第38卷 第2期
2011年2月
计 算 机 科 学
Computer Science
Vol. 38 No. 2
Feb 2011

P-集合与 $\overline{F}$-记忆信息特性-应用

汪 洋[1] 张冠宇[2] 史开泉[1,3]
(黄淮学院计算机科学系 驻马店 463000)[1] (黄淮学院数学科学系 驻马店 463000)[2]
(山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)[3]

摘 要 P-集合(packet sets)是由内P-集合(internal packet sets)与外P-集合(outer packet sets)构成的集合对，或者$(X^{\overline{F}},X^{F})$是P-集合。P-集合具有动态特性。P-集合的动态特性来自对集合X的属性集合α给予属性补充与给予属性删除。利用P-集合的结构与动态特性、$\overline{F}$-记忆信息生成概念，给出了$\overline{F}$-记忆信息的度量与$\overline{F}$-记忆信息的$\overline{F}$-记忆圆概念，提出了$\overline{F}$-记忆信息存在性定理、$\overline{F}$-记忆信息恢复定理与$\overline{F}$-记忆信息特性定理。利用这些结果，给出了$\overline{F}$-记忆信息的应用。P-集合是研究动态信息系统的一个新的数学模型与数学方法。

关键词 P-集合，$\overline{F}$-记忆信息，记忆度量，记忆特征性定理，辨识准则，应用

中图法分类号 O144，TP181 **文献标识码** A

P-sets and $\overline{F}$-memory Information Characteristic-Application

WANG Yang[1] ZHANG Guan-yu[2] SHI Kai-quan[1,3]
(Department of Computer Science, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China)[1]
(Department of Mathematics Science, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China)[2]
(School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, China)[3]

Abstract Packet sets are set pair combined with internal packet sets and outer packet sets or $(X^{\overline{F}},X^{F})$, which possess dynamic characteristic because of attributive deleting and adding of the attributes set α of cantor set X. By using the structure and dynamic characteristic of packet sets, the concept of $\overline{F}$-memory information genaration, $\overline{F}$-memory information measurement and $\overline{F}$-memory circle were given, the $\overline{F}$-memory information existing theorem, the $\overline{F}$-memory information recovery theorem and the $\overline{F}$-memory information characteristic theorem were proposed. By using the results, the application of $\overline{F}$-memory information was given. Packet sets is a new mathematical model and mathematical method.

Keywords Packet sets, $\overline{F}$-memory information, Memory measurement, Memory characteristic theorem, Identification criterion, Application

1 引言

设$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$是信息系统$W$中的一个信息集合，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$是$X$的属性集合(特征集合)。如果在$\alpha$内给予属性补充，$\alpha$分别变成$\alpha_1^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4'\}$，$\alpha_2^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4',\alpha_5''\}$，$\alpha_3^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4',\alpha_5'',\alpha_6''',\alpha_7'''\}$，$\alpha\subseteq\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\alpha_3^F$，则$X$分别变成$X_1^{\overline{F}}=\{x_1,x_3,x_5\}$，$X_2^{\overline{F}}=\{x_3,x_5\}$，$X_3^{\overline{F}}=\{x_5\}$，$X_3^{\overline{F}}\subseteq X_2^{\overline{F}}\subseteq X_1^{\overline{F}}$。这是一个有趣而且被人们司空见惯的现象，这种现象在风险投资和利润分析中更是被人们常见。我们把生物的记忆特征引入到这种现象中，再认识这种现象。α变成$\alpha_1^F,\alpha_2^F,\alpha_3^F,\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\alpha_3^F$；$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$变成$X_1^{\overline{F}}=\{x_1,x_3,x_5\}$，$X_2^{\overline{F}}=\{x_3,x_5\}$，$X_3^{\overline{F}}=\{x_5\}$；$X_3^{\overline{F}}\subseteq X_2^{\overline{F}}\subseteq X_1^{\overline{F}}\subseteq X$，显然$X_1^{\overline{F}}$是记忆了$X$中的$x_1,x_3,x_5$得到的，$X_2^{\overline{F}}$是记忆了$X$中的$x_3,x_5$得到的(或者$X_2^{\overline{F}}$是记忆了$X_1^{\overline{F}}$中的$x_3,x_5$得到的)，$X_3^{\overline{F}}$是记忆了$X$中的$x_5$得到的(或者$X_3^{\overline{F}}$是记忆了$X_2^{\overline{F}}$中的$x_5$得到的)。这种现象是P-集合的内P-集合具有的特征。

本文把P-集合[1,2]的特征引入到这种现象中，讨论这个现象，得到了一些有趣而且重要的结果。本文给出了$\overline{F}$-记忆信息、$\overline{F}$-记忆信息的记忆度量概念，利用这些概念提出了$\overline{F}$-记忆信息记忆特征定理，给出了$\overline{F}$-记忆信息的辨识方法与$\overline{F}$-记忆信息在经济领域中的应用。

为了便于讨论，又能使读者容易接受本文给出的结果，把P-集合的结构与特征引入到本文的第2节中，作为本文讨论的理论准备。关于P-集合的更多特性与应用，见文献[1-13]。

