

STAPLE 大脑皮层表面沟回分割算法

胡新韬 李 刚 郭 雷

(西北工业大学自动化学院 西安 710072)

摘 要 提出根据多种大脑皮层表面沟回分割结果预测潜在的概率最优分割,同时自动预测各分割算法性能参数的方法。概率最优分割被建模为多个分割决策的加权组合,利用最大期望算法,以估计的性能参数为依据,迭代地求取权重的最优解。然后利用隐马尔可夫模型,在预测的概率最优分割中引入空间一致性限制条件,将预测的最优分割优化为具有空间一致性的分割决策结果。仿真数据及根据3种典型大脑皮层表面分割算法得到的结果,证明了该算法能有效提高大脑沟回分割的精度,同时自动衡量以后算法的性能指标。

关键词 大脑皮层分割,概率最优分割,性能评价

中图法分类号 TP391.41 **文献标识码** A

Cortical Surface Parcellation Using STAPLE Algorithm

HU Xin-tao LI Gang GUO Lei

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract An algorithm for simultaneous truth and performance estimation of various approaches for human cortical surface parcellation was proposed. The probabilistic true segmentation was estimated as a weighted combination of the segmentations resulted from multiple methods. Afterward, an Expectation-Maximization algorithm was used to optimize the weighting depending on the estimated performance level of each method. Furthermore, a spatial homogeneity constraint modeled by the Hidden Markov Random Field theory was incorporated to refine the estimated true segmentation into a spatially homogenous decision. The proposed method was evaluated using both synthetic and real data. Also, it was used to generate reference sulci regions to perform a comparison study of three methods for cortical surface parcellation. The experimental results demonstrate the validity of the proposed method.

Keywords Cortical surface parcellation, Optimal combination, Performance estimation

大脑的沟和回分别对应着大脑皮层褶皱上低洼的“山谷”与隆起的“山脊”。主要的大脑沟回是复杂且个体差异显著的人脑解剖结构中稳定的界标。从大脑沟回提取的特征被广泛地应用于脑图像研究领域,如引导图像配准^[1]、分析病患引起的结构差异^[2]等。因此,大脑沟回的分割引起学者们的广泛关注。由于手动分割工作量大,且易受到操作者理解及操作差异的影响,精度和可重复性差,许多自动的大脑沟回分割算法已经被提出^[3-5]。在这些方法中,深度^[4]、测地深度^[5]、曲率^[5]、主曲率^[3]等各种从三维结构磁共振图像或者二维三角化大脑皮层表面提取的特征被深入研究。采用的数学模型包括区域生长^[4]、分水岭^[5]、贝叶斯估计^[5]以及隐马尔可夫模型^[3]等。然而,如何衡量各种算法的性能以及从多种分割结果来估计概率最优分割依然是一个难点。传统的性能评价依赖于将分割结果与手动分割比较。然而如前所述,手动分割存在其本身的局限性。更重要的是各种分割算法各具优点,也存在其局限性,所以从多种分割结果估计最优分割将提高分割结果的精度和可重复性。因此,研究大脑沟回分割算法的自动评价准则及从多个分割结果估计最优分割,具有重要

的意义。

Warfield等^[6]提出的STAPLE(Simultaneous Truth and Performance Level Estimation)算法,可自动评价图像分割算法的性能,同时从多个算法的分割结果地估计概率最优分割。该算法被扩展至脑血管分割^[7],及弥散张量图像大脑组织分割^[8]。本文将STAPLE算法扩展至三角化大脑皮层表面,用以从多个大脑沟回分割结果估计概率最优分割,同时自动地衡量各分割算法的性能。最优分割被建模为多个分割决策的加权组合,利用最大期望算法(Expectation-Maximization, EM),在估计的性能参数的基础上迭代求取权重最优解。然后,利用隐马尔可夫随机场模型(Hidden Markov Random Field, HMMRF),在概率最优分割中引入空间一致性限制条件,优化分割决策结果。

