逼真。在算法复杂度方面,本文提出的算法与未组合的方法相比较,虽然增加了分解后的组合操作和重构前的逆操作,但实验证明其信噪比得到了较大的提升,且较清晰地保留了原始图像中的边缘和纹理细节信息。

### 参考文献

[1] Tang Yuanyan, Yang Lihua, Liu Jiming. Wavelet Theory and its Application to Pattern Recognition[M]. Singapore: The World Scientific Publishing Co. Pte, Ltd, 2000

[2] Donoho D L. Denoising by soft-thresholding[J]. IEEE Trans. on Inform. Theory, 1995, 41(3): 613-627

图3和图4为表2仿真实验效果图。可见,经CT(轮廓波变换)算法去噪后,图像中出现许多马赛克,严重影响了去噪后图像的质量;DWT(小波变换)和DTCWT(对偶树复小波变换)的去噪效果较不明显,图像中仍存在较多斑纹;NSCT(非下采样轮廓波变换)算法和本文算法结果相对较好。其中本文算法在视觉方面产生的人工效应则明显更少,且较清晰地保留了边缘及其它细节信息,同质区域更光滑,纹理线条明晰。

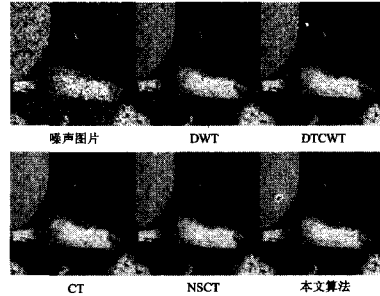


图4 乘性噪声(密度为4%)时 Peppers 图像的去噪结果

将本文算法与近年来的典型算法进行比较,主要有Wavelet-HMT<sup>[4]</sup>, Bayes soft thresholding<sup>[3]</sup>, TV<sup>[10]</sup>, wavelet NeighShrink<sup>[11]</sup>, BlockShrink<sup>[12]</sup>, CT-HMT<sup>[13]</sup>, RISCT<sup>[14]</sup>, 非下采样轮廓变换去噪<sup>[15]</sup>,其PSNR值见表4。双变量模型能充分表达图像系数的尺度间相关性,且算法在估计当前系数的模型边缘方差时采用了局部自适应算法,充分考虑了周围系数对当前系数的影响,亦对图像系数的尺度内相关性进行了刻画。因此,本文算法比仅仅考虑尺度内相关性的算法(Bayes soft thresholding, TV等)效果更好;与仅考虑尺度间相关性的CT-HMT模型等算法相比较,本文算法则复杂度更低、PSNR值更高,且双密度复小波经组合系数后性能更优秀。

[3] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2000, 9(9): 1532-1546

[4] Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-based statistical signal processing using Hidden Markov models [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46(4): 886-902

[5] Portilla J, Strela V, Wainwright M J, et al. Image denoising using scale mixture of Gaussians in the wavelet domain [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2003, 12(11): 1338-1351

[6] Sendur L, Selesnick I W. Bivariate shrinkage with local variance estimation [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(12): 438-441

[7] Kingsbury N G. The dual-tree complex wavelet transform: a new technique for shift invariance and directional filters [C] // Proceedings of 8th IEEE Digital Signal Processing Workshop. Bryce Canyon, USA, 1998: 86-89

[8] Selesnick I W. The Double-density Dual-tree DWT [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(5): 1304-1314

(下转第303页)

## 4.2 GPU 运算能力

表 1 显示了在不同分辨率图像数据条件下 GPU 相对于 CPU 所表现出的运算优势,总体来看,当图片分辨率较小时, GPU 的加速效果并不明显,随着数据量的增大, GPU 的加速比显著增长,在处理 800 万像素的图片时,加速比达到了 180 倍。但是当数据量大到一定程度时,加速比的增长率开始下降,这是由硬件条件和 GPU 的块线程数目局限所决定的。

表 1 CPU 与 GPU 运算时间比较

图像分辨率	CPU 运行时间(ms)	GPU 运行时间(ms)	加速比(倍)
256×256	1048.2	54.31	19.3
800×640	20865	181.75	114.8
1018×1008	36958	254.53	145.2
3246×2448	115290	627.60	183.7

## 4.3 数据集实验

图 5 显示了以 15 个不同图片对为例,本文算法同 SIFT 算法和 PCA-SIFT 算法的匹配率比较。首先,本文由于以 GPU 的运算能力为代价采用了不降维情况下的 GLOH 算法,使得匹配精度大大提高,在上述实验条件下,本文算法的正确匹配率明显高于 SIFT 算法和 PCA-SIFT 算法。其次,本文采用三维二次函数的亚像素定位方法,使得参数估计阶段的参数输出有更高的精度。