2 P-集合的结构与特征

2008年，文献[1,2]给出：给定有限普通集合$X=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$是$X$的属性集合，称$X^{\overline{F}}$是$X$生成的内P-集合(internal packet sets)，简称$X^{\overline{F}}$是内

到稿日期：2010-02-05 返修日期：2010-06-17 本文受山东省自然科学基金项目(Y2007H02)，河南省科技发展计划资助项目(102102210425)，河南省自然科学基金项目(092300410217)资助。

汪 洋(1969—)，女，硕士，副教授，主要研究方向为数据挖掘、信息系统与应用，E-mail：wyang3315@126.com；**张冠宇**(1962—)，男，教授，主要研究方向为信息系统与应用；**史开泉**(1945—)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为粗系统理论与应用。

P-集合，而且

$$X^{\bar F}=X-X^{-} \tag{1}$$

X^{-}称作 X 的 $\bar F$-元素删除集合，而且

$$X^{-}=\{x|x\in X,\bar f(x)=u\bar\in X,\bar f\in\bar F\} \tag{2}$$

如果 $X^{\bar F}$ 的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\} \tag{3}$$

式中，$\beta\in V,\beta\bar\in\alpha;f\in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha;X^{\bar F}\neq\phi;V$ 是非空属性论域，U 是非空元素论域。

给定有限普通集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_m\}\subset U,\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 X 的属性集合，称 X^F 是 X 生成的外 P-集合(outer packet sets)，简称 X^F 是外 P-集合，而且

$$X^F=X\cup X^{+} \tag{4}$$

X^{+}称作 X 的 F-元素补充集合，而且

$$X^{+}=\{u|u\in U,u\bar\in X,f(u)=x'\in X,f\in F\} \tag{5}$$

如果 X^F 的属性集合 $\alpha^{\bar F}$ 满足

$$\alpha^{\bar F}=\alpha-\{\beta_i|\bar f(\alpha_i)=\beta_i\bar\in\alpha,\bar f\in\bar F\} \tag{6}$$

式中，$\alpha_i\in\alpha,\bar f\in\bar F$ 把 α_i 变成 $\bar f(\alpha_i)=\beta_i\bar\in\alpha;\alpha^{\bar F}\neq\phi$。

由内 P-集合 $X^{\bar F}$ 与外 P-集合 X^F 构成的集合对，称作普通集合 X 生成的 P-集合(packet sets,P-packet)，简称 P-集合，如果

$$(X^{\bar F},X^F) \tag{7}$$

普通集合 X 称作$(X^{\bar F},X^F)$的基集合(基础集合，ground set)。因为 P-集合具有动态特性，P-集合的一般表示形式是

$$\{(X_i^{\bar F},X_j^F)|i\in I,j\in J\} \tag{8}$$

式中，I,J 是指标集(index set)；式(8)是 P-集合的集合对族的表示形式。

为了表示的简单，又不失一般性，式(7)中只使用一个集合对$(X^{\bar F},X^F)$表示 P-集合的结构。

利用式(1)—式(8)得到：

定理 1(P-集合与有限普通集合第一关系定理) 给定 P-集合$(X^{\bar F},X^F)$与有限普通集合 X，若 $\bar F=F=\phi$，则

$$(X^{\bar F},X^F)_{\bar F=F=\phi}=X \tag{9}$$

事实上，若 $\bar F=F=\phi$，则式(3)$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}=\alpha$，其中$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}=\phi$；式(2)$X^{-}=\{x|x\in X,\bar f(x)=u\bar\in X,\bar f\in\bar F\}=\phi$，式(1)成为 $X^{\bar F}=X-X^{-}=X$；则式(6)$\alpha^{\bar F}=\alpha-\{\beta_i|\bar f(\alpha_i)=\beta_i\bar\in\alpha,\bar f\in\bar F\}=\alpha$，其中$\{\beta_i|\bar f(\alpha_i)=\beta_i\bar\in\alpha,\bar f\in\bar F\}=\phi$；式(5)$X^{+}=\{u|u\in U,u\bar\in X,f(u)=x'\in X,f\in F\}=\phi$，式(4)成为 $X^F=X\cup X^{+}=X$；或者，若 $\bar F=F=\phi$，则 $X^{\bar F}=X$，而且 $X^F=X$，得到式(9)。

式(9)指出，在 $\bar F=F=\phi$ 的条件下，P-集合被还原成为有限普通集合 X；P-集合$(X^{\bar F},X^F)$回到了有限普通集合 X 的"原点"；换一个说法，若 P-集合$(X^{\bar F},X^F)$就是有限普通集合 X，则 $\bar F=F=\phi$。

定理 2(P-集合与有限普通集合第二关系定理) 若 $\bar F=F=\phi$，则

$$\{(X_i^{\bar F},X_j^F)|i\in I,j\in J\}_{\bar F=F=\phi}=X \tag{10}$$

式(10)指出，在 $\bar F=F=\phi$ 的条件下，每一个 $X_i^{\bar F}$ 与 X_j^F 都被还原成有限普通集合；或者，$(X_i^{\bar F},X_j^F)$回到有限普通集合 X 的"原点"，$i\in I,j\in J$。