1 大脑皮层结构的表达及数据预处理

三角化网格是计算机视觉领域常用的表达表面的一种方式。记 $S=(V,E)$ 为一个表面,其中 V 为 S 上顶点的集合, E 描述了 V 中顶点间组成三角形的连接关系。大脑皮层表面

到稿日期:2010-04-29 返修日期:2010-08-20 本文受自然科学基金(60802084)和西北工业大学基础研究基金资助。

胡新韬(1980—),男,博士生,主要研究方向为医学图像处理及应用,E-mail: xintao.hu@gmail.com; 郭 雷(1953—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为图像与信息处理、模式识别等。

能够更好地刻画和分析皮层的几何信息^[9],因此,从三维大脑核磁共振图像中重建大脑皮层表面为理解人类大脑皮层形态和功能提供了一种重要方法,该方法在医学图像处理中应用广泛。采用文献[10]中介绍的方法由三维体数据重建大脑皮层内表面(灰质-白质分界面)。基本的处理步骤包括去除头骨、脑组织分割和面绘制。图1(a)为一个三角化大脑皮层内表面的示例。在大脑皮层的表面上,脑沟对应着“山谷”,而脑回对应着“山脊”,分别如如图1(b)中主曲率^[11]为正和负的区域所示。主曲率的颜色条位于图的右方。

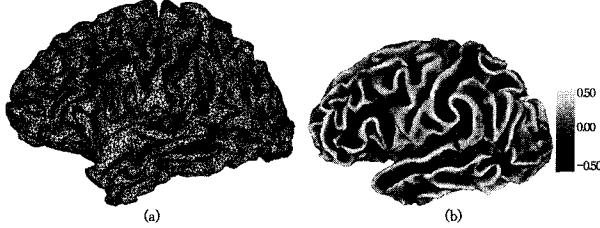


图1 (a)大脑皮层内表面的三角化网格表达示例;(b)大脑皮层表面脑沟和脑回上主曲率示例

2 STAPLE 大脑皮层沟回分割算法

2.1 STAPLE 图像二类分割算法

假设一幅含 N 个像素的灰度图像,利用 R 个分割算法得到 R 个分割结果。图像中的像素被 R 个分割算法独立赋予类标志 $L, L \in \{0, 1\}$ 。对于某像素 i ,记 $T(i)$ 为其概率真实类标志。记 $D_k(i)$ 为第 k 个分割算法赋予第 i 个像素的类标志。所有 R 个分割结果组成 $N \times R$ 维的决策矩阵 D 。记 $p = (p_1, p_2, \dots, p_R)^T$ 和 $q = (q_1, q_2, \dots, q_R)^T$ 均为 R 维向量, p_j 和 q_j 分别刻画第 j 个分割算法的敏感度(sensitivity)和分辨能力(specificity)。图像的概率最优分割问题的完整数据可描述为 (D, T) ,即从观测数据 D 估计无法观测的变量 T 的近似值。记其概率密度函数为 $f(D, T | p, q)$ 。利用 EM 算法,估计参数 p 和 q ,使得 $\ln f(D, T | p, q)$ 最大化,即^[6]:

$$(\hat{p}, \hat{q}) = \arg \max_{p, q} \ln f(D, T | p, q) \quad (1)$$

E步,根据 p 和 q 计算权重 W :

$$W(i) = \frac{g(T(i)=1)\alpha}{g(T(i)=1)\alpha + (1-g(T(i)=0))\beta} \quad (2)$$

式中,

$$\alpha = \left(\prod_{k: D_k(i)=1} p_k \right) \left(\prod_{k: D_k(i)=0} (1-p_k) \right) \quad (3)$$

$$\beta = \left(\prod_{k: D_k(i)=0} q_k \right) \left(\prod_{k: D_k(i)=1} (1-q_k) \right) \quad (4)$$