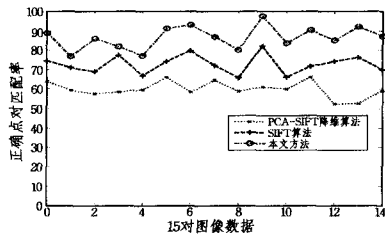


图 5

**结束语** 通过实验数据可以发现, GPU 的并行硬件架构优势相对于 CPU 的串行模式十分明显,使得图像配准的实时应用有了更好的硬件基础。同时, GPU 的高效并行模式为配准精度提供了余地,使得算法复杂度有了更多的空间。

GPU 的纹理存储技术和块网格并行结构,以及块内线程的共享内存机制使得并行程序的效率大大提高。但是,块内线程数量有限是其并行化的瓶颈,所以在串行算法并行化的过程中须考虑这一点。

基于局部特征描述符的点匹配算法在很多方面仍值得改进,鉴于 GLOH 算法的高匹配率,可以在关键点提取时,适当

放宽阈值,以获取更多的点对。可以选取关键点附近更大的邻域,然后通过主成分分析稍作降维,以获取更大的精度等等。GPU 对于图像配准的应用可以推广到机器视觉的其他方面,这也将是作者以后的研究方向。

## 参考文献

- [1] Lowe DG. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2):91-110
- [2] Harris C, Stephens M J. A combined corner and edge detector [C]// Proceedings of Fourth Alvey Vision Conference, 1988. Manchester: ACCV, 1988; 147-151
- [3] Mikolajczyk K, Schmid C. Indexing based on scale invariant interest points [C]// Proceedings of Eighth IEEE International Conference on Computer Vision, 2001. Vancouver: ICCV, 2001; 525-531
- [4] Bay H, Tuytelaars T, Gool L V. SURF: Speeded Up Robust Features [C]// Ninth European Conference on Computer Vision, 2006. Graz: ECCV, 2006; 404-417
- [5] Ke Y, Sukthankar. R. PCA-SIFT: A more Distinctive Representation for Local Image Descriptors [C]// Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2004. Washington, DC: CVPR, 2004; 506-513
- [6] Mikolajczyk K, Schmid C. A performance evaluation of local descriptors [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(10): 1615-1630
- [7] Loncomilla P, Ruiz-del-Solar J. Improving SIFT-Based Object Recognition for Robot Applications [J]. Image Analysis and Processing, 2005; 1084-1092
- [8] Moreland, Kenneth, Angel E. The FFT on a GPU [C]// Proceedings of Graphics Hardware. July 2003; 112-119
- [9] Hopf M, Ertl T. Accelerating 3 D convolution using graphics hardware [C]// Proceedings of IEEE Visualization. 1999; 471-474
- [10] Hopf M, Ertl T. Hardware accelerated wavelet transformations [C]// Proceedings of EG/ IEEE TCVC Symposium on Visualization. 2000; 93-103
- [11] Hilleland K E, Molinov S, Grzeszczuk R. Nonlinear optimization framework for image based modeling on programmable graphics hardware [J]. ACM Transactions on Graphics, 2003, 22(3): 925-934
- [12] Zhou Dengwen, Shen Xiaoliu. Image denoising using block thresholding [J]. Image and Signal Processing (CISP '08), 2008, 3(5): 335-338
- [13] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091-2106
- [14] 贾建, 项海林. 基于剪切不变的递归 Contourlet 变换图像去噪 [J]. 计算机科学, 2009, 36(5): 254-256
- [15] 付仲凯, 王向阳, 郑宏亮. 一种新的非下采样 Contourlet 域图像去噪算法 [J]. 计算机科学, 2009, 36(11): 286-289

(上接第 294 页)

- [9] Selesnick I W. 2-D Double-density Complex Wavelet Transform [J/OL]. <http://taco.poly.edu/selesi/DoubleSoftware/index.html>
- [10] Gilboa G, Sochen N, Zeevi Y Y. Texture Preserving Variational Denoising Using an Adaptive Fidelity Term [C]// Proc. VLSM. Nice, France, Oct. 2003
- [11] Chen G Y, Bui T D, Krzyzak A. Image denoising with neighbour dependency and customized wavelet and threshold [J]. Pattern Recognition, 2005, 38; 115-124