对式(1)—式(7)，给出下面 1°—4°的说明，这些说明对于认识 P-集合，接受 P-集合的概念提供方便。

1°. 式(3)$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}$与计算机内存储器 $T=T+1$ 的结构相似，在计算机科学领域中，$T=T+1$ 是一个简单、普通的概念，人们对 $T=T+1$ 并不陌生。$T=T+1$具有动态特性，式(3)具有动态特性。式(3)的动态特性是：把 β_1 变成 $f(\beta_1)=\alpha_1'$；α_1'进入 α 内得到 α_1^F，或者 $\alpha_1^F=\alpha\cup\{f(\beta_1)\}=\alpha\cup\{\alpha_1'\}=\{\alpha,\alpha_1'\}$；令 $\alpha=\alpha_1^F$，把 β_2,β_3 变成 $f(\beta_2)=\alpha_2',f(\beta_3)=\alpha_3'$；$\alpha_2',\alpha_3'$进入 α_1^F 内得到 α_2^F，或者 $\alpha_2^F=\alpha\cup\{\alpha_2',\alpha_3'\}=\alpha_1^F\cup\{\alpha_2',\alpha_3'\}=\{\alpha,\alpha_1'\}\cup\{\alpha_2',\alpha_3'\}=\{\alpha,\alpha_1',\alpha_2',\alpha_3'\}$；令 $\alpha=\alpha_2^F$，把 β_4 变成 $f(\beta_4)=\alpha_4'$；α_4'进入 α_2^F 内得到 α_3^F，或者 $\alpha_3^F=\alpha\cup\{\alpha_4'\}=\alpha_2^F\cup\{\alpha_4'\}=\{\alpha,\alpha_1'\}\cup\{\alpha_2',\alpha_3'\}\cup\{\alpha_4'\}=\{\alpha,\alpha_1',\alpha_2',\alpha_3',\alpha_4'\}$。依此类推，显然式(3)与结构 $T=T+1$ 相似。如果以"静态"的观点去认识 $T=T+1$，则 $T=T+1$ 不成立，例如 $2\neq2+1$。

2°. 式(2)，式(3)，式(5)，式(6)中的 $F=\{f_1,f_2,\cdots,f_m\}$，$\bar F=\{\bar f_1,\bar f_2,\cdots,\bar f_m\}$是元素迁移族，$f\in F,\bar f\in\bar F$ 是元素迁移。$f\in F$ 的特征是：$u\in U,u\bar\in X,f\in F$ 把 u 变成 $f(u)=x'\in X$；或者 $\beta\in V,\beta\bar\in\alpha;f\in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$。$\bar f\in\bar F$ 的特征是：$x\in X,\bar f\in\bar F$ 把 x 变成 $\bar f(x)=u\bar\in X$；或者 $\alpha_i\in\alpha,\bar f\in\bar F$ 把 α_i 变成 $f(\alpha_i)=\beta_i\bar\in\alpha$。显然，元素迁移 $f\in F,\bar f\in\bar F$ 是函数概念(或者，元素迁移 $f\in F,\bar f\in\bar F$ 是一个函数、变换、映射)；在一类应用问题中，$f\in F,\bar f\in\bar F$ 是人们构造的一个具体函数。

3°. 式(3)$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}$中，$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}$表示被新补充到 α 内的属性构成的集合，$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}$与被补充新属性之前的属性集合 α 满足：$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}\cap\alpha=\phi$。例如 $\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$，$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}=\{\alpha_1',\alpha_2',\alpha_3'\}$，$\alpha_k\neq\alpha_k'$，$k=1,2,3$；显然，$\alpha$ 与$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}$没有公共元素，因此有 $\alpha\cap\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}=\phi$。有人对式(3)给出这样的结论："因为$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}\subseteq\alpha$，则有 $\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}=\alpha$"，这是一个错误。

4°. 式(1)—式(3)中给出这样的概念：X 内被删除部分元素，X 生成内 P-集合 $X^{\bar F}$，等价于向 X 的属性集合 α 内补充新的属性，α 生成α^F，$\alpha\subseteq\alpha^F$。或者，若 α_1^F,α_2^F 分别是 $X_1^{\bar F},X_2^{\bar F}$ 的属性集合，而且 $\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F$，则有 $X_2^{\bar F}\subseteq X_1^{\bar F}$。式(3)中的$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}$，不是从 X 内被删除的元素构成的集合 X^{-} 的属性集合；或者，$\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}$不是 X^{-} 的属性集合，X^{-}是式(2)。

3 $\bar F$-记忆信息与它的生成-依赖

约定 本文第 2 节中的集合 $X,X^{\bar F}$，分别记作(x)，$(x)^{\bar F}$，或者$(x)=X$，$(x)^{\bar F}=X^{\bar F}$，不引起误解。

定义 1 称(x)是 U 上的一个信息，而且

$$(x)=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\} \tag{11}$$

$x_i\in(x)$称作(x)的一个信息元，$i=1,2,\cdots,q$。如果(x)具有属性集合 α，而且

$$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\} \tag{12}$$

定义 2 称$(x)^{\bar F}$是$(x)\subset U$ 生成的一个 $\bar F$-记忆信息，如果(x)的属性集合 α 与$(x)^{\bar F}$的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\} \tag{13}$$