M步,计算参数 p 和 q 的估计值 $\hat{p}$ 和 $\hat{q}$,使得 W 最大化:

$$\hat{p}^{(k)} = \frac{\sum_{i: D_{ij}=1} W_i^{(k-1)}}{\sum_i W_i^{(k-1)}} \quad (5)$$

$$\hat{q}^{(k)} = \frac{\sum_{i: D_{ij}=0} (1-W_i^{(k-1)})}{\sum_i (1-W_i^{(k-1)})} \quad (6)$$

2.2 STAPLE 大脑沟回分割算法

大脑沟回分割是一个多分类问题。然而,不同的算法可能将整个大脑皮层表面分割成数目不等的沟回。此外,各分割算法随机地为大脑沟回赋予类标志,不同分割算法结果中的类标志之间并不具有对应关系。由于大脑沟回的自动识别方法依然是当前的研究难点,本文算法目前只关注单个沟回的分割。

的分割。

以脑沟区域为例来阐述第2.1节中决策矩阵 D 的构建。记 S 为三角化的大脑皮层表面, v_i 为表面 S 上的一个顶点 i , $d_k(i)$ 为第 k 个分割算法赋予顶点 v_i 的类标志, $L_k(j)$ 为第 k 个分割算法赋予 S 中第 j 个脑沟的类标志。首先,手动找到感兴趣的脑沟(SOI)在多个分割结果中类标志之间的对应关系,假设共有 K 个分割算法,所有的 K 个类标志组成一个行向量 $L1 = \{L_1(j_{SOI}), L_2(j_{SOI}), \dots, L_K(j_{SOI})\}$ 。假设第 k 个分割算法为 SOI 赋予的类标志为 $L_k(j_{SOI})$,在该分割结果中,搜索 SOI 的边界,确定与该 SOI 相邻的所有脑沟,设共有 m 个脑沟与 SOI 相邻,记 $m+1$ 维行向量 $L2 = \{L_k(j_{SOI}), L_k(j_1), L_k(j_2), \dots, L_k(j_m)\}$ 为 SOI 与其 m 个邻近脑沟在第 k 个分割结果中的类标志。将位于上述 $m+1$ 个脑沟上的所有顶点视为待分割的顶点集合,记为 $V = \{v_i \in S | d_k(i) \in L2\}$ 。当 $d_i(j) = L1(i)$ 时, $d_{ij} = 1$; 否则 $d_{ij} = 0$ 。

在得到决策矩阵 D 之后,即可利用上述 STAPLE 图像二分类算法来从多个分割结果中估计概率最优分割,同时估计各分割算法性能评价参数 p 和 q 。

2.3 分割结果中空间限制的引入

上述 STAPLE 算法中一个隐含的假设条件为所估计的最优分割中不存在空间相关性。然而,在实际应用中,分割结果中的空间相关性往往是存在的。无空间相关性限制,分割结果中存在较强的噪声。HMRF 被广泛地应用于图像分割问题,以引入空间一致性。最近, HMRF 被推广至三角网格化的大脑皮层表面^[3],与图像分割中的 HMRF 相比,其特点在于团(clique)定义在大脑皮层表面上的测地邻域,而非图像中的欧氏空间邻域。本文采用类似的方法在 STAPLE 估计的最优分割结果中引入空间一致性限制。

给定构建的顶点集 V ,假设其类标志为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $x_i \in \{0, 1\}$,其最大主曲率为 $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$,空间相关性限制问题可以转化为估计 X 的解 $\hat{X} = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n\}$,使之满足下式:

$$\hat{X} = \arg \max_X \{P(Y|X)P(X)\} \quad (7)$$

给定类标志 $l \in L = \{0, 1\}$,其最大主曲率 $Y_l = \{y_1, y_2, \dots, y_k | x_i = l, i = 1, 2, \dots, k\}$ 服从参数为 $\theta_l = (\mu_l, \sigma_l)$ 的高斯分布。 $y_i \in Y_l$ 关于参数 θ_l 以及 y_i 的相邻顶点集 X_{N_i} 的条件概率可根据式(8)计算:

$$p(y_i | X_{N_i}, \theta) = \sum_{l \in L} g(y_i; \theta_l) p(l | X_{N_i}) \quad (8)$$

式中, $g(y_i; \theta_l)$ 为高斯分布函数,即利用 EM 算法来估计 $\hat{X}$ 及高斯模型参数 θ_l 。在 E 步,计算 $\hat{X}$,使其满足:

$$\hat{X} = \arg \max_X \{\log P(Y|X, \theta) + \log P(X)\} \quad (9)$$

在 M 步,更新高斯模型参数:

$$\mu_l = \frac{\sum_{i \in V} P(l | y_i) y_i}{\sum_{i \in V} P(l | y_i)} \quad (10)$$

$$\sigma_l^2 = \frac{\sum_{i \in V} P(l | y_i) (y_i - \mu_l)^2}{\sum_{i \in V} P(l | y_i)} \quad (11)$$

$$P(l | y_i) = \frac{g(y_i; \theta_l) \cdot P(l | X_{N_i})}{P(y_i)} \quad (12)$$

利用上节中概率最优分割结果初始化 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$,以及高斯模型的参数 μ_l 和 σ_l^2 。EM

算法迭代收敛,即可估计出 $\hat{X}$ 的最优解,将其作为顶点集 V 的分割结果。

2.4 脑沟分割算法性能比较

利用上述 STAPLE 算法来评价典型的 3 种大脑沟回分割算法。3 种算法简介如下:

1) 基于分水岭算法的测地深度特征分割^[4]:计算大脑皮层表面上顶点的测地深度,利用分水岭算法对所得的测地深度图进行分割。后处理中适当合并分割结果中细小的“脑沟”以解决分水岭算法带来的过分割问题。

2) 基于类分水岭生长算法的测地深度与平均曲率联合特征分割^[5]:计算大脑皮层表面顶点的测地深度及平均曲率特征,利用贝叶斯分类方法针对联合特征进行分析,将大脑分割为脑沟脑回区域。利用类分水岭生长算法产生脑沟盆地。

3) 基于隐马尔可夫模型的最大主曲率特征分割与流场跟踪算法^[3]:计算大脑皮层表面上顶点的最大主曲率,利用 HMRP 模型及 EM 算法根据主曲率特征分割脑沟区域。然后计算表面上顶点的曲率主方向,并利用主方向的弥散生成切向流场。利用流场跟踪的方法,以脑沟区域为起始点进行跟踪,得到脑沟盆地。

3 实验设计与结果

利用仿真的伪分割及第 2.4 节中介绍的 3 种典型算法产生的真实分割结果来测试 STAPLE 大脑沟回分割算法。引入面积重合比例 AOR(Area Overlap Rate)来描述两个分割结果之间的相似度。两个独立分割结果 R_a 和 R_b 之间的 AOR 根据下式计算:

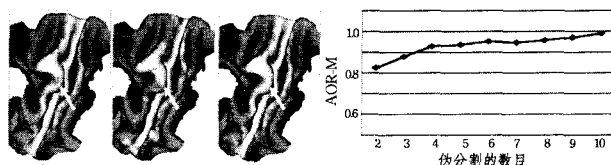
$$AOR(R_a, R_b) = \frac{2 \cdot S(R_a \cap R_b)}{S(R_a) + S(R_b)} \quad (13)$$

式中, $S(\cdot)$ 为计算面积的运算符,取 R_a 或 R_b 中所有三角面片的面积总和; $\cap$ 为交集运算符,取同时出现在 R_a 和 R_b 中的三角面片的集合。