定义 3 称 $\nabla(x)^{\bar F}$ 是 $\bar F$-记忆信息的记忆损失，简称 $\nabla(x)^{\bar F}$是 $\bar F$-记忆损失，而且

$$\nabla(x)^{\bar F}=(x)-(x)^{\bar F} \tag{14}$$

定义 4 称信息(x)单向依赖于 $\bar F$-记忆信息$(x)^{\bar F}$，记作

$$(x)^F \Rightarrow (x) \tag{15}$$

称信息(x)双向依赖于$\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$，记作

$$(x)^F \Leftrightarrow (x) \tag{16}$$

式中，"$\Rightarrow$"，"$\Leftrightarrow$"取自数理逻辑；"$\Rightarrow$"与"$\subseteq$"等价；"$\Leftrightarrow$"与"$=$"等价。

由定义1—定义4得到：

命题1 信息$(x)^*$的属性集α^*与信息(x)的属性集α满足

$$\alpha^* - \alpha \neq \phi \tag{17}$$

$(x)^*$一定是(x)的一个$\bar{F}$-记忆信息，$(x)^* = (x)^F$；反之亦真。

命题2 $\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$与信息(x)满足

$$\mathrm{IDE}((x)^F, (x)) \tag{18}$$

反之亦真。其中，IDE=identification。

命题3 $\bar{F}$-记忆损失$\nabla(x)^F \neq \phi$；反之亦真。

命题4 信息(x)双向依赖于$\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$，它们的属性集α, α^F，满足

$$\mathrm{UNI}(\alpha, \alpha^F) \tag{19}$$

反之亦真。其中，UNI=unidentification。

命题1—命题4的证明由定义1—定义4直接得到，证明略。

由定义1—定义4、命题1—命题4得到：

定理3($\bar{F}$-记忆信息存在定理) 给定信息(x)，$\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_k\}$是$(x)$的属性集，若存在属性集合$\alpha^*$满足

$$\mathrm{card}(\alpha^*) \geqslant k \tag{20}$$

则具有属性集α^*的信息$(x)^*$是(x)的一个$\bar{F}$-记忆信息，$(x)^* = (x)^F$。其中，card=cardinal number，$k \in N^+$。

证明：由本文第2节中的P-集合结构与定义1、定义2直接得到，证明略。

推论1 若$\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$的属性集α^F与信息(x)的属性集α满足

$$\mathrm{card}(\alpha^*) - \mathrm{card}(\alpha) > 0 \tag{21}$$

则

$$(x)^F \Rightarrow (x) \tag{22}$$

定理4($\bar{F}$-记忆信息恢复定理) $\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$被恢复成信息(x)，或者

$$\mathrm{UNI}((x), (x)^F) \tag{23}$$

的充要条件是

$$(\alpha^F - \{\beta_i \mid \alpha_i \in \alpha^F, \bar{f}(\alpha_i) = \beta_i \bar{\in} \alpha^F, \bar{f} \in \bar{F}\}) - \alpha = \phi \tag{24}$$

式中，α^F是信息$(x)^F$的属性集，α是信息(x)的属性集。

证明：1)因为$(x)^F$是(x)的一个$\bar{F}$-记忆信息，由定义2，$(x)^F$的属性集α^F与(x)的属性集α满足式(3)，或者α^F内的属性个数比α内的属性个数多。若$(x)^F$与(x)满足$\mathrm{UNI}((x), (x)^F)$，或者$(x) = (x)^F$，则(x)与$(x)^F$具有相同的属性集。显然，在α^F内删去部分属性，使得$(\alpha^F - \{\beta_i \mid \alpha_i \in \alpha^F, \bar{f}(\alpha_i) = \beta_i \bar{\in} \alpha^F, \bar{f} \in \bar{F}\}) - \alpha = \phi$，则$(x) = (x)^F$，$\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$被恢复成信息$(x)$，或者$\mathrm{UNI}((x), (x)^F)$。

2)若$\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$被恢复成信息(x)，或者$(x) = (x)^F$，或者$\mathrm{UNI}((x), (x)^F)$，则$(x)^F$与(x)具有相同的属性集，或者$\alpha^F = \alpha$。由定义1、定义2得到$\alpha \subseteq \alpha^F$，因此必须从$\alpha^F$内删除部分属性，使得$\alpha^F = \alpha$。

推论2 若$\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$被恢复成信息(x)，则$\bar{F}$-记忆损失$\nabla(x)^F$满足

$$\nabla(x)^F = \phi \tag{25}$$

4 $\bar{F}$-记忆度量与$\bar{F}$-记忆特性定理

定义5 称γ^F是$(x)^F$关于(x)的$\bar{F}$-记忆度量尺度，简称γ^F是$(x)^F$的$\bar{F}$-记忆度量，如果

$$\gamma^F = \mathrm{card}((x)^F)/\mathrm{card}((x)) \tag{26}$$

定义6 称$\mathcal{O}^F$是$\bar{F}$-记忆信息$(x)^F$生成的$\bar{F}$-记忆圆，如果坐标原点O是$\mathcal{O}^F$的圆心，ρ^F是$\mathcal{O}^F$的半径。

其中，$\rho^F = ||Y^F||/||Y||$，$||Y^F|| = (Y_1^2 + Y_2^2 + \cdots + Y_p^2)^{1/2}$是向量$Y^F = (Y_1, Y_2, \cdots, Y_p)^T$的2-范数，$Y^F$是$Y^F = \{Y_1, Y_2, \cdots, Y_p\}$生成的向量，$Y^F$是$(x)^F = \{x_1, x_2, \cdots, x_p\}$的信息元$x_i \in (x)^F$的信息值$y_i$(信息$x_i$的值$y_i$)生成的信息值集合，$i = 1, 2, \cdots, p$。$||Y|| = (Y_1^2 + Y_2^2 + \cdots + Y_q^2)^{1/2}$是向量$Y = (Y_1, Y_2, \cdots, Y_q)^T$的2-范数，$Y$是$Y = \{Y_1, Y_2, \cdots, Y_q\}$生成的向量，$Y = \{Y_1, Y_2, \cdots, Y_q\}$是$(x) = \{x_1, x_2, \cdots, x_q\}$的信息元$x_j \in (x)$的信息值$y_j$生成的信息值集合，$j = 1, 2, \cdots, q$；$p \leqslant q$，$p, q \in N^+$；$x_i, x_j \in R$。

定义7 称$\mathcal{O}$是信息(x)生成的信息单位圆，如果坐标原点O是$\mathcal{O}$的圆心，ρ是$\mathcal{O}$的半径。

其中，$\rho = ||Y||/||Y||$。

由本文第3节中的定义1—定义4、定义5—定义7得到：

定理5($\bar{F}$-记忆信息度量定理) 设$(x)_i^F, (x)_j^F$分别是(x)的$\bar{F}$-记忆信息，若

$$(x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F \tag{27}$$

则

$$\gamma_j^F \leqslant \gamma_i^F \tag{28}$$

证明：设$(x)_i^F = \{x_1, x_2, \cdots, x_m\}$，$(x)_j^F = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$，$n \leqslant m$，$i < j$，是$(x)$的$\bar{F}$-记忆信息；由式(15)得到$(x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F$。由式(26)得到$\gamma_j^F = \mathrm{card}((x)_j^F)/\mathrm{card}((x)) \leqslant \mathrm{card}((x)_i^F)/\mathrm{card}((x)) = \gamma_i^F$；或者，$\gamma_j^F \leqslant \gamma_i^F$，得到式(28)。

推论3 若$(x)_i^F, (x)_j^F, (x)_k^F$是$(x)$的$\bar{F}$-记忆信息，而且

$$(x)_k^F \Rightarrow (x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F \tag{29}$$

则

$$\gamma_k^F \leqslant \gamma_j^F \leqslant \gamma_i^F \tag{30}$$

推论4 若$(x)_i^F, (x)_j^F, (x)_k^F$是$(x)$的$\bar{F}$-记忆信息，而且

$$(x)_k^F \Rightarrow (x)_j^F \Rightarrow (x)_i^F \tag{31}$$

则

$$\eta_i^F \leqslant \eta_j^F \leqslant \eta_k^F \tag{32}$$

式中，$\eta_i^F = \mathrm{card}(\alpha_i^F)/\mathrm{card}(\alpha)$，$\eta_i^F$称作$(x)^F$关于$(x)$的$\bar{F}$-记忆分辨系数；$\alpha_i^F$是$(x)_i^F$的属性集，$\alpha$是$(x)$的属性集；$\eta_i^F \geqslant 1$。

定理6($\bar{F}$-记忆圆定理) 若$(x)_k^F$是(x)生成的一个$\bar{F}$-记忆信息，则$(x)_k^F$生成的$\bar{F}$-记忆圆$\mathcal{O}_k^F$是(x)生成的信息单位圆$\mathcal{O}$的一个内-同心圆，而且

$$\mathcal{O}_k^F \subset \mathcal{O} \tag{33}$$

式中，符号"$\subset$"表示$(x)_k^F$被包在$\mathcal{O}$的内部。

证明：取$\bar{F}$-记忆信息$(x)_k^F$，$k \in N^+$，$(x)_k^F = \{x_1, x_2, \cdots, x_\sigma\}$；$Y_k^F$是由$x_i \in (x)_k^F$的信息值$y_i$构成的信息值集合，$Y_k^F = \{Y_1, Y_2, \cdots, Y_\sigma\}$；$y_i \in Y^F$，$y_i \in R$。取信息$(x) = \{x_1, x_2, \cdots, x_\lambda\}$，$Y$是由$x_j \in (x)$的信息值$y_j$构成的信息值集合，$Y = \{Y_1, Y_2, \cdots, Y_\lambda\}$，$y_j \in Y$，$y_j \in R$。这里$\sigma \leqslant \lambda$。由定义6、定义7

得到 $\rho_k^F \leqslant \rho$。以坐标原点 O 为圆心、以 ρ_k^F,ρ 为半径分别做圆 $\mathscr{C}_k^F$ 与 $\mathscr{C}$,则 $\mathscr{C}_k^F$ 是 $\mathscr{C}$ 的一个内圆。因为 $\rho=1$,$\mathscr{C}$ 是一个单位圆;显然,$\rho_k^F \leqslant \rho, k\in(1,2,\cdots,n)$,则有式(33)。