3.1 仿真实验结果

以中央沟为例介绍伪分割的仿真。首先手动分割中央沟,将其作为中央沟分割的真值。位于中央沟上的顶点被赋值类标志 1,其余的顶点赋值类标志 0。然后在皮层表面的类标志图上定义膨胀与腐蚀算子。针对顶点 i ,膨胀和腐蚀算子分别将其最近邻顶点类标志置 1 和 0。腐蚀或膨胀迭代进行,迭代次数 N 取决于当前顶点的最大主曲率(MPC)。当 $|MPC(i)| < 0.3$ 时, $N=3$;当 $0.3 \leq |MPC(i)| \leq 0.7$ 时, $N=2$;当 $|MPC(i)| > 0.7$ 时, $N=1$ 。

图 2(a)~(c)分别显示了手动分割、1 个伪分割示例和从 10 个伪分割估计的概率最优分割。从图示结果可以看出,估计的概率最优分割与真实分割结果非常接近,定性地验证了本文算法的可行性。表 1 归纳了 5 个伪分割的真实性能评价指标、估计的性能评价指标、伪分割与手动分割之间的 AOR(AOR_M)以及伪分割与概率最优分割之间的 AOR(AOR_E)。结果证明 STAPLE 算法在从多个分割结果估计概率最优分割的同时,准确地估计了各伪分割的性能评价参数。实验还研究了伪分割的数目对概率最优分割估计的影响。图 2(d)显示了概率最优分割与手动分割之间的 AOR 随着伪分割数目的增加而增加的变化趋势。结果表明,预测的概率最优分割的精度随着伪分割数目的增加而提升,当伪分割的数目达到 5 以后,预测的概率最优分割的精度提高有限。



(a)手动分割 (b)伪分割示例 (c)概率最优分割 (d)AOR_M 随伪分割数目的变化趋势

图 2 仿真数据实验结果示意图

表 1 5 个伪分割的性能衡量指标 p 和 q 的真值和估计值、AOR_M 和 AOR_E

	伪分割				
	1	2	3	4	5
p 真值(%)	87.43	84.64	86.73	86.59	84.78
q 真值(%)	94.97	94.27	93.85	94.83	95.25
AOR_M(%)	86.47	84.93	86.09	87.32	86.06
p 估计值(%)	85.98	83.88	85.89	85.76	84.34
q 估计值(%)	95.40	95.38	94.30	95.42	95.65
AOR_E(%)	85.26	82.79	85.53	85.98	86.24

3.2 典型算法的性能评价

图 3(a)~(c)分别给出了前述 3 种典型算法在同一个个体上分割的中央沟。STAPLE 算法估计的概率最优分割显示在图 3(d)中。图中的箭头标明了分割结果中存在的较明显差异的示例。在 10 个不同的个体上重复上述实验,估计的 p 和 q 、各分割结果与手动分割结果之间的 AOR(AOR_M)、各分割结果与估计的最优分割之间的 AOR(AOR_E),以均值±方差的方式归纳在表 2 中。同时利用 3 组单边 t 检验来衡量 STAPLE 算法与上述 3 种算法所得实验结果在统计意义上的显著性,其 p 值分别为 0.001、0.006 和 0.032。结果表明,前述 3 种算法中,文献[3]对中央沟具有最好的分割性能,而 STAPLE 大脑沟回分割算法在衡量分割算法性能的同时,提高了分割精度。



图 3 (a)、(b)和(c)为第 2.4 节中介绍的 3 种算法分割的中央沟; (d)STAPLE 算法估计的最优分割

表 2 3 种沟回分割算法针对中央沟分割的性能比较

	分割方法			
	No. 1 ^[4]	No. 2 ^[5]	No. 3 ^[3]	STAPLE
p (%)	95.27±2.32	96.81±1.76	98.38±1.53	—
q (%)	94.36±2.05	96.27±1.83	98.85±1.67	—
AOR_E(%)	94.41±1.98	96.55±1.62	98.72±1.58	—
AOR_M(%)	92.32±2.11	94.25±1.87	96.23±1.74	97.52±1.42