定理 6 告诉人们一个重要事实:$\bar{F}$-记忆信息特性的研究,可以抽象成一个简单的几何图形(单位圆、内同心圆)进行讨论,使得 $\bar{F}$-记忆信息的研究直观化、图形化。

定理 7($\bar{F}$-记忆信息属性定理) 若 $(x)_\lambda^{\bar{F}}$ 是 (x) 生成的一个 $\bar{F}$-记忆信息,则 (x) 的属性集 α 与 $(x)_\lambda^{\bar{F}}$ 的属性集 $\alpha_\lambda^{\bar{F}}$ 满足

$$\alpha \cup \{\alpha' \mid \beta\in V, \beta\bar{\in}\alpha, f(\beta)=\alpha'\in\alpha, f\in F\}=\alpha_\lambda^{\bar{F}} \tag{34}$$

证明:由本文第 2 节中的 P-集合结构直接得到,证明略,$\lambda\in(1,2,\cdots,n)$。

定理 8($\bar{F}$-记忆信息亏损定理) 若 $(x)_\lambda^{\bar{F}}$ 是 (x) 的一个 $\bar{F}$-记忆信息,则存在信息 $\nabla(x)_\lambda \neq \phi$,而且满足

$$((x)_\lambda^{\bar{F}} \cup \nabla(x)_\lambda)-(x)=\phi \tag{35}$$

证明:由定义 1—定义 3 直接得到,证明略。

定理 9($\bar{F}$-记忆信息属性依赖性定理) 若 $(x)_\lambda^{\bar{F}}$ 是 (x) 的一个 $\bar{F}$-记忆信息,$\alpha_\lambda^{\bar{F}},\alpha$ 分别是 $(x)_\lambda^{\bar{F}},(x)$ 的属性集,则 $\alpha_\lambda^{\bar{F}},\alpha$ 满足

$$\alpha \Rightarrow \alpha_\lambda^{\bar{F}} \tag{36}$$

事实上,若 $(x)_\lambda^{\bar{F}}$ 是 (x) 的一个 $\bar{F}$-记忆信息,或者 $(x)_\lambda^{\bar{F}}\subseteq(x)$;由本文第 2 节中的 P-集合结构得到 $(x)_\lambda^{\bar{F}}$ 的属性集 $\alpha_\lambda^{\bar{F}}$ 与 (x) 的属性集 α 满足 $\alpha\subseteq\alpha_\lambda^{\bar{F}}$,或者 $\alpha\Rightarrow\alpha_\lambda^{\bar{F}}$,则有式(36)。

由本文第 3 节中的定义 1—定义 4、定理 3、定理 4;本文第 4 节中的定义 5—定义 7、定理 5—定理 9 得到:

$\bar{F}$-记忆信息的辨识准则

给定信息 (x),α 是 (x) 的属性集,存在信息 $(x)^*$,α^* 是 $(x)^*$ 的属性集,若对 α^* 给予属性删除,使得

$$\alpha^* \Leftrightarrow \alpha \tag{37}$$

则

$$(x)\Leftrightarrow(x)^* \tag{38}$$

$(x)^*$ 是 (x) 的一个 $\bar{F}$-记忆信息,$(x)^*=(x)^{\bar{F}}$。

利用本文第 3、第 4 节中给出的讨论,给出如下结果。

5 $\bar{F}$-记忆信息在企业生存实证中的应用

本节例子中的数据来自某集团公司 2008 年、2009 年的利润。2009 年下半年,全球爆发经济危机。设 $(x)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$ 是某集团公司 5 个子公司组成的集合,$Y=\{Y_1,Y_2,Y_3,Y_4,Y_5\}$,$Y_1-Y_5$ 是子公司的年利润,而且 $\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6,\alpha_7,\alpha_8,\alpha_9\}$ 是 (x) 的属性集合。例如,属性 $\alpha_1-\alpha_9$ 表示市场特征,因为商业秘密原因,属性 $\alpha_1-\alpha_9$ 的具体名称略。本例子 Y 中的数据是技术处理后的数据,它不影响对结果的分析。

2008 年,集团公司 5 个子公司 $(x)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$ 的年利润 Y_1-Y_5 列入表 1 中。

表 1 2008 年利润值 $Y_i, i=1,2,3,4,5$

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
x_i	1.73	2.92	1.99	3.15	2.51

2009 年,集团公司 5 个子公司 $(x)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}$ 的年利润 Y_1-Y_5 列入表 2 中。

表 2 2009 年经济危机后的利润值 $Y_i, i=1,2,3,4,5$

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
x_i	1.73	—	—	—	2.51

在表 2 中,"—"表示"空数据"(零数据),x_2,x_3,x_4 因经济危机而倒闭。

实例数据分析

2008 年,在发生经济危机前,各子公司都处于盈利状态。2009 年,由于爆发全球性的经济危机,投资环境变得异常恶劣。因为风险属性 $\alpha_{10}',\alpha_{11}',\alpha_{12}',\alpha_{13}',\alpha_{14}',\alpha_{15}',\alpha_{16}'$ 的入侵,例如 α_k',$k=10,\cdots,16$,表示运输成本等影响利润的因素,(x) 的属性集合 α 变成了 $\alpha^{\bar{F}}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6,\alpha_7,\alpha_8,\alpha_9,\alpha_{10}',\alpha_{11}',\alpha_{12}',\alpha_{13}',\alpha_{14}',\alpha_{15}',\alpha_{16}'\}$,$(x)$ 变成 $(x)^{\bar{F}}=\{x_1,x_5\}$,因为存在 $\bar{F}$-记忆信息,$(x)^{\bar{F}}$ 是 $\bar{F}$-记忆了 (x) 中的 x_1,x_5 而得到的。

由表 1、表 2 得到,(x) 的信息元对应的信息特征值集合 $Y=\{Y_1,Y_2,Y_3,Y_4,Y_5\}=\{1.73,2.92,1.99,3.15,2.51\}$ 变成 $\bar{F}$-记忆信息 $(x)^{\bar{F}}=\{x_1,x_5\}$ 的信息元对应的信息特征值集合 $Y=\{Y_1,Y_5\}=\{1.73,2.51\}$。由定义 6、定义 7 得到 $||Y||=5.63$,$||Y^{\bar{F}}||=3.05$,由定义 3 得到 $\bar{F}$-记忆损失 $\nabla(x)^{\bar{F}}=\{2.92,1.99,3.15\}$。信息 (x) 对应的特征值构成的单位圆的半径 $\rho=||Y||/||Y||=5.36/5.36=1$,$\bar{F}$-记忆信息 $(x)^{\bar{F}}$ 构成的 $\bar{F}$-记忆圆的半径 $\rho^{\bar{F}}=||Y^{\bar{F}}||/||Y||=3.05/5.36<1$。由于外来风险属性的入侵,$x_2,x_3,x_4$ 子公司倒闭,集团公司利用定理 4、$\bar{F}$-记忆信息的辨识准则,及时调整投资策略,避开风险因素,使得 $(x)^{\bar{F}}$ 与 (x) 满足式(23)。

上述例子是经济系统中的一个常见现象,我们利用本文第 3 节、第 4 节中的结果,再认识这个例子。实际上,本文的例子可以简化成信息 $(x)=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$ 具有属性集 $\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$,因为 $\alpha\Rightarrow\alpha^{\bar{F}}$,$(x)$ 变成 $(x)^{\bar{F}}$ 而且 $(x)^{\bar{F}}\subseteq(x)$,$(x)^{\bar{F}}$ 是 (x) 的 $\bar{F}$-记忆信息。因此,本文给出的 $\bar{F}$-记忆信息的讨论,不仅可以应用于经济系统,还可以用于数据库中的子数据库搜索。读者若对这些后续应用感兴趣,可通过 E-mail:shikq@sdu.edu.cn 进行讨论。

结束语 把动态特性引入到有限普通集合 X 中,改进普通集合 X,文献[1,2]提出了一个新的数学模型 P-集合($X^{\bar{F}}$,X^F)。P-集合具有动态特性。文献[3-13]给出 P-集合在多个领域中的应用。记忆特性是 P-集合的重要应用特性之一。本文把 P-集合的记忆引入到信息系统中,提出了 $\bar{F}$-记忆信息概念,给出了 $\bar{F}$-记忆信息的多个特性及应用。P-集合是研究动态信息系统(动态数据库系统)的一个新的数学方法与工具。P-集合这个数学模型具有好的应用前景,特别是在动态信息系统中。

参考文献

[1] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219

[2] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2008, 43(11): 77-84

[3] 史开泉,张丽. 内 P-集合与数据外-恢复[J]. 山东大学学报:理学版, 2009, 44(4): 8-14

[4] 汤积华,陈保会,史开泉. P-集合与($\bar{F}$,F)-数据生成-辨识[J]. 山东大学学报:理学版, 2009, 44(11): 83-92

[5] 于秀清. P-集合的识别与筛选[J]. 山东大学学报:理学版, 2010, 45(1): 94-98

[6] 张飞,陈萍,张丽. P-集合的 P-分离与应用[J]. 山东大学学报:理学版, 2010, 45(3): 18-22

(下转第 266 页)

了逐对聚类算法，因而继承了聚类算法的结果最优化优势。而且，在颜色合并时只需计算新的颜色与数据链表上其它颜色之间的距离，因为，先前已经计算过所有颜色之间的距离。

另外，本文提出的算法在调色板的设计过程中就已经完成了像素颜色的匹配，而且只需对链表上的颜色而无需对图像中所有像素颜色进行逐对聚类合并，因此可节省大量的运算工作量。

3.2 仿真实验

为了验证所提算法的有效性，我们针对 Lena，Mandrill，Girl，Sina46 等不同的图像做了一系列的实验，并且在均方误差、运行时间这两个测量标准的基础上将其与 Luiz(1997)[4]提出的逐对聚类算法以及 Cheng(2001)[5]提出的快速、新颖的分裂算法进行了比较。限于篇幅，本文只提供了如表 1 以及图 4 所示的仿真结果。所有这些结果均是在 Linux 环境下获得的。