结束语 介绍了一种 STAPLE 大脑皮层表面沟回分割算法,在从多个分割算法产生的结果估计潜在的概率最优分割的同时,自动地评价了各分割算法的性能指标。仿真及来自 3 种典型分割算法的数据的实验结果验证了 STAPLE 算法的有效性。该方法目前局限于单个沟回的优化分割,进一步的研究工作包括大脑沟回结构的识别及在此基础上的全脑沟回的优化分割。

参考文献

- [1] Thompson P, Toga A W. A surface-based technique for warping three-dimensional images of the brain[J]. IEEE Trans Med Im-

- [2] Ashburner J, Csernansky JC, Davatzikos C, et al. Computer-assisted imaging to assess brain structure in healthy and diseased brains[J]. Lancet Neurol, 2003, 2(2):79-88
- [3] 郭雷, 李刚, 刘天明, 等. 三维大脑磁共振图像的大脑皮层表面上脑沟区域分割方法[P]. 中华人民共和国专利, 专利号: CN200910021785. X, 2009. <http://www.sipo.gov.cn/>
- [4] Rettmann M E, Han X, Xu C, et al. Automated sulcal segmentation using watersheds on the cortical surface[J]. Neuroimage, 2002, 15(2):329-344
- [5] Yang F, Kruggel K. Automatic segmentation of human brain sulci[J]. Med. Image. Anal., 2008, 12(4):442-451
- [6] Warfield S K, Zou K H, Wells W M. Simultaneous truth and performance level estimation(STAPLE): an algorithm for the vali-

- ation of image segmentation[J]. IEEE Trans Med Imaging, 2004, 23(7):903-921
- [7] Jomier J, LeDigaarcher V, Aylward S R. Comparison of vessel segmentations using staple[C]//MICCAI 2005. 2005:523-530
- [8] Liu T, Li H, Wong K, et al. Brain tissue segmentation based on DTI data[J]. Neuroimage, 2007, 38(1):114-123
- [9] Dale A, Fischl B, Sereno M. Cortical surface-based analysis I: segmentation and surface reconstruction[J]. NeuroImage, 1999, 9(2):179-194
- [10] 税午阳, 周明全, 耿国华. 基于医学体数据场的大脑皮层重构[J]. 计算机工程, 2009, 35(7):247-249
- [11] Rusinkiewicz S. Estimating curvatures and their derivatives on triangle meshes[C]//Proc. International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission. 2004:486-493

(上接第 256 页)

每种算法进行 20 次试验, 记录它们最短、最长和平均空行程长度, 结果如表 2 所列。

表 1 本文算法与其它算法求得最优结果比较

GTSP 问题	IGSA	NNG-opt	CIG-opt	MOG-opt	CI2	HCGA
30KROA150	11018	11018	11018	11018	11018	11018
40KROA200	13442	14110	14059	13887	13406	13408
53GH262	1008	1077	1036	1021	1064	1011
53PR264	29532	31241	31056	30779	29655	29546
60PR299	22612	24163	23119	23129	23119	22631
64LIN318	21117	22233	21858	22403	21719	20788
84FL417	9662	9754	9662	9697	9932	9663
89PCB442	21760	23364	23307	22697	22936	21768

表 2 3 种算法性能比较

算法	最短长度(cm)	最长长度(cm)	平均长度(cm)
GA+DP	1481	1888	1651
GSA+DP	1354	1503	1480
IGSA+DP	1298	1467	1333

由表 2 可以看出, IGSA 得出的平均加工空行程长度比 GA 提高了 20%, 比 GSA 提高了 11%。IGSA 在最坏情况(最长长度)下比 GA 最好情况(最短长度)都要好。另外在实验过程中发现, IGSA 得到较好解的几率比 GSA 明显要大, 优化时间也有很大改善。