表 1 性能比较

颜色数	本文方案		Cheng[5]方案		Luiz[3]方案	
	时间(μs)	MSE	时间(μs)	MSE	时间(μs)	MSE
2	33720	2358	12656	2131	122841	3493
4	33776	1420	20778	865	124019	2452
8	33750	440	28660	552	127485	390
16	33749	233	36359	274	132661	197
32	33610	115	44779	143	142820	99
64	33165	53	54854	78	160908	42
128	29518	21	59365	40	187030	11

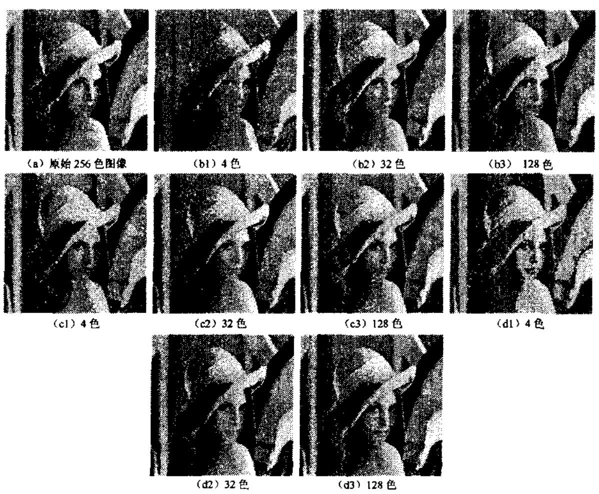

图 4 (a)原始图像，(b1—b3)本文方案仿真结果，(c1—c3)Cheng 方案仿真结果，(d1—d3)Luiz 方案仿真结果

根据实验结果对比，我们容易得出，在结果图像颜色数小于等于 8 时，本文方案与 Cheng 方案的速度差不多；但是当结果图像颜色数大于 8 时，本文方案则比它要快，而且所获得的图像质量要好。至于 Luiz 所提出的算法，本文方案与 Cheng 方案均比它快得多，但是当结果图像颜色数大于 8 时，该算法可获得三者之中质量最好的图像。由此，本文方案相对来说具有更快的运行速度，而且能够获得比较令人满意的结果图像。不过，需要说明的是，本文只是提供了一个色彩量化算法的框架，我们完全可以在其基础之上进行扩展如可以在颜色距离检测以及在颜色合并的过程中引入人类视觉特性，以使结果图片更加接近原始图像。

结束语 本文提出了一个基于数据结构链表操作的、综合考虑了传统分裂算法和逐对聚类算法优势的、快速的、可扩展的色彩量化算法。本算法首先借鉴分裂算法的特点构造数据结构链表，然后直接利用逐对聚类算法进行颜色合并，最后通过链表操作完成像素颜色的快速匹配。实验结果证明，本算法不仅具有易于实现、可扩展的特点，而且能够在保证结果图像质量的同时，提高色彩量化的效率。

参考文献

[1] Heckbert P S. Color image quantization for frame buffer display [J]. Computer & Graphics, 1992(16): 297-307

[2] Wu X, Witten I H. A fast k-means type clustering algorithm [R]. Canada: Departement of Computer Science, University of Calgary, Calgary, 1985

[3] Xiang Zhigang, Gregory J. Color image quantization by agglomerative clustering [J]. IEEE Computer Graphics and Application, 1994, 14(3): 44-48

[4] Velho L, Gomes J, Sobreiro M R. Color image quantization by pairwise clustering [A] // X Brazilian Symposium of Computer Graphics and Image Processing [C]. IEEE Computer Society, 1997: 203-210

[5] Cheng S-C, Yang C-K. A fast and novel technique for color quantization using reduction of color space dimensionality [J]. Pattern Recognition Letters, 2001(22): 845-856

[6] Omran. A color image quantization algorithm-based on particle swarm optimization[J]. Informatica, 2005(29): 261-269

[7] Chang Yu-chou, Lee D-J, Hong Yi, et al. A Robust Color Image Quantization Algorithm Based on Knowledge Reuse of K-Means Clustering Ensemble [J]. Journal of Multimedia, 2008, 3(2): 20-27

[8] Yoon K-J, Kweon I-S. Human Perception Based Color Image Quantization [C] // 17th International Conference on Pattern Recognition. 2004(1): 664-667

(上接第 249 页)

[7] Shi Kai-quan, Li Xiu-hong. Camouflaged information identification and its applications[J]. An International Journal Advances in System Science and Applications, 2010, 10(2): 208-216

[8] Zhang Li, Cui Yu-quan. Outer P-sets and data internal-recovery [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 229-236

[9] Liu Ji-qin. P-probabilities and its applications[J]. An International Jour-nal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 237-244

[10] Lin Hong-kang, Li Yu-ying. P - sets and its P - separation theorems[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 245-251

[11] Huang Shun-liang, Wang Wei, Geng Dian-you. P-sets and its internal p-memory characteristics[J]. An International Journal Advances in Sys-tems Science and Applications, 2010, 10(2): 252-260

[12] Wang Yang, Geng Hong-qin, Shi Kai-quan. The mining of dynamic information based on P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 267-275

[13] Zhang Guan-yu, Li En-zhong. Information gene and identification of its information knock-out/knok-in[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 278-286