为考察算法的收敛性, 以进化代数作为横坐标, 适应度值(即优化得到的空行程长度)为纵坐标, 得出收敛曲线对比图(见图 5、图 6)。从图中可以看出, GSA 进化到 600 代左右基本达到收敛态, GA 在 1000 代时仍然没有到达收敛态; 而 IGSA 在求解速度和精度上比 GSA 又有相当大的提高。

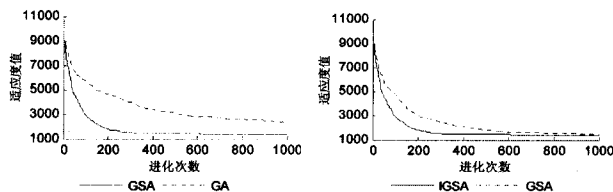


图 5 GSA 和 GA 收敛曲线对比

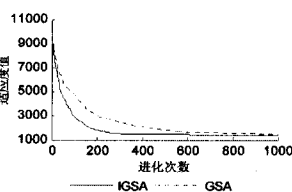


图 6 改进 Boltzmann 更新准则前后 GSA 收敛曲线对比

结束语 本文将人工智能中两种择优机制具有较大差异的 GA 和 SA 相结合, 优化任走刀路径后将原问题转化为多段图问题, 利用动态规划算法进行求解。提出一种新颖的求解多轮廓走刀空行程路径优化的算法, 对传统 SA 增加搜索记忆功能并设置双阈值, 使得在尽量保持最优性的前提下

减少计算量。算法参数的选择会影响算法的使用效果。精心选择算法参数, 能获得良好的算法性能。实际应用效果和对标准问题的测试表明, 新算法求解质量和收敛速度均有了很大的提高。

参考文献

- [1] 余国兴, 丁玉成, 李涤尘. 平面多轮廓加工路径优化模型及其近似算法[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(1):39-42
- [2] Tsai C F, Tsai C W, Tseng C. A new hybrid heuristic approach for solving large traveling problem [J]. Information Sciences 2004, 166(1-4):67-81
- [3] Kenneth R, D'Souza P K W. Tool Path Optimization for Minimizing Airtime During Machining [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2002, 22(3):173-180
- [4] 季国顺, 王文, 陈子辰. 数控多轮廓加工走刀空行程路径优化[J]. 农业机械学报, 2008, 39(7):154-158
- [5] 陈金成. 多轴联动高性能数控加工的运动优化与复杂轨迹实时控制策略研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2001:33-42
- [6] Vladimir D, Zoran S. An efficient transformation of the generalized traveling salesman problem into the traveling salesman problem on digraphs [J]. Informatics and Computer Science, 1997, 102:105-110
- [7] Snyder L V, Daskin M S. A random key genetic algorithm for the generalized traveling salesman problem [J]. European Journal of Operational Research, 2006, 174(1):38-53
- [8] Wu C G, Liang Y C, Lee H P, et al. Generalized chromosome genetic algorithm for generalized traveling salesman problems and its applications for machining [J]. Physical Review, 2004, 70(1):1-13
- [9] Huang H. Hybrid chromosome genetic algorithm for generalized traveling salesman problems [J]. LECT Notes Comput SC, 2005, 3612:137-140
- [10] 郑宗汉, 郑晓明. 算法设计与分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006
- [11] 王凌, 郑大钟. 一种 GASA 混合优化策略[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(4):552-554
- [12] 马光志, 卢炎生, 宋恩民, 等. 引入基因簇求解 TSP 的遗传算法[J]. 计算机科学, 2009, 36(6):248-250
- [13] Renaud J, Boctor F F. An efficient composite heuristic for the symmetric generalized traveling salesman problem [J]. European Journal of Operation Research, 1998, 108:571-584
- [14] Reinelt G. TSPLIB: A traveling salesman problem library [J]. ORSA Journal on Computing, 1991, 3(4):376